IMPOSICIÓN SOBRE EL CONSUMO PARA CORREGIR EXTERNALIDADES MEDIOAMBIENTALES: RECONSIDERACIÓN DE LA PROPIEDAD ADITIVA DE SANDMO*

Alejandro Esteller Moré
esteller@eco.ub.es

Departament d'Hisenda Pública
Universitat de Barcelona

Marzo 1997
Revisado: Septiembre 1997

SUMARIO: Este trabajo desarrolla un modelo paralelo al presentado por SANDMO(1975) cuando consideró la caracterización de un modelo de imposición óptima sobre el consumo en presencia de una externalidad medioambiental negativa en la economía. Este original trabajo derivó la llamada **"Propiedad aditiva de Sandmo"**, la cual implica que el impuesto sobre los bienes medioambientalmente "limpios" no debería quedar afectado por la internalización del daño marginal, de tal manera que este componente del impuesto sólo aparece en la formulación del bien "sucio" en forma aditiva. Reconsideraremos esta propiedad, permitiendo que las preferencias de los consumidores varíen y también la existencia de redistribución entre consumidores, y encontramos las condiciones bajo las cuales esta propiedad no se cumple.

* El autor agradece los útiles y provechosos comentarios realizados por el Prof. Michael Keen. Por supuesto, debe aplicarse la fórmula exculpatoria usual.

1. Introducción.

La introducción de impuestos como medio para corregir externalidades medioambientales, así como su diseño práctico, es un tema de actualidad como lo demuestra, por ejemplo, la reciente cumbre de Kyoto o el artículo de *El País* del día 10/IX/97. En concreto, tal artículo cita un impuesto sobre las fuentes de dióxido de carbono como "*la forma más barata y menos burocrática de retrasar el calentamiento global*", a raíz de un estudio hecho por los economistas Stephen Schneider y Lawrence Goulder publicado en la revista *Nature* (4 de septiembre). Siguiendo esta línea de actualidad, el presente trabajo pretende, desde una perspectiva teórica, estudiar el diseño de un sistema óptimo impositivo sobre el consumo en presencia de una externalidad medioambiental negativa.

Así, al considerar la implementación de tal sistema, es normal preguntarse si los impuestos al consumo sobre los diferentes bienes quedarán afectados por la internalización de esta externalidad. Por ejemplo, ¿ deberían ser los bienes complementarios *fuertemente* gravados ?, o, ¿ deberían ser los bienes sustitutivos subsidiados ?.

SANDMO (1975) fue el primer autor en dar respuesta a estas cuestiones. En el modelo por él desarrollado, el cual considera dos tipos de bienes, bienes "limpios" y bienes "sucios" (o contaminantes), mostró, por un lado, que sólo el impuesto sobre este último tipo de bien debería quedar afectado por el término que trata de internalizar el daño marginal medioambiental. Asimismo, el impuesto sobre este bien está compuesto, en forma *aditiva*, también por otro término, que denominaremos "parte Ramsey", y la cual, de acuerdo con la teoría tradicional de la imposición óptima sobre el consumo, incorpora consideraciones de eficiencia y equidad. Por otro lado, y como ya hemos avanzado, el impuesto sobre el bien "limpio" sólo (y, probablemente, de forma sorprendente) debería incorporar la "parte Ramsey". En este contexto, esta propiedad particular acerca de la especificación de impuestos al consumo es conocida como la **"Propiedad aditiva de Sandmo"**.

Esta propiedad puede ser considerada como suficientemente robusta. Por ejemplo, recientemente **PIRTTILÄ, J., SCHÖB, R.** (1996), variando ligeramente los supuestos originales y la nomenclatura, han llegado a la misma conclusión; también **PIRTTILÄ, J., TUOMALA, M.** (1997), en un interesante estudio, donde analizan el impacto de las externalidades medioambientales sobre estructuras Pareto eficientes de impuestos no lineales sobre la renta, impuestos proporcionales sobre el consumo y programas de gasto público, consiguen tal resultado. Este resultado se consigue incluso cuando se aplica a la imposición sobre el capital (bien "limpio") y a las emisiones contaminantes (bien "sucio"), en un contexto internacional donde el capital es móvil, **KEEN, M.** (1997, b, Vid. Formula (30)).

En este trabajo, nuestro propósito principal será comprobar si esta propiedad sigue siendo válida cuando se varía un supuesto **crucial** que los trabajos citados, SANDMO (1975), PIRTTILÄ, J., SCHÖB, R. (1996), y PIRTTILÄ, J., TUOMALA, M. (1997) adoptan en sus respectivos modelos, esto es, permitiremos que las preferencias de los consumidores varíen. Con esta variante, comprobaremos que la llamada "Propiedad aditiva de Sandmo" no se sigue cumpliendo y que, por tanto, el impuesto sobre el bien "limpio" también incorpora la internalización del daño marginal medioambiental. Es por ello que los trabajos citados más arriba pueden ser considerados como un caso especial del más general que a continuación presentaremos.

A lo largo del modelo que desarrollamos, también tendremos en cuenta consideraciones redistributivas, como los trabajos anteriormente citados también hacen. En relación con estas cuestiones, SANDMO (1975) dice:

"*Impuestos sobre la renta y la riqueza asi como la política social y educativa pueden ser todos métodos más eficientes de conseguir un redistribución socialmente deseable del bienestar. Sin embargo, si tales políticas no son de hecho efectivas, un gobierno con ciertos objetivos de redistribución no puede ignorar el impacto redistribucional de impuestos que están primariamente diseñados con el propósito de "internalizar externalidades"*" (pág. 94).

Para tratar este hecho, mientras SANDMO (1975) adopta un punto de vista utilitarista (todos los individuos incorporan el mismo *peso* en la función de bienestar, no así en los impuestos óptimos que él halla), nosotros utilizaremos una función de bienestar Bergson-Samuelson, la cual incorpora la aversión de la sociedad hacia la desigualdad (i.e., cuanto mas aversión siente la sociedad hacia la desigualdad, mayor ponderación se da a los pobres). Sin embargo, aún incluso con la introducción de consideraciones redistributivas, SANDMO (1975) mostró que la llamada "Propiedad aditiva de Sandmo" continúa cumpliéndose.

A partir de ahora, la estructura del trabajo será como sigue. En la próxima sección, introducimos nuestro modelo, seguidamente, el sistema impositivo óptimo sobre el consumo es caracterizado. La Sección 2.3 descompone los tipos impositivos implícitos óptimos calculados, y en 2.4., comprobaremos si la "Propiedad aditiva de Sandmo" se da en nuestro modelo. A continuación, mostramos las conclusiones del trabajo, para terminar con una breve lista de referencias.

2. Imposición óptima sobre el consumo en presencia de externalidades.

2.1. *El Modelo.*

Supondremos una economía con n-no potencialmente idénticos individuos (en dos dimensiones, habilidades **y** preferencias). Sus preferencias quedan definidas de la siguiente forma

$$U^i = u^i(C_i, D_i, G, E, L_i)$$

donde C_i, es un bien compuesto (bien "limpio"), D_i es un bien "sucio", G es un bien público, E es la externalidad marginal negativa o daño medioambiental, y L_i es ocio. Cuando los consumidores maximizan su utilidad, toman G y E como dados, dependiendo el último del consumo de D,

$$E \equiv e(\sum_{j=1}^{n} D_j), \text{ siendo } e' = de/dD_j \rangle 0$$

Ello supone que los consumidores no consideran el efecto marginal negativo de su consumo de bienes "sucios" sobre el bienestar de otros individuos, ya que cada uno considera el daño medioambiental por él realizado como extremadamente pequeño.

La restricción presupuestaria del consumidor *i* es

$$q_c C_i + q_d D_i = (1 - L_i) h_i$$

donde $(1 - L_i)$ es la oferta de trabajo y h_i representa las habilidades individuales de *i* (cada trabajador es pagado de acuerdo con su productividad), y $q_c = p_c + t_c$, $q_d = p_d + t_d$, siendo t_d y t_c el impuesto sobre el consumo de cada bien, así q_c y q_d son los precios al consumidor. Asumimos que el gobierno no tiene acceso a transferencias / impuestos de capitación, por lo que nuestro modelo queda establecido en un contexto *Second Best*, al hacerse uso de impuestos distorsionantes. Además, y sin pérdida de generalidad, como las funciones de demanda son homogéneas de grado cero en precios al consumidor, normalizamos éstos y establecemos un tipo impositivo igual a cero, en nuestro caso, el impuesto sobre el trabajo. Ésta es la razón por la cual no estamos considerando ningún impuesto sobre el factor trabajo.

A partir de la función de utilidad, definida más arriba, podemos derivar la función indirecta de utilidad para cada consumidor,

$$V^i = v^i(q_c, q_d, h_i, G, E) \quad ,$$

esta función será empleada por el gobierno benevolente a la hora de maximizar su función de bienestar, definida de la siguiente forma

$$W = W(V^1(q_c, q_d, E, G), \ldots., V^n(q_c, q_d, E, G))$$

Esta función de bienestar es llamada *Bergson-Samuleson*, e implica la posibilidad de comparación de utilidades individuales. Siendo estrictamente quasi-cóncava,

$$\frac{\partial W}{\partial V_i} \geq 0 \text{ and } \frac{\partial^2 W}{\partial V_i^2} \leq 0$$

Ésta es la función empleada por PIRTTILA, J., SCHÖB, R. (1996), mientras SANDMO (1975) usa una función utilitarista, esto es, el sumatorio de las funciones de utilidad indirecta de los consumidores, recibiendo todos la misma ponderación, y PIRTTILÄ, J., TUOMALA, M. (1997) introducen restricciones de auto-selección. En nuestro caso, la utilización de la misma función de bienestar que PIRTTILA, J., SCHÖB, R. (1996) nos permite asignar más peso a la población pobre, pues dado que éstos parten de un más bajo nivel de renta, para iguales incrementos de renta, la primera derivada de su función indirecta de utilidad será mayor (a causa de la quasi-concavidad), y por tanto, también el peso dado a los pobres en la función de bienestar. En todo caso, esta diferente especificación de la función de bienestar no va a representar ninguna desviación adicional del resultado de SANDMO (1975) (vid. Formula (35)), dado que en el impuesto óptimo sobre el consumo del bien "sucio" por él derivado, lo que él denomina “parte de eficiencia” (o “parte Ramsey”) queda ponderada por un factor que está positivamente correlacionado con el nivel de renta. Posteriormente, al tratar la “Propiedad aditiva de Sandmo” en la Sección 2.4., volveremos de nuevo a esta cuestión.

2.2. *Caracterización del sistema impositivo óptimo sobre el consumo.*

El gobierno benevolente intenta maximizar la función de bienestar, definida anteriormente, la cual ya toma en consideración el comportamiento maximizador de la utilidad de cada consumidor (a través de su función indirecta de utilidad), sujeto a su restricción presupuestaria,

$$\underset{t_d\,,t_c}{Max} \quad W(V^1(\bullet),V^2(\bullet),\ldots,V^n(\bullet))$$

$$s.t. \quad t_c \sum_{i=1}^{n} C_i + t_d \sum_{i=1}^{n} D_i = G$$

Establecemos la función Lagrangeana,

$$x = W(V^1(\bullet),V^2(\bullet),\ldots,V^n(\bullet)) + l \left[-G + t_c \sum_{i=1}^{n} C_i + t_d \sum_{i=1}^{n} Di \right]$$

las condiciones de primer orden son las siguientes[1],

$$t_d: \qquad \sum_{i=1}^{n} \frac{\P W}{\P V_i} \frac{\P V_i}{\P q_d} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\P W}{\P V_i} \frac{\P V_i}{\P E_i} e' \sum_{j=1}^{n} \frac{\P D_j}{\P q_d} + l \left[\sum_{i=1}^{n} D_i + t_d \sum_{i=1}^{n} \frac{\P D_i}{\P q_d} + t_c \sum_{i=1}^{n} \frac{\P C_i}{\P q_d} \right] = 0$$

$$t_c: \qquad \sum_{i=1}^{n} \frac{\P W}{\P V_i} \frac{\P V_i}{\P q_c} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\P W}{\P V_i} \frac{\P V_i}{\P E_i} e' \sum_{j=1}^{n} \frac{\P D_j}{\P q_c} + l \left[\sum_{i=1}^{n} C_i + t_d \sum_{i=1}^{n} \frac{\P D_i}{\P q_c} + t_c \sum_{i=1}^{n} \frac{\P C_i}{\P q_c} \right] = 0$$

y utilizando las siguientes transformaciones y definiciones,

$-a_i D_i = \dfrac{\P V_i}{\P q_d}$, $-a_i C_i = \dfrac{\P V_i}{\P q_c}$: Identidad de Roy, donde a_i es la utilidad privada marginal de la renta para cada consumidor i;

$\dfrac{\P x_i}{\P q_j} = S_{ij} - x_j \dfrac{\P x_i}{\P Y}$: Ecuación de Slutsky, donde Y es renta y S_{ij} es la demanda compensada;

[1] Asumiremos que las condiciones de primer orden que hallaremos van ciertamente a describir el óptimo. En relación a este aspecto, vid. MYLES (1995), 4.3., páginas 113-4.

$$a_i \frac{\partial W}{\partial V_i} \equiv b_i \quad : \text{ definición de } \textit{utilidad social marginal de la renta};$$

$$\Theta_i \equiv -\left(\frac{\dfrac{\partial V_i}{\partial E_i} e'}{a_i} \right) \quad : \text{ definición de } \textit{daño marginal},$$

$$b_i \equiv t_c \frac{\partial C_i}{\partial Y} + t_d \frac{\partial D_i}{\partial Y} + \frac{b_i}{l} \quad : \text{ definición de } \textit{utilidad social neta marginal de renta}^{2};$$

entonces, podemos reescribir ambas ecuaciones en forma matricial,

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} S_{CC}^{i} & \sum_{i=1}^{n} S_{DC}^{i} \\ \sum_{i=1}^{n} S_{CD}^{i} & \sum_{i=1}^{n} S_{DD}^{i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_c \\ t_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} b_i C_i - \sum_{i=1}^{n} C_i + \frac{1}{l} \sum_{i=1}^{n} \left(b_i \Theta_i \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial D_j}{\partial q_c} \right) \\ \sum_{i=1}^{n} b_i D_i - \sum_{i=1}^{n} D_i + \frac{1}{l} \sum_{i=1}^{n} \left(b_i \Theta_i \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial D_j}{\partial q_d} \right) \end{bmatrix}$$

y, después de haber hecho uso de la ecuación de Slutsky para $\frac{\partial D_j}{\partial q_c}$ y $\frac{\partial D_j}{\partial q_d}$, hallamos las expresiones implícitas (pues en la parte derecha, las demandas dependen de los precios) para t_c y t_d en forma matricial,

$$\begin{bmatrix} t_c \\ t_d \end{bmatrix} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} S_{CC}^{i} \sum_{i=1}^{n} S_{DD}^{i} - \left(\sum_{i=1}^{n} S_{CD}^{i} \right)^2} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} S_{DD}^{i} & -\sum_{i=1}^{n} S_{CD}^{i} \\ -\sum_{i=1}^{n} S_{DC}^{i} & \sum_{i=1}^{n} S_{CC}^{i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} b_i C_i - \sum_{i=1}^{n} C_i + \frac{1}{l} \sum_{i=1}^{n} \left(b_i \Theta_i \sum_{j=1}^{n} S_{DC}^{j} \right) - \frac{1}{l} \sum_{i=1}^{n} \left(b_i \Theta_i \sum_{j=1}^{n} C_j \frac{\partial D_j}{\partial Y} \right) \\ \sum_{i=1}^{n} b_i D_i - \sum_{i=1}^{n} D_i + \frac{1}{l} \sum_{i=1}^{n} \left(b_i \Theta_i \sum_{j=1}^{n} S_{DD}^{j} \right) - \frac{1}{l} \sum_{i=1}^{n} \left(b_i \Theta_i \sum_{j=1}^{n} D_j \frac{\partial D_j}{\partial Y} \right) \end{bmatrix}$$

Ahora, resolviendo para cada tipo impositivo, tenemos

$$t_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} S_{DD}^{i} \left[\sum_{i=1}^{n} (b_i - 1) C_i + \frac{1}{l} \sum_{i=1}^{n} \left(b_i \Theta_i \sum_{j=1}^{n} S_{DC}^{j} \right) - \frac{1}{l} \sum_{i=1}^{n} \left(b_i \Theta_i \sum_{j=1}^{n} C_j \frac{\partial D_j}{\partial Y} \right) \right] -}{\Delta}$$

$$- \frac{\sum_{i=1}^{n} S_{CD}^{i} \left[\sum_{i=1}^{n} (b_i - 1) D_i + \frac{1}{l} \sum_{i=1}^{n} \left(b_i \Theta_i \sum_{j=1}^{n} S_{DD}^{j} \right) - \frac{1}{l} \sum_{i=1}^{n} \left(b_i \Theta_i \sum_{j=1}^{n} D_j \frac{\partial D_j}{\partial Y} \right) \right]}{\Delta}$$

[2] DIAMOND (1975)

$$t_d = \frac{\sum_{i=1}^{n} S_{CC}^{i}\left[\sum_{i=1}^{n}\left(b_i - 1\right)D_i + \frac{1}{l}\sum_{i=1}^{n}\left(b_i\Theta_i \sum_{j=1}^{n} S_{DD}^{j}\right) - \frac{1}{l}\sum_{i=1}^{n}\left(b_i\Theta_i \sum_{j=1}^{n} D_j \frac{\P D_j}{\P Y}\right)\right] -}{\Delta}$$

$$-\frac{\sum_{i=1}^{n} S_{DC}^{i}\left[\sum_{i=1}^{n}\left(b_i - 1\right)C_i + \frac{1}{l}\sum_{i=1}^{n}\left(b_i\Theta_i \sum_{j=1}^{n} S_{DC}^{j}\right) - \frac{1}{l}\sum_{i=1}^{n}\left(b_i\Theta_i \sum_{j=1}^{n} C_j \frac{\P D_j}{\P Y}\right)\right]}{\Delta}$$

donde hemos definido $\Delta \equiv \sum_{i=1}^{n} S_{CC}^{i} \sum_{i=1}^{n} S_{DD}^{i} - \left(\sum_{i=1}^{n} S_{CD}^{i}\right)^2$. Dado que las expresiones hasta ahora halladas han devenido un poco confusas, y que nuestro objetivo principal es comprobar si la “Propiedad aditiva de Sandmo” se cumple en nuestro modelo, en la próxima sección, vamos a descomponerlas de tal manera que cada parte, de forma independiente, tenga significación económica, y devengan comparables a la estructura de SANDMO (1975) y PIRTTILA, J., SCHÖB, R. (1996).

2.3. *Descomposición de los tipos impositivos óptimos.*

A partir de ahora, y para mantener el álgebra de forma tan clara como sea posible, y sin pérdida de generalidad, vamos a reducir nuestro modelo de *n* a dos potencialmente diferentes consumidores (en habilidades y preferencias), o dos grupos de consumidores homogéneos. Así, descomponemos las formulaciones antes calculadas en las siguientes tres partes:

1) **“Parte medioambiental”**, la cual pretende internalizar el daño marginal medioambiental, t_c^E and t_d^E

$$t^{E}{}_{c} = \frac{\left(\mathrm{S}_{DD}^{1} + S_{DD}^{2}\right)\left[b_1\Theta_1 S_{DC}^{2} + b_2\Theta_2 S_{DC}^{1}\right] - \left(\mathrm{S}_{CD}^{1} + S_{CD}^{2}\right)\left[b_1\Theta_1 S_{DD}^{2} + b_2\Theta_2 S_{DD}^{1}\right]}{l\ \Delta}$$

$$t^{E}{}_{d} = \frac{\left(S_{CC}^{1} + S_{CC}^{2}\right)\left[b_1\Theta_1 S_{DD}^{2} + b_2\Theta_2 S_{DD}^{1}\right] - \left(S_{DC}^{1} + S_{DC}^{2}\right)\left[b_1\Theta_1 S_{DC}^{2} + b_2\Theta_2 S_{DC}^{1}\right]}{l\quad \Delta}$$

2) **“Parte Ramsey”**, éste es el término estándar en imposición óptima sobre el consumo, e implica que el tipo impositivo debiera ser menor, contra mayor fuese la correlación entre b_i y C_i (o D_i), t_c^R y t_d^R

$$t^{R}{}_{c} = \frac{\left(S_{DD}^{1} + S_{DD}^{2}\right)\left[\sum_{i=1}^{2} C_i\left(b_i - 1\right)\right] - \left(S_{DC}^{1} + S_{DC}^{2}\right)\left[\sum_{i=1}^{2} D_i\left(b_i - 1\right)\right]}{\Delta}$$

$$t^{R}{}_{d} = \frac{\left(S_{CC}^{1} + S_{CC}^{2}\right)\left[D_1\left(b_1 - 1\right) + D_2\left(b_2 - 1\right)\right] - \left(S_{DC}^{1} + S_{DC}^{2}\right)\left[C_1\left(b_1 - 1\right) + C_2\left(b_2 - 1\right)\right]}{\Delta}$$

en esta parte, hemos intentado deshacernos de cualquier término que hiciera referencia al daño marginal medioambiental, y de esta manera, mantener aislada la tradicional "Parte Ramsey" en imposición sobre el consumo. La próxima expresión incorpora un término que, en este contexto, se expresa usualmente dentro de la "Parte Ramsey" pero el cual incorpora también un factor concerniente a la naturaleza económica del bien que daña el medioambiente;

y, por último, 3) "**Parte normalidad económica de los bienes contaminantes**"[3], ésta es la denominación que hemos decidido para este término, pues, entre otros factores, depende de si la derivada del consumo de los "bienes contaminantes" con respecto a la renta es mayor o menor que cero, t_c^{RY} and t_d^{RY}

$$t^{RY}{}_c = \frac{b_1\Theta_1 \frac{\partial D_2}{\partial Y}\left[D_2\left(S_{DC}^2+S_{DC}^1\right)-C_2\left(S_{DD}^1+S_{DD}^2\right)\right]+b_2\Theta_2 \frac{\partial D_1}{\partial Y}\left[D_1\left(S_{DC}^1+S_{DC}^2\right)-C_1\left(S_{DD}^1+S_{DD}^2\right)\right]}{\lambda\Delta}$$

$$t^{RY}{}_d = \frac{b_1\Theta_1 \frac{\partial D_2}{\partial Y}\left[C_2\left(S_{DC}^2+S_{DC}^1\right)-D_2\left(S_{CC}^1+S_{CC}^2\right)\right]+b_2\Theta_2 \frac{\partial D_1}{\partial Y}\left[C_1\left(S_{DC}^1+S_{DC}^2\right)-D_1\left(S_{CC}^1+S_{CC}^2\right)\right]}{\lambda\Delta}$$

de donde podemos comprobar que la propensión al consumo de bienes "sucios"[4] del consumidor 2 queda ponderada por la utilidad social marginal de la renta y el daño externo marginal del otro consumidor. Este hecho es consecuencia del supuesto que hemos adoptado en nuestro modelo en el sentido de que los consumidores no tienen en cuenta, al maximizar, el efecto negativo debido a su consumo de bienes contaminantes (este hecho queda también reflejado en la "Parte Ramsey"). A partir de la definición de esta parte, podemos comprobar que el impuesto sobre el bien "limpio" también conllevará incorporado Θ_i, el daño externo al medioambiente.

2.4. *La Propiedad aditiva de Sandmo cuando las preferencias difieren*[5].

De acuerdo con la **Propiedad aditiva de Sandmo,** por un lado, el tipo impositivo sobre el bien "limpio", t_c, no debería quedar afectado por la llamada *Parte medioambiental*, sino sólo por la *Parte Ramsey,* incluso si tomamos en consideración

---

[3] Vid., e.g., KEEN (1997,a), fórmula (11) y (12), donde este término entra **implícitamente** las ecuaciones de los tipos impositivos óptimos, t_c y t_d. PIRTTILA, J., SCHÖB, R. (1996) también toman en consideración este hecho, vid. Ecuación 18, pero dejan este factor dentro de la "Parte Ramsey", redefiniendo la utilidad social marginal de la renta, así "*si el bien sucio es un bien normal, la evaluación de la externalidad neta social aumentada de la renta, será por tanto menor que la definición de DIAMOND (1975) sugiere*".

[4] A pesar de que BAUMOL y OATES (1988), pág. 241, afirman "*…, existen buenas razones para pensar que la demanda por un mejor medioambiente aumentará con la renta", y* por tanto, $\frac{\partial D_i}{\partial Y} \leq 0$, nosotros creemos que este hecho no está tan claro y que, en todo caso, ello dependerá en particular de la propensión al consumo sobre cada bien contaminante en particular.

[5] Vamos a centrarnos en el diseño de un impuesto sobre el bien "limpio", dado que el impuesto sobre el bien "sucio" no representa ninguna diferencia cualitativa respecto del calculado por SANDMO (1975).

cuestiones de redistribución y, por otro lado, el impuesto sobre el bien "sucio", t_d, debería quedar afectado por la *Parte medioambiental* y la *Parte Ramsey* de forma aditiva. En los próximos parágrafos, trataremos de mostrar, que si permitimos que las preferencias de los consumidores difieran, también el impuesto sobre el bien "limpio" incorpora la *Parte medioambiental*.

Transcribimos de nuevo la parte medioambiental que afecta al bien "limpio",

$$t^E{}_c = \frac{\left(S^1_{DD} + S^2_{DD}\right)\left[b_1\Theta_1 S^2_{DC} + b_2\Theta_2 S^1_{DC}\right] - \left(S^1_{CD} + S^2_{CD}\right)\left[b_1\Theta_1 S^2_{DD} + b_2\Theta_2 S^1_{DD}\right]}{l\,\Delta}$$

si operamos en el numerador, las expresiones $S^1_{DD} b_2 \Theta_2 S^1_{DC}$ y $S^2_{DD} b_1 \Theta_1 S^2_{DC}$ desaparecen, de tal manera que el numerador deviene

$$\left(S^1_{DD} S^2_{DC} - S^1_{CD} S^2_{DD}\right)\left(b_1\Theta_1 - b_2\Theta_2\right),$$

claramente, esta expresión será cero, y el tipo impositivo óptimo sobre el bien "limpio" no contendrá *Parte medioambiental* alguna y, por consiguiente, la **Propiedad aditiva de Sandmo** se cumplirá en nuestro modelo, si cualquiera de las dos siguientes condiones llega a cumplirse

1) $b_2\Theta_2 - b_1\Theta_1 = 0$, que es equivalente a $\frac{\partial W}{\partial V_1}\frac{\partial V_1}{\partial E}e' - \frac{\partial W}{\partial V_2}\frac{\partial V_2}{\partial E}e' = 0$, por lo cual no depende de las respectivas utilidades marginales de renta, dado que se cancelan, sino de las preferencias de cada consumidor con respecto a un cambio marginal en la calidad medioambiental y en la específica función social de bienestar que hemos empleado. Esta condición se cumplirá con igualdad si estas dos siguientes condiciones se cumplen

1.a) a los consumidores se les da la misma ponderación en la función social de bienestar (caso utilitarista, SANDMO (1975)); y

1.b) ambos consumidores alcanzan el mismo incremento marginal de utilidad cuando *E* varia. Sin embargo, dado que los consumidores difieren en sus habilidades productivas (y que ello aparece en sus respectivas funciones indirectas de utilidad a través de h_i), necesitaremos una condición adicional, que es $\frac{\partial l_i}{\partial E} = 0$ (la oferta de trabajo es independiente de variaciones marginales en E), donde l_i es la oferta de trabajo. En otro caso, si esta última condición no se cumpliera, un consumidor podría conseguir incrementos adicionales en su utilidad marginal, dada la respuesta de su oferta de trabajo (y recordemos que los salarios son o pueden ser diferentes, por lo cual no es suficiente que simplemente los consumidores tengan iguales preferencias con respecto a variaciones de E), esto es, necesitamos $\frac{\partial^2 U}{\partial E \partial h} = 0$.

2) o $\frac{S_{DC}^{1}}{S_{CD}^{2}} = \frac{S_{DD}^{1}}{S_{DD}^{2}}$, esta expresión implica que cualquier efecto *relativo* (entre dos consumidores) sobre el consumo compensado del bien contaminante a causa de la variación del tipo impositivo del bien "limpio" fuera el mismo que el efecto provocado por la imposición de un impuesto sobre el bien contaminante. Obviamente, este ratio se cumple si ambos consumidores tienen las mismas preferencias (ambos responden de la misma forma ante un cambio en los precios relativos), como se supone en los trabajos más arriba mencionados. Sin embargo, ésta ha devenido una condición más general que simplemente suponer que los consumidores tienen las misma preferencias, pues incluso si esto no es así, pero el ratio de las demandas compensadas se iguala, llegamos al mismo resultado.

A partir de estas dos condiciones, conseguimos el principal resultado de este trabajo:

(i) **Si ambos consumidores tienen las mismas preferencias** (ver restricción más general en la condición 2)), no importa si difieren en habilidades, la condición 2) se cumple, pues, por un lado, los individuos responderían de la misma manera ante un cambio de los precios , y por tanto $S_{DD}^{1} = S_{DD}^{2}$ y $S_{DC}^{1} = S_{DC}^{2}$; y, por otro lado, la condición 1) se convierte en $\left(\frac{\partial W}{\partial V_1} - \frac{\partial W}{\partial V_2}\right)\frac{\partial V_1}{\partial E} e' = 0$, la cual será diferente de cero cuando teniendo los consumidores diferentes habilidades productivas, permitimos redistribución como nuestro model supone $\left(\frac{\partial W}{\partial V_1} \neq \frac{\partial W}{\partial V_2}\right)$. Ya hemos comentado de forma extensiva, en 1.b), la situación sobre $\frac{\partial V_i}{\partial E}$. *En cualquier caso,* la Parte medioambiental desaparecería del impuesto sobre el bien "limpio", y, por tanto, **la Propiedad aditiva de Sandmo continuaría cumpliéndose**.

(ii) Sin embargo, en el caso de que **las preferencias de los consumidores difieran entre los consumidores**, 2) devendría $S_{DD}^{1} S_{DC}^{2} \neq S_{CD}^{1} S_{DD}^{2}$, y condición 1) $\frac{\partial W}{\partial V_1}\frac{\partial V_1}{\partial E} e' - \frac{\partial W}{\partial V_2}\frac{\partial V_2}{\partial E} e' \neq 0$, pues $\frac{\partial W}{\partial V_1}$ y $\frac{\partial W}{\partial V_2}$ son diferentes como consecuencia de la función social de bienestar que estamos empleando, y dado que las preferencias son también distintas, se supone que los consumidores responden de diferente manera respecto de externalidades marginales medioambientales (vid. también condición 1.b)). En consecuencia, condición 1) y 2) no serían igual a cero, por lo cual la **Propiedad aditiva de Sandmo no llegaría a cumplirse**.

3. Conclusiones

El principal objetivo de este trabajo ha sido comprobar si la **Propiedad aditiva de Sandmo** continúa siendo válida cuando, por un lado, introducimos una función social de bienestar Bergson-Samuelson, motivado por la presencia de desigualdad en la sociedad donde los individuos difieren en habilidades y, por otro lado, estos individuos difieren (potencialmente) en sus preferencias. En este caso, hemos llegado a demostrar que esta propiedad no sigue siendo válida en la forma que SANDMO (1975) la expresó, pues ahora el impuesto sobre el bien "limpio" también incorpora la *Parte medioambiental*.

Por lo tanto, parecen **crucial** los supuestos que hemos realizado en nuestro modelo, presentados en la sección 2.1. Primero, con respecto a la especificación de la función social de bienestar con el propósito de permitir redistribución desde los individuos con mayores habilidades productivas a los individuos con menores capacidades, queda claro que el gobierno podría emplear métodos más poderosos que un sistema impositivo sobre el consumo para llevar a cabo esta redistribución. En cualquier caso, este supuesto por sí solo no causa que la "Propiedad aditiva de Sandmo" no se cumpla. Además, SANDMO (1975) ya mostró que tal propiedad sigue cumpliéndose cuando permitimos redistribución.

El otro aspecto, la diferencia potencial en las preferencias, es el que claramente varía de los supuestos de SANDMO. Este supuesto de nuestro modelo es la clave que fuerza el no cumplimiento de la propiedad. Sin embargo, deviene un caso particular de una condición más general que también hemos hallado, en relación a la respuesta relativa de las demandas compensadas de los bienes "sucios" de los consumidores.

En conclusión, en nuestro modelo, los individuos *pueden* diferir. Pueden hacerlo en preferencias o en capacidades productivas o en ambos a la vez. SANDMO (1975) y PIRTTILA, J., SCHÖB, R. (1996) permiten a los consumidores tener diferentes habilidades productivas, pero ninguno de ellos permite que éstos varíen en preferencias. Este supuesto deviene crucial. SANDMO (1975) dice que " *este supuesto es útil tanto cuando se desea ignorar el problema de redistribución como cuando uno quiere tenerlo presente"*. Nosotros hemos escogido esta segunda opción pues queríamos tratar estas cuestiones de redistribución, pero hemos encontrado que ésta es la propiedad que hace que la "Propiedad aditiva de Sandmo" no se cumpla.

Bibliografía.

ATKINSON, A.B., STIGLITZ, J.E. (1980): *Lectures on Public Economics*, McGraw-Hill.

BAUMOL, W.J., OATES, W.E. (1988): *The theory of environmental policy*, 2^{nd}. Edition, Cambridge University Press.

DIAMOND, P.A. (1975): "A Many-Person Ramsey Tax Rule", *Journal of Public Economics*, 4, 335-42.

KEEN, M. (1997,a): Lecture notes *The Environment and Commodity taxation*, Environmental Economics, Course 1996-97, University of Essex.

- (1997,b) Lecture notes *International coordination of Environmental policies*, Environmental Economics, Course 1996-97, University of Essex.

MYLES, G.D. (1995): *Public Economics*, Cambridge University Press.

PIRTTILÄ, J., SCHÖB, R. (1996): "Redistribution and Internalization: The Many-Person Ramsey Tax Rule Revisited", mimeo.

PIRTTILÄ, J., TUOMALA, M. (1997): "Income Tax, Commodity Tax and Environmental Policy", International Tax and Public Finance, 4, 379-393.

SANDMO, A. (1975): "Optimal Taxation in the presence of externalities", *Swedish Journal of Economics*, 77, 86-98.