

# ANÁLISIS GEOESTADÍSTICO DE LA ESTIMACIÓN DE LA PRODUCCIÓN MEDIANTE MUESTREO EN UN MONTE DE *QUERCUS SUBER* L.

F. Montes Pita, M.J. Hernández Garasa y I. Cañellas Rey de Viñas

CIFOR-INIA. Ctra. A Coruña km 7,5. 28040-MADRID (España). Correo electrónico: fmontes@inia.es

## Resumen

En este trabajo se analizan dos formas de estimar la producción de corcho: la estimación basada en el diseño de muestreo y la estimación basada en la predicción mediante "krigeado", así como la importancia que tiene la estructura espacial de las variables estudiadas, es decir, el área basimétrica, la superficie de descorche por ha y el calibre medio en los dos métodos propuestos. Se ha encontrado que las tres variables presentan autocorrelación espacial hasta distancias que varían entre los 800 y los 1000 m. El error de muestreo se ha calculado a partir de la varianza de extensión teniendo en cuenta que las parcelas de muestreo se distribuyen de forma sistemática obteniendo una reducción del 15,16% respecto al error calculado con las fórmulas del muestreo aleatorio simple. El krigeado puede constituir una alternativa en la estimación de la superficie de descorche, siendo el error de predicción mediante krigeado obtenido el 2,68%.

Palabras clave: *Alcornoque, Inventario forestal, Geoestadística, Error de muestreo*

## INTRODUCCIÓN

El alcornoque (*Quercus suber* L.) es una de las especies de mayor importancia ecológica y económica de la Península Ibérica. El inventario forestal en este tipo de montes se ha realizado hasta fecha reciente por conteo pie a pie, generalizándose en los últimos años el inventario por muestreo. No obstante, la estimación de la producción de corcho muchas veces es problemática por la gran heterogeneidad de la estructura de la masa y por la distribución de la propia variable superficie de descorche, debido a que en el momento del descorche hay un gran número de árboles que no han alcanzado el diámetro mínimo de descorche y por lo tanto no producen corcho.

En este trabajo se analizan diferentes aproximaciones en la estimación de la producción de

corcho y las implicaciones que tiene la estructura espacial de la varianza de las variables estudiadas en el diseño de muestreo.

## MATERIAL Y MÉTODOS

Este estudio se ha desarrollado en el Alcornocal de Sestrica (Zaragoza), en el que se ha llevado a cabo un muestreo sistemático, replanteando en los vértices de una malla de 200 m de lado parcelas circulares de 10 m de radio. En las parcelas se han tomado los diámetros de todos los alcornoques en producción y de 4 de ellos distribuidos aleatoriamente por la parcela se ha medido el diámetro medio de descorche, la altura de descorche y el calibre del corcho del tronco y de cada rama descorchada. La superfi-

cie de descorche de cada árbol tipo se calcula mediante la fórmula (MACKAY, 1949):

$$S_{des} = h_{des} \times \pi \cdot (d_m - c) + \sum [l_{desi} \times \pi \cdot (d_{mi} - c_i)] \quad [1]$$

siendo  $S_{des}$  la superficie de descorche,  $h_{des}$  la altura de descorche en el tronco,  $l_{desi}$  la longitud de descorche de cada una de las ramas,  $d_m$  el diámetro medio de descorche en el tronco,  $d_{mi}$  el diámetro medio de descorche de cada una de las ramas y  $c$  el calibre en el tronco y  $c_i$  en cada una de las ramas.

Se ha analizado la autocorrelación espacial de las variables que determinan la producción de corcho: área basimétrica de alcornoque, superficie de descorche y calibre. Para ello se ha obtenido el variograma experimental, que mide el grado de asociación de la variable aleatoria en función de la distancia que separa las observaciones:

$$\hat{\gamma}(d) = \frac{1}{2 \cdot N(d)} \sum_{a=1}^{N(d)} [z(u_a) - z(u_a + d)]^2 \quad [2]$$

siendo  $N(h)$  el número de pares de observaciones separadas por una distancia  $d$ ,  $z(u_a)$  el valor de la variable en el punto  $u_a$  y  $z(u_a + d)$  el valor que toma la variable en un punto situado a una distancia  $d$  de  $u_a$ . En la práctica se opera promediando los pares de observaciones que aparecen en intervalos de distancia definidos en cada caso.

Una vez calculado el semivariograma experimental  $\hat{\gamma}$  se ha modelizado utilizando el variograma esférico, que viene dado por la fórmula:

$$\gamma = \begin{cases} n + (s - n) \cdot \left( \frac{3 \cdot d}{2 \cdot a} + \frac{d^3}{2 \cdot a^3} \right) & \text{si } d \leq a \\ 0 & \text{si } d = 0 \\ s & \text{si } d > a \end{cases} \quad [3]$$

siendo  $a$  el alcance (distancia a la que se estabiliza la varianza),  $s$  la meseta (valor de la semivarianza cuando desaparece la autocorrelación espacial),  $n$  el efecto pepita (semivarianza de la variable aleatoria en escalas menores a la escala de muestreo) y  $d$  la distancia a la que se evalúa la semivarianza.

El modelo de variograma teórico se ha ajustado utilizando el método de mínimos cuadrados ponderados (CRESSIE, 1993)

### Estimación de la producción basada en el diseño de muestreo

En la estimación basada en el diseño de muestreo la población es fija y la estimación es una muestra aleatoria de todas las posibles estimaciones bajo dicho diseño de muestreo. El error de muestreo cometido en la estimación de la superficie de descorche, suponiendo una distribución normal de los errores, viene dado por la ecuación (PITA, 1973):

$$\epsilon (\%) = \frac{t \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}}{S_{des}} \cdot 100 \quad [4]$$

siendo  $n$  el número de parcelas de muestreo y  $s$  la varianza de la superficie de descorche, cuyo estimador insesgado a partir de la muestra aleatoria es (PEÑA, 1986):

$$s = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x})^2}{n - 1} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i^2 - n \cdot \hat{x}^2)}{n - 1} \quad [5]$$

siendo  $x_i$  el valor de la variable en el punto de muestreo  $i$  y  $\hat{x}$  el valor medio estimado de la variable. Sin embargo, en el caso de un muestreo sistemático, cada parcela es representante del área que la rodea, y en caso de existir autocorrelación espacial de la variable a estimar, la varianza en dicho área será inferior a la varianza calculada con la ecuación 5. La varianza de extensión ( $\sigma_E^2$ ) es la varianza de extrapolar el valor que toma la variable en una parte pequeña de una región ( $v$ ) para el conjunto de la región ( $V$ ) (CLARK, 1982; ARMSTRONG, 1998) y viene dada por la siguiente ecuación:

$$\sigma_E^2(v, V) = 2\bar{\gamma}(v, V) - \bar{\gamma}(v, v) - \bar{\gamma}(V, V) \quad [6]$$

donde  $\bar{\gamma}(V, V)$  se calcula promediando el valor del variograma modelizado entre todos los posibles pares de puntos en  $V$ ,  $\bar{\gamma}(v, v)$  es el valor del variograma entre  $v$  y  $v$ , y su valor es 0 cuando  $v$  es un punto y  $\bar{\gamma}(v, V)$  el valor promedio del variograma de todos los posibles pares de puntos formados por un punto de  $v$  y otro de  $V$ .

$\bar{\gamma}(V, V)$  está tabulado para el variograma esférico estandarizado (con  $a=1$  y  $s=1$ ) cuando  $V$  es una región cuadrada de dimensión  $l$  y  $v$  es un punto (CLARK, 1982). El término  $\bar{\gamma}(v, V)$  se puede calcular para regiones cuadradas conteni-

das en el rango  $a$  del variograma mediante la siguiente integral:

$$\frac{1}{l^2/2} \int_0^{\pi/4} \int_0^{l/\cos\theta} C\left(\frac{3r}{2a} + \frac{r^3}{2a^3}\right) \cdot r \cdot dr \cdot d\theta \quad [7]$$

El error standard ( $\sigma_{EST}^2$ ) de la estimación de Sdes a partir de la media de las parcelas de muestreo viene dada, considerando la autocorrelación espacial de la variable, por la fórmula (ARMSTRONG, 1998):

$$\sigma_{EST}^2 = \frac{1}{N} \sigma_E^2 \quad [8]$$

**Krigado ordinario**

La predicción  $p(Z, s_0)$  mediante krigado ordinario del valor de la variable regionalizada  $Z(s_0)$  en el punto  $s_0$  viene dada por la fórmula (CRESSIE, 1993):

$$p(Z, s_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot Z(s_i) \quad [9]$$

donde  $\lambda_i$  son los coeficientes para cada valor observado de la variable en el punto  $s_i$ , con la condición de no sesgo:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \quad [10]$$

El vector de coeficientes  $[\lambda]$  en un punto se ha calculado minimizando el error medio cuadrático de la predicción y asumiendo la existencia de variograma a partir de la fórmula:

$$[\lambda] = \left( [\gamma] + [\mathbf{1}] \frac{1 - [\mathbf{1}] \Gamma^{-1} [\gamma]}{[\mathbf{1}] \Gamma^{-1} [\mathbf{1}]} \right) \Gamma^{-1} \quad [11]$$

siendo  $[\gamma]$  el vector de los valores del variograma entre  $s_0$  y  $s_i$  ( $\gamma(s_0 - s_i)$ ) y  $\Gamma$  la matriz cuyo elemento en la posición  $i, n$  es  $(\gamma(s_i - s_n))$ . La varianza de la predicción mediante krigado es:

$$\sigma_k^2(s_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot \gamma(s_0 - s_i) - \frac{1 - [\mathbf{1}] \Gamma^{-1} [\gamma]}{[\mathbf{1}] \Gamma^{-1} [\mathbf{1}]} \quad [12]$$

**RESULTADOS**

**Área basimétrica**

El variograma experimental (Figura 1) muestra que el área basimétrica presenta autoco-

relación espacial. El alcance es de 921 m. La meseta del variograma está en torno a los 53 ( $m^2/ha$ )<sup>2</sup>, de los cuales el 20% corresponde al efecto pepita. En los últimos intervalos se ha observado un ligero efecto hoyo. El número de pares de observaciones en los dos últimos intervalos de distancia ha sido 143 y 160. El variograma esférico ajustado al variograma experimental aparece en la figura 1.

**Superficie de descorche**

El variograma de la variable Sdes es análogo al obtenido con el área basimétrica y muestra la existencia de autocorrelación espacial hasta los 1015 m (Figura 2). El valor alcanzado en la meseta es de 26307 ( $m^2/ha$ )<sup>2</sup> y el efecto pepita supone el 32,1%, apareciendo un acusado efecto hoyo a partir de 1250 m.

**Calibre**

Se ha comprobado la existencia de autocorrelación espacial en el variograma experimen-

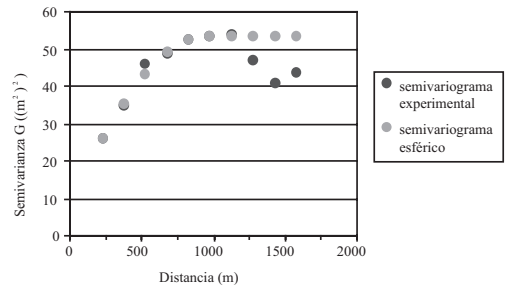


Figura 1. Semivariograma experimental y semivariograma esférico ajustado por el método de mínimos cuadrados ponderados de la variable área basimétrica (G)

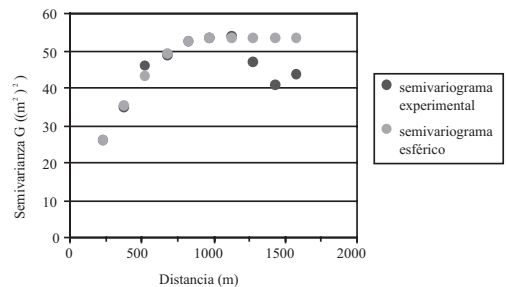
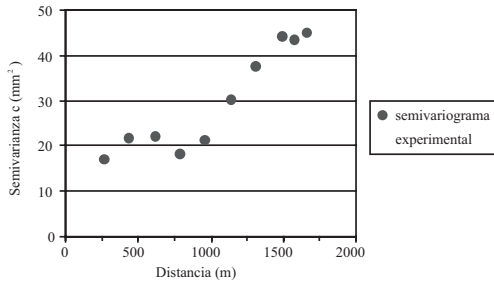
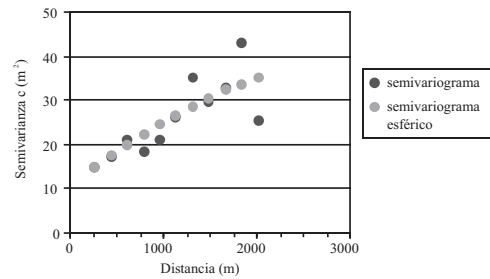


Figura 2. Semivariograma experimental y semivariograma esférico ajustado por el método de mínimos cuadrados ponderados de la variable superficie de descorche (Sdes)



**Figura 3.** Semivariograma experimental de la variable calibre (*c*)



**Figura 4.** Variograma XYZ de la variable calibre (*c*), multiplicando la componente Z de la distancia por un factor de escala igual a 8 y semivariograma esférico ajustado por el método de mínimos cuadrados ponderados

tal (Figura 3), con un marcado efecto hoyo en torno a los 800 m. Tras comprobar que la dirección de máxima continuidad espacial es muy parecida a la orientación de las curvas de nivel se ha calculado el variograma XYZ, multiplicando la coordenada Z por un factor de escala, puesto que la variable presenta un alcance de correlación menor al variar la altitud. Se han tanteado con diferentes factores de escala, obteniendo al multiplicar por 8 la coordenada Z un variograma en el que apenas aparece el efecto hoyo (Figura 4).

### Determinación del error de muestreo en la estimación de la superficie de descorche

El error de la estimación de la  $S_{des}$  calculado mediante los estadísticos del muestreo aleatorio simple (ecuación 4) es del 47,79% al 95% de probabilidad fiducial.

Si tenemos en cuenta la distribución sistemática de las parcelas y asumimos que el variograma de la variable  $S_{des}$  es el variograma esférico con  $a=1015$ ,  $s=26307$  y  $n=8445$  se obtiene  $\bar{y}(v, V) = 11214$  ( $m^2/ha$ )<sup>2</sup> y  $\bar{y}(v, V) = 12528$  ( $m^2/ha$ )<sup>2</sup>. La varianza de extensión ( $\sigma_E^2$ ) de extrapolar el valor de  $S_{des}$  en el punto central a toda la región cuadrada de 200x200 m es 13841 ( $m^2/ha$ )<sup>2</sup>. El error de muestreo al 95%, calculado mediante la expresión 8, es del 41,54%. En este inventario, el muestreo sistemático supone una reducción del error de muestreo del 15,16% respecto al error calculado con las fórmulas del muestreo aleatorio simple.

### Inferencia mediante krigeado ordinario de la producción de corcho

Como en la estimación de la producción de corcho intervienen dos variables ( $S_{des}$  y  $c$ ) con diferente patrón espacial, se ha realizado la predicción de ambas mediante krigeado ordinario en los vértices de una malla de 20x20 m que cubre toda la superficie del monte. En cada punto se ha calculado el producto  $S_{des} \cdot c$ , obteniendo el peso de corcho en cada punto. La producción de corcho del monte se ha estimado promediando todas las predicciones.

Para la variable  $S_{des}$  la varianza media de la predicción es 14022 ( $m^2$ )<sup>2</sup> y el error de la estimación de la superficie de descorche total es del 2,68%.

La predicción del calibre se ha llevado a cabo utilizando el variograma XYZ en el cual la coordenada  $z$  está multiplicada por un coeficiente de anisotropía igual a 8. La varianza promedio de la predicción es de 10,62  $mm^2$  y el error promedio con un 95% de probabilidad fiducial es de 6,32 mm.

La superficie de descorche total estimada mediante krigeado es de 20880  $m^2$ , frente a los 21494  $m^2$  estimados calculando la media aritmética de las parcelas de inventario.

### DISCUSIÓN

El muestreo sistemático es el más utilizado en inventario forestal, principalmente por la mayor sencillez de replanteo de las parcelas distribuidas de forma sistemática que cuando lo están de forma aleatoria (TOKOLA & SHERESTHA,

1999). Si las variables estudiadas presentan autocorrelación espacial, el error de muestreo es menor cuando las parcelas están distribuidas de forma sistemática. Sin embargo es preciso analizar la estructura espacial de la variable para comprobar que no haya periodicidad en el fenómeno con una frecuencia similar a la distancia entre parcelas para evitar obtener estimaciones sesgadas y para conocer previamente la escala de variación de la variable (BELLEHUMEUR & LEGENDRE, 1998).

En la estimación de la superficie de descorche media a partir de la predicción mediante "krigeado" de la variable, el error debido a la varianza de la predicción es del 2,68 %. Sin embargo se debe tener en cuenta que la estimación del variograma no está exenta de error, error que no está contemplado en el cálculo de la varianza de la predicción, y que puede haber zonas donde el gradiente de la variable se desvíe notablemente del variograma; siendo la incertidumbre de la estimación mayor que el error calculado. La estimación de la producción de corcho utilizando la interpolación geoestadística de las variables presenta la ventaja de que el calibre se predice en cada punto, lo que permite clasificar la producción en función del calibre.

### Agradecimientos

Los autores quisieran agradecer a Nikolaus Nanos sus acertadas apreciaciones al trabajo y a

Ignacio Pérez-Soba la oportunidad de haber conocido este alcornocal.

### BIBLIOGRAFÍA

- ARMSTRONG, M.; 1998. *Basic linear geostatistics*. Springer Verlag. Berlin.
- BELLEHUMEUR, C. & LEGENDRE, P.; 1998. Multiscale sources of variation in ecological variables: modelling spatial dispersion, elaborating sampling designs. *Lands. Ecol.* 13: 15-25
- CLARK, I.; 1982. *Practical geostatistics*. Applied Science Publishers. London.
- CRESSIE, N.A.C.; 1993. *Statistics for Spatial Data*. Wiley. New York.
- MACKAY, E.; 1949. *Fundamentos y métodos de la Ordenación de Montes. Segunda parte: Ordenación técnica. Condiciones de aplicación. Inventario dasocrático. Métodos de Ordenación*. Escuela Especial de Ingenieros de Montes. Madrid.
- PEÑA, D.; 1986. *Estadística. Modelos y Métodos. I. Fundamentos*. Alianza Editorial. Madrid.
- PITA, P.A.; 1973. *El Inventario en la Ordenación de Montes*. INIA. Ministerio de Agricultura, Pesca y Alimentación. Madrid.
- TOKOLA, T. & SHRESTHA, S. M.; 1999. Comparison of cluster sampling techniques for fores inventory in southern Nepal. *For. Ecol. Manage.* 116: 219-231