

# VIDA Y OBRA DEL MATEMÁTICO GIENNENSE DEL SIGLO XI IBN MU'AD AL-YAYYANI

Juan Martos Quesada  
Universidad Complutense

M<sup>a</sup> del Carmen Escribano Ródenas  
Universidad San Pablo-CEU

RESUMEN: En este artículo se estudia la vida, obra e importancia del matemático y astrónomo de Jaén, Ibn Mu'ad, muerto en el año 1093, muy conocido y estudiado en el mundo árabe y en el Renacimiento europeo por sus logros en el campo de la trigonometría y de la razón matemática.

RÉSUMÉ: Dans cet article nous étudieront la vie, oeuvre et importante du mathématicien et astronome du Jaén, Ibn Mu'ad, mort dans 1093, très connu par ses études sur la trigonométrie et la raison mathématique dans le monde arabe et dans le Renaissance européen.

## EL DESARROLLO DE LAS MATEMÁTICAS EN LA ESPAÑA MUSULMANA

Las investigaciones científicas no solamente se emprendieron en el Oriente musulmán, sino que también tuvieron un gran desarrollo en el norte de África y en la España musulmana, al-Andalus. Poco después de su entrada en la península (711), los árabes andalusíes se independizaron políticamente del califato de Bagdad, formando su propio emirato bajo la égida de la familia Omeya en el año 756. Esta situación de independencia llegó a su culmen más alto cuando, en 929, el emir de Córdoba, 'Abd al-Rahman III (912-961), se hizo proclamar califa, realizando de esta manera la total separación de Bagdad, ahora ya tanto política como religiosamente.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Sobre el desarrollo de la ciencia andalusí, cf. SAMSÓ, J., *La ciencia de los antiguos en al-Andalus*, Madrid, 1992; VERNET, J., *La cultura hispanoárabe en Oriente y Occidente*, Barcelona, 1978; MARTOS, J., «La actividad científica en la España musulmana», en *Hesperia. Culturas del Mediterráneo*, II (2005), págs. 137-164.

A estas alturas, existía ya, en el estado cordobés, una cultura auténticamente andalusí que llevaba la marca de elementos hispano-romanos, árabe-orientales, beréberes y judíos, que llegó a alcanzar un gran esplendor, tanto en el campo científico, como en el jurídico, religioso o literario. Como ejemplo, diremos que al-Hakam II (961-976), segundo califa, financia con generosidad la compra y la copia de un gran número de obras que se encuentran en otros países islámicos, formando con ellas una inmensa biblioteca de casi 400.000 manuscritos, cuyo catálogo ya ocupaba 44 volúmenes.

Hablar de la ciencia islámica en al-Andalus –y, por ende, de las matemáticas en la España musulmana– nos lleva a la necesidad de tener en cuenta, en primer lugar, la supervivencia de una tradición astronómica y astrológica latino-visigoda en el medio musulmán andalusí. Un anónimo magrebí de la segunda mitad del siglo XIV-principios del XV atribuye al rey Sisebuta (612-621) escritos en verso sobre cuestiones relativas a la astronomía y astrología. Por otra parte, el historiador al-Razi habló de la fama de san Isidoro de Sevilla como astrólogo, lo que puede explicar los pasajes astronómicos recogidos en sus *Etimologías* y *De Natura Rerum*.

No obstante, la evidencia más clara que tenemos acerca de la supervivencia de una tradición astrológica indígena se encuentra en una obra alfonsí, el llamado *Libro de las cruces*. Esta obra recoge datos acerca de esta tradición e incluso numerosos pasajes de temática astrológica de origen árabe, como por ejemplo los 39 versos de un poema didáctico de al-Dabbi, astrólogo de la corte del emir Hisam I (788-796), que se corresponde extraordinariamente con el capítulo 57 del *Libro de las cruces*.

La orientalización de la cultura andalusí comienza con la llegada al trono del primer Omeya, ‘Abd al-Rahman I, en el año 756, y se consolida bajo ‘Abd al-Rahman II (821-852)<sup>2</sup>. Los musulmanes andalusíes emprenden, desde muy pronto, viajes a Oriente y al norte de África con el fin de estudiar o, simplemente, de realizar la peregrinación a La Meca, y, a su regreso, traen consigo las últimas novedades científicas y culturales. La mezquita de Córdoba, fundada en el 786, se convierte en un centro de difusión cultural y, poco a poco, la astronomía y las matemáticas, entre otras, se introducen en la enseñanza superior que se imparte en las mezquitas, las madrasas o en las casas particulares de los maestros.

Debe quizás atribuirse a ‘Abd al-Rahman II el papel de promotor de esta orientalización de la cultura científica. El anónimo magrebí del siglo

---

<sup>2</sup> Cf. RAMÍREZ DEL RÍO, J., *La orientalización de al-Andalus*, Sevilla, 1986.

XIV o XV citado anteriormente afirma que fue el primero que introdujo unas tablas astronómicas en al-Andalus, indispensables para calcular con un mínimo de precisión la posición del Sol, la Luna y los planetas en un momento determinado. Estas afirmaciones coinciden con otros testimonios que atribuyen a personajes como ‘Abbas Ibn Firnas (fallecido en 887) o ‘Abbas Ibn Nasih (fallecido después de 844) la introducción de las tablas astronómicas llamadas *Sindhind*, de tradición india, probablemente en la redacción que de ellas hizo el célebre astrónomo y matemático oriental al-Juwarizmi Quiñn hacia el año 830.

La figura más interesante en la segunda mitad del siglo IX es quizás la de ‘Abbas Ibn Firnas, quien no se limitó a ser poeta y astrólogo, sino que, como buen matemático y astrónomo, construyó una especie de planetario en una habitación de su casa y regaló una esfera armilar –la primera documentada en la España musulmana– al emir ‘Abd al-Rahman II, así como una clepsidra con autómatas móviles al emir Muhammad, con la que podía determinarse la hora cuando no había sol ni estrellas que pudieran servir de guía.

Ya en el siglo X, tras esta fase de orientalización del siglo IX, la cultura científica andalusí entra en una etapa de asimilación de las principales aportaciones de la ciencia indopersa y griega, cuya muestra posiblemente más palpable es el llamado *Calendario de Córdoba*. En el mismo podemos leer citas de la dieta hipocrática, que los autores de nuestro texto atribuyen a Hipócrates y a Galeno, y referencias a la entrada del Sol en los signos zodiacales, de acuerdo con las tablas astronómicas indias del *Sindhind* y según las tablas del astrónomo al-Battani (muerto en 929), oriundo de la alta Mesopotamia. Por otra parte, el calendario contiene también materiales astronómicos, espaciados a lo largo de un año solar, tales como la *altura* del Sol a su paso por el meridiano, la *sombra* que corresponde a la mencionada altura, proyectada por un hombre de pie, la duración del día y la noche, así como de la aurora y el crepúsculo.

Pero quien representa mejor que nadie la fase de asimilación de la herencia indo-griega de la ciencia en las matemáticas es, sin duda alguna, Maslama de Madrid<sup>3</sup>. Maslama significa, dentro de la tradición matemático-astronómica andalusí, el comienzo de la etapa de madurez que

---

<sup>3</sup> Sobre Maslama, véase ESCRIBANO, M.C. y MARTOS, J., «Las matemáticas en al-Andalus: fuentes y bibliografía para el estudio del matemático y astrónomo árabe madrileño Maslama», en *Estudios de Historia de las Técnicas, la Arqueología industrial y las Ciencias. Actas del VI Congreso de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas. Segovia-La Granja, 9-13 septiembre de 1996*, Salamanca, 1998, págs. 457-466.

fructificará, sobre todo, en el siglo siguiente. De este sabio matemático y de su escuela hablaremos más adelante, en capítulo aparte, debido a la relación directa que mantiene con el posible autor del manuscrito que presentamos, Ibn al-Samh.

El siglo XI fue el *Siglo de oro* de la ciencia andalusí, gracias, sin duda, a que durante el siglo X la ciencia en al-Andalus alcanza un alto nivel productivo y algunos científicos de este siglo, como Maslama, llegarán a ser muy conocidos y estimados en Oriente y el norte de África. Estas repercusiones orientales de los logros científicos andalusíes resultaron mucho más frecuentes a partir del siglo XI<sup>4</sup>.

En este siglo se construyeron astrolabios universales inventados por 'Ali ibn Jalaf y Azarquiel. La azafea de este último, por ejemplo –en sus dos versiones, completa y simplificada–, fue bien conocida en el próximo Oriente. Una de las características más notables de este siglo XI, puesta de relieve en investigaciones llevadas a cabo durante los últimos años, es el desarrollo de las matemáticas, gracias, sobre todo, a la obra de tres personajes: al-Mu'taman, Ibn al-Sayyid e Ibn Mu'ad.

El primero de ellos es el rey Yusuf al-Mu'taman de la taifa de Zaragoza (1081-1085), de cuya obra matemática se han descubierto últimamente varios textos que muestran, por parte del monarca, serios conocimientos de la mejor bibliografía al uso de matemáticas superiores (Euclides, Arquímedes, Apolonio, Menelao de Alejandría, Teodosio de Trípoli, Ptolomeo, Tabit ibn Qurra, los Banu Musa e Ibn al-Haytham, éste último más conocido como Alhacén), así como aportaciones originales. La obra de al-Mu'taman fue introducida en Egipto por Maimónides y sus discípulos y ya era conocida en Bagdad en el siglo XIV.

Una orientación similar parece ser la seguida por el matemático Ibn Sayyid, maestro del gran filósofo Avempace, que redactó su obra –la cual sólo conocemos a través de citas indirectas– en Valencia entre los años 1087 y 1096. Este autor realizó investigaciones en materia de aritmética superior y geometría siguiendo, en este último campo, la tradición de las *Cónicas* de Apolonio, y dedicándose al estudio de las propiedades de las curvas de grado superior.

No obstante, el matemático mejor conocido de la época es Ibn Mu'ad de Jaén, al que trataremos en detalle en las próximas páginas, astrónomo

---

<sup>4</sup> Acerca del desarrollo de la ciencia en al-Andalus en este periodo, véase VERNET, J. y SAM-SÓ, J., «Panorama de la ciencia andalusí en el siglo XI», en *Actas de las Jornadas de Cultura Árabe e Islámica* (1978), Madrid, 1981.

y alfaquí, autor de un tratado interesantísimo sobre el concepto de razón matemática, tal y como la expone Euclides en el Libro V de los *Elementos*, y de un *Libro sobre las incógnitas de los arcos de la esfera*, que es, sin duda, el tratado de trigonometría esférica más antiguo del Occidente medieval, y el primer texto de esta procedencia en el que la trigonometría esférica se trata independientemente de la astronomía. De hecho, esta obra supone el primer reflejo, en el Occidente islámico, de la llamada *revolución trigonométrica* que surge en Oriente a fines del siglo XI, y cuyas primeras manifestaciones aparecen en las obras de matemáticos orientales bien conocidos, como Abu Nasr Mansur, Abu-l-Wafa', al-Buzyani, al-Juyandi y al-Biruni, entre otros.

Los principales logros de esta revolución son la sustitución del único útil trigonométrico al alcance de los autores griegos como Ptolomeo, el teorema de Menelao, con el que podían resolverse triángulos esféricos mediante las relaciones existentes entre seis cantidades –arcos o ángulos– en dos triángulos esféricos. Este engorroso teorema es sustituido, gracias a los esfuerzos de los matemáticos citados, por relaciones entre sólo cuatro cantidades en un único triángulo esférico. El libro de Ibn Mu'ad introduce una serie de siete teoremas –entre los que se encuentran el teorema de los senos, la regla de las cuatro cantidades, el teorema del coseno y el teorema de las tangentes– que son nuevos en al-Andalus, y gracias a los cuales puede resolverse, con toda facilidad, cualquier tipo de triángulo esférico.

Pero al siglo XI, como ya hemos dicho, *Siglo de oro* de la ciencia andalusí, le seguirá el siglo XII, que marca el comienzo de una lenta decadencia. Los intentos de unificación política bajo los almorávides (1091-1144) y los almohades (1147-1232) no implican, en todos los casos, una protección de las actividades culturales y científicas.

Por otra parte, con los almohades surge un sentimiento antimozárabe y antisemita que deterioró gravemente la estrecha colaboración habida hasta ese momento entre los sabios de las tres religiones; con frecuencia los científicos de origen mozárabe o judío se vieron obligados a convertirse o a emigrar.

A pesar de todo, el espíritu de observación no está totalmente ausente de esta ciencia andalusí del siglo XII. Averroes, Ibn Rusd (1126-1198), parece que se interesó por ciertas observaciones astronómicas elementales, como las que llevó a cabo con la estrella Suhayl (Cánope) en Marraquech en el año 1153.

Asimismo, la obra *Corrección del Almagesto*, de Ibn Aflah, es una obra clave en el desarrollo de la astronomía matemática del siglo XIII andalusí<sup>5</sup>. Se trata de un libro escrito por un teórico que critica ciertos aspectos del *Almagesto* ptolomeico, como, por ejemplo, el hecho de que Ptolomeo no demuestre su bisección de la excentricidad planetaria. Por otra parte, Ibn Aflah describe en su obra dos instrumentos de observación que son, quizás, antecedentes del *torquetum*, un aparato de grandes dimensiones que servía para todo tipo de observaciones, basado en la combinación de una armilla y un cuadrante graduados, y contribuye a la difusión europea de la nueva trigonometría, ya introducida en al-Andalus por Ibn Mu'ad, tal y como hemos comentado anteriormente, al utilizar la regla de las cuatro cantidades y los teoremas del seno, coseno y de Geber.

En el campo de la astronomía matemática es necesario mencionar dos nombres: Abu Salt de Denia y Ibn al-Kammad. El primero escribió acerca del astrolabio y el ecuadorio, siendo su obra sobre este segundo instrumento el tercer texto de esta índole, considerado cronológicamente, que ha llegado hasta nosotros, tras los escritos por el autor posible del texto aritmético que hoy presentamos, Ibn al-Samh, y por Azarquiel. Parece tratarse de un desarrollo del instrumento de este último autor, pero los parámetros utilizados en el texto son ptolomeicos. Ibn al-Kammad, por su parte, fue probablemente un discípulo directo de Azarquiel y elaboró unas tablas astronómicas en las que aparece una clara influencia de las investigaciones solares de su maestro.

Este desarrollo un tanto pobre de la astronomía matemática, tras el esplendor alcanzado en el siglo XI, queda compensado, en cierto modo, por el nacimiento de una astronomía física que no parece haber sido cultivada en al-Andalus con anterioridad. Nos encontramos, tanto en el siglo XII como hasta mediados del XIII, con una etapa dominada por los filósofos aristotélicos y sabios como Averroes, Maimónides, Avempace y Abentofail, que sueñan con una astronomía que estuviera de acuerdo con la *Física* de Aristóteles. Esta teoría sólo aceptaba tres clases de movimientos: centrífugos, centrípetos y circulares en torno a un centro que, en el campo de la astronomía, debería identificarse con la Tierra. Esto implica un rechazo de la astronomía ptolomeica, basada en excéntricas y epiciclos, así como un deseo de volver a un sistema de esferas homocéntricas, es decir, a un centro común a dos o más circunferencias.

---

<sup>5</sup> Cf. LORCH, R. «The Astronomy of Jabir ibn Aflah», en *Centaurus*, XIX (1975), págs. 85-107.

Tras la caída del imperio almohade, al-Andalus se ve reducida al reino nazarí de Granada (1232-1492), y la decadencia que hemos visto aparecer durante la etapa anterior continuará ahora de una manera más perceptible<sup>6</sup>. Los sabios y científicos musulmanes que se encuentran en territorio conquistado por los cristianos cruzarán, normalmente, la frontera para instalarse en Granada o para emigrar al norte de África o al Oriente. Esto tiene lugar a pesar de la política que lleva a cabo Alfonso X, con el fin de retener a los científicos musulmanes, tras su conquista de Murcia en el año 1266. Si aceptamos el testimonio del polígrafo granadino Ibn al-Jatib, el rey ofrecía recompensas importantes a los hombres de ciencia que aceptaran convertirse al cristianismo, siendo aceptada su oferta en ocasiones, como fue el caso de Bernardo el Arábigo, que colaboró en la revisión de la versión castellana del tratado de Azarquiel sobre la azalea, la lámina para el astrolabio de carácter universal y que servía para su uso en todo los sitios, lo que ahorraba la necesidad de cambiar la lamina del astrolabio en cada lugar o ciudad distinta, llevada a cabo en Burgos en el año 1278. No obstante, lo normal era el rechazo de la oferta –lo que imposibilitó un desarrollo de la ciencia islámica en tierras cristianas, paralelo al desarrollo de una ciencia elaborada por los mozárabes, como se dio en los primeros siglos en al-Andalus–, tal y como hizo el médico y matemático al-Riquti, que rehusó la oferta real y partió hacia la Granada del sultán Muhammad II.

De todas formas, muchos científicos desecharon la idea de permanecer en Granada y cruzaron la frontera peninsular para instalarse, bien en Oriente, como el astrónomo Muhyi al-Din, que trabajó en Siria, en el observatorio de Maraga, bien en el norte de África, como el eminente matemático al-Qalasadi, nacido en Baza en el año 1412 y fallecido en Túnez en 1486.

Los soberanos granadinos ofrecieron a los científicos un ambiente acogedor, como hizo Muhammad II (1273-1302), que atrajo a su corte, tal y como hemos mencionado anteriormente, a al-Riquti o al también astrónomo y matemático Ibn al-Raqqam (muerto en 1315), autor de origen andalusí que se encontraba establecido en Túnez y que decidió, gracias al requerimiento del sultán granadino, regresar a la península, a Granada. Este sabio enseñó matemáticas y astronomía a Ibn Hudayl y fue maestro

---

<sup>6</sup> Acerca del reino nazarí de Granada, véase la obra de conjunto de ARIÉ, R., *El reino nazarí de Granada*, Madrid, 1992. Sobre los aspectos científicos, cf. CALVO, E., «La ciencia en la Granada nazarí (ciencias exactas y tecnología)», en VERNETJ. y SAMSÓJ. (eds.), *El Legado científico andalusí*, Madrid, 1992, págs. 117-126.

del mismo sultán Nasr (1309-1314) en el arte de calcular almanaques y construir instrumentos astronómicos. El mismo príncipe Yusuf, hermano de Muhammad II, era muy aficionado a los libros de matemáticas y astronomía.

También en esta Granada árabe de los siglos XIV y XV es digno de mención Ibn al-Hayy (muerto en 1314), nacido en Sevilla cuando ya ésta era cristiana, y cuyo padre, carpintero mudéjar en esta ciudad, construyó la gran noria de la nueva Fez para el sultán meriní Abu Yusuf (1258-1886), que llamó la atención del viajero León el Africano, que la describe señalando que sólo podía girar veinticuatro veces al día.

Finalmente, en el campo de las matemáticas *puras*, es decir, aquellas cuyo desarrollo no va unido a aplicaciones técnicas o astronómicas, debemos destacar dos nombres: Ibn Badr y al-Qalasadi. El primero de ellos, cuyas dudas sobre su nacimiento hace que unos estudiosos lo ubiquen en el siglo XI y otros en el XIII, es autor de un tratado elemental de álgebra en el que se interesa por la resolución de ecuaciones indeterminadas. Mucho más importante es la obra del polígrafo al-Qalasadi (1412-1486), figura interesante sobre todo por sus escritos sobre aritmética, álgebra y particiones de herencias sucesorias, escritos que aún no han sido bien estudiados en gran parte. Gracias al viaje de peregrinación que hizo a La Meca, al-Qalasadi pudo estudiar en Tremecén, Orán y Túnez, así como en otros focos culturales del Oriente musulmán del siglo XV; ello explica las influencias que en él ejercen algunos matemáticos magrebíes y orientales y la aparición, en su obra, de un simbolismo algebraico incipiente, desconocido hasta entonces en al-Andalus.

Es muy posible que los siglos XIII, XIV y XV conocieran en la Granada nazarí una revolución importante en los estudios sobre gnomónica, rama de la astronomía matemática que investiga, precisamente, los relojes de sol, ya que conocemos un importantísimo tratado –traducido y editado recientemente– sobre esta materia debido a Ibn al-Raqqam (fallecido en 1315), demostrador de la gran competencia de este matemático y astrónomo, que aplica al estudio de los cuadrantes solares el método de los *analemma* –título de un tratado de Ptolomeo sobre el tema–, basado en proyecciones y que no estaba documentado hasta ese momento en al-Andalus. Este mismo Ibn al-Raqqam es también autor de unas tablas astronómicas en las que parece influido por Ibn Ishaq al-Tunisi, lo que le hace merecedor del título de ser uno de los científicos más interesantes de la época nazarí.

Para finalizar este rápido repaso al mundo matemático andalusí, creemos pertinente decir que el desarrollo de la ciencia en al-Andalus ha jugado un papel importantísimo en la propagación de los conocimientos científicos en Europa. Es desde al-Andalus desde donde se expande al resto del Occidente europeo el patrimonio científico proveniente de Oriente y Grecia, a través de un complejo e importante sistema de traducción del árabe al latín o a diversas lenguas romances. A partir de los siglos XII y XIII, numerosos traductores y compiladores trabajaron en Toledo en esta labor, siendo el trabajo de estos sabios tan importante para el desarrollo renacentista de las matemáticas en Europa como en su día fue el que se realizó en Bagdad, también por sabios traductores, para el desarrollo matemático en los países islámicos.

#### VIDA DE IBN MU'AD AL-YAYYANI

Abu 'Abd Allah Muhammad ibn Ibrahim ibn Muhammad ibn Mu'ad al-Sa'bani al-Yayyani<sup>7</sup> nació en Jaén a principios del siglo XI, sin que sepamos la fecha exacta, pero sí sabemos que murió, también en Jaén, en el año 1093. Al menos en cinco fuentes árabes encontramos noticias sobre su vida<sup>8</sup> y, en alguna biografía suya, en vez de Abu 'Abd Allah, aparece como *kunya* suya Abu Bakr. En los manuscritos e impresiones latinas y romances europeos se le conoce por Abumadh, Abhomadii, Abumaad, Abenmohat y Abenmoat.

Sabemos que perteneció a una familia influyente de Jaén dedicada al Derecho (*fiqh*) y a la judicatura, entre ellos, Mu'ad ibn 'Utman al-Sa'bani, que fue nombrado cadí de Jaén por 'Abd al-Rahman II en el año 852, Yujamir ibn 'Utman, hermano del anterior, cadí de Córdoba, y Sa'd ibn Mu'ad, importante alfaquí, hijo del anterior.

Fue alfaquí y cadí de Jaén, cargo que acabó abandonando (aunque alguna fuente sugiere que, más bien, fue destituido) con fama de hombre sabio, pues, incluso al-Dabbi lo califica como un «filósofo de su tiempo»; además, en uno de los manuscritos árabes conservados de su obra, se lee que fue «cadí y visir de Sevilla», noticia que no podemos comprobar,

---

<sup>7</sup> Su mejor biografía en español, por el momento, es la realizada por E. CALVO y J. CASULLERAS para

<sup>8</sup> AL-BUNNAHI, *Marqaba*, ed. Cuéllar, 211 (tra.) y 82 (ar.), Granada, 2005; AL-DABBI, *Bugya*, ed. al-Abyari, I, pág. 41, n° 48, Beirut-El Cairo, 1989; IBN BASKUWAL, *Sila*, ed. al-Abyari, III, pág. 816 n° 1234, Beirut-El Cairo, 1989; IBN HAYYAN, *Muqtabis*, II-2, El Cairo, 1971, págs. 204-206; IBN RUSD, *Tafsir*, ed. Bouyges, II, Beirut, 1942, pág. 665.

pero que no sería improbable el dato ya que, durante el turbulento siglo XI andalusí, parte de la cora, de la provincia de Jaén, paso a manos temporalmente de la taifa de Sevilla y, es posible que ocupara algún cargo político delegado.

Pero, por lo que ha pasado a la Historia y lo que le ha dado fama universal fueron sus conocimientos, descubrimientos y escritos de matemáticas y astronomía, hasta el punto que se han conservado decenas de manuscritos e impresiones de sus obras, tanto en árabe, como en latín, hebreo e italiano, lo que nos indica el alto grado de uso que tuvieron las mismas, tanto en los últimos siglos de al-Andalus como en los siglos XV y XVI europeos.

Sabemos que se desplazó a Almería a fin de poder estudiar de varios maestros de esa ciudad, entre ellos del cadí Abu Bakr ibn Sahib ibn al-Abbas y de Abu-l-'Abbas ibn al-Dalla'i, conocido alfaquí y experto en hadices que llegó a viajar al Oriente para hacer la peregrinación y aprender de los maestros egipcios. Y, aunque posiblemente él mismo fuera maestro, no nos ha llegado el nombre de sus alumnos, pues sus biógrafos son muy parcos en noticias, a pesar de su posterior importancia.

Durante mucho tiempo se le confundió con otro Ibn Mu'ad, con Abu 'Abd Allah ibn Mu'ad al-Yahani,<sup>9</sup> filólogo cordobés nacido entre los años 989-990, pues éste se sabe con certeza que viajó al Oriente y estuvo cinco años aprendiendo en El Cairo, estancia que explicaría la adquisición de los conocimientos de matemáticas y astronomía de los que hace gala nuestro Ibn Mu'ad de Jaén, pues uno de los grandes misterios de su biografía es cómo logró el aprendizaje trigonométrico y astronómico que desarrolla en sus escritos, hecho que sólo se explica, bien porque tuvo la oportunidad de viajar a Egipto aunque sus biógrafos no recojan este dato, o bien tuvo acceso a las obras de estas ciencias traídas por alguien del Oriente (¿quizás su maestro Ibn al-Dalla'i, que sí viajó al Oriente?, aunque no es probable, pues su especialidad no eran las ciencias exactas, sino los hadices y El Corán). Lo que innegable es que Ibn Mu'ad era un experto en trigonometría esférica, atreviéndose a explicar el intrincado y oscuro libro quinto de Euclides, y en algún sitio o de algún maestro tuvo que obtener estos conocimientos.

---

<sup>9</sup> Véase VILLUENDAS, M.V., «El origen de la Trigonometría», en REAL ACADEMIA DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS Y NATURALES, *Historia de la ciencia árabe*, Madrid, 1981, págs. 39-62.

## OBRAS DE IBN MU'AD

Aunque han llegado a nosotros, al menos, seis de sus obras científicas –en numerosos manuscritos e impresiones, como ya hemos comentado–, curiosamente sus biógrafos no nos informan de su producción escrita, quizás porque el dato que más le importaba a sus fuentes era su labor jurídica. De tres de estas seis obras conservamos el texto, el manuscrito árabe, de las otras tres sólo nos han llegado sus traducciones al latín, al hebreo o al italiano. Veamos cada uno de estos escritos.

### 1.- SOBRE EL ECLIPSE DEL SOL

Obra compuesta por cuatro capítulos en donde nos describe el eclipse de sol que tuvo lugar en al-Andalus el lunes, 1 de julio del año 1079, y que Ibn Mu'ad observó desde Sevilla, ya que los datos que nos ofrece la obra sobre este eclipse están calculados para esta ciudad, con el manejo de las tablas de Ptolomeo, al-Juwarizmi y al-Battani, sin que llegue a aclarar si el mismo fue total o parcial.

De esta obra, de la que no conservamos el texto en árabe, nos ha llegado su traducción al hebreo realizada por Samuel ben Judá, sabio judío de Marsella, y conservada en la Biblioteca Nacional de París (manuscrito misceláneo 1036, nº 1). Es en esta obra en donde podemos leer que fue cadí y visir de Sevilla.

### 2.- LIBER DE CREPUSCULIS MATUTINO ET VESPERTINO

No conservamos el original árabe, pero sí nos han llegado traducciones del hebreo, del latín y del italiano. En esta obra, nuestro matemático y astrónomo analiza el fenómeno del crepúsculo matutino y vespertino, con el fin de que, dada una estimación del ángulo de depresión del sol al principio del matutino y al final del vespertino, calcular la altura de la atmósfera, que Ibn Mu'ad acaba inclinándose por la cifra de 52 millas. La obra fue muy popular y utilizada en la Edad Media latina y el Renacimiento, como lo prueba el hecho de que, de su versión latina, se han encontrado nada menos que la friolera de veinticinco manuscritos diferentes. El cálculo de 52 millas de Ibn Mu'ad se mantuvo como un dato inmutable hasta el siglo XVII, en que Kepler lo redujo a 2,5 millas.

La versión hebrea que nos ha llegado se la debemos a Samuel ben Judá de Marsella, y se conserva en la Biblioteca nacional de París (manuscrito misceláneo 1036, nº 2, ff. 7a-9b), junto a su anterior obra citada.

Este manuscrito fue estudiado y traducido al inglés en los años setenta por B.R. Goldstein.

La versión latina es, casi con toda probabilidad, obra del gran traductor Gerardo de Cremona y de la misma se conservan 25 manuscritos copiados entre los siglos XIII-XVII. Además, fue impresa en Lisboa en los años 1542, 1573 y 1592, así como en Basilea, en el año 1572. Ha sido analizada esta copia y traducida al inglés por Mark Smith.

La traducción italiana es anónima del siglo XIV y es obvio que fue traducida del latín. La edición de este texto fue llevada a cabo en el año 1993 por Mark Smith.

### 3.- MAQALA FI SARH AL-NISBA (COMENTARIO DEL CONCEPTO DE RAZÓN MATEMÁTICA)

El texto es una auténtica defensa de Euclides en la controversia habida en el mundo científico árabe acerca de la interpretación de «razón» matemática descrita en su libro V, que no acababa de convencer a los musulmanes. Ibn Mu'ad es el sabio medieval que más se acercó a la explicación de dicho libro realizada, ya en el siglo XX, por Isaac Barrow, considerado tradicionalmente como el primero en entender este texto euclidiano.

El manuscrito se encuentra localizado en la Biblioteca Nacional de Argel (manuscrito 1446) y en el mismo aparece claramente el sobrenombre de «al-Yayyani» (el Giennense). Ha sido estudiado, editado y traducido al inglés en los años cincuenta por E.B. Plooiij.

### 4.- RISALA FI MATRAH AL-SU'A'AT (EPÍSTOLA SOBRE LA PROYECCIÓN DE RAYOS)

En esta obra se trata de los aspectos matemáticos relacionados con las prácticas astrológicas, en particular la división de casas y la proyección de rayos, prácticas importantes para saber levantar horóscopos. A lo largo del libro va pasando revista a los matemáticos que han trabajado estos aspectos, así como a las diversas teorías existentes; finalmente, Ibn Mu'ad se decanta por el uso del método denominado «ecuatorial de límites fijos», método que tiene en esta obra su principal documentación conocida y que fue muy utilizado en los siglos posteriores. La *Risala* de Ibn Mu'ad fue muy utilizada por los colaboradores de Alfonso X el Sabio, al igual que el resto de sus obras, ya que su figura era tenida como una autoridad matemática y astronómica.

De esta obra sólo nos ha llegado una copia en árabe fechada hacia el año 1265, conservada en la Biblioteca Medicea Laurenziana de Florencia (manuscrito or. 152, fls. 71r-80r) y, curiosamente, es en esta obra únicamente donde se menciona a Ibn Mu'ad con el nombre de Abu Bakr. Hay una edición parcial, con su traducción al inglés, llevada a cabo por J.P. Hogendijk de los pasajes que describen el algoritmo para el cálculo de la proyección de rayos.

#### 5.- KITAB MAYHULAT QISI AL-KURA ( LIBRO DE LAS INCÓGNITAS DE LOS ARCOS DE LA ESFERA)

La importancia de esta obra es innegable pues está considerada como el primer tratado de trigonometría esférica en el Occidente medieval, considerando esta disciplina como independiente de sus usos astronómicos. Lo más llamativo de este libro es que Ibn Mu'ad aparece como un perfecto conocedor y muy familiarizado con las principales novedades en este campo desarrolladas en el Oriente musulmán, lo que ha hecho despertar las sospechas de que viajara a Egipto para aprender, aunque no hay ningún dato en las fuentes que tratan de este matemático que puedan validar esta teoría. Es de destacar la descripción que hace del conjunto de herramientas trigonométricas utilizadas, lo que en su época supuso un gran avance, hasta el punto que la obra fue un importante referente entre los científicos de la corte del rey Alfonso X, y prueba de ello es que una de las dos copias que se han conservado del texto sabemos que fue realizada en el *scriptorium* del rey español. Averroes nos dice de Ibn Mu'ad, con relación a esta obra, que es un matemático de alto nivel y no hay duda que fue fuente directa de la primera gran obra europea que introduce la nueva trigonometría, el *De triangulis* de Regiomontano.

Se conservan como ya hemos apuntado, dos copias; una de ellas en el mismo manuscrito de la obra anteriormente citada y conservada en la Biblioteca Medicea Laurenziana de Florencia (manuscrito or. 152, fols. 50-72) y otra en la Biblioteca de El Escorial de Madrid (manuscrito 960, antes 955), editada por Mark Smith y Goldstein, ha sido estudiada, editada y traducida al español por M.V. Villuendas a finales de los años setenta.

## 6.- TABULAE JAHEN (TABLAS DE JAÉN)

Se trata de unas tablas astronómicas adaptadas a las coordenadas de la ciudad de Jaén, al uso de las realizadas por al-Juwarizmi, aunque con aportaciones novedosas del autor. La obra contiene una tabla de estrellas que mejora la de al-Juwarizmi, así como un método, original en al-Andalus, para calcular la dirección de la alquibla en las mezquitas. La obra fue muy popular, como lo prueba el hecho de que, aún en el siglo XVI, encontremos ediciones impresas de la misma.

Lamentablemente, no se conserva el original árabe, pero sabemos que fue traducido al latín, a finales del siglo XII, por Gerardo de Cremona bajo el título de *Liber tabularum Iahem cum regulis suis*, obra de la cual nos ha llegado una edición impresa (aunque no recoge las tablas, pero sí los cánones) hecha en el año 1549 en Nüremberg, con el título *Scriptum antiquum saraceni cuiusdam de diversarum Pentium Eris, annis ac mensibus et de reliquis Astronomiae principiis*. A partir de esta obra, los barceloneses J. Samsó y H. Mielgo analizaron y editaron el capítulo dieciocho de esta obra; por su parte, J.P. Hogendijk, gran estudioso de la figura y la obra de Ibn Mu'ad, ha estudiado, publicado y traducido al inglés, junto al texto de la *Risala*, parte de los capítulos finales del texto latino.

## APORTACIONES A LA CIENCIA DE IBN MU'AD A LA CIENCIA

### 1.- EXPLICACIÓN DE LA RAZÓN MATEMÁTICA (5ª DEF. DEL LIBRO V DE EUCLIDES)

Hace comprensible la definición de este concepto pasando del concepto primario griego de «razón» como cociente de dos magnitudes conmensurables (razón racional), a la razón entre dos magnitudes inconmensurables (razón irracional). Aunque parece ser que Euclides dejó abierta la posibilidad de esta razón irracional, el comentario de Ibn Mu'ad hace que la definición de Euclides sea aplicable a las nuevas formas de los problemas planteados. Ibn Mu'ad defiende la validez de la definición de Euclides, a pesar de que el procedimiento euclídeo para la razón racional, mediante el máximo común divisor con divisiones sucesivas, para la razón irracional no llega nunca a su fin, pues la cadena de cocientes es infinita.

### 2.- LA TRIGONOMETRÍA ESFÉRICA

Su *Libro de las incógnitas de los arcos de la esfera* es El primer tratado de Trigonometría, el más antiguo conocido. Es un verdadero compendio

general de trigonometría que se encuentra totalmente independizado de la Astronomía, a la que sólo menciona en su prólogo, y recoge todas las novedades que los matemáticos orientales habían ido introduciendo, en el siglo precedente, en esta materia. Dentro de este tratado se exponen, desde el teorema de Menelao, pasando por las relaciones de los arcos de círculos máximos de la esfera y las relaciones entre los arcos y sus cuerdas, llegando hasta la demostración del Teorema del seno (los senos de los lados son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos), y algunas consecuencias derivadas de las fórmulas que va sucesivamente utilizando. La finalidad de la obra es resolver todos los casos posibles de triángulos esféricos, conocidos cuatro de sus elementos, y ver cómo si se reduce el número de elementos conocidos a tres, los triángulos quedan indeterminados. El orden para la resolución de los dieciséis diferentes casos de triángulos esféricos no es correlativo por lo que se deduce que Ibn Mu'ad establece una resolución deductiva diferente de alguna otra establecida previamente.

### 3.- DEMOSTRACIÓN DEL TEOREMA DEL SENO

La demostración general de este teorema que realiza Ibn Mu'ad para triángulos esféricos es original suya, y parece ser independiente de las realizadas con anterioridad<sup>10</sup>.

### 4.- CÁLCULO DE LOS VALORES ACTUALES DE LA FUNCIÓN TANGENTE

Aunque sin mencionar la función tangente, sí calcula los valores del cociente entre el seno y el coseno de un ángulo, aunque en notación sexagesimal. Los cálculos los realiza de grado en grado hasta llegar a  $89^\circ$ , a partir de este momento calcula los valores de  $89,15^\circ$ ,  $89,30^\circ$ ,  $89,45^\circ$  y  $89,59^\circ$ , seguramente para ver su rápida velocidad de crecimiento. Para estos cálculos se ha demostrado<sup>11</sup> que utiliza por primera vez interpolación cuadrática a partir de la tabla de senos de al-Jwarizmi-Maslama. Además utiliza para los cálculos radios de círculo de 60 partes y también de 12 dígitos, aunque en algún caso también utiliza el valor unidad.

### 5.- CÁLCULO DE LA ALTURA DE LA ATMÓSFERA

La cifra que obtiene Ibn Mu'ad a partir de los cuatro parámetros básicos (ángulo de depresión del crepúsculo vespertino y matutino de  $19^\circ$ ,

---

<sup>10</sup> Véase pág. 59 de «El origen de la Trigonometría» de VILLUENDAS, M.V. en *Historia de La Ciencia Árabe*, 1981.

<sup>11</sup> Véase el artículo «Quadratic Interpolations in Ibn Mu'ad», de GARCÍA DONCEL, en la revista *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, 32 (1982), 68-77.

distancia media entre la Tierra y el Sol de 1110 radios terrestres, tamaño relativo del Sol y la tierra de 5,5 a 1 en radios terrestres, y una circunferencia de la Tierra de 38.624,25 kilómetros) es de 83,68 kilómetros. Esta cifra se aceptó y dio por válida en todo el Occidente latino durante casi seis siglos, hasta que debido a los estudios sobre la refracción atmosférica de Tycho Brahe tomó mucha importancia y fue reducida por los cálculos de Johan Kepler a 3,2 kilómetros.

#### 6.- DESARROLLO DEL ALGORITMO CONOCIDO COMO MÉTODO ECUATORIAL DE LÍMITES FIJOS PARA LA DIVISIÓN DE CASAS

Durante mucho tiempo este episodio matemático fue atribuido en el Occidente latino a Johann Müller Königsberg (Königsberg 1436- Roma 1476, mas conocido por el sobrenombre de Regiomontano), en su obra *De Triangulis*, a pesar de que este algoritmo fue un claro referente utilizado y copiado por los astrólogos y astrónomos de la corte del rey Alfonso X el Sabio, que siempre reconocieron su autoría a Ibn Mu'ad. Este algoritmo se utilizó tanto para la división de casas como, por analogía, para la proyección de rayos, y consiste en dividir el ecuador en arcos de 30° a partir del punto Este u Oeste, y por estos puntos de división trazar los círculos máximos que pasan por los puntos Norte y Sur del horizonte. Estos círculos máximos al cortar la eclíptica determinan las casas zodiacales.

#### 7.- CÁLCULO DE LA LONGITUD GEOGRÁFICA DE LA CIUDAD DE JAÉN

El cálculo está hecho como una adaptación del Sindhind, y se corresponde con las correcciones de longitudes realizadas entre la Península Ibérica y el meridiano de Arín. También es original de Ibn Mu'ad la fecha rādix utilizada como punto de partida de todos los movimientos medios de sus tablas. Ibn Mu'ad utiliza, como otros muchos astrónomos musulmanes, el principio de la Hégira, aunque la originalidad consiste en utilizar la conjunción media y parte de la medianoche entre el jueves 15 de julio del año 622, y el viernes 16<sup>12</sup>.

#### 8.- ELABORACIÓN DE LA TABLA DE ESTRELLAS

Esta tabla contenía las longitudes de las estrellas para el comienzo de la Hégira, y además tenía como complemento otra tabla con la precesión

---

<sup>12</sup> Por ejemplo al-Juwarizmi utiliza también el comienzo de la Hégira, pero parte del mediodía del miércoles 14 del año 622, conjunción del sol y la luna del 1 del mes de Muharram.

constante calculada para años y meses. Ambas tablas son independientes de la tradición toledana<sup>13</sup>.

#### 9.- TRASLADO A AL-ÁNDALUS DEL PRIMER MÉTODO EXACTO PARA EL CÁLCULO DEL ACIMUT DE LA ALQUIBLA

Dentro del capítulo dieciocho de las Tablas de Jaén, Ibn Mu'ad describe el llamado método de los ziyes<sup>14</sup>, utilizado en Oriente y el Norte de África para calcular la orientación de la *alqibla* de las mezquitas y que, aunque conocido, no era utilizado por los arquitectos y astrónomos andalusíes.

#### IMPORTANCIA DE LA OBRA DE IBN MU'AD

La figura y la obra de Ibn Mu'ad han sido tratadas por los especialistas en matemáticas y astronomía árabes desde siempre, tanto en España como en Occidente y, por supuesto, en el mundo árabe e islámico, en donde forma parte de todas las enciclopedias, aunque ha sido a partir de los años ochenta cuando sus trabajos y aportaciones a la trigonometría han comenzado a ser más conocidos y, por tanto, más valorados.

En España, el primero en citarlo fue Casiri, al elaborar su catálogo de manuscritos de El Escorial. Posteriormente, en el siglo XIX, el profesor Manuel Rico Sinobas hace referencia a la importancia de su obra al editar los libros de astronomía de Alfonso X, y ya a comienzos del siglo XX, el estudioso de las matemáticas árabes, J.A. Sánchez Pérez, lo cita en su obra *Biografías de matemáticos árabes que florecieron en España*. A mediados del siglo XX, nuestro experto en ciencia andalusí, creador de la denominada «Escuela barcelonesa» de estudios sobre la ciencia árabe, J. M. Millás Vallicrosa, vuelve a referirse a la obra de Ibn Mu'ad en uno de sus libros y el arabista E. Terés hace referencia al mismo cuando analiza su linaje de al-Sa'bani; asimismo Juan Vernet, continuador de la obra de Millás en la Universidad de Barcelona, lo trata en sus estudios de ciencia y astronomía árabes y, en 1980, el profesor iraquí Ridha Hadi Abbas lee su Tesis doctoral sobre cadíes de al-Andalus, en donde construye su biografía a partir de las fuentes conocidas, haciendo hincapié en su personalidad y actividad jurídica.

---

<sup>13</sup> Véase Pág. 157 de *Las Ciencias de los antiguos en al-Andalus* de SAMSÓ, J. 1992.

<sup>14</sup> Parece ser que este método es anteriormente descrito por al-Biruni.

Hay que esperar a los años 80-90 para que los estudios sobre el gienense Ibn Mu'ad se multipliquen: en 1979 ve la luz la edición, estudio y traducción de su obra *Mayhulat* por la profesora barcelonesa M.V. Villuendas; en 1980, el profesor Julio Samsó publica un importante artículo bajo el título «Notas sobre la astronomía esférica de Ibn Mu'ad»; en 1981 M.V. Villuendas vuelve a escribir acerca del mismo en su aportación al libro misceláneo sobre la historia de la ciencia árabe publicado por la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales; en el año 1982 García Doncel escribe su artículo «Quadratic Interplations ibn Ibn Mu'adh»; en el año 1992 J. Samsó lo trata ampliamente en su obra *Las ciencias de los antiguos en al-Andalus* (págs. 137-144) y en el año 1994, los profesores J. Samsó y H. Mielgo editan y traducen parte de sus Tablas de Jaén. Desde entonces, es obligada referencia en cualquier estudio sobre las matemáticas andalusíes.

Con el nacimiento del siglo XXI vuelven a florecer los estudios sobre Ibn Mu'ad: en 2004, J. Casulleras escribe un artículo titulado «Ibn Mu'adh on the Astrological Rays»; en 2006, la Enciclopedia de la Cultura Andalusí publica su biografía elaborada por E. Calvo y J. Casulleras y la profesora Emilia Calvo anuncia otra biografía suya para la *Biographical Encyclopedia of Astronomers*.

En cuanto a su estudio en Occidente, fueron los alemanes H. Suter y M. Cantor los que, a principios de siglo XX, nos dieron cuenta de la figura de Ibn Mu'ad en sus respectivas magnas historias de las matemáticas. Habrá que esperar a mediados del siglo para que E.B. Plooij edite y traduzca al inglés la *Maqala* de Ibn Mu'ad en Rotterdam..

Durante los años 60 y 70 vemos como H. Hermelink publica su biografía y el estudioso de la astronomía árabe B.R. Goldstein hace numerosas referencias a nuestro autor en varios de sus trabajos, hasta que, en 1977, publica su edición y traducción inglesa del *Liber de Crepusculis matutino et vespertino* de Ibn Mu'ad.

En los años 80-90, junto a la reimpresión de la traducción de Goldstein, en 1985, A. Mark Smith unos años más tarde, en 1992, vuelve a la misma obra de Ibn Mu'ad, para darnos su versión, también al inglés, pero desde la copia latina y, posteriormente, al año siguiente, la edición de la copia italiana. Asimismo, junto al magnífico trabajo de E.S. Kennedy sobre Ibn Mu'ad y sus aportaciones al estudio de las casas zodiacales astronómicas, en 1994, podemos constatar cómo las referencias a Ibn Mu'ad son cada vez más numerosas en los estudiosos europeos y americanos de la ciencia árabe (G.A. Hairetdinova, E.S. Kennedy, J. Lay, J.D. North,

L. Richterbernburg, A.I. Sabra, G. Saliba, J.P. Hogendijk, D.A. King, R. Rashed, B.R. GoldsteinA. Mark Smith, etc.), valiendo como ejemplo las páginas que R. Rashed le dedica en su excelente y completa *Histoire des sciences arabes*, publicada en 1997.

Por último, ya en los primeros años del siglo XXI, el interés por el matemático giennense continúa entre los estudiosos occidentales –en paralelo a los investigadores españoles, como hemos visto anteriormente–, siendo prueba de ello las ediciones y traducciones parciales al inglés realizadas por J.P. Hogendijk de la *Risala* y de las Tablas de Jaén, en el 2005.

## BIBLIOGRAFÍA

- CALVO, E. y CASULLERAS, J. «Ibn Mu'ad al-Yayyani», en LIROLA, J. (ed.), *Enciclopedia de la Cultura Andalusí*, IV (2006), págs. 197-201.
- CASULLERAS, J., «Ibn Mu'adh on the Astrological Rays», en *Suhayl*, 4 (2004), págs. 385-402.
- CASULLERAS, J. y SAMSÓ, J. (eds.), *From Bagdad to Barcelona. Studies in the Islamic Exact Sciences in Honour of Prof. Juan Vernet*, Barcelona, 1996, 2 vls.
- GARCÍA DONCEL, «Quadratic Interpolations in Ibn Mu'adh», en *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, 32 (1982), 68-77.
- GOLDSTEIN, B.R., «Ibn Mu'adh's Treatise On Twilight and the Height of the Atmosphere», en *Archive for the History of Exact Sciences*, 17 (1977), págs. 97-118.
- HERMELINK, H., «al-Jayyani», en GILLISPIE, CH.C. (ed.), *Dictionary of Scientific Biography*, 16 vols., Nueva York (1977-1980), VII, págs. 82-83.
- HOGENDIJK, J.P., «Applied Mathematics in Eleventh Century al-Andalus: Ibn Mu'adh al-Jayyani and his computation of astrological houses and aspects», en *Centaurus*, 74 (2005), págs. 87-114.
- KENNEDY, E.S., «Ibn Mu'adh on the Astrological Houses», en *Zeitschrift für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften*, 9 (1994), págs. 153-160.
- MARK SMITH, A., «The Latin Version of Ibn Mu'adh's Treatise «On Twilight and the Rising of Clouds», en *Arabic Sciences and Philosophy*, 2 (1992), págs. 83-132.
- MARK SMITH, A. and GOLDSTEIN, B.R., «The Medieval Hebrew and Italian Versions of Ibn Mu'adh's «On Twilight and the Rising of Clouds», en *Nunciatus*, 8 (1993), págs. 611-643.
- MARTOS, J., «La actividad científica en la España musulmana», en *Hesperia. Culturas del Mediterráneo*, II (2005), págs. 137-164.
- MARTOS, J., «La ciencia matemática árabe», en MORENO CASTILLO, R., (trad. y notas) *Compendio del arte del cálculo, atribuido a Ibn al-Samh*, Madrid, 2006.
- PLOOIJ, E.B., *Euclid's conception of ratio and his definition of proportional magnitudes as criticized by Arabian commentators. Including the text in facsimile with translation of the commentary on ratio of Abu 'Abd Allah Muhammad ibn Mu'ad al-Djajjani*, Rotterdam, 1950.
- RASHED, R. (dir.), *Histoire des sciences arabes*, 3 vls., Paris, 1997.
- SAMSÓ, J., *La ciencia de los antiguos en al-Andalus*, Madrid, 1992.
- SAMSÓ, J. *Islamic Astronomy and Medieval Spain*, Variorum reprints, VII (1994).

- SAMSÓ, J., «Notas sobre la trigonometria de Ibn Mu'ad», en *Awraq*, 3 (1980), págs. 60-68.
- SAMSÓ, J. y MIELGO, H., «Ibn Ishaq al-Tunisi and Ibn Mu'ad al-Jayyani on the Qibla», en *Islamic Astronomy and Medieval Spain*, Variorum Reprints, VI (1994).
- SÁNCHEZ PÉREZ, J.A., *Biografías de grandes matemáticos árabes que florecieron en España*, Madrid, 1921.
- VERNET, J., *La cultura hispanoárabe en Oriente y Occidente*, Barcelona, 1978.
- VERNET, J. y SAMSÓ, J., «Panorama de la ciencia andalusí en el siglo XI», en *Actas de las Jornadas de Cultura Árabe e Islámica (1978)*, Madrid, 1981.
- VERNET J. y SAMSÓ, J. (eds.), *El Legado científico andalusí*, Madrid, 1992.
- VILLUENDAS, M.V., «El origen de la Trigonometría», en REAL ACADEMIA DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS Y NATURALES, *Historia de la ciencia árabe*, Madrid, 1981.
- VILLUENDAS, M.V., *La Trigonometría en el siglo XI. Estudio de la obra de Ibn Mu'ad, el «Kitab mayhulat»*, Barcelona, 1979.

