PROVISIÓN EFICIENTE DE INVERSIÓN PÚBLICA

FINANCIADA CON IMPUESTOS DISTORSIONANTES

José Manuel González-Páramo[±]

Diego Martínez López[*]

[±] Universidad Complutense de Madrid.
[*] Universidad de Jaén, Fundación Centro de Estudios Andaluces y Universidad Complutense de Madrid.

Agradecemos los comentarios y sugerencias recibidas de Olga Alonso (Universidad de Vigo), Pablo Brañas (Universidad de Jaén), Antonio Damas (UJA), Paqui Jiménez (UJA), Javier Rodero (UJA) y Guadalupe Valera (Universidad Pablo de Olavide), así como a los asistentes a los seminarios celebrados en la Universidad de Jaén en abril de 1999 y febrero de 2001 y a los VI y VII Encuentros de Jóvenes Investigadores en Análisis Económico (Vigo, julio de 2000 y Santiago de Compostela, julio de 2001). Todos los errores que aún pudieran subsistir son de nuestra exclusiva responsabilidad.
Dirección para comentarios y críticas: Departamento de Economía Aplicada, Edif. D-3. Universidad de Jaén. Paraje Las Lagunillas, s/n. 23071 Jaén. Telf.: 953 01 22 97. Fax: 953 01 22 22. E-mail: dmlopez@ujaen.es.

Resumen

Este trabajo realiza una aproximación teórica a la provisión de capital público en un marco de imposición distorsionante. En una primera parte se obtienen las condiciones de primer orden para la definición de un nivel eficiente de inversión pública bajo dos esquemas fiscales alternativos. También se discute bajo qué condiciones la recaudación tributaria se incrementa como consecuencia del gasto público productivo. En la segunda parte el sector público se enfrenta a unos tipos impositivos fijados *ex ante*. Esta nueva situación es simulada numéricamente, obteniendo resultados sobre los niveles de inversión pública, coste de los fondos públicos y recaudación.

Palabras clave: Infraestructuras, impuestos, optimalidad, bienestar social.

Clasificación JEL: H21, H41, H54,

Abstract

In this paper we provide a simple general equilibrium model with public investment and distorting taxes. First, we obtain the optimal conditions for public investment provision under different tax systems. Also we discuss when tax revenue is increased by the complementary between productive public spending and taxed goods. Second, a more restrictive framework for public finance is presented: tax rates are fixed *ex ante*. This case is simulated numerically and we find some interesting consequences on public investment levels, total and marginal cost of public funds and tax revenue.

Keywords: Infrastructures, taxes, efficiency, social welfare.

JEL Code: H21, H41, H54.

Introducción

La provisión de un nivel óptimo de infraestructuras por parte del sector público constituye un tema no demasiado tratado en la literatura teórica sobre economía pública. En los últimos años, la aproximación más abundante al estudio de la inversión pública se ha realizado desde el terreno del crecimiento económico. En este sentido, a principios de los 70 ya aparecen trabajos científicos sobre la optimalidad del *stock* de capital público en un marco de crecimiento (Arrow y Kurz, 1970). No obstante, es a partir de Barro (1990) cuando se comienzan a estudiar con amplitud las condiciones a satisfacer por las infraestructuras para que su dotación sea calificada como óptima (Futagami *et al.*,1993; Glomm y Ravikumar, 1994, 1999; González-Páramo, 1995)

Entre las escasas aportaciones que abordan la provisión de infraestructuras desde la perspectiva propia de la hacienda pública, destacan los estudios pioneros de Kaizuka (1965) y Sandmo (1972). Estos autores realizaron la traslación de la teoría de los bienes públicos, iniciada a partir del artículo seminal de Samuelson (1954), para el caso de un *input* de producción provisto por el sector público. Más recientemente, en el marco del federalismo fiscal, el trabajo de Gómez (1991) ofrece resultados acerca de la eficiencia de la provisión óptima de infraestructuras en un modelo con restricciones a la movilidad del factor trabajo.

En estas páginas se pretende recuperar la polémica iniciada por Pigou (1947) acerca del cumplimiento de la tradicional regla de provisión eficiente de bienes públicos en presencia de imposición distorsionante, con el objetivo de trasladarla al caso de las infraestructuras. Los trabajos publicados con anterioridad, que se ciñen al caso de un bien público destinado al consumo, destacan dos factores en dicha relación. Por un lado, reconocen que la utilización de impuestos distintos a los de suma fija conlleva un coste en términos de bienestar que eleva el coste unitario de proveer gasto público. Por otro lado, subrayan que en la medida en que puedan existir relaciones de complementariedad entre los bienes privados sometidos a gravamen y el bien público, es posible que el coste marginal de los fondos públicos se reduzca ya que la recaudación se incrementa con la provisión del bien público.

El análisis teórico de este tipo de cuestiones fue desarrollado a partir de los artículos de Dasgupta y Stiglitz (1971) y Atkinson y Stern (1974), que retomaron la idea lanzada por Pigou. En estos primeros trabajos se insiste en la existencia de un exceso de gravamen que eleva el coste marginal de la provisión pública al recaudar impuestos con tributos distorsionantes. Aportaciones posteriores como las de Wildasin (1979, 1984) o Chung (2000) ponen el acento en las relaciones de complementariedad entre gasto público y recaudación impositiva. El marco de agente representativo seguido hasta el momento es alterado por King (1986), Wilson (1991), Konishi (1993) o Gaube (2000), que emplean modelos con agentes heterogéneos. Las conclusiones no se modifican en esencia, aunque la complejidad analítica se eleva. Otras aportaciones, como las de Aronsson y Sjögren (2001), enfocan el problema en el marco de un mercado de trabajo no competitivo.

Las principales aportaciones del presente trabajo pueden sintetizarse como sigue. En primer lugar, se discute la provisión de un bien público que afecta simultáneamente a las funciones de utilidad y producción de los agentes; esta es una circunstancia que reúnen bienes como las infraestructuras de transportes y comunicaciones y que no ha sido tratada formalmente en la literatura. En segundo lugar, se pone de manifiesto que en el caso del capital público también el bienestar social neto derivado de su provisión depende de forma importante del modo de financiarlo: impuestos distorsionantes *vs*. de suma fija. En tercer lugar, se señalan las restricciones derivadas de las rigideces que impone el sistema fiscal a la provisión de infraestructuras, en especial las relacionadas con la restricción presupuestaria del sector público. De todos estas características, así como de los ejercicios numéricos ofrecidos, se desprenden una serie de implicaciones normativas que consideraremos al final del trabajo.

El artículo está estructurado en dos partes. En la primera de ellas, que comprende los apartados II-IV, tras la descripción del modelo (apartado II), se ofrecen e interpretan las condiciones de primer orden para la provisión óptima de inversión pública bajo dos esquemas fiscales distintos: impuestos sobre el consumo óptimos (apartado III) e impuestos sobre el consumo arbitrarios (apartado IV). Bajo ambas circunstancias se estudia en qué condiciones se eleva la recaudación impositiva. En una segunda parte, desarrollada en los apartados V-VI, se introduce una regla de comportamiento del sector público según la cuál éste se limita al cumplimiento de su restricción presupuestaria (apartado V). A continuación (apartado VI) se presenta una simulación numérica de las principales variables relevantes: cantidades de inversión pública provista, coste social de los fondos públicos, efectos del gasto público sobre la recaudación tributaria y desviación de la cuantía de inversión provista de las condiciones de optimalidad definidas en la primera parte. Un apartado de conclusiones cierra el trabajo.

II Planteamiento básico del modelo

Este apartado caracteriza el comportamiento de los agentes económicos en un marco de equilibrio general. Se presentan así los principales rasgos en la toma de decisiones de los mismos al igual que los supuestos sobre los que descansa el modelo utilizado.

II.1. Consumidores

Sea una economía formada por H individuos idénticos, numerados por h. Cada uno de estos consumidores tiene definida una función de utilidad según la siguiente expresión:

$$U^h\left(\mathbf{x}^\mathbf{h}, g\right), \qquad [1]$$

donde $\mathbf{x}^h$ es un vector de n+1 bienes privados, $\mathbf{x}^\mathbf{h} = \left(x_0, x_1, x_2, ..., x_i, ..., x_n\right)'$, y g un bien público puro[1]. Estableceremos, asimismo, que los individuos ofrecen toda su dotación inicial de trabajo y capital (l^h y k^h) de forma inelástica a unos precios ω y r, respectivamente. Teniendo en cuenta que estos consumidores se enfrentan a un vector de precios al consumo $\mathbf{q}$,

$\mathbf{q} = (q_0, q_1, q_2, ..., q_i, ..., q_n)$, y que consideran dada una cantidad de g y la renta (expresada en términos de un bien numerario 0), de la resolución de su problema de optimización vamos a obtener dos resultados equivalentes. El primero de ellos se refiere a las funciones de demanda individuales para cada bien, que adoptan la siguiente expresión general:

$$x_i^h = x_i^h \left(\mathbf{q}, g, M^h\right) \quad \forall\, i, h, \tag{2a}$$

donde $M^h = \omega\, l^h + r\, k^h$ es a la renta total obtenida por los individuos a través de la venta de los servicios de sus factores productivos. El segundo resultado inmediato que se desprende es la función de utilidad indirecta, que viene dada por:

$$\begin{aligned} V^h \left(\mathbf{q}, g, M^h\right) = \underset{\{\mathbf{x^h}\}}{Max} \quad U^h\left(\mathbf{x^h}, g\right), \quad \forall\, h \\ s.a.{:}\, \mathbf{q}\, \mathbf{x^h} = M^h \end{aligned} \tag{2b}$$

II.2. Empresas

Establecemos la existencia de n+1 empresas, produciendo cada una de ellas de forma exclusiva el bien i (i = 0, 1, 2, … , n). La tecnología a disposición de cada una de estas empresas viene dada por las correspondientes funciones de producción que de forma genérica pueden expresarse como sigue:

$$\mathrm{X}_i = F_i(L_i, K_i, g), \tag{3}$$

donde L_i y K_i son, respectivamente, las cantidades de trabajo y capital utilizadas en la producción del bien i. Adviértase que entre los factores productivos también se encuentra el bien público g, que adopta ahora una naturaleza de *input* público[2]. Se supone que la productividad marginal de cada uno de los factores productivos es positiva y decreciente; además, incrementos marginales de g elevan la productividad de los factores privados:

$$F_{Lg} > 0, \quad F_{Kg} > 0. \tag{4}$$

Cada una de estas empresas va a funcionar en mercados de bienes y factores perfectamente competitivos y abiertos al resto del mundo para bienes y capital, existiendo libre movilidad del capital y trabajo entre sectores. Por su parte, supondremos que las funciones de producción se caracterizan por rendimientos constantes a escala en los factores privados. A partir de la resolución de problema de optimización, la empresa que produce *i* va a definir sus demandas de factores según la expresión:

$$p_i \frac{\partial X_i}{\partial L_i} = \omega , \qquad \forall i$$
$$p_i \frac{\partial X_i}{\partial K_i} = r , \qquad \forall i \qquad [5]$$

donde p_i es precio internacional del bien X_i. Teniendo en cuenta las relaciones de complementariedad definidas en [4], podemos afirmar que aumentos en la dotación de *g* elevan la remuneración del trabajo ($p_i \frac{\partial X_i^2}{\partial L_i \, \partial g} = \frac{\partial \omega}{\partial g} > 0 , \forall i$). No sucede otro tanto con el capital privado en virtud de su libre movilidad internacional.

II.3. Sector público

Supondremos que existe un gobierno benevolente que, en condiciones de información perfecta, elegirá la cantidad de *g* que maximice el bienestar social medido a través de una función utilitarista. El coste de proveer *g* viene determinado por una función $c(g)$ expresada en unidades de bien numerario. Esta función es creciente en *g* ($c^{'}(g) > 0$) y está definida linealmente en su único argumento[3]. La financiación de este gasto público se va a realizar a través impuestos *ad valorem* sobre el consumo de los bienes *i* (*i* = 1,2,…,*n*) a un tipo t_i, esto es, $q_i = p_i \left(1 + t_i\right)$, $\forall i$.

En esta parte vamos a estudiar tres esquemas fiscales distintos: tipos impositivos fijados de forma óptima, tipos impositivos que se ajustan para que cada *commodity tax* recaude la misma cantidad de recursos y tipos impositivos fijados exógenamente excepto uno que se ajusta como en el esquema anterior para el cumplimiento de la restricción presupuestaria gubernamental. El problema de optimización al que se enfrenta el gobierno en cada una de estas situaciones viene dado, respectivamente, por las siguientes expresiones:

$$\underset{\{g,t_i\}}{Max} \quad H\,V^h\left(\mathbf{q}(t_i),\, g\,, M^h\,(g)\right)$$
$$s.a.: \quad c\,(g) = H\sum_{i=1}^{n} t_i\; p_i\; x_i^h\left(\mathbf{q}(t_i), g, M^h\,(g)\right), \qquad h = 1, 2, ..., H; i = 1, 2, \ldots, n \qquad [6]$$

$$\underset{\{g,t_i\}}{Max} \quad H\,V^h\left(\mathbf{q}(\mathbf{t}),\, g\,, M^h\,(g)\right)$$
$$s.a.: \quad c\,(g) = H\sum_{i=1}^{n} t_i\,(g)\, p_i\; x_i^h\left(\mathbf{q}(\mathbf{t}), g, M^h\,(g)\right) \qquad [7]$$
$$t_i\; p_i\; x_i^h\left(\mathbf{q}(\mathbf{t}), g, M^h\,(g)\right) = \frac{c\,(g)}{N\,H}, \quad \forall\, i, \quad h = 1, 2, ..., H; i = 1, 2, \ldots, n$$

$$\underset{\{g,t_1\}}{Max} \quad H\,V^h\left(\mathbf{q}(t_1),\, g\,, M^h\,(g)\right)$$
$$s.a.: \quad c\,(g) = H\left(\sum_{i=2}^{n} t_i\; p_i\; x_i^h\left(\mathbf{q}(t_1), g, M^h\,(g)\right) + t_1\; p_1\; x_1^h\left(\mathbf{q}(t_1), g, M^h\,(g)\right)\right) \qquad [8]$$
$$t_1\; p_1\; x_1^h\left(\mathbf{q}(t_1), g, M^h\,(g)\right) = \frac{c\,(g)}{N\,H}, \qquad h = 1, 2, ..., H; i = 1, 2, \ldots, n\,.$$

Obsérvese que las variables de decisión del gobierno cambian de [6] y [7] respecto a [8], en el que tan solo se elige g y un tipo impositivo. Debe notarse, asimismo, que el segundo modelo no pretende ser tanto una descripción realista del comportamiento del gobierno como una ilustración de un grado intermedio de restricción sobre la política impositiva del gobierno, entre la ausencia de limitaciones (primer modelo) y su severidad máxima (tercer modelo).

III. Provisión óptima de infraestructuras con estructura impositiva óptima

En este apartado se resolverá el problema [6]. Ello generará no solo la condición de primer orden para la asignación eficiente de g sino una estructura de tipos impositivos que minimiza el exceso de gravamen asociado al uso de impuestos distorsionantes. Esta materia se encuentra en la línea de los trabajos desarrollados por Diamond y Mirrless (1971), Atkinson y Stern (1974) o, más recientemente, Wilson (1991a) o Gaube (2000).

A partir de la correspondiente función de Lagrange se obtienen las siguientes condiciones de primer orden para g y t_k:

$$H\left(\frac{\partial V^h}{\partial g}+\frac{\partial V^h}{\partial M^h}\frac{\partial M^h}{\partial g}\right)=\lambda\left(c^{'}(g)-H\sum_{i=1}^{n}t_i\,p_i\left(\frac{\partial x_i^h}{\partial g}+\frac{\partial x_i^h}{\partial M^h}\frac{\partial M^h}{\partial g}\right)\right) \qquad [9]$$

$$H\frac{\partial V^h}{\partial t_k}=\lambda\left(-H\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial x_i^h}{\partial t_k}t_i\,p_i-H\,x_k^h\,p_k\right)\quad\forall k\,, \qquad [10]$$

donde λ es el multiplicador de Lagrange asociado a la restricción presupuestaria del gobierno. Teniendo en cuenta que $\frac{\partial V^h}{\partial g}+\frac{\partial V^h}{\partial M^h}\frac{\partial M^h}{\partial g}=\sum_{i=0}^{n}\frac{\partial U^h}{\partial x_i^h}\left(\frac{\partial x_i^h}{\partial g}+\frac{\partial x_i^h}{\partial M^h}\frac{\partial M^h}{\partial g}\right)+\frac{\partial U^h}{\partial g},\forall h$, y que la utilidad marginal de la renta es $\alpha=\sum_{i=0}^{n}\frac{\partial U^h}{\partial x_i^h}\frac{\partial x_i^h}{\partial M^h}$, [9] puede escribirse e interpretarse en los siguientes términos:

$$H\left(RMS_g^M+\frac{\partial M^h}{\partial g}+\frac{\sum_{i=0}^{n}\frac{\partial U^h}{\partial x_i^h}\frac{\partial x_i^h}{\partial g}}{\alpha}\right)=\frac{\lambda}{\alpha}\left(c^{'}(g)-H\sum_{i=1}^{n}t_i\,p_i\left(\frac{\partial x_i^h}{\partial g}+\frac{\partial x_i^h}{\partial M^h}\frac{\partial M^h}{\partial g}\right)\right),\forall h \qquad [11]$$

El lado izquierdo de [11] muestra la suma para los *H* individuos de los beneficios marginales que una unidad adicional de *g* representa en términos de renta. Un primer ingrediente de estos beneficios marginales lo constituye, obviamente, la relación marginal de sustitución entre la inversión pública y la renta. La peculiaridad que incorpora el considerar que estos bienes públicos ofrecen, además, servicios productivos a las empresas reside en el segundo sumando del primer término: en la medida en que el capital público eleva la productividad del factor trabajo y con ella la renta de los consumidores, se ejercen unos efectos sobre el consumo de otros bienes privados que afectan a la utilidad. El tercer y último sumando del primer miembro captura la incidencia que las posibles relaciones de complementariedad/sustituibilidad entre *g* y el resto de los bienes privados puedan tener sobre la utilidad de los individuos.

Por su parte, los términos situados a la derecha en la ecuación [11] recogen todos los costes implicados en la provisión de una unidad adicional de *g*. Así, el coste marginal de proveer capital público $c^{'}(g)$ ha de minorarse en la cuantía correspondiente al incremento en la recaudación impositiva que esta unidad adicional genera. El que realmente aumenten los recursos a disposición del sector público a partir de la provisión de infraestructuras dependerá del signo de $\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial x_i^h}{\partial g}+\frac{\partial x_i^h}{\partial M^h}\frac{\partial M^h}{\partial g}\right)$: si el capital público mantiene una relación de complementariedad global con los bienes gravados –entendida ésta como la *suma* de las derivadas parciales de cada uno de los bienes privados respecto a *g*-, la recaudación tributaria aumentará. Nuestro modelo ofrece resultados en este sentido según se desprende de la proposición 1.

Proposición 1. *Si la demanda marshalliana del bien considerado como numerario –y no sometido a gravamen- es independiente o sustitutiva respecto a la inversión pública g y los bienes gravados son normales, un mismo esfuerzo fiscal por parte de los contribuyentes permite alcanzar un mayor volumen de recaudación como consecuencia de la provisión de inversión pública (Condición Suficiente).*

Demostración 1. Se sigue de la diferenciación de la restricción presupuestaria del consumidor respecto a *g*: $\frac{\partial x_0^h\left(q_0,g,M^h(g)\right)}{\partial g}+\sum_{i=1}^{n}q_i\left(\frac{\partial x_i^h}{\partial g}+\frac{\partial x_i^h}{\partial M^h}\frac{\partial M^h}{\partial g}\right)=\frac{\partial M^h}{\partial g},\quad \forall h$. Dado que el segundo miembro de esta expresión siempre es positivo en virtud del efecto que la inversión pública tiene sobre la productividad de los trabajadores, que los precios al consumo q_i son estrictamente positivos y que las relaciones de independencia o sustituibilidad entre la demanda de x_0 y g no afectarán o reforzarán, respectivamente, el signo positivo del primer miembro, toda la expresión entre paréntesis será mayor que cero. En consecuencia, la demanda de bienes gravados aumenta y con ella la recaudación, sin que esto deba vincularse a un mayor esfuerzo fiscal □

La recaudación de impuestos aumentará y se reduce, por consiguiente, el coste marginal de proveer infraestructuras[4]. En otro orden de cosas, la parte derecha de la expresión [11], que muestra los costes marginales implicados en la provisión de *g*, ofrece la oportunidad de discutir sobre el parámetro λ. Con éste se está incorporando el coste social de financiar la provisión de infraestructuras a través de impuestos distorsionantes (recaudación + exceso de gravamen) y origen de la polémica iniciada por Pigou (1947). En la medida en que el cociente λ/α sea mayor que uno, la simple suma de relaciones marginales de sustitución sobrevalora los beneficios de una unidad adicional de *g*. En este sentido, la siguiente proposición proporciona información al respecto.

Proposición 2. *Bajo el supuesto de normalidad de los bienes sometidos a gravamen, el coste social de recaudar impuestos* λ *supera de forma inequívoca a la utilidad marginal privada de la renta* α *(Condición suficiente).*

Demostración 2. Véase apéndice.

A modo de síntesis parcial puede afirmarse que la provisión óptima de infraestructuras debe contabilizar como beneficios marginales no solo la suma de las valoraciones individuales del bien público en cuestión, sino también los incrementos de renta que se derivan de la mayor productividad del factor trabajo y la posible complementariedad entre *g* y el resto de los bienes, que también generan utilidad. Por el lado de los costes de provisión, está claro que el coste marginal directo que conlleva invertir una unidad de renta en capital público debe ajustarse mediante dos efectos contrapuestos: la mayor recaudación impositiva que genera la provisión de *g* (reduciendo así el coste unitario del gasto público) frente al exceso de gravamen que provoca la utilización de impuestos distorsionantes sobre el consumo.

IV. Provisión óptima de infraestructuras con tipos impositivos que se ajustan ineficientemente

IV.1. Condiciones de primer orden

Este subapartado proporcionará las condiciones de primer orden para la provisión óptima de inversión pública que se deriva del problema [7], en el que los tipos impositivos no se eligen de forma óptima sino que cada *commodity tax* se ajusta para aportar la misma recaudación. En este nuevo marco, cada impuesto sobre el consumo del bien i debe financiar g/n, donde n es el número total de bienes gravados. Una situación similar fue analizada por Wildasin (1979, 1984). El problema de optimización al que se enfrenta el gobierno en esta situación viene dado por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}&\underset{\{g\}}{Max}\quad H\, V^h\left(\mathbf{q}(\mathbf{t}(g)),\, g\,, M^h(g)\right)\\ &s.a.:\ \ c(g)=H\sum_{i=1}^{n} t_i(g)\, p_i\, x_i^h\left(\mathbf{q}(\mathbf{t}(g)), g, M^h(g)\right),\qquad h=1,2,\ldots,H\end{aligned} \qquad [12]$$

donde se ha utilizado la segunda restricción de [7] para despejar $\mathbf{t}$ en función de g. La condición de primer orden para la provisión óptima de g es:

$$\begin{aligned}H\left(\frac{\partial V^h}{\partial g}+\frac{\partial V^h}{\partial M^h}\frac{\partial M^h}{\partial g}+\frac{\partial V^h}{\partial q_i}\frac{d\,t_i}{d\,g}\right)=\lambda\Bigg(c'(g)-H\sum_{i=1}^{n}t_i\,p_i\frac{\partial x_i^h}{\partial g}-H\sum_{i=1}^{n}t_i\,p_i\frac{\partial x_i^h}{\partial M^h}\frac{\partial M^h}{\partial g}\cdot\\ H\sum_{i=j=1}^{n}t_i\,p_i\frac{\partial x_i^h}{\partial q_j}\frac{d\,t_j}{d\,g}-H\sum_{i=1}^{n}x_i^h p_i\frac{d\,t_i}{d\,g}\Bigg).\end{aligned} \qquad [13]$$

De forma similar al caso anterior, si dividimos ambos miembros por $\frac{\partial V^h}{\partial M^h}=\alpha$ y aplicamos la identidad de Roy al tercer sumando del primer miembro, podemos alcanzar una expresión susceptible de ser interpretada con cierta facilidad en términos económicos:

$$H\left(\frac{\dfrac{\partial V^h}{\partial g}}{\dfrac{\partial V^h}{\partial M^h}}+\frac{\partial M^h}{\partial g}-\sum_{i=1}^{n}x_i^h\frac{d\,t_i}{d\,g}\right)=\frac{\lambda}{\alpha}\left(c'(g)-H\sum_{i=1}^{n}t_i\,p_i\frac{\partial x_i^h}{\partial g}-H\sum_{i=1}^{n}t_i\,p_i\frac{\partial x_i^h}{\partial M^h}\frac{\partial M^h}{\partial g}-\right.$$

$$\left.H\sum_{i=j=1}^{n}t_i\,p_i\frac{\partial x_i^h}{\partial q_j}\frac{d\,t_j}{d\,g}-H\sum_{i=1}^{n}x_i^h p_i\frac{d\,t_i}{d\,g}\right). \qquad [14]$$

En efecto, el lado izquierdo de [14] recoge los beneficios netos que se derivan de la provisión marginal de *g*. En este sentido, los dos primeros sumandos capturan el efecto positivo que una unidad adicional tiene sobre el bienestar del conjunto de individuos que habitan en esa economía, bien directamente sobre la función de utilidad indirecta, bien a través de los incrementos en la renta que experimentan al elevarse la productividad del trabajo. Por su parte, el tercer sumando del primer miembro, precedido de un signo menos, refleja las consecuencias que la subida en el precio de los bienes de consumo, provocada por tipos impositivos superiores, tiene sobre el bienestar de los consumidores, en forma de una menor demanda de bienes.

El lado derecho de [14] hace referencia a los costes marginales netos que la provisión de inversión pública conlleva. Así, el coste marginal propiamente dicho –representado por $c'(g)$- debe ser minorado en la cuantía en que se incrementa la recaudación impositiva como consecuencia de una unidad adicional de *g*, todo ello teniendo en cuenta el nuevo marco fiscal en que nos encontramos. En este sentido, es conveniente precisar que de hecho los recursos tributarios a disposición del sector público se van a elevar. La proposición 3 lo enuncia en términos idénticos a los reseñados en el apartado anterior.

Proposición 3. *Si la demanda marshalliana del bien considerado como numerario es independiente o sustitutiva respecto a la inversión pública g y los bienes gravados son normales, un mismo esfuerzo fiscal por parte de los contribuyentes permite alcanzar un mayor volumen de recaudación como consecuencia de la provisión de inversión pública (Condición Suficiente).*

Demostración 3. Siguiendo el mismo razonamiento que con anterioridad (demostración 1), si la renta de los consumidores se eleva como consecuencia de la provisión de infraestructuras y ello no es captado por un incremento en la demanda del bien numerario no gravado, necesariamente el consumo de bienes sometidos a tributación será mayor, incrementándose la recaudación sin que se eleve el esfuerzo de los contribuyentes □

Por último, debe apuntarse que el coste marginal de facilitar infraestructuras al sector privado recogido en la expresión [14] también refleja los efectos negativos que la existencia de un sistema fiscal distorsionante tiene sobre el bienestar social. Este efecto viene dado por el cociente λ/α, cuya lógica es la misma que en el apartado anterior.

IV.2 Provisión óptima de infraestructuras con un único impuesto que se ajusta a *g*

El resultado genérico anterior, establecido sobre la base de que cada impuesto sobre el consumo debe recaudar una parte alícuota de la financiación de la inversión pública, se mantiene a grandes rasgos para el caso en que todos los impuestos menos uno se encuentran fijados *a priori* y uno de los *commodity tax* se vincula a la cantidad de *g* provista para cubrir la brecha entre la recaudación de los n - 1 tributos y el coste total de la infraestructura[5]. Se trata de una limitación extrema del margen de maniobra a disposición del sector público. Estableceremos, así, que de los n tipos impositivos existentes en la economía, $\mathbf{t} = (t_1, t_2, ..., t_n)$, *n-1* se encuentran fijados de antemano, de tal forma que nosotros supondremos que tan solo el impuesto sobre el bien 1 ofrece al gobierno la suficiente discrecionalidad como para ajustar su presupuesto. La segunda restricción del problema [8], además de garantizar un valor positivo para t_1, nos permite al igual que antes despejar dicho tipo impositivo en función de la inversión pública. De esta forma el problema [8] queda como sigue

$$\begin{aligned} &\underset{\{g\}}{Max} \quad H\, V^h\left(\mathbf{q}(t_1(g)), g, M^h(g)\right) \quad, h = 1,2,...,H \\ &s.a.: \quad c(g) = H\left(\sum_{i=2}^{n} t_i\, p_i\, x_i^h\left(\mathbf{q}(t_1(g)), g, M^h(g)\right) + t_1\, p_1\, x_1^h\left(\mathbf{q}(t_1(g)), g, M^h(g)\right)\right) \end{aligned} \qquad [15]$$

Al igual que en el subapartado anterior, la condición de primer orden para la inversión pública g queda como sigue:

$$H\left(\frac{\frac{\partial V^h}{\partial g}}{\frac{\partial V^h}{\partial M^h}}+\frac{\partial M^h}{\partial g}-x_1^h\frac{d\,t_1}{d\,g}\right)=\frac{\lambda}{\alpha}\left(c'(g)-H\sum_{i=1}^{n}t_i\,p_i\frac{\partial x_i^h}{\partial g}-H\sum_{i=1}^{n}t_i\,p_i\frac{\partial x_i^h}{\partial M^h}\frac{\partial M^h}{\partial g}-\right.$$

$$\left.H\sum_{i=1}^{n}t_i\,p_i\frac{\partial x_i^h}{\partial q_1}\frac{d\,t_1}{d\,g}-H\,x_1^h p_1\frac{d\,t_1}{d\,g}\right), \qquad [16]$$

cuya interpretación económica reproduce, *mutatis mutandis*, la ofrecida para [14]. Nuevamente, la recaudación de impuestos aumenta por cada unidad de g provista. De otro lado, pueden hacerse explícitos los vínculos que surgen entre los bienes gravados y el bien tomado como numerario y la recaudación de impuestos en los dos últimos esquemas fiscales.

Proposición 4. *Cuanto mayor sea la complementariedad hicksiana entre el bien numerario y cada uno de los bienes gravados, mayor será la recaudación tributaria en los problemas [7] y [8].*

Demostración 4. En el problema [7], si el término $H\sum_{i=j=1}^{n}t_i\,p_i\frac{\partial x_i^h}{\partial q_j}\frac{d\,t_j}{d\,g}$ de [13] es descompuesto según Slutsky queda $H\left(\sum_{i=j=1}^{n}t_i\,p_i\,s_{ij}-\sum_{i=j=1}^{n}t_i\,p_i\frac{\partial x_i^h}{\partial M^h}x_j^h\right)\frac{d\,t_j}{d\,g}$. Ciñéndonos al primer sumando y ampliándolo a todos los bienes de la economía, lo cual es posible puesto que $t_0=0$, llegamos a $H\sum_{i=j=0}^{n}t_i\,p_i\,s_{ij}\frac{d\,t_j}{d\,g}$. Multiplicando cada sumando por $\frac{q_j}{q_j}$, obtenemos lo que sigue: $H\sum_{i=j=0}^{n}\frac{t_i}{1+t_i}s_{ij}q_j\frac{d\,t_j}{d\,g}$. Debido a la homogeneidad de grado cero en las funciones de demanda y el concepto de restricción presupuestaria, y puesto que $s_{ii}<0$, $\forall i$, cuanto mayor sea la complementariedad hicksiana entre el bien numerario y los bienes gravados (mayor s_{i0} en valor absoluto, aunque $s_{i0}<0$), más intensas serán las relaciones de sustituibilidad entre los bienes sometidos a gravamen (s_{ij}>0), reforzándose así el efecto recaudación derivado de la provisión de *g*. La traslación al problema [8] es inmediata.□

Este resultado se encuentra en la línea de aportaciones anteriores aunque, a diferencia de éstas, razona en términos de relaciones entre el bien no gravado y los sometidos a tributación, en lugar de la inmediatez derivada de la complementariedad o no entre bienes gravados y gasto público y sus efectos sobre la recaudación.

V Provisión de infraestructuras con tipos impositivos fijados *ex ante*

Si bien en los apartados precedentes el comportamiento del sector público venía dictado por un problema de optimización que, a grandes rasgos, quedaba recogido en [6] - [8], en la nueva situación que analizamos el margen de discrecionalidad del gobierno a la hora de proveer inversión pública se reduce considerablemente. Ahora los tipos impositivos con que se grava el consumo de *n* bienes se encuentran fijados de antemano. De ello se sigue que la recaudación tributaria es una variable exógena para el sector público y, por ende, el nivel de gasto público productivo está determinado. La ecuación relevante en este contexto, por tanto, resulta ser la restricción presupuestaria del gobierno:

$$c(g) = H \sum_{i=1}^{n} t_i^0 \, p_i \, x_i^h \left(\mathbf{q}, g, M^h(g)\right), \qquad h = 1, 2, \ldots, H, \tag{17}$$

donde $t_i^0, \forall i = 1, \ldots, n$, hace referencia al aludido tipo impositivo del bien *i* y fijado *ex ante*. Puesto que se trata de una ecuación y una sola incógnita (*g*), la resolución de la misma es inmediata, alcanzándose así el nivel de inversión pública a proveer por el gobierno bajo este nuevo escenario fiscal. Nuestro interés no puede ser tanto analizar reglas de provisión, como la relación entre tipos impositivos e inversión pública en función de los parámetros que caracterizan la economía (preferencias y tecnología) al igual que las implicaciones de esta relación en términos de bienestar social.

VI. Simulación

En este apartado se van a presentar los resultados de un ejercicio de simulación. En una primera parte se definirán las formas funcionales concretas con las que vamos a trabajar y el marco económico en el que las variables van a interactuar. A continuación, se llevará a cabo una simulación matemática que nos permitirá obtener distintos valores de inversión pública para distintos escenarios. En un tercer subapartado se discutirán las implicaciones sobre el bienestar social que la provisión de g conlleva.

VI.1 Funciones y parámetros básicos

Sea una economía pequeña y abierta al exterior en la que existen tres tipos de agentes económicos: consumidores, empresas y sector público. El número de consumidores idénticos es H y cada uno de éstos maximiza una función de utilidad Cobb-Douglas transformada logarítmicamente y definida sobre tres argumentos: dos bienes privados (x e y) y un bien público puro (g)[6]:

$$U^h\left(x^h, y^h, g\right) = a \ln x^h + b \ln y^h + c \ln g \tag{18}$$

Se establece que $a = b = 0.4$. Cada consumidor posee una unidad de trabajo y una de capital que ofrecen inelásticamente: $l^h = k^h = 1$. H y c serán modificados para conocer el efecto sobre la magnitud de la inversión pública provista. Existen dos empresas que fabrican en exclusividad los bienes X e Y con arreglo a las siguientes funciones de producción:

$$\mathrm{X} = A L^{\beta} K_x^{\alpha} g^{\gamma} \tag{19}$$

$$\mathrm{Y} = A K_x^{\nu} g^{\theta} \quad , \tag{20}$$

donde A = 1, $\alpha = 0.4$ y $\beta = 0.6$. Tanto X, como Y como K presentan libre movilidad internacional con $p_x = 1$ (X será el bien numerario), $p_y = 4$ y r = 3, concebido éste último como tipo de interés. Los mercados de factores se rigen por los supuestos básicos de la competencia perfecta. El exponente de g en esta función de producción de X no es parametrizado pues será una de las variables cuyo valor modificaremos para evaluar la sensibilidad de la provisión pública a la misma. Los exponentes correspondientes a la función de producción de Y no se definen dado que no son relevantes a los efectos que nos interesan. El gobierno, por su parte, debe satisfacer un volumen de inversión pública g con arreglo a la siguiente función de costes expresada en términos del bien numerario:

$$c(g) = \Psi\, g + \delta \ . \qquad [21]$$

La obtención de los recursos necesarios para tal fin se instrumenta a través de un impuesto *ad valorem* sobre el consumo del bien Y a un tipo t, con lo que $q_Y = 4\,(1 + t)$.

VI.2 Provisión de inversión pública bajo distintos escenarios[7]

La expresión [17] nos sirve de base para la obtención de distintos niveles de inversión pública según los tipos impositivos establecidos sobre el consumo de Y (t), las elasticidades de la producción de X respecto a g (γ), el número de consumidores (H), el peso de g en la función de utilidad (c) y diferentes especificaciones de la función de costes en la provisión de inversión pública (ψ,δ). Para cada una de las simulaciones de los efectos de una variable sobre el nivel de g se han mantenido constantes el resto de los parámetros, con la intención de facilitar la interpretación de los resultados; existe por tanto un nivel de referencia o *benchmark* establecido sobre el valor medio del rango tomado para cada una de las variables anteriormente citadas.

El rango de valores elegido para cada una de las seis variables así como los niveles de provisión calculados para cada uno de ellos quedan recogidos en el cuadro 1. Los valores cuyo subíndice es dos son aquellos que se fijan cuando se analizan los restantes casos.

Insertar cuadro 1

Respecto a los vínculos entre la inversión pública provista y el tipo impositivo que grava el consumo se aprecia una relación directa pero no proporcional. Para tipos impositivos reducidos la relación es más que proporcional: cuando éste se duplica el nivel de gasto público productivo se incrementa en más del doble. Por el contrario, conforme se va incrementando la presión fiscal sobre el consumo, los efectos de aumentos en el tipo impositivo generan menores incrementos en la recaudación y, por ende, en la magnitud de inversión pública provista.

En relación a los efectos del peso que las infraestructuras tienen en la utilidad de los individuos (c) sobre la cuantía de g provista, el cuadro 1 indica que aquellos son inexistentes bajo el marco fiscal en que nos movemos. Independientemente del valor de c, la inversión pública facilitada por el gobierno es siempre la misma. Ello introduce una fuente de ineficiencia en la medida en que se están desatendiendo las preferencias individuales para decidir un determinado nivel de gasto público.

En cuanto a la influencia que el número de consumidores-contribuyentes (H) tiene sobre el volumen de g provisto, se observa que un incremento determinado en H eleva de forma más que proporcional la recaudación y con ella la cuantía de la inversión pública. Ello tiene su origen en tres circunstancias. Por un lado, la naturaleza no rival del bien público en cuestión elimina la posibilidad de congestión en el uso del mismo, con lo que la incorporación de nuevos usuarios y/o empresas no reduce su disponibilidad[8]. Por otro lado, en la medida en que la provisión de inversión pública presenta una función de costes medios totales decrecientes en g, la incorporación de un nuevo contribuyente genera una externalidad fiscal dado que su aportación al presupuesto público es superior a lo que supone una hipotética cuota per cápita en la financiación de g. Por último, el efecto positivo de la provisión de inversión pública sobre la renta de los consumidores, esto es, sobre la recaudación impositiva que a la postre determina la cuantía de g, incrementa los recursos a disposición del gobierno por encima de la mera adición de contribuyentes.

Por su parte, las relaciones entre la elasticidad de la producción de X respecto a la inversión pública g y la cuantía de la misma son directas, como era de esperar. En efecto, puesto que el gasto público eleva la productividad del factor trabajo y ello redunda en una mayor renta para los consumidores, incrementos en la productividad de las infraestructuras conducen a un mayor consumo del bien gravado Y y, por consiguiente, a una recaudación de impuestos superior. La relación entre ambas variables es menos que proporcional.

Procede ahora la discusión del papel de las dos últimas variables cuya relación con g recoge el cuadro 1: el coste marginal (ψ) y el coste fijo (δ) de proveer inversión pública. Ambas mantienen una relación inversa con el volumen de gasto público productivo. Cuando el coste marginal se duplica el gasto público productivo, *ceteris paribus*, se reduce en algo más de la mitad, debido a la existencia de un coste fijo; ahora bien, conforme la cuantía de los costes marginales ψ se va elevando y adquiriendo más peso en la función de coste total, las proporciones en que se modifican ambas variables van convergiendo. Respecto al coste fijo, la relación inversa tampoco es proporcional aunque la cuantía en que disminuye la provisión de inversión pública sí que se reduce a un ritmo constante en términos absolutos.

VI.3 Inversión pública, impuestos y bienestar social

Este subapartado pretende introducir la discusión en torno a los efectos que los dos instrumentos fiscales a disposición del gobierno (inversión pública e impuestos sobre el consumo) tienen sobre el bienestar social. Con esta intención se realizará, en primer lugar, un cálculo del coste social de la intervención estatal a través de gastos e ingresos públicos para compararla con el bienestar disfrutado por los consumidores cuando el sector público no existe. En segundo lugar, se discutirá la relación entre los costes (totales y marginales) de obtener recursos con tributos distorsionantes y la recaudación impositiva. Por último, se evaluará la optimalidad de las combinaciones de inversión pública y tipo impositivo obtenidas.

VI.3.1 Costes en términos de bienestar social de la intervención pública

La literatura especializada sobre los costes que conlleva la captación de recursos por parte del sector público a través de impuestos que distorsionan las decisiones de los agentes es abundante. En estas páginas se va a seguir uno de los planteamientos propuestos por Håkonsen (1998) para conocer la pérdida de bienestar vinculada a la existencia de un sistema fiscal distorsionante. Esta aportación se basa a su vez en los trabajos de Pazner y Sadka (1980), Kay (1980) y Triest (1990), que utilizan el concepto de variación equivalente.

Sea $e_1^h\left(\mathbf{q_0},\omega_0.r,V_1^h\right)$ el gasto en el que incurre un consumidor *h* cuando se enfrenta a un vector de precios al consumo no distorsionados por impuestos $\mathbf{q_0}=(1,4)$, un salario ω_0 no afectado por la provisión de *g* y un tipo de interés constante *r* para alcanzar un nivel de utilidad máxima V_1, que es la que consigue en la nueva situación con impuestos y gasto público productivo. Sea $e_0^h\left(\mathbf{q_0},\omega_0.r,V_0^h\right)$, por su parte, el nivel de gasto que define un consumidor *h* para, en las mismas condiciones de precios que antes, obtener un nivel de utilidad V_0, que es la que corresponde con una situación sin intervención pública. El cambio en el bienestar experimentado por los *H* consumidores que habitan en nuestra economía vendría dado por la diferencia agregada entre $e_1^h\left(\mathbf{q_0},\omega_0.r,V_1^h\right)$ y $e_0^h\left(\mathbf{q_0},\omega_0.r,V_0^h\right)$, de tal forma que el coste total de los fondos públicos –en un marco *second best*- (CTF_{SB}) es:

$$CTF_{SB}=-\left(H\,e_1^h\left(\mathbf{q_0},\omega_0.r,V_1^h\right)-H\,e_0^h\left(\mathbf{q_0},\omega_0.r,V_0^h\right)\right). \qquad [22]$$

A partir del comportamiento de los consumidores, empresas y sector público anteriormente especificados se llega a una expresión del CTF_{SB} explícitamente definida en *g* y *t*, y cuyo valor se presenta en el siguiente cuadro 2 para distintas combinaciones de inversión pública y tipo impositivo que mantienen equilibrado el presupuesto público.

Insertar cuadro 2

Como era de esperar, el coste de recaudar fondos públicos es creciente en el grado de intervención pública, definiéndose una relación no lineal entre esta variable y CTF_{SB}. Un modo sencillo de ilustrar las relaciones que se establecen entre estas tres variables es elaborar un gráfico en tres dimensiones. El gráfico 1 recoge en su eje ***x*** el volumen de inversión pública (entre 0 y 20), en el eje ***z*** el tipo impositivo (entre 0 y 1) y en el eje ***y*** el coste total de los fondos públicos. Los parámetros de referencia tomados son los mismos que los utilizados en la elaboración del cuadro 2.

Insertar gráfico 1

A lo largo de la dimensión ***x*** (inversión pública) el gráfico de superficie desciende para un tipo impositivo dado, alcanzando incluso valores negativos en los primeros tramos de la escala tributaria. Ello obedece al efecto incremento de la renta de los consumidores que conlleva la provisión de inversión pública, a través de un mayor salario, reduciendo así el coste social de los fondos necesarios para dicho gasto público. Por su parte, claramente se aprecia cómo mayores tipos impositivos implican una renuncia más elevada en términos de renta para los consumidores-contribuyentes, manteniendo constante el gasto público. Dilucidar cuál de los dos efectos predomina es fácil. Salvo para tipos impositivos muy reducidos, frente a los que las economías domésticas no ven minorado su bienestar como consecuencia de la intervención pública, la influencia de los impuestos sobre el consumo incrementa el coste social de obtener recursos.

VI.3.2. Costes de la intervención pública, impuestos de suma fija y recaudación

Este subapartado va a proceder, en primer lugar, a comparar el coste marginal de la financiación del gasto público productivo con la utilidad marginal de la renta. En segundo lugar, se pondrán en relación la pérdida de bienestar medida según el CTF_{SB} anteriormente estudiado con el volumen de recaudación efectivamente necesario para proveer distintos niveles de inversión pública y los efectos sobre el bienestar de la imposición de suma fija. Tomando como referencia nuevamente el trabajo de Håkonsen (1998), podemos definir el coste marginal social de la recaudación de impuestos como la derivada del coste total de los fondos públicos respecto al nivel de gasto:

$$CMF_{SB} = \frac{\partial CTF_{SB}}{\partial g} = \frac{\partial\left(-\left(H\, e_1^h\left(\mathbf{q_0}, \omega_0.r, V_1^h\right) - H\, e_0^h\left(\mathbf{q_0}, \omega_0.r, V_0^h\right)\right)\right)}{\partial g}. \qquad [23]$$

Dado que la expresión de CTF_{SB} viene dada en t y en g, utilizaremos la restricción presupuestaria del gobierno para despejar el tipo impositivo en términos de inversión pública con la intención de tener [23] dependiendo de una sola variable: g. Por su parte, del problema de optimización individual del consumidor, se puede obtener la utilidad marginal de la renta α. Así, y empleando las combinaciones de gasto público y tipo impositivo ya utilizadas en el cuadro 2, se han calculado los valores correspondientes al coste marginal de la recaudación impositiva y la utilidad marginal de la renta en cada uno de los casos tratados. Estas cifras aparecen en el cuadro 3.

Insertar cuadro 3

La evidencia proporcionada por estos nuevos resultados es reveladora y acorde con la lógica económica. Por un lado, se advierte la tendencia creciente que experimenta el coste marginal social de recaudar impuestos conforme se eleva la intensidad de la intervención pública. Por otro lado, este *CMF* siempre supera a la utilidad marginal de la renta, circunstancia ésta ya puesta de manifiesto en el apartado III (Proposición 2).

A continuación, merece la pena preguntarse por las relaciones entre el coste total de los fondos para la financiación de la inversión pública, la recaudación tributaria obtenida y los costes en términos de bienestar en los que se incurriría si se optase por cubrir el coste de g a través de impuestos de suma fija no distorsionantes. Para calcular esta última magnitud se ha seguido una metodología similar a la empleada para la obtención del CTF_{SB}. A este respecto, y para la definición de la función de gasto correspondiente a una situación con impuestos (de tanto alzado en este caso), se ha establecido el que cada consumidor ha de contribuir a la financiación del gasto público productivo en la misma cuantía. Así, cada contribuyente pagaría $\frac{c(g)}{100}$ si la población es 100. Los valores obtenidos para las nuevas magnitudes se presentan en el cuadro 4, donde hemos incluido nuevamente el coste de los fondos públicos bajo impuestos sobre el consumo para facilitar la comparación. Los costes en términos de bienestar derivados de la imposición de suma fija aparecen ahora bajo la rúbrica CTF_{LS} frente a la magnitud correspondiente al contexto de *second best* en que nos movíamos con anterioridad. La recaudación tributaria, por su parte, aparece en la fila iniciada por R.

Insertar cuadro 4

El cuadro 4 ilustra en nuestro modelo uno de los principales resultados de la teoría de la imposición, a saber: el mayor coste social que conlleva la recaudación de impuestos a través de tributos que distorsionan las decisiones de los agentes cuando éstos se enfrentan a precios que no coinciden con el coste marginal de producción. Obsérvese en este sentido la menor cuantía que presenta el CTF_{LS} en relación a CTF_{SB}, ampliándose la diferencia conforme la intervención pública es más intensa y el efecto sustitución que acompaña a la imposición distorsionante se incrementa.

Respecto a la recaudación tributaria, es importante destacar que ésta siempre supera al coste social de los fondos públicos con que se provee la inversión pública. Esta circunstancia puede interpretarse como una externalidad fiscal positiva generada por el gasto público, que eleva indirectamente la recaudación de impuestos. De esta forma, puede afirmarse que el esfuerzo fiscal de los contribuyentes para obtener un determinado volumen de recaudación se atenúa en la medida en que la propia recaudación se destina a un gasto público que incrementará la renta de los consumidores.

VI.3.3 Optimalidad de la inversión pública provista

En la primera parte de este trabajo se derivaron las condiciones de primer orden para la provisión eficiente de gasto público productivo. En la segunda parte se ha partido de un esquema impositivo arbitrario, que determina el volumen de inversión pública a facilitar por el gobierno. En este marco, consumidores y empresas continúan resolviendo sus respectivos problemas de optimización, y el sector público se limita al cumplimiento de su restricción presupuestaria. En este marco, los resultados analíticos obtenidos en la primera parte son susceptibles de ser empleados en esta simulación para evaluar en qué medida el volumen de inversión pública provista se desvía de las condiciones de óptimo. Para ello vamos a retomar la expresión [9], que nos mostraba que la provisión de inversión pública sería eficiente siempre que se cumpliese la siguiente condición:

$$H\left(\frac{\partial V^h}{\partial g}\right)=\lambda\left(c^{'}(g)-H\sum_{i=1}^{n}t_i\, p_i\,\frac{\partial x_i^h}{\partial g}\right), \qquad [9]$$

Para la utilización de la expresión anterior, que para impuestos arbitrarios no ha de venir caracterizada por una igualdad, debemos notar que el parámetro λ coincide con el coste marginal de los fondos públicos (Håkonsen, 1998). Ello no supone forzar en grado alguno el análisis, dado que este multiplicador es interpretado en la literatura especializada como el efecto que la recaudación marginal de impuestos tiene sobre el bienestar social. De esta forma el cuadro 5 muestra los valores obtenidos de los beneficios y los costes marginales derivados del gasto público para las combinaciones de inversión pública y tipo impositivo que nos vienen sirviendo de referencia.

Insertar cuadro 5

Los beneficios generados por una unidad adicional de gasto público productivo son siempre inferiores a los costes de su provisión en el margen. Esto se traduce en un valor negativo para los beneficios marginales netos (*BMgN*), cuya magnitud en términos absolutos se va incrementando de forma menos que proporcional respecto a la intervención pública. De modo equivalente, y en virtud de la tendencia creciente que presenta esta magnitud conforme la intervención pública se hace más elevada, puede hablarse de un exceso de inversión pública con los valores de referencia y el esquema fiscal establecido.

A efectos ilustrativos, puesto que la comparación no es inmediata en virtud del distinto esquema fiscal seguido, se ofrecen a continuación los valores óptimos de inversión pública, tipo impositivo y coste marginal de los fondos públicos derivados de la resolución de un sistema de ecuaciones formado por las condiciones de primer orden [9], [10] y la restricción presupuestaria del gobierno[10].

Insertar cuadro 6

Sin entrar en una descripción detallada de los resultados, se observa en primer lugar cómo ahora el nivel de inversión pública provista sí es sensible a las preferencias de los agentes (c); en segundo lugar, debe notarse que la cantidad de gasto público ofrecido por el gobierno mantiene una relación directa y más que proporcional con el número de contribuyentes (H), al igual que sucedía con tipos impositivos fijados exógenamente; de nuevo la productividad de la inversión pública (γ), que eleva las rentas de los consumidores vía salarios, presenta una relación positiva con el nivel de *g* provisto; por último, los parámetros correspondientes a la función de costes de la inversión pública (ψ y δ) afectan negativamente a la cuantía de la misma. Nótese que, en general, el coste marginal de los fondos públicos se mantiene constante bajo los distintos escenarios, salvo cuando la elevación de los tipos impositivos es de tal magnitud que provoca un incremento considerable del coste social de recaudar impuestos.

VII. Conclusiones

El objetivo de este artículo ha sido ofrecer un tratamiento teórico de la provisión de inversión pública considerando los efectos de impuestos distorsionantes sobre las reglas de asignación eficiente así como la influencia indirecta que la provisión pública ejerce sobre la recaudación impositiva. A partir de un sencillo modelo de equilibrio general hemos analizado el problema de la elección óptima de inversión pública. Dicha inversión pública afecta a la utilidad de las economías domésticas a través de dos cauces: uno directo, que implica el que los consumidores se benefician de los servicios de la inversión pública; y otro indirecto, que se materializa a través la mayor productividad del trabajo. La financiación del gasto en inversión pública se realiza con impuestos sobre el consumo.

En todos los esquemas de financiación de la inversión pública, la interpretación económica de las condiciones de primer orden alcanzadas es, en esencia, la misma. Según éstas, los beneficios marginales que una unidad de gasto público productivo genera sobre los individuos han de igualar a los costes marginales de su provisión. En nuestro modelo, los beneficios marginales están integrados no sólo por los efectos directos sobre la utilidad que las infraestructuras originan, sino también por el incremento en la renta (vía salarios) que los individuos experimentan y que les permite consumir más bienes privados. No obstante, este último efecto debe cualificarse en la medida en que existan relaciones de sustituibilidad entre la inversión pública y los bienes privados. Por el lado de los costes encontramos, además del coste físico de proveer inversión pública, el coste en bienestar derivado de utilizar imposición distorsionante para financiarla, amortiguado por el incremento de la recaudación tributaria procedente de la complementariedad entre el gasto público y los bienes gravados.

A efectos ilustrativos, hemos considerado un esquema fiscal simple, que supone que los tipos impositivos se encuentran fijados *ex ante* y el sector público se limita a ofrecer aquel volumen de inversión pública que garantiza el cumplimiento de su restricción presupuestaria. En este contexto, hemos llevado a cabo una sencilla simulación matemática en la que se calculan diversas variables de interés. En los resultados numéricos, se observa una relación exponencial entre gasto público y tipo impositivo. Las preferencias individuales por g no afectan al nivel de gasto provisto. Un mayor número de habitantes eleva de forma más que proporcional el gasto en bienes de capital. El peso del capital público en las funciones de producción ejerce una influencia positiva sobre la cuantía de g provista. Por último, tanto el coste marginal como el coste fijo de provisión mantienen una relación inversa (menos que proporcional) con la inversión facilitada por el sector público.

En segundo lugar, se ha calculado el coste total de los fondos públicos para la financiación de la inversión. Este coste es creciente en el tipo impositivo y decreciente en el volumen de inversión provisto. Predomina el primer efecto con lo que puede afirmarse que la intervención pública en su conjunto reduce el bienestar social cuando nos apartamos del óptimo. Si este coste social se compara con el que se produce a través de un impuesto de suma fija, claramente el primero supera al segundo. A partir de la expresión del coste total de los fondos se puede obtener el coste marginal de la provisión pública, que supera de forma inequívoca a la utilidad marginal de la renta.

En tercer lugar, utilizando una de las expresiones de optimalidad obtenidas con anterioridad, la cuantía de los recursos que hay que sacrificar para obtener una unidad adicional de inversión pública supera (y en una magnitud creciente en el volumen de gasto público productivo) a los beneficios originados por el esfuerzo inversor del sector público. Esta circunstancia es evitada cuando la elección del tipo impositivo y la inversión pública sigue criterios de eficiencia, situación esta ilustrada en la última simulación, en la que además de mantenerse alguno de los resultados anteriores, se aprecia un vínculo directo entre las preferencias de los agentes y la intervención del gobierno.

En definitiva, este trabajo ha pretendido arrojar alguna luz sobre la eficiencia en la provisión de inversión pública. Las conclusiones de política que sugieren los resultados apuntan en varias direcciones. Por una parte, se advierte que el gasto público en capital ejerce unos efectos sobre el bienestar social que trascienden su mera inclusión como argumento de las funciones de utilidad; en la medida en que afecta a la productividad de los factores privados, estamos en presencia de un potente instrumento de política fiscal que no debe minusvalorarse, sobre todo en momentos de control y consolidación presupuestaria. Por otra parte, la estructura impositiva aparece como un elemento clave para la evaluación de políticas públicas: cuanto menor sea el grado de autonomía del gobierno en el diseño tributario, menores serán los efectos positivos derivados del gasto público. De este modo, las distintas alternativas de financiación influyen sobre la rentabilidad social de un mismo proyecto público. En el caso más extremo, un sistema impositivo muy distorsionante podría hacer socialmente no deseable los mejores proyectos de inversión.

Apéndice

En este apéndice se demostrará, siguiendo la metodología de Dasgupta y Stiglitz (1971) y Atkinson y Stern (1974), que bajo el supuesto de normalidad de los bienes de consumo gravados $\boldsymbol{x}$ el coste social de la recaudación impositiva supera inequívocamente a la utilidad marginal de la renta si el sistema fiscal es distorsionante. Partiremos de la condición de primer orden para la elección óptima de los tipos impositivos recogida en [10]:

$$H \frac{\partial V^h}{\partial t_j} = \lambda \left(-H \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial x_i^h}{\partial t_j} t_i \, p_i - H \, x_j^h \, p_j \right) \quad \forall \, j \, , h = 1, 2, ..., H. \tag{A1}$$

Teniendo en cuenta que $\frac{\partial V^h}{\partial t_j} = \frac{\partial V^h}{\partial q_j} \frac{\partial q_j}{\partial t_j}$, la identidad de Roy $\frac{\partial V^h}{\partial q_j} = -\alpha \, x_j^h$ y reordenando términos, podemos reescribir (A1) de la siguiente forma:

$$\frac{\alpha}{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^{n} H \, t_i \, p_i \frac{\partial x_i^h}{\partial t_j} + H \, x_j^h \, p_j}{H \, x_j^h \, p_j}, \quad \forall \, j. \tag{A2}$$

Si descomponemos el segundo miembro utilizando la ecuación de Slutsky, alcanzamos una expresión que nos permite conocer con precisión los factores que influyen sobre la relación entre α y λ:

$$\frac{\alpha}{\lambda} = 1 + \frac{\sum_{i=1}^{n} S_{ij} \, t_i \, p_i}{H \, x_j^h} - \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial x_i^h}{\partial M^h} t_i \, p_i \; , \quad \forall \, j; \tag{A3}$$

donde M^h es la renta del consumidor h y S_{ij} es el término de Slutsky que hace referencia al efecto precio puro asociado al tipo impositivo. Debido a la concavidad de la función de gasto, el segundo sumando a la derecha del igual es no positivo quedando con ello que la única condición a imponer para que el cociente entre la utilidad marginal de la renta (α) y el coste social de recaudar impuestos

(λ) sea menor que 1 es que las derivadas $\frac{\partial x_i^h}{\partial \mathrm{M}^h}$ sean positivas, es decir, que los bienes sean normales. □

Notas

[1] Se supone que dicha función de utilidad satisface los requisitos habituales: continua, dos veces diferenciable, estrictamente cuasicóncava y estrictamente creciente en x_i y g. Además, la función de utilidad cumple las condiciones de Inada: $\lim_{x_i^h \to 0} \frac{\partial U^h}{\partial x_i^h} = \infty$ y $\lim_{x_i^h \to \infty} \frac{\partial U^h}{\partial x_i^h} = 0$.

[2] La variable g tendrá un carácter flujo (inversión pública). Alternativamente, puede pensarse en g en términos *stock* si suponemos que se trata de capital público cuya depreciación es instantánea (Barro, 1990).

[3] Excluimos de esta forma la posibilidad de un coste marginal creciente en g, siguiendo así el caso predominante en la literatura. Wilson (1991a,b) y Chang (2000) establecen, no obstante, un coste marginal creciente en g.

[4] Wildasin (1979), y luego King (1986) a partir de un enfoque dual en la optimización del consumidor, descomponen los efectos de g sobre la demanda de los bienes privados sometidos a gravamen siguiendo un planteamiento similar al de la ecuación de Slutsky:

$$\frac{\partial x_i^h}{\partial g} = \left.\frac{\partial x_i^h}{\partial g}\right|_{\bar{U}} + RMS_g^M \frac{\partial x_i^h}{\partial M}$$

En nuestro caso, el “efecto renta” situado detrás del signo + se vería ampliado por el ya aludido incremento en la renta de los consumidores al elevarse su salario. De cualquier forma, puede advertirse que un incremento en la recaudación de impuestos no es incompatible con una relación de sustituibilidad hicksiana entre x_i y g.

[5] Wildasin (1984) discute un caso similar para bienes públicos destinados al consumo.

[6] La utilización de funciones Cobb-Douglas es frecuente en la literatura citada con anterioridad (desde Atkinson y Stern,1974, hasta Gaube, 2000) aunque somos conscientes de las limitaciones que acompañan a las mismas. En concreto, y como es bien sabido, la función de demanda de un bien que se deriva de unas preferencias Cobb-Douglas no depende de las cantidades consumidas o de las condiciones de mercado de los otros bienes. Ello no supone, sin embargo, una limitación importante en nuestro análisis en la medida en que los efectos de g sobre la demanda de los bienes privados se pueden canalizar también a través de incrementos en la renta.

[7] Se encuentran a disposición del lector que los requiera los detalles de la resolución de los problemas de optimización implicados así como de las operaciones algebraicas a las que a continuación nos vamos a referir.

[8] Una extensión interesante en este punto podría venir dada por la posibilidad de gasto público sujeto a congestión, tanto desde la perspectiva de las economías domésticas como en la utilización de g como un *input* por parte de las empresas. Para una discusión de las implicaciones derivadas de la congestión de las infraestructuras en el marco de la economía urbana, véase Alonso (2001).

[9] Las discrepancias en los valores de λ y α entre ambas expresiones no son relevantes para nuestra discusión ya que también afectarán al coste marginal (común) $c'(g)$ de proveer inversión pública.

[10] El coste marginal de los fondos públicos se obtiene ahora a partir del multiplicador de Lagrange asociado a la restricción presupuestaria del sector público. Håkonsen (1998) proporciona equivalencias entre esta forma de calcular λ y la metodología seguida en el subapartado anterior. Por otra parte, la resolución del sistema de ecuaciones (no lineales) aludida en el texto se ha llevado a cabo según el método de Newton, que alcanzaba la convergencia fijada tras 20000 iteraciones; los valores de partida han sido g=15, t= 0.04 y λ=0.25; los resultados son robustos a cambios en estos valores de inicio.

Bibliografía

Alonso, O. (2001): "Metropolitan areas and public infrastructure", *Investigaciones Económicas*, vol. XXV(1), pp. 139-169.

Aronson, T. y Sjögren, T. (2001): *Optimal taxation and provision of public goods in a unionized economy*, Working Paper, Department of Economics, University of Umea.

Arrow, K. J. y Kurz, M. (1970): *Public investment, the rate of return and optimal fiscal policy*, Johns Hopkins Press, Baltimore.

Atkinson, A. B. y Stern, N. H. (1974): "Pigou, taxation and public goods", *Review of Economic Studies*, vol 41, pp. 119-128.

Atkinson, A. B. y Stiglitz, J.E. (1988): *Lecciones sobre economía pública*, Instituto de Estudios Fiscales, Madrid.

Barro, R. (1990): "Government Spending in a Simple Model of Endogenous Growth", *Journal of Political Economy*, vol 98, nº 5, pp. 103-125.

Barro, R. J. y Sala-i-Martin, X. (1992): "Public Finance in Models of Economic Growth", *Review of Economic Studies*, 59, octubre, pp. 645-661.

Chung, M. (2000): "Rules and levels in the provision of public goods: the role of complementarities between public good and taxed commodities", *International Tax and Public Finance*, 7, pp. 83-91.

Cornes, R. y Sandler, T. (2000): "*The theory of externalities, public goods and club goods*", 2ª Edición, Cambridge University Press, Cambridge.

Dasgupta, P. y Stiglitz, J. E. (1971): "Differential taxation, public goods and economic efficiency", *Review of Economic Studies*, vol. 38, nº 114, pp. 151-174.

Diamond. P. A. y Mirrless, J. A. (1971): "Optimal taxation and public production I: Production efficiency", *American Economic Review*", 61, pp. 8-27.

Diamond. P. A. y Mirrless, J. A. (1971): "Optimal taxation and public production II: Tax rules", *American Economic Review*", 61, pp. 261-278.

Futagami, K., Morita, Y. y Shibata, A. (1993): "Dynamic Analysis of an Endogenous Growth Model with Public Capital", *Scandinavian Journal of Economics*, 95 (4), pp. 607-625.

Gaube, T. (2000): "When do distortionary taxes reduce the optimal supply of public goods?", *Journal of Public Economics*, 76, pp. 151-180.

Glamlich, E. M. (1994): "Infrastructure investment: A review essay", *Journal of Economic Literature*, vol. XXXII, 3, pp. 1176-1196.

Glomm, G. y Ravikumar, B. (1994): "Public Investment in Infrastructure in a Simple Growth Model", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 18, pp. 1173-1187.

Glomm, G. y Ravikumar, B. (1999): "Competitive equilibrium and public investment plans", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 23, pp. 1207 – 1224.

Gómez, R. (1991): "Provisión de infraestructuras en un modelo con restricciones a la movilidad de trabajadores entre regiones", *Ekonomiaz*, nº 12, pp. 3-22.

González-Páramo, J. M. (1995): "Infraestructuras, productividad y bienestar", *Investigaciones Económicas*, vol. XIX, pp. 155-168.

Håkonsen, L. (1998): "An investigation into alternative representations of the marginal cost of public funds", *International Tax and Public Finance*, 5, pp. 329-343.

Kaizuka, K. (1965): "Public goods and decentralization of production", *The Review of Economics and Statistics*, vol 47, pp.118-120.

Kay, J. A. (1980): "The deadweight loss from a tax system", *Journal of Public Economics*, 13, pp. 111- 119.

King, M. A. (1986): "A pigouvian rule for the optimum provision of public goods", *Journal of Public Economics*, 30, pp. 273-291.

Konishi, H. (1993): "A note on public good provision and commodity taxes", *The Economic Studies Quarterly*, 44, 2, pp. 178-184.

Pazner, E. A. y Sadka, E. (1980): "Excess-burden and economic surplus as consistent welfare indicators", *Public Finance*, 35, pp.439-449.

Pigou, A. C. (1947): *A study in Public Finance*, Third edition, Macmillan, London

Samuelson, P. A. (1954): “The pure theory of public expenditure”, *The Review of Economics and Statistics*, vol 36, pp. 387-389.

Sandmo, A. (1972): “Optimality rules for the provision of collective factors of production”, *Journal of Public Economics*, nº 1, pp. 149-157.

Segura, J. (1994): *Análisis microeconómico*, 3ª Edición, Alianza Universidad Textos, Madrid.

Triest, R. K. (1990): “The relationship between the marginal cost of public funds and the marginal excess burden”, *American Economic Review*, 80, pp. 557-566.

Wildasin, D. E. (1979): “Public good provision with optimal and non-optimal commodity taxation. The single-consumer case”, *Economic Letters*, 4, pp. 59-64.

Wildasin, D. E. (1984): “On public good provision with distortionary taxation”, *Economic Inquiry*, 22, pp. 227-243.

Wilson, J. D. (1991a): “Optimal public good provision with limited lump-sum taxation”, *American Economic Review*, 81, 1, pp. 153-166.

Wilson, J. D. (1991b): “Optimal public good provision in the Ramsey tax model –A Generalization”, *Economic Letters*, 35, pp.57-61.

Cuadro 1: Simulación en la provisión de inversión pública para distintos parámetros

	t_i^0			c			H		
	$t_1^0 = 0.08$	$t_2^0 = 0.16$	$t_3^0 = 0.32$	$c_1 = 0.2$	$c_2 = 0.4$	$c_3 = 0.8$	$H_1 = 50$	$H_2 = 100$	$H_3 = 200$
g	2.446	5.025	9.278	5.025	5.025	5.025	2.240	5.025	10.645

	γ			ψ			δ		
	$\gamma_1 = 0.05$	$\gamma_2 = 0.1$	$\gamma_3 = 0.2$	$\psi_1 = 2$	$\psi_2 = 4$	$\psi_3 = 8$	$\delta_1 = 0$	$\delta_2 = 2$	$\delta_3 = 4$
g	4.981	5.025	5.138	10.139	5.025	2.493	5.531	5.025	4.519

Nota: Los parámetros elegidos han sido: $a = b = 0.4$; $A = 1$, $\alpha = 0.4$, $\beta = 0.6$, $r = 3$; $l^h = k^h = 1$; $p_x = 1$, $p_y = 4$. Cambios en estos valores modifican, obviamente, los resultados pero no alteran la interpretación esencial de los resultados.

Cuadro 2: Coste total de los fondos públicos para inversión en términos de bienestar

	g = 2.446	t = 0.08	g = 5.025	t = 0.16	g = 9.278	t = 0.32	g = 15.338	t = 0.64
CTF_{SB}	9.493		18.088		34.785		62.124	

Nota: Los parámetros elegidos han sido: $a = b = c = 0.4$; $A = 1$, $\alpha = 0.4$, $\beta = 0.6$, $\gamma = 0.1$, $r = 3$; $H = 100$; $l^h = k^h = 1$; $\delta = 2$, $\psi = 4$; $p_x = 1$, $p_y = 4$. Cambios en estos valores modifican, obviamente, el valor del CTF_{SB} pero no alteran la interpretación esencial de los resultados.

Cuadro 3: Coste de los fondos públicos para inversión y utilidad marginal de la renta

	g = 2.446	t = 0.08	g = 5.025	t = 0.16	g = 9.278	t = 0.32	g = 15.338	t = 0.64
CTF_{SB}	9.493		18.088		34.785		62.124	
CMF	2.917		3.626		4.183		4.846	
α	0.251		0.249		0.247		0.246	

Nota: Los parámetros elegidos han sido: $a = b = c = 0.4$; $A = 1$, $\alpha = 0.4$, $\beta = 0.6$, $\gamma = 0.1$, $r = 3$; $H = 100$; $l^h = k^h = 1$; $\delta = 2$, $\psi = 4$; $p_x = 1$, $p_y = 4$. Cambios en estos valores modifican, obviamente, los valores calculados pero no alteran la interpretación esencial de los resultados.

Cuadro 4: Coste de los fondos públicos y recaudación impositiva

	g = 2.446	g = 5.025	g = 9.278	g = 15.338
CTF_{SB}	9.493	18.088	34.785	62.124
CTF_{LS}	9.266	17.265	32.059	54.276
R	11.784	22.1	39.112	63.352

Nota: Los parámetros elegidos han sido: $a = b = c = 0.4$; $A = 1$, $\alpha = 0.4$, $\beta = 0.6$, $\gamma = 0.1$, $r = 3$; $H = 100$; $l^h = k^h = 1$; $\delta = 2$, $\psi = 4$; $p_x = 1$, $p_y = 4$. Cambios en estos valores modifican, obviamente, los valores calculados pero no alteran la interpretación esencial de los resultados.

Cuadro 5: Optimalidad de la inversión pública provista con tipos impositivos exógenos

	g=2.446	t=0.08	g=5.025	t=0.16	g=9.278	t=0.32	g=15.338	t=0.64
BMg	8.448		4.149		2.256		1.370	
CMg	11.534		14.334		16.525		19.130	
BMgN	- 3.046		- 10.185		- 14.269		- 17.76	

Nota: Los parámetros elegidos han sido: $a = b = c = 0.4$; $A = 1$, $\alpha = 0.4$, $\beta = 0.6$, $\gamma = 0.1$, $r = 3$; $H = 100$; $l^h = k^h = 1$; $\delta = 2$, $\psi = 4$; $p_x = 1$, $p_y = 4$. Cambios en estos valores modifican, obviamente, los valores calculados pero no alteran la interpretación esencial de los resultados.

Cuadro 5: Inversión pública eficiente con estructura impositiva óptima

	c			H			γ			ψ			δ		
	0.2	**0.4**	**0.8**	**50**	**100**	**200**	**0.05**	**0.10**	**0.20**	**2**	**4**	**8**	**0**	**2**	**4**
g	13.89	20.51	27.17	6.77	13.89	28.36	13.36	13.89	14.48	28.19	13.89	6.86	14.07	13.89	13.72
t	0.55	1.06	2.09	0.56	0.55	0.54	0.53	0.55	0.57	0.55	0.55	0.54	0.53	0.55	0.57
λ	0.38	0.50	0.75	0.39	0.38	0.37	0.38	0.38	0.38	0.37	0.38	0.38	0.37	0.38	0.38

Notas: Los parámetros elegidos han sido: $a = b = 0.4$; $A = 1$, $\alpha = 0.4$, $\beta = 0.6$, $r = 3$; $l^h = k^h = 1$; $p_x = 1$, $p_y = 4$. Cambios en estos valores modifican, obviamente, los valores calculados pero no alteran la interpretación esencial de los resultados. En cada simulación se han mantenido constantes los valores medios de cada variable, excepto en el caso de *c*, cuyo de nivel de referencia ha sido 0.2, a fin de mantener cierta proporcionalidad en los resultados.

Gráfico 1: Inversión pública, tipo impositivo y coste total de los fondos