Boletín de Matemáticas
Nueva Serie, Volumen XI No. 1 (2004), pp. 19–30

C. S. PEIRCE Y EL ANÁLISIS
UNA PRIMERA LECTURA DE *EL CONTINUO PEIRCEANO*

ARNOLD OOSTRA (*)

Sed lo que he sido entre vosotros: alma.
Antonio Machado

Dedicado a la memoria del maestro Jairo Charris

Resumen. Esta es una invitación a estudiar el libro *El Continuo Peirceano*, de Fernando Zalamea [19], en el que se discuten de manera sintética las ideas de Charles S. Peirce sobre el continuo. Más que curiosidades históricas, estas reflexiones plantean un vasto programa de trabajo matemático actual.

Palabras clave. El continuo; C. S. Peirce; máxima pragmática; gráficos existenciales.

1. El análisis, el continuo y Charles S. Peirce

La rama de la matemática conocida en la actualidad como análisis matemático tiene como fundamento único, preciso e indiscutido el sistema de los números reales. Esto es evidente al hojear cualquier texto de esta ciencia, por ejemplo el excelente libro de Jairo Charris, Rodrigo De Castro y Januario Varela *Fundamentos del Análisis Complejo de una variable* [2]: aún tratándose de un texto de 'variable compleja', comienza con un estudio minucioso de los números reales. El florecimiento del análisis es un testimonio cierto de la incalculable riqueza existente en esa estructura.

Pero el análisis no siempre se estudió de la misma manera. Su fundamentación en los números reales y la concepción actual de los mismos son el resultado de un proceso que se extendió a lo largo de todo el siglo XIX y que a veces se

(*) Arnold Oostra. Profesor del Departamento de Matemáticas y Estadística, Universidad del Tolima.
Becario 2003–2004 de la Fundación Mazda para el Arte y la Ciencia.
E-mail: oostra@telecom.com.co.

llama 'la aritmetización del análisis'. Los primeros protagonistas intelectuales destacados de este desarrollo fueron Bolzano, Cauchy y Dirichlet; después, de manera casi simultánea y proponiendo varias construcciones de los números reales, participaron Weierstrass, Dedekind y Cantor. Los cambios introducidos en la práctica del análisis fueron radicales y marcaron su curso futuro: se axiomatizaron los números reales; se precisó lo que se entiende por función y por función continua; los infinitesimales —ubicuos hasta entonces— desaparecieron para dar lugar a los límites. Desde esta misma época y por iniciativa de Cantor, en la matemática se identifica *el continuo* con el sistema de los números reales.

Las reflexiones sobre el continuo se remontan a la antigüedad y fueron adelantadas no solo por grandes filósofos como Aristóteles, Leibniz y Kant sino también por matemáticos de primera línea. En la segunda mitad del siglo XIX, así como muchos intelectuales trabajaron sobre los problemas de la fundamentación de la geometría y del análisis, varios matemáticos de manera independiente enfrentaron el problema del continuo. Además del ya aludido Cantor pueden mencionarse el italiano Giuseppe Veronese y el norteamericano Charles S. Peirce.

En este punto es importante distinguir con claridad el continuo como concepto general del continuo como objeto matemático. Los objetos matemáticos intentan capturar conceptos generales pero, aunque muchas veces lo logran en mayor o menor grado, la misma generalidad de los conceptos impide su expresión plena en un objeto específico. Aunque Cantor quizás reflexionó sobre el concepto general de continuo, cuando se habla del continuo de Cantor se indica el objeto matemático conocido como el sistema de los números reales. Es posible que esta confusión entre concepto y objeto haya originado la idea —común entre los matemáticos actuales— de que con el continuo cantoriano se ha dicho la última palabra sobre el tema del continuo. El gran Gödel, conocedor como ninguno del continuo de Cantor, en alguna ocasión planteó sus reservas sobre la idoneidad del mismo como expresión plena del continuo conceptual [6, p.38]. Es en este sentido que el problema del continuo conserva su vigencia.

Como lo indica su título de manera precisa, el libro *El Continuo Peirceano* por Fernando Zalamea [19] estudia concisamente las concepciones de Peirce sobre el continuo. Charles S. Peirce (1839–1914) es conocido por sus profundas inquietudes filosóficas sobre las que siempre trabajó y a las que se dedicó de manera intensiva durante las últimas décadas de su vida. Además de ser reconocido como el fundador del pragmatismo y el padre de la semiótica moderna, puede afirmarse que su pensamiento transformó la filosofía. Sin embargo no debe olvidarse que Peirce era ante todo un científico, lógico y matemático. Sus hoy reconocidos aportes a la metodología de la investigación y a la filosofía de la ciencia se basaban en un conocimiento amplio y actualizado de todas las ciencias. En particular, fue un matemático de prestigio en su época, que siempre estuvo al tanto de los últimos avances en la materia. Peirce poco se interesó por las soluciones de problemas puntuales específicos, en este sentido puede decirse que su aporte a la matemática fue muy reducido y al análisis, nulo. En cambio se interesó mucho por los problemas conceptuales generales y es allí donde residen sus mayores contribuciones a la matemática, aunque muchas de ellas siguen sin ser aprovechadas.

Peirce estudió el continuo con una perspectiva amplísima, como un concepto —un signo— muy general, que inicialmente no puede ni debe verse como un objeto matemático pero que eventualmente podría permitir acotaciones dentro de la matemática. Por ejemplo, según Peirce, una de las características fundamentales del continuo es que cada una de sus partes contiene una parte similar al todo. Esta propiedad ha reaparecido en el reciente estudio de los fractales —donde a veces se denomina *autosemejanza*— y llevada a sus últimas consecuencias implica que ninguna de las partes del continuo es un punto, pues un punto no contiene nada. Luego el continuo de Peirce nunca puede modelarse como un conjunto, en contravía al pensamiento de Cantor donde todo objeto es un conjunto hecho de puntos. Por supuesto, hay más características del continuo explicitadas por Peirce.

Algunas ideas de Peirce sobre el continuo se han concretado de manera parcial en desarrollos de la lógica y la matemática del siglo XX. Uno de los ejemplos más citados —aunque Fernando Zalamea no lo hace en *El Continuo Peirceano*— son los infinitesimales que aparecen en el análisis no-estándar de Abraham Robinson [6, 9, 15]. De nuevo, no hay que pensar que esta construcción da cuenta de *los* infinitesimales: en el análisis no-estándar los infinitesimales son invertibles y no nilpotentes como también podría esperarse. Otros infinitesimales aparecen en el análisis infinitesimal suave —sí citado por Fernando Zalamea— elaborado con prehaces en el contexto de la teoría de categorías. Más ejemplos de lugares que reflejan pensamientos de Peirce sobre el continuo son la teoría del cobordismo de René Thom, los números surreales de Conway, la teoría alternativa de conjuntos de Petr Vopenka, la teoría modal de conjuntos de Jan Krajicek y la lógica de los haces de Xavier Caicedo. En todos estos trabajos hay una gran riqueza conceptual y un inmenso potencial, pero casi sin excepción han sido despachados por la comunidad matemática como simples 'curiosidades'.

Este artículo es una reseña del mencionado libro *El Continuo Peirceano*, de Fernando Zalamea. En la sección siguiente se hace una síntesis del texto; en la última se consignan algunas observaciones críticas y se explicitan los principales problemas matemáticos abiertos planteados en el libro.

2. Presentación de *El Continuo Peirceano*

En la introducción a *El Continuo Peirceano* el autor compara el continuo general con Proteo, el personaje de la mitología griega encargado de cuidar un rebaño de Poseidón y que había recibido la capacidad de tomar a voluntad muchas formas diferentes a fin de no dejarse arrancar los secretos inmensos que conocía. Engañados o atemorizados por Proteo, durante el siglo XX la gran mayoría tanto de filósofos como de matemáticos abandonaron el problema del continuo como concepto. Quizás el siglo nuevo provea el espacio para retomar este estudio, pero hágase cuando se haga, con toda seguridad la metodología provista por la obra global de Peirce así como sus ideas sobre el continuo constituyen herramientas útiles y relevantes en esta indagación. Además de un cambio de enfoque en las investigaciones filosóficas sobre el continuo general, el continuo de Peirce sugiere objetos matemáticos incipientes pero que se vislumbran inmensamente ricos en desarrollos posibles.

De esta manera, la síntesis de las ideas peirceanas sobre el continuo elaborada por Fernando Zalamea puede resultar útil, importante y oportuna. A continuación se presentan resúmenes de los 4 capítulos que integran *El Continuo Peirceano*, conservando los títulos puestos por el autor.

Capítulo 1. El continuo como sostén de la arquitectónica pragmática peirceana. Las personas que han estudiado el pensamiento de Charles S. Peirce coinciden en indicar ciertos elementos filosóficos como los fundamentos de su lógica, considerada a su vez por él mismo como el fundamento de su obra, que prácticamente abarca todos los campos del saber. Tomando una bella idea de la arquitectura [18], Fernando Zalamea distingue cinco enclaves básicos en el pensamiento peirceano: la máxima pragmática, las categorías fenomenológicas, la teoría de los signos, la adjunción entre indeterminación y determinación, la clasificación de las ciencias.

La *máxima pragmática* es un enunciado general sobre el saber o el conocimiento. Según Peirce, el conocimiento es un proceso consistente en recorrer múltiples contextos, en cada uno de los cuales se elabora una interpretación del objeto a conocer. En cada contexto se consideran todas las consecuencias de la interpretación local correspondiente y luego se deben integrar estas concepciones locales para reconstruir un concepto general.

En número mucho menor que lo hiciera Kant, Peirce distingue tres *categorías* fenomenológicas y con sencillez extrema las denomina primeridad, segundidad y terceridad. La primeridad se refiere a lo inmediato, a lo posible; la segundidad a las múltiples acciones y reacciones, a lo actual; la terceridad se refiere a la integración o mediación, a lo necesario. Estas categorías están presentes en todo fenómeno, en particular se distinguen con claridad en la máxima pragmática.

En uno de los muchos pasajes donde Peirce define el *signo*, lo señala como “algo que está por algo para algo”. Así pues, se trata de una relación ternaria entre el signo propiamente o representamen, el objeto representado y el interpretante de la representación. Peirce además propone múltiples clasificaciones —siempre triádicas— de los signos. Obsérvese cómo en el conocimiento del signo intervienen la máxima pragmática y las tres categorías fenomenológicas.

Otro elemento fundamental y ubicuo en el pensamiento peirceano es el vaivén o *adjunción* entre *indeterminación y determinación.* Por ejemplo bajo la máxima pragmática, inicialmente es preciso determinar de manera parcial en diversos contextos el objeto indeterminado que se desea conocer; luego, al recorrer múltiples contextos, se requiere indeterminar de manera parcial lo determinado en el contexto. De manera transversal, aparece la oposición entre la generalidad y la vaguedad. Estos procesos de vaivén son siempre iterativos y dinámicos.

En la dinámica del pensamiento peirceano, los fenómenos nunca aparecen aislados sino en constante interacción. Sin embargo, es posible establecer ciertos énfasis que dan lugar a las diferentes ciencias y en este sentido Peirce propuso una *clasificación triádica de las ciencias.* Aunque hoy en día puede decirse que este problema ha desaparecido, a fines del siglo XIX la clasificación de las ciencias era un tema común y de mucho interés. En la base de la jerarquía peirceana está la matemática (1), ciencia de lo posible, donde se estudia lo finito (1.1), lo infinito (1.2) y el continuo (1.3); sigue la filosofía (2) clasificada su vez en fenomenología (2.1), ciencias normativas (2.2) —estética (2.2.1), ética (2.2.2) y lógica (2.2.3)— y metafísica (2.3); lo demás (3) son ciencias especiales. En esta clasificación resulta bien evidente el papel de las tres categorías.

Como se observa, estos elementos del pensamiento peirceano no aparecen de manera alguna aislados sino, por el contrario, profundamente entrelazados e interdependientes. El estudio general del continuo, señalado por Peirce como uno de los problemas más importantes de la filosofía, a su vez está ligado de manera profunda a todos los elementos indicados: la contextualización y la integración supuestas por la máxima pragmática solo son posibles sobre un continuo de ámbitos posibles; las categorías fenomenológicas empatan unas con otras en un solo continuo; la ciencia de los signos y en especial la lógica de relativos —expresada después por Peirce en los gráficos existenciales— es la herramienta ideal para estudiar el continuo; la adjunción entre indeterminación y determinación es también una indicación para el estudio general del continuo; finalmente, la clasificación peirceana de las ciencias se extiende sobre un continuo de investigaciones individuales donde las particularidades y las fronteras se pierden. En pocas palabras, el continuo como concepto aparece ligado profundamente a los fundamentos del edificio filosófico de C. S. Peirce.

Capítulo 2. Conceptos globales y locales del continuo: la visión de Peirce. Respecto a las propiedades del continuo peirceano, en primer lugar se nota que Peirce ve el continuo como un concepto absolutamente general, que no puede ser reconstruido a partir de sus puntos luego tiene que entenderse sintéticamente. Lo general es lo rico en posibilidades, allí lo potencial supera lo actual y determinado. Según Peirce, el filtro natural que permite liberar lo existente de sus rasgos particulares para así acceder a la generalidad es la lógica de relativos, y de esta manera resulta su divisa • *continuidad* = *genericidad* via *lógica de relativos* •. La recta de Cantor, construida a partir de los números naturales mediante sucesivos procesos de saturación, no puede representar el concepto general de continuidad: de hecho, un objeto matemático nunca puede modelar plenamente un concepto general. Aún si el continuo de Cantor se mira dentro de la teoría de conjuntos (ZF), su cardinal no está determinado; si se mira fuera de ella, está lejos de captar todas las posibilidades encerradas en el continuo.

Una consecuencia de la genericidad del continuo es lo que Peirce llamó su carácter *supermultitudinario*: el tamaño del continuo también debe ser genérico. Sorprende aquí el contraste entre las preocupaciones de Cantor y Peirce, pues mientras el primero pretendía acotar el tamaño del continuo —la famosa *hipótesis del continuo*—, el segundo intentaba desacotarlo. En la segunda mitad del siglo XX la lógica matemática descubrió la indeterminación cardinal del sistema de los números reales dentro del contexto de la teoría de conjuntos (ZF), concediendo en cierto modo la razón a la sospecha de Peirce.

Peirce recoge de Kant la ya mencionada propiedad de *reflexividad* del continuo: cada una de sus partes posee una parte similar al todo. La reflexividad implica de inmediato que el continuo no está compuesto de puntos, es decir, que es *inextensible*. En esto se distingue de manera radical del continuo de Cantor. En algún pasaje Peirce sustituye los puntos por una especie de vecindades; en otro indica como consecuencia de la inextensibilidad que el número no puede codificar el continuo, imponiendo así una limitante natural al programa de aritmetización de la recta.

Según Peirce, antes de su descomposición y recomposición analítica al estilo de Cantor, debe darse una visión global y sintética del continuo. Tal visión entraña una inmensa riqueza de posibilidades, como lo expresa el mismo pensador: "Así el continuo es todo lo que es posible, en cualquier dimensión en que sea continuo" [14, p.160]. Este es el carácter *modal* del continuo peirceano. Por supuesto, un ámbito sintético donde se pega todo lo posible y donde se permite el tránsito de las diferentes modalidades debe ser flexible o, como lo llama Peirce, *plástico*.

Además de las propiedades globales del continuo peirceano —genericidad luego supermultitud; reflexividad luego inextensibilidad; modalidad luego plasticidad— Fernando Zalamea distingue en el legado peirceano cuatro metodologías locales para su estudio: la *relacionalidad genérica*, la *lógica de la vaguedad*, la *lógica de vecindades* y la *cirugía de lo posible*.

En primer lugar, la conexión de las partes o fragmentos locales del continuo genérico se logra, según Peirce, mediante relaciones genéricas que necesariamente deben ser triádicas. En segundo lugar la indeterminación del continuo reacciona con la vaguedad mediante la adjunción entre la cuantificación universal y la existencial. Peirce propone una lógica de la vaguedad y, entre muchas otras ideas, advierte de manera explícita que en la lógica del continuo no puede valer el tercio excluso. Esta lógica del continuo incluye modalidades. En tercer lugar, la reflexividad y modalidad del continuo peirceano sugieren que está conformado por entornos y vecindades reales donde las posibilidades se funden. Por ello Peirce afirma que el continuo debe estudiarse mediante una apropiada lógica de vecindades. En cuarto lugar, viendo las vecindades como entornos de lo posible se ve la necesidad de construir una cirugía de lo posible similar a la cirugía en topología diferencial.

Capítulo 3. Modelos parciales del continuo peirceano: la visión del siglo XX. A pesar de que el continuo fue poco estudiado durante el siglo XX, desde los días de Peirce hasta ahora se han adelantado varias propuestas más o menos elaboradas sobre este concepto. Aunque sus autores con seguridad no fueron concientes de que sus ideas habían sido anticipadas por el pensador, muchas de ellas comparten características con el continuo peirceano, sobre todo en los aspectos de genericidad y reflexividad.

El matemático Giuseppe Veronese, contemporáneo de Cantor y Peirce, propone un continuo intuitivo pleno, además no-arquimediano de suerte que es imposible capturarlo por escala numérica alguna. Por otro lado, en las primeras etapas del pensamiento de Brouwer —fundador del intuicionismo— también se encuentran referencias a un continuo general sobre el cual se inserta la intuición primordial de las matemáticas. El continuo intuicionista articulado después por Brouwer no valida el tercio excluso y sí tiene el máximo cardinal posible dentro de su contexto teórico.

René Thom disiente de la idea común de que el continuo se engendra a partir de los números naturales y propone un continuo arquetípico cuya única propiedad es la homogeneidad cualitativa. La intrusión de lo discreto sobre ese continuo se logra con cortaduras, lo cual sugiere una teoría genérica de los bordes. Aquí se recuerda que el mismo Thom introduce la teoría del cobordismo en el contexto de la geometría diferencial.

Peter Freyd provee una teoría que permite dar el paso de lo estructurado a lo libre: en su teoría de alegorías es posible construir de manera uniforme categorías libres a partir de propiedades especificadas [3]. Como lo indicó Peirce, las relaciones juegan un papel importante en ese proceso, de hecho las alegorías de Freyd son categorías de relaciones. En ellas también cabe de manera natural la adjunción entre generalidad y vaguedad.

Los números surreales de Conway se axiomatizan dentro de la teoría de clases (NBG) mediante una condición de universalidad absoluta homogénea acompañada de no-arquimedianidad. Como el continuo de Peirce, la clase de números surreales tiene cardinal máximo en su contexto. Petr Vopenka, por su lado, propone una teoría de conjuntos auténticamente alternativa, por ejemplo distingue entre clase y conjunto, pero indica que no toda subclase de un conjunto es también un conjunto. En esta teoría la clase de los números naturales modela el continuo.

En realidad, la inextensibilidad del continuo peirceano parece una barrera natural para que este pueda ser modelado en cualquier teoría de conjuntos. El contexto matemático alternativo más sólido y más acorde con el pensamiento de Peirce es, hasta ahora, la teoría matemática de categorías [7, 8]. Esta teoría sintética y contextual no sólo hace evidente la dimensión pragmática de la máxima peirceana, sino que además ciertas categorías permiten construir modelos del continuo donde se cristalizan de manera parcial pero nítida la genericidad e inextensibilidad del continuo de Peirce. Las alegorías de Freyd se pueden definir en un contexto categórico; en el análisis infinitesimal suave —desarrollado a partir de ideas de F. William Lawvere— se construye, dentro de una categoría de prehaces, una “recta lisa” que no es arquimediana, sí posee infinitesimales y contiene una copia de los números naturales [10]; en ciertas categorías de haces es posible construir copias de la recta real —el continuo de Cantor— pero en algunas de ellas la construcción que simula las cortaduras de Dedekind y la que generaliza las sucesiones de Cauchy arrojan objetos no isomorfos [4], demostrando así que el continuo usual no es suficientemente genérico.

La teoría de categorías también es el contexto natural para la lógica de los haces de Xavier Caicedo [1], una auténtica lógica de vecindades que abarca gran cantidad de lógicas entre la clásica y la intuicionista. Construida con el rigor de la matemática actual, sin proponérselo la lógica de los haces cristaliza muchas ideas fundamentales de Peirce sobre lo que debería ser una lógica de las vecindades. Tanto este como otros trabajos importantes de Caicedo pueden leerse como interpretaciones formales de la divisa peirceana • *continuidad = genericidad* via *lógica de relativos* •.

Si bien varios trabajos en la lógica del siglo XX se acercan a los aspectos de genericidad y reflexividad del continuo peirceano, hay menos modelos aún para las propiedades modales requeridas por Peirce. Uno de ellos es la teoría modal de conjuntos creada por Jan Krajicek, con un principio de abstracción irrestricto pero con diversas modalizaciones para asegurar la consistencia.

Las diversas aproximaciones al continuo peirceano dispersas de manera fragmentaria en la lógica matemática del siglo XX sugieren el problema de unificar los modelos en un contexto global consistente — si eso es posible.

Capítulo 4. Gráficos existenciales, continuidad y pruebas locales del pragmaticismo. A lo largo de toda su vida, Peirce buscó sistemas de representación para la lógica que fueran lo suficientemente poderosos para capturar su amplio concepto de la misma. Durante el periodo 1870–1885 desarrolló el álgebra de la lógica, que después fue incorporada por la lógica matemática como la teoría de la cuantificación. Luego fue transformando las representaciones algebraicas en diagramáticas y en los primeros años del siglo XX Peirce presentó la obra maestra de su lógica, el sistema de los gráficos existenciales. Se trata de un modelo técnico local muy preciso —cubre el cálculo proposicional clásico, la lógica de primer orden y varias lógicas modales, todas con esencialmente *las mismas* reglas— que refleja de manera fiel todo el sistema filosófico global peirceano. El mismo Peirce ve en los gráficos existenciales "un diagrama burdo y generalizado de la mente" que permite representar "cualquier curso del pensamiento". Se trata de una herramienta poderosa para concretar el vaivén entre lo global y lo local.

Sin entrar en detalles [5, 17, 20], puede decirse que los gráficos existenciales consisten en una hoja de aserción sobre la que se va construyendo el conocimiento, lo cual sin duda es un modelo del continuo peirceano. Según Peirce los gráficos existenciales proporcionan una prueba plena de la máxima pragmática, pero nunca concretó tal demostración que, en vista de la misma máxima, debe constar de muchas pruebas locales en variados contextos. En este capítulo de *El Continuo Peirceano* Fernando Zalamea elabora una primera prueba local rigurosa empleando gráficos existenciales gama: construye un gráfico que representa el conocimiento pragmático de un C y luego, empleando reglas permitidas, lo transforma en el gráfico de C.

El uso de la máxima pragmática para su prueba —esto *no* es un círculo vicioso— obliga que los argumentos de la demostración sean parciales, de hecho la prueba consiste en un espectro o retículo de demostraciones locales o, mejor, en un continuo de demostraciones. Toda la obra de Peirce puede verse como una construcción lenta y pertinaz de tal reticulado. Algunas marcas en ese continuo de pruebas, distinguidas por Fernando Zalamea en su texto, son la interpretación de características de los gráficos existenciales en el continuo; el papel de la máxima pragmática en la clasificación de las ciencias; los resultados locales de la matemática transvasados a la globalidad del continuo peirceano; la lógica de la abducción.

Contrario a la opinión de uno de los primeros comentadores de Peirce, la síntesis encerrada en el continuo peirceano y la brillante visión que este sistema promete no son de manera alguna castillos en el aire.

3. Comentarios y propuestas

Saunders Mac Lane, matemático destacado del siglo XX, señaló en algún lugar que "la matemática es aquella rama de la ciencia en la cual los conceptos son *proteicos*: cada concepto no se aplica a un solo aspecto de la realidad, sino a muchos". Incluso dentro de la matemática, un mismo fenómeno puede tener una cantidad inagotable de versiones diferentes, como sucede por ejemplo con el teorema fundamental del cálculo. El texto *El Continuo Peirceano* muestra con nitidez que el continuo es un concepto proteico del cual el continuo cantoriano —como lo expresó Peirce— es apenas un primer embrión.

Pero en la matemática —de hecho, en todas las ciencias— también se conocen tendencias y modas. Por ejemplo los autores del texto [10], publicado en 1991, escribieron en el prefacio: "Este libro tal vez aparece en el momento equivocado, pues va en contra de la marea matemática que hoy en día parece alejarse de la abstracción y la conceptualización y volverse más hacia la concreción y la especialización". Es difícil decir si ya cambió la marea, pero de *El Continuo Peirceano* puede asegurarse con certeza que es un texto conceptual. Su lectura no es fácil, en parte porque el tema está ubicado en una encrucijada muy poco frecuentada, a saber, la intersección de la filosofía sintética con la lógica matemática de punta. Pero 'no fácil' no significa 'imposible' ni mucho menos 'ahuyentador', sino más bien 'incitante' — en su famoso discurso de 1900 David Hilbert dijo: "Un problema matemático debe ser difícil a fin de incentivarnos". El esfuerzo de estudiar el libro de Fernando Zalamea se ve recompensado por una panorámica muy amplia que además de proveer magníficas visiones de conjunto permite vislumbrar múltiples caminos a seguir según el interés de cada lector.

El esquema del texto *El Continuo Peirceano* se ciñe estrictamente al de un proyecto de investigación científica. El capítulo 1 precisa el contexto del estudio e indica el instrumentario adecuado, a saber, la arquitectónica pragmática de C. S. Peirce. En el capítulo 2 se presenta una problemática general, la del estudio del continuo peirceano; en el 3 se revisa el estado actual del problema, el espectro de propuestas matemáticas para el continuo. Tanto en el capítulo 3 como en el 4 se proponen posibles caminos de solución mostrando la eficacia local de uno de ellos —los gráficos existenciales— en un problema complementario, la prueba del pragmaticismo.

Como se sugirió antes, la mayor fortaleza del libro *El Continuo Peirceano* es su carácter conceptual, su generalidad combinada con la multiplicidad de segmentos fantásticamente interesantes —¡aquí podría pensarse que el texto está escrito como un continuo!—. Su mayor debilidad es el peligro de quedar 'en el aire', lo cual puede evitarse si la comunidad científica asume el inmenso reto propuesto en él. Vale la pena repetir las palabras postreras del mencionado discurso de Hilbert: "¡Que el siglo nuevo le traiga a la matemática muchos maestros talentosos y muchos discípulos diligentes y entusiastas!"

El gran problema planteado en el libro *El Continuo Peirceano* de Fernando Zalamea es *construir un modelo matemático del continuo peirceano*. Además de satisfacer las condiciones mínimas de coherencia y consistencia, se busca que el modelo integre de manera global las propiedades distinguidas en el continuo conceptual de Peirce. Según se colige del pensamiento peirceano, ningún modelo puede ser único ni último luego, más que de un problema, se trata de un programa de investigación. El procedimiento general a seguir en tales proyectos fue explicitado por Einstein pero había sido anticipado por Peirce y, en este caso, consiste en la iteración de los pasos siguientes.

1. (*Abducción* en la terminología de Peirce) Proponer axiomas formales para las propiedades globales de genericidad, reflexividad y modalidad. Esto es, en sí, construir un modelo.

2. (*Deducción*) Obtener consecuencias de la combinación de los axiomas propuestos. Entre ellas se espera encontrar la coherencia y consistencia, así como las propiedades globales derivadas como supermultitud, inextensibilidad y plasticidad.
3. (*Inducción*) Contrastar el modelo con los demás modelos para el continuo: los modelos propuestos en iteraciones anteriores de este ciclo; los principales modelos no cantorianos presentados durante el siglo XX (Veronese, Brouwer, Thom, Conway, Lawvere, Krajicek); el mismo continuo de Cantor, con el que se han atacado los problemas centrales del análisis —algunos de ellos ya estaban planteados desde mucho antes— que deberán poderse resolver también con el nuevo modelo propuesto.

Entre los contextos disponibles para el estudio del continuo peirceano, el más prometedor es la teoría de categorías. Como procedimiento están señaladas las cuatro metodologías locales para cuya construcción Fernando Zalamea sugiere algunas herramientas: la lógica de los haces de Caicedo; la teoría de alegorías de Freyd; la teoría del cobordismo de Thom. Al manejo hábil de este instrumentario debe añadirse un estudio serio de los diversos modelos del continuo propuestos en el pasado.

Sin duda, el camino es largo y difícil pero, como lo dijo el poeta español, "lo nuestro es pasar, pasar haciendo caminos, caminos sobre la mar".

Agradecimientos. El autor agradece al maestro Januario Varela quien, durante un receso en el Festival Académico 'Jairo Charris', entre otras ideas valiosas le obsequió la de escribir este trabajo.

Bibliografía

[1] Xavier Caicedo, *Lógica de los haces de estructuras.* Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales **XIX** (1995) 569–585.

[2] Jairo Charris, Rodrigo De Castro y Januario Varela, *Fundamentos del Análisis Complejo de una variable.* Colección Julio Carrizosa Valenzuela No. 8. Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Bogotá, 2000.

[3] Peter J. Freyd and Andre Scedrov, *Categories, Allegories.* North-Holland, Amsterdam, 1990.

[4] Peter T. Johnstone, *Topos Theory.* Academic Press, London, 1977.

[5] Nathan Houser, Don D. Roberts and James Van Evra (Eds.), *Studies in the Logic of Charles Sanders Peirce.* Indiana University Press, Bloomington and Indianapolis (1997).

[6] Kenneth L. Ketner and Hilary Putnam, *Introduction: The consequences of mathematics.* In: Charles S. Peirce, *Reasoning and the Logic of Things. The Cambridge Conferences lectures of 1898.* Kenneth L. Ketner (Ed.). Harvard University Press, Reading (Massachusetts), 1992. Pages 1–54.

[7] F. William Lawvere and Stephen H. Schanuel, *Conceptual Mathematics. A first introduction to categories.* Cambridge University Press, Cambridge, 1997.

[8] Saunders Mac Lane, *Categories for the Working Mathematician.* Graduate Texts in Mathematics 5. Springer-Verlag, New York, 1971.

[9] Alejandro Martín, *Peirce y los modelos matemáticos del continuo.* Actas del II Congreso de la Sociedad de Lógica, Metodología y Filosofía de la Ciencia en España, San Sebastián, 2000. Páginas 51–60.

[10] Ieke Moerdijk and Gonzalo Reyes, *Models for Smooth Infinitesimal Analysis.* Springer-Verlag, New York, 1991.

[11] Arnold Oostra, *Acercamiento lógico a Peirce.* Boletín de Matemáticas - Nueva Serie **VII** (2000) 60–77.

[12] Charles S. Peirce, *Collected Papers of Charles Sanders Peirce.* Charles Hartshorne and Paul Weiss (Eds.), vols. 1–6. Harvard University Press, 1931–1934.

[13] Charles S. Peirce, *Writings of Charles S. Peirce: A Chronological Edition.* Max H. Fisch, Edward C. Moore, *et al.* (Eds.). Indiana University Press, Bloomington, 1982–.

[14] Charles S. Peirce, *Reasoning and the Logic of Things. The Cambridge Conferences lectures of 1898.* Kenneth L. Ketner (Ed.). Harvard University Press, Reading (Massachusetts), 1992.

[15] Yu Takeuchi, *Métodos Analíticos del Análisis No-Estándar.* Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, 1988.

[16] Fernando Zalamea, *Una jabalina lanzada hacia el futuro: anticipos y aportes de C. S. Peirce a la lógica matemática del siglo XX.* Mathesis **9** (1993) 391–404.

[17] Fernando Zalamea, *Lógica Topológica: Una introducción a los gráficos existenciales de Peirce.* XIV Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística, Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, 1997.

[18] Fernando Zalamea, *Signos Triádicos. Nueve estudios de caso latinoamericanos en el cruce matemáticas - estética - lógica.* Premio de Ensayo Literario Hispanoamericano 'Lya Kostakowsky' (México). Bogotá, 2000.

[19] Fernando Zalamea, *El Continuo Peirceano. Aspectos globales y locales de genericidad, reflexividad y modalidad: Una visión del continuo y la arquitectónica pragmática peirceana desde la lógica matemática del siglo XX.* Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ciencias, Bogotá, 2001.

[20] Fernando Zalamea, *Peirce's logic of continuity: Existential graphs and non-cantorian continuum.* The Review of Modern Logic **9** (2003), 115–162.