X ENCUENTRO DE ECONOMÍA PÚBLICA
"HACIENDA PÚBLICA Y CONVERGENCIA EUROPEA"
Tenerife, 6 y 7 de febrero de 2003

"ANÁLISIS DE LA DESIGUALDAD MEDIANTE ESPECIFICACIONES PARAMÉTRICAS DE DISTRIBUCIONES: UN ESTUDIO EMPÍRICO Y DE SENSIBILIDAD A PARTIR DEL PANEL DE HOGARES DE LA UNIÓN EUROPEA*"

MARTA PASCUAL y JOSÉ MARÍA SARABIA

Departamento de Economía
Universidad de Cantabria

E-mail: pascualm@unican.es
sarabiaj@unican.es

RESUMEN

En este trabajo se realiza un análisis de la desigualdad adoptando un enfoque paramétrico a partir de las funciones de percentiles. Como primer objetivo nos planteamos el estudio de la desigualdad en la distribución personal de la renta en España, utilizando diversas especificaciones probabilísticas de carácter paramétrico. Se proponen dos modelos robustos para modelizar datos de renta usando la función de percentiles. Específicamente, se trabaja con los modelos gamma y beta de cuantiles. Se utilizan los datos del Panel de Hogares de la Unión Europea (PHOGUE). Como segundo objetivo se estudia la sensibilidad de los resultados según diferentes escalas de equivalencia.

Clasificación JEL: D31, D63, H24.

Palabras clave: Distribución de la renta, funciones de percentiles, desigualdad, PHOGUE.

* El presente trabajo se integra en el proyecto "*Análisis de la desigualdad de renta con familias paramétricas de curvas de Lorenz clásicas y generalizadas*". Agradecemos la ayuda concedida por el Instituto de Estudios Fiscales (IEF) para su elaboración y al Ministerio de Ciencia y Tecnología (BEC2000-1186). En cualquier caso, los posibles errores de este trabajo son responsabilidad exclusiva de los autores.

1. INTRODUCCIÓN

Durante los últimos años se están produciendo notables avances en los estudios de desigualdad. Este hecho se ha visto favorecido por la mayor disponibilidad de datos microeconómicos (procedentes tanto de encuestas como de registros administrativos) y por los avances informáticos. No obstante, el análisis de la desigualdad resulta complejo y exige una considerable dosis de subjetivismo dado que permite establecer comparaciones de bienestar (analizar la desigualdad implica, casi necesariamente, establecer juicios de valor). A pesar de los muchos estudios existentes sobre desigualdad[1], sigue siendo un campo abierto con posibilidades de avance. El enfoque moderno de los estudios de desigualdad ha dejado de ser un simple ejercicio estadístico a partir del cual se obtenían diferentes medidas de dispersión o concentración y se entiende como un estudio riguroso enmarcado dentro de la economía del bienestar.[2]

Para medir la desigualdad se han propuesto tanto en la literatura económica como estadística, diferentes herramientas. Una de estas herramientas es la curva de Lorenz, a partir de la cual se pueden obtener rankings de desigualdad (y por tanto, establecer comparaciones). Además, la elección de una forma funcional para la curva de Lorenz es un aspecto clave en el análisis de desigualdad, y sigue siendo un activo campo de investigación[3]. A partir de la forma funcional se obtienen medidas de desigualdad y pobreza, y sobre todo, se pueden estudiar las posibles ordenaciones entre distribuciones. En particular, la modelización económica a través del análisis de microdatos está permitiendo contrastar empíricamente distintas teorías.

El presente trabajo se centra en el estudio de la desigualdad en la distribución personal de la renta en España, utilizando diversas especificaciones probabilísticas de carácter paramétrico. Se propone una metodología general para obtener funciones de cuantiles para el ajuste de datos de renta. El método consiste en seleccionar una curva de Lorenz suficientemente flexible con al menos dos parámetros y generar la función de cuantiles, mediante la cual se obtiene un modelo parametrizado por la media, y por tanto se puede armonizar fácilmente con los datos.

[1] Véase, entre otros, Oliver et al. (2001a), Cantó et al. (2000) y Ruíz-Huerta et al. (1993).
[2] Véase Salas (2001).
[3] Véase Kakwani y Podder (1973), Kakwani (1980), Rasche et al. (1980), Gupta (1984), Arnold (1986), Arnold et al. (1987), Villaseñor y Arnold (1989), Basmann et al. (1990), Ortega et al. (1991), Chotikapanich (1993), Holm (1993), Ryu y Slottje (1996), Sarabia, Castillo y Slottje (1999, 2001 y 2002), Sarabia y Pascual (2001 y 2002).

Como aspecto previo señalar que una de las ventajas de utilizar las funciones de cuantiles es que, a diferencia de lo que ocurre con especificaciones en términos de la función de densidad y la función de distribución, éstas dan lugar a curvas de Lorenz sencillas, cuyas expresiones para algunas medidas de desigualdad son especialmente simples. Además, utilizando aproximaciones paramétricas de las funciones de percentiles, podemos sintetizar miles de observaciones estimando únicamente unos pocos parámetros. Cuando establecemos una forma paramétrica ganamos flexibilidad, sin perjuicio de poder hacer comparaciones tanto a nivel agregado como individual. Una vez seleccionada la forma funcional, se procede a estimar los parámetros correspondientes (por ejemplo, por el método de los momentos, máxima verosimilitud, etc.). Asimismo, se puede analizar la bondad de ajuste mediante la suma de cuadrados de los residuos, la suma de los errores absolutos, el test de la chi-cuadrado, etc. El último paso es obtener el índice de Gini (u otras medidas de concentración y dispersión) a partir de los parámetros previamente estimados.

Dadas las ventajas de imponer formas funcionales sobre los datos de renta y calcular los índices de desigualdad basándonos en los parámetros de esa distribución particular, en este trabajo se plantean dos objetivos. Por un lado, analizar un problema teórico de gran interés, la desigualdad, utilizando para ello las funciones de percentiles. Por otro, contrastar la adecuación de las técnicas a los datos empíricos. Para ello se recurre a la información empírica contenida en el Panel de Hogares de la Unión Europea (PHOGUE) correspondiente a los años disponibles hasta la fecha[4].

Obviamente, los estudios de desigualdad obligan a tomar una serie de decisiones que pueden condicionar los resultados obtenidos (Oliver et al. (2001b), Del Río et al. (1999)). Estas decisiones hacen referencia tanto a la fuente de datos como a las unidades de análisis, las variables utilizadas o las escalas de equivalencia consideradas. La principal conclusión que se deriva de este trabajo es la robustez de los resultados cuando se utilizan aproximaciones paramétricas de las funciones de cuantiles así como su robustez frente a la utilización de diferentes escalas de equivalencia basadas en el tamaño de los hogares.

[4] A pesar de la abundante literatura aparecida en los últimos años sobre el análisis de la distribución de la renta, la evidencia empírica para España que se deriva de las Encuestas Básicas de Presupuestos Familiares (EBPF) disponible hasta hoy, finaliza en 1990-91. La desaparición de esta base de datos que ha servido de referencia en los estudios de desigualdad, supone una limitación clara sobre el conocimiento de la evolución de la desigualdad en España en la década de los noventa. No obstante, las Encuestas Continuas de Presupuestos Familiares (ECPF) que abarcan el periodo comprendido entre mediados de los ochenta y mediados de los noventa han sido de gran ayuda para llenar el vacío existente. Sin embargo, dado que estas encuestas han sido reformadas en 1997, se han dificultado las posibles comparaciones con la serie anterior. Es por ello que el Panel Europeo (que actualmente abarca desde 1994 hasta 1998 y que se prevé que alcance hasta el 2002) además de permitir establecer comparaciones a nivel europeo, es una fuente de información imprescindible para poder conocer qué ha ocurrido en la década de los noventa.

El trabajo se estructura de la siguiente manera. En el apartado 2, se hace una breve referencia metodológica sobre los datos utilizados y las opciones metodológicas adoptadas. En el apartado 3, se estudian las funciones de percentiles como una alternativa probabilística para especificar distribuciones de renta. En el apartado 4, se procede al ajuste, validación y comparación entre modelos. Finalmente, en el apartado 5, se presentan las conclusiones más relevantes.

2. EL PANEL DE HOGARES DE LA UNIÓN EUROPEA: CONSIDERACIONES METODOLÓGICAS

La necesidad de disponer a nivel comunitario de información armonizada relativa a rentas, educación, formación, empleo, etc., que permitiera analizar las diferentes políticas sociales en la Unión Europea, motivó la elaboración de una nueva fuente de información estadística: "*El Panel de Hogares de la Unión Europea*" (PHOGUE). Esta fuente de datos está armonizada a nivel comunitario y coordinada por la Oficina de Estadística de la Unión Europea (EUROSTAT).

El PHOGUE no sólo describe la situación de la población en un momento determinado, sino que además los hogares elegidos en el primer ciclo se mantienen durante ciclos sucesivos, permitiendo la entrada de nuevos miembros y siguiendo a los miembros que han abandonado el hogar, o al hogar en su conjunto, si éste ha cambiado de dirección dentro de la Unión Europea. Es importante destacar que nunca se había dispuesto, para toda la Unión Europea, de un panel fijo y armonizado que permitiera realizar un seguimiento de variables como la renta, el empleo, composición de los hogares, educación, etc. y que permitiera estudiar la situación socioeconómica de los hogares e individuos dentro de la Unión Europea[5]. Esta encuesta de panel representativa de hogares de distintos países de la Unión Europea se realizó por primera vez en 1994. Caben destacar dos características básicas. En primer lugar su ámbito geográfico, que permite hacer comparaciones a nivel europeo. En segundo lugar, su diseño de panel, que permite entrevistar a los mismos hogares e individuos a lo largo de varios años, incluso si se cambia de domicilio dentro de la Unión Europea. Esto hace posible estudiar la formación y evolución de nuevos hogares así como los movimientos migratorios internos (Ayala et al. (2002), Alvarez et al. (2002)).

[5] La base de datos internacionales del *Luxembourg Income Study* (LIS) permite estudiar la distribución de la renta en España en un contexto internacional. No obstante, en esta base de datos existen limitaciones ligadas a la diferente riqueza de la información contenida en cada fuente, así como el momento temporal al que se refieren las encuestas (véase Ayala et al. (1993)).

Una vez seleccionada la fuente de información se han tenido que tomar una serie de decisiones relevantes tanto metodológicas como relativas a la elección de la variable objeto de estudio y a la forma en que se ponderan las unidades de análisis. El empleo de microdatos ofrece numerosas ventajas ya que permite tomar una serie de decisiones metodológicas, aplicarlas de forma homogénea y contrastar la sensibilidad y robustez de los resultados frente a diferentes hipótesis. La variable utilizada en este estudio es el *Ingreso anual neto del hogar*, que está constituido por todos los ingresos ordinarios del hogar sea cual sea su procedencia (rentas del trabajo, del capital, de la propiedad, transferencias privadas y prestaciones sociales). Estos ingresos son netos de retenciones a cuenta del IRPF, cotizaciones a la Seguridad Social y otros pagos asimilados, pero no de los pagos y/o devoluciones del IRPF. Esta variable nos sirve como aproximación al nivel de vida de los hogares españoles con ciertas limitaciones, dado que no se está teniendo en cuenta, explícitamente, otros aspectos como la riqueza de los hogares, el bienestar subjetivo, etc.

En este trabajo se analiza la desigualdad de la renta en España utilizando los datos correspondientes a los cinco primeros ciclos del PHOGUE, siendo la unidad de análisis el hogar. Las entrevistas correspondientes a estas cinco oleadas fueron realizadas entre los años 1994 y 1998. Con la excepción de las variables de *Ingresos Actuales*, todos los montantes relativos a ingresos son anuales y pertenecen al año anterior al de la encuesta, es decir, 1993 para el primer ciclo, 1994 para el segundo, etc. La TABLA 1 refleja el número de hogares e individuos considerados en cada uno de los ciclos.

TABLA 1: Número de hogares e individuos en cada una de las olas con información disponible de los ingresos totales netos del hogar en el año anterior a la entrevista.

	Ola 1 (1994)	Ola 2 (1995)	Ola 3 (1996)	Ola 4 (1997)	Ola 5 (1998)
Nº Total Hogares originales	7206	6522	6268	5794	5485
Nº Total Individuos originales	23025	20706	19715	18167	16728
Nº Hogares con información s/ingresos	7143	6436	6121	5703	5418
Nº Individuos con información s/ingresos	22841	20406	19237	17865	16537

Metodológicamente se ha tomado como unidad de análisis el hogar, ya que constituye la unidad básica de recogida de información, teniendo en cuenta el tamaño y composición del hogar a la hora de efectuar el análisis. La primera pregunta que se plantea empíricamente es qué queremos analizar: ¿la renta por familia?, ¿la renta por adulto sin tener en cuenta a los niños?, o ¿la renta por hogar con independencia del número de adultos? Es necesario, por tanto, hacer algunas consideraciones sobre la variable renta o ingresos. El valor total de dicha variable no tiene en cuenta el número de personas que componen el hogar. Una posibilidad es considerar la variable en términos per cápita, es decir, por cada miembro del hogar ya sean mayores o menores. No obstante, surgen nuevos problemas debidos a la existencia de economías de escala en el seno de los hogares. Parece lógico suponer que las necesidades de los hogares varían según su tamaño y según la composición por edad de los miembros que lo forman. Para tener en consideración este hecho, es habitual utilizar escalas de equivalencia que asignan distintas ponderaciones a los distintos miembros del hogar[6].

En este trabajo, se ha abordado la heterogeneidad de los hogares utilizando la especificación dada en Buhmann et al. (1988) que resume diferentes escalas de equivalencia a través de un solo parámetro suponiendo que dicha escala depende solamente del número de miembros del hogar. De acuerdo con este método, la renta equivalente, Y_h, de un hogar con n_h miembros y con renta sin ajustar X_h es:

$$Y_h = \frac{X_h}{n_h^s}.$$

El parámetro s varía entre 0 y 1. Cuando s=1, obtenemos la distribución de la renta per cápita del hogar, lo que equivale a dividir la renta del hogar por el tamaño familiar. Cuando s=0, la renta equivalente es igual a la renta sin ajustar, lo que equivale a no tener en cuenta el tamaño de los hogares. Asimismo, se ha analizado la robustez del procedimiento estimando la desigualdad para distintos valores que determinan la escala (Ruíz-Castillo (1993), Salas (2001)). En particular se han considerado los valores s=0, 0.25, 0.5, 0.75, y 1.

Por último, señalar ciertas limitaciones en el análisis de desigualdad a partir del PHOGUE. En primer lugar, en esta fuente de información sólo se proporcionan datos relativos a ingresos, con lo cual no es posible realizar un análisis de sensibilidad para valorar los efectos de utilizar datos de gasto en lugar de los de ingreso para medir la desigualdad de la distribución de la renta. En segundo lugar, no es posible realizar el análisis a nivel autonómico. Únicamente, se dispone de información desagregada según la región (*NUT*) donde el hogar está residiendo.[7].

[6] En cualquier caso, la cuestión de cómo tratar a los hogares resulta polémica y muy discutida (Lambert (1989), Jenkins y Lambert (1993), Danziger y Taussig (1979)).

[7] En el PHOGUE la información está desagregada según las siguientes regiones:
Región 1:Noroeste (Galicia, Asturias y Cantabria); Región 2: Nordeste (País Vasco, Navarra, Rioja y Aragón); Región 3: Madrid; Región 4: Centro (Castilla y León, Castilla La Mancha y Extremadura); Región 5: Este (Cataluña, Comunidad Valenciana y Baleares); Región 6: Sur (Andalucía, Murcia, Ceuta y Melilla); Región 7: Canarias.

3. LA FUNCIÓN DE PERCENTILES COMO INSTRUMENTO DE MODELIZACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DE LA RENTA

La función de cuantiles constituye una de las alternativas probabilísticas para especificar una distribución de renta. En este trabajo se propone un método para obtener funciones de cuantiles para el ajuste de datos de renta. El método consiste en seleccionar una curva de Lorenz suficientemente flexible con al menos dos parámetros y generar la correspondiente función de cuantiles, mediante la cual se obtiene un modelo parametrizado por la media.

Una de las ventajas de utilizar las funciones de cuantiles es que, a diferencia de lo que ocurre con especificaciones en términos de la función de densidad y la función de distribución, éstas dan lugar a curvas de Lorenz sencillas, cuyas expresiones para algunas medidas de desigualdad son especialmente simples. Las funciones de cuantiles (siempre que sean lo suficientemente flexibles) pueden ser especialmente recomendables para datos de renta, puesto que se basan en información robusta, que es la dada por los cuantiles.

3.1 Resultados Previos

Sea X una variable aleatoria positiva con función de distribución $F_X(x)$. La función de cuantiles viene definida por:

$$X(p) = F_X^{-1}(p), \quad 0 \leq p \leq 1, \tag{1}$$

donde:

$$F_X^{-1}(p) = \inf \{x : F_X(x) \geq p\}. \tag{2}$$

Como primer aspecto, hay que señalar que la función de cuantiles corresponde a la versión en la población de los cuartiles, deciles, etc., que son medidas habitualmente utilizadas en estadística económica descriptiva. La función $X(p)$ representa el máximo nivel de renta percibido por el p por ciento de los individuos que menos ganan, o también el nivel mínimo de renta que percibe el (1-p) por ciento de los individuos que más ganan.

Asimismo, también pueden obtenerse expresiones alternativas de la función de cuantiles a partir de la curva de Lorenz. Sea $L_X(p)$ una curva de Lorenz dos veces diferenciable. Se denomina función de cuantiles generada a partir de $L_X(p)$ a la expresión:

$$X(p; m) = mL'_X(p), \quad 0 \leq p \leq 1, \tag{3}$$

donde m es un parámetro que representa la renta media.

La definición anterior supone un modo alternativo de generar funciones de cuantiles. Por otro lado, las diferentes medidas de desigualdad admiten una representación en términos de la función de cuantiles. El objetivo que nos planteamos es presentar diversas especificaciones funcionales para la función de cuantiles de la renta, motivadas por algunas curvas de Lorenz.

3.2 Especificaciones Paramétricas de Funciones de Cuantiles

A continuación se analizan brevemente los dos tipos de funciones de cuantiles utilizados. Las especificaciones paramétricas de estas funciones de cuantiles son:

1) Curva de Cuantiles Beta de Primera Especie:

$$X(p;a,b,m) = \frac{m p^{a-1}(1-p)^{b-1}}{B(a,b)}, \quad 0 \le p \le 1, \quad a \ge b,\ 0 < b \le 1 \tag{4}$$

2) Curva de Cuantiles Gamma Transformada:

$$X(p;\alpha,\lambda,m) = \frac{m\lambda^{\alpha} p^{\lambda-1}(-\log p)^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}, \quad 0 \le p \le 1, \quad \alpha > 0, \quad \lambda > 1 \tag{5}$$

Estas dos funciones de cuantiles surgen de aplicar la definición (3) a una determinada curva de Lorenz. Este método establece una nueva técnica para obtener distribuciones de renta con una serie de ventajas que señalaremos más adelante. Otras propuestas de funciones de cuantiles son la distribución de Gupta, la distribución Lambda de Tukey Generalizada (Ramberg et al. (1979)), la distribución de Wakeby (Houghton (1978)).

3.2.1 Propiedades Teóricas de las Funciones de Cuantiles Beta y Gamma

La función de cuantiles Beta de Primera Especie (4) surge de aplicar la expresión (3) a la curva de Lorenz:

$$L(p;a,b) = \int_0^p \frac{x^{a-1}(1-x)^{b-1}}{B(a,b)} dx, \quad a \ge b,\ 0 < b \le 1. \tag{6}$$

El soporte de esta función de cuantiles es el intervalo $(0,\infty)$, que es un primer requisito para modelizar datos de renta. El índice de Gini toma una expresión especialmente simple:

$$G(a,b) = \frac{a-b}{a+b}. \tag{7}$$

Los momentos respecto al origen son:

$$E(X^k) = m^k \frac{B(k(a-1)+1, k(b-1)+1)}{B(a,b)^k}, \tag{8}$$

y $E(X^k) < \infty \Leftrightarrow b \geq 1 - 1/k$, que es otra de las propiedades deseables de las distribuciones de renta (existencia de un número finito de momentos).

La función de cuantiles Gamma Transformada, surge a partir de la curva de Lorenz:

$$L(p; \alpha, \lambda) = \int_0^p \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\lambda-1} (-\log x)^{\alpha-1}\, dx, \quad \lambda > 1,\ \alpha > 0. \tag{9}$$

El índice de Gini viene dado por:

$$G(\alpha, \lambda) = 2\left(\frac{1}{1+\lambda^{-1}}\right)^{\alpha} - 1. \tag{10}$$

Los momentos respecto del origen son (k = 1, 2,...)

$$E(X^k) = \mu^k \frac{\lambda^{k\alpha}\, \Gamma(k(\alpha-1)+1)}{\left[k(\alpha-1)+1\right]^{k(\alpha-1)+1} \Gamma(\alpha)^k}. \tag{11}$$

3.3 Estimación de la Función Beta

Para la estimación partimos de un conjunto de datos $(p_i, x(p_i))$, $i = 1, 2, \ldots, n$ procedentes de la función de cuantiles observada. Sustituyendo $(p_i, x(p_i))$ en la expresión (6) y tomando logaritmos, se obtiene que $(c = \log(\mu / B(a,b)))$:

$$\log x(p_i) = c + (a-1)\log p_i + (b-1)\log(1-p_i), \tag{12}$$

que es una ecuación lineal en los parámetros. A partir de (12) se pueden obtener diversos estimadores de los parámetros a, b y μ, tanto armonizados como sin restringir. Si se eligen tres cuantiles $\{x(p_i), x(p_j), x(p_k)\}$ y se sustituyen en (12) se obtiene un sistema 3×3 con solución única. Un método alternativo es estimar mediante mínimos cuadrados generalizados.

3.4 Estimación de la Función Gamma

Análogamente, sustituyendo en un dato observado y tomando logaritmos se obtiene que:

$$\log x(p_i) = c + (\lambda - 1)\log p_i + (\alpha - 1)\log(-\log(p_i)), \quad 0 \leq p \leq 1, \tag{13}$$

$(c = \log(\mu\lambda^\alpha / \Gamma(\alpha)))$ que vuelve a ser lineal en los parámetros. A partir de (13) se pueden obtener igualmente los estimadores de los parámetros μ, λ y α.

4. ANÁLISIS DE LA EVOLUCIÓN Y DISTRIBUCIÓN DE LA RENTA NETA EQUIVALENTE: RESULTADOS EMPÍRICOS

Tal y como se ha indicado anteriormente, la parte empírica se basa en la información contenida en el PHOGUE realizado para España por el Instituto Nacional de Estadística (INE) en colaboración con EUROSTAT. En este trabajo se han analizado los cambios en la distribución de la renta que se han producido en el periodo considerado, utilizando distintos métodos tanto analíticos como gráficos. En una primera etapa se ha analizado la adecuación de los modelos de cuantiles teóricos (Beta y Gamma) a los datos empíricos. Posteriormente, se ha procedido al análisis longitudinal de la distribución de la renta. Dado que se consideran distintas escalas de equivalencia, esto ha permitido contrastar la sensibilidad y robustez de los resultados.

4.1 Adecuación de los modelos a los datos empíricos

El análisis de las distribuciones se basa en distintos instrumentos. Como conclusiones se pueden destacar las siguientes: Independientemente del valor del parámetro "*s*", la frecuencia a ambos extremos de todas las distribuciones es siempre muy baja, es decir, hay relativamente pocos hogares con rentas muy bajas o muy altas. Se ha realizado un análisis de la distribución de la renta por medio de las funciones de cuantiles Beta de Primera Especie y Gamma Transformada. Los resultados obtenidos resultan bastante estables respecto a la función elegida (ver TABLAS 2-3).

TABLA 2: Estimadores de los parámetros del modelo Cuantil Beta. Errores estándar entre paréntesis. Fuente de datos: PHOGUE

Año de la Encuesta	*s*=0		*s*=0.25		*s*=0.5		*s* =0.75		*s* =1	
	a	*b*	*A*	*b*	*a*	*B*	*a*	*b*	*a*	*b*
1994	1.4727	0.6532	1.4106	0.6599	1.3726	0.6611	1.3714	0.6658	1.3985	0.6563
	(0.0176)	(0.0176)	(0.0137)	(0.0137)	(0.0092)	(0.0092)	(0.0087)	(0.0087)	(0.0076)	(0.0076)
1995	1.4587	0.6638	1.3892	0.6649	1.3571	0.6691	1.3633	0.6725	1.4000	0.6696
	(0.0193)	(0.0193)	(0.0160)	(0.0160)	(0.0121)	(0.0121)	(0.0094)	(0.0094)	(0.0081)	(0.0081)
1996	1.4478	0.6495	1.3905	0.6596	1.3603	0.6620	1.3703	0.6682	1.4037	0.6636
	(0.0208)	(0.0208)	(0.0167)	(0.0167)	(0.0103)	(0.0103)	(0.0121)	(0.0121)	(0.0098)	(0.0098)
1997	1,4619	0,6381	1,4075	0,6490	1,3829	0,6567	1,3923	0,6630	1,4294	0,6613
	(0,0190)	(0,0190)	(0,0171)	(0,0171)	(0,0112)	(0,0112)	(0,0115)	(0,0115)	(0,0111)	(0,0111)
1998	1,4464	0,6378	1,3924	0,6535	1,3670	0,6622	1,3746	0,6703	1,4125	0,6709
	(0,0243)	(0,0243)	(0,0188)	(0,0188)	(0,0112)	(0,0112)	(0,0108)	(0,0108)	(0,0088)	(0,0088)

TABLA 3: Estimadores de los parámetros del modelo Cuantil Gamma. Errores estándar entre paréntesis. Fuente de datos: PHOGUE

Año de la Encuesta	***s*=0**		***s* =0.25**		***s*=0.5**		***s*=0.75**		***s* =1**	
	l	***a***	***l***	***a***	***l***	***a***	***l***	***a***	***l***	***a***
1994	1.3514	0.6660	1.2922	0.6728	1.2556	0.6748	1.2571	0.6802	1.2813	0.6714
	(0.0196)	(0.0146)	(0.0149)	(0.0111)	(0.0108)	(0.0080)	(0.0128)	(0.0095)	(0.0126)	(0.0094)
1995	1.3409	0.6758	1.2723	0.6774	1.2427	0.6823	1.2512	0.6866	1.2873	0.6841
	(0.0219)	(0.0163)	(0.0179)	(0.0133)	(0.0144)	(0.0107)	(0.0134)	(0.0099)	(0.0128)	(0.0095)
1996	1.3248	0.6620	1.2718	0.6724	1.2437	0.6757	1.2573	0.6830	1.2893	0.6786
	(0.0237)	(0.0176)	(0.0191)	(0.0142)	(0.0124)	(0.0093)	(0.0177)	(0.0131)	(0.0154)	(0.0114)
1997	1,3352	0,6512	1,2852	0,6622	1,2644	0,6706	1,2774	0,6778	1,3144	0,6766
	(0,0211)	(0,0157)	(0,0195)	(0,0145)	(0,0135)	(0,0100)	(0,0168)	(0,0125)	(0,0172)	(0,0128)
1998	1,3191	0,6505	1,2712	0,6662	1,2502	0,6757	1,2619	0,6846	1,3004	0,6855
	(0,0281)	(0,0209)	(0,0214)	(0,0159)	(0,0130)	(0,0097)	(0,0154)	(0,0114)	(0,0139)	(0,0104)

Los modelos teóricos planteados parecen captar una realidad compleja como es la distribución de la renta de modo satisfactorio. Las sumas de los cuadrados de los residuos así parecen confirmarlo. Los ajustes son muy satisfactorios tanto en la parte central de la distribución como en las colas y todos los parámetros son altamente significativos. Tres parámetros parecen ser suficientes para captar las regularidades empíricas más importantes. Los parámetros de forma del modelo Beta, a y b, parecen ser muy estables en todas las estimaciones. Igualmente sucede con los parámetros de forma λ y α del modelo Gamma. Esto hace que los dos modelos sean especialmente recomendables para estudiar la evolución de la desigualdad a lo largo del tiempo. Los ajustes a los que da lugar el modelo Gamma son ligeramente mejores que los del modelo Beta, si elegimos como criterio de bondad de ajuste la suma de cuadrados. Asimismo, resulta especialmente ilustrativo construir los correspondientes Q-Q PLOTS[8], así como las cabalgatas de Pen[9]. Dada la unanimidad existente en todos los gráficos para cada uno de las olas y los diferentes valores del parámetro "*s*", a continuación se muestran los resultados obtenidos para el año 1993 (véanse GRÁFICOS 1 y 2). Ambos instrumentos permiten contrastar visualmente la perfecta adecuación de las funciones de percentiles a los datos empíricos.

[8] A través de los Q-Q PLOTS podemos comparar la renta observada con la renta ajustada a partir de los modelos teóricos. La perfecta adecuación coincidiría con la bisectriz del gráfico.

[9] La cabalgata de Pen se corresponde con la función de distribución girada sobre la base (véase Cowel (2000) y Oliver et al. (2001a)).

GRÁFICO 1: Q-Q PLOTS de los modelos Lorenz Beta y Lorenz Gamma según los valores del parámetro "s". Fuente de datos: PHOGUE 1994

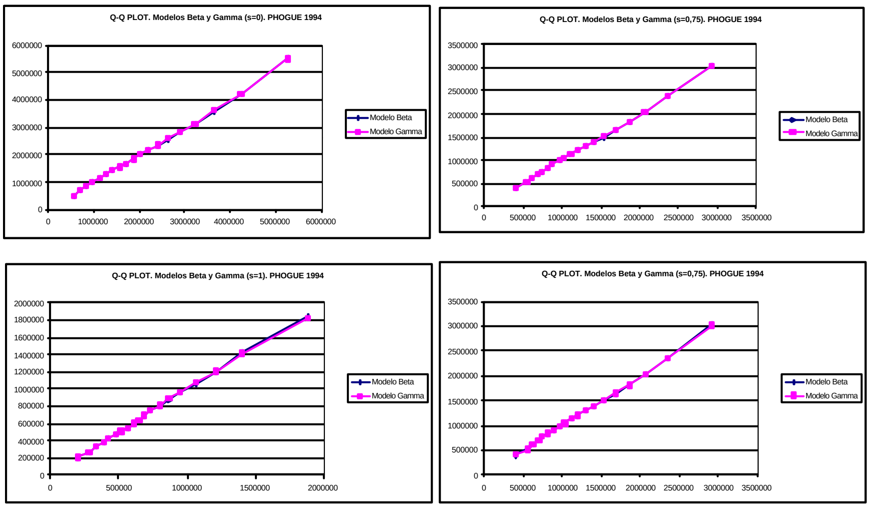
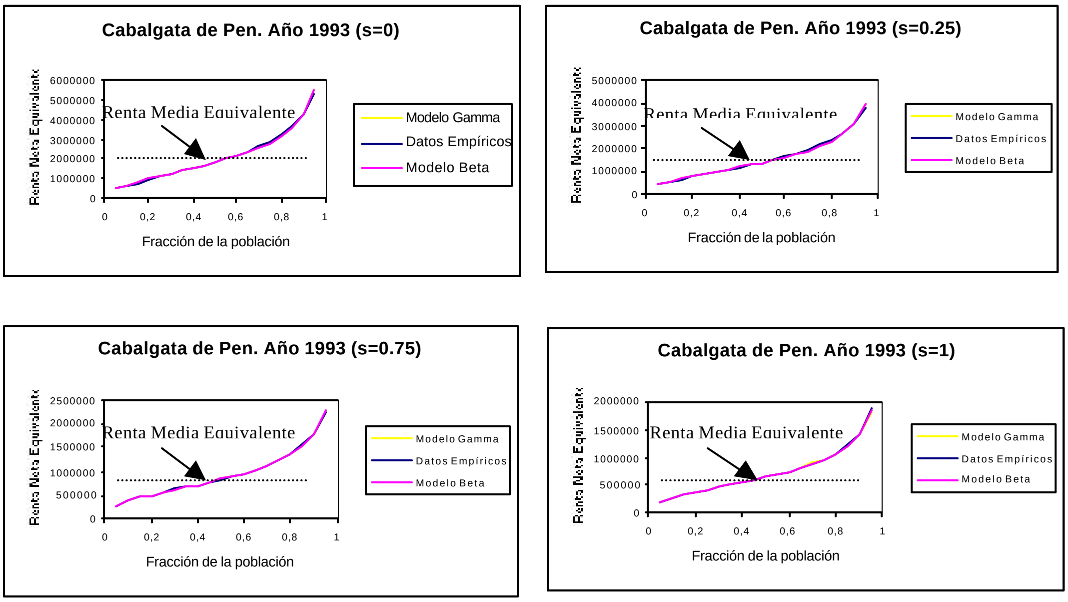


GRÁFICO 2: Adaptación de los modelos teóricos y los datos empíricos a partir de la cabalgata de Pen y según los valores del parámetro "s". Fuente de datos: PHOGUE 1994

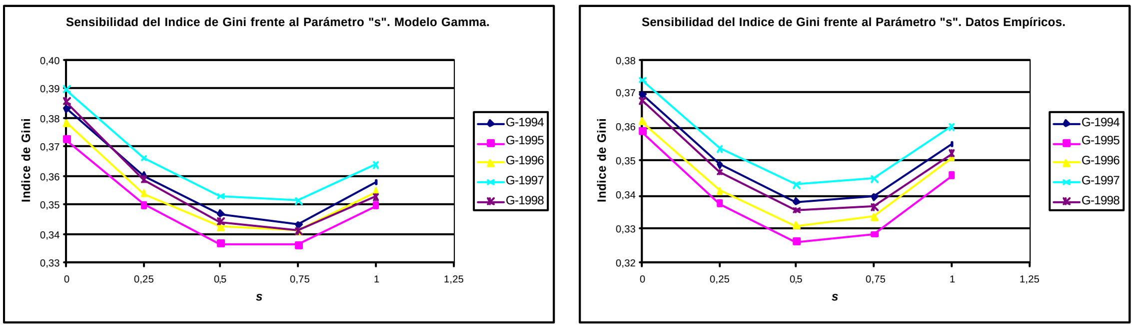


4.2 Análisis de la sensibilidad de los resultados a través de las escalas de equivalencia

Con objeto de contrastar la sensibilidad y robustez de los resultados a continuación se muestra la evolución del índice de Gini según los diferentes valores del parámetro "*s*". Las TABLAS 1-4 contenidas en el ANEXO recogen una información más detallada sobre la distribución en decilas y los índices de Gini correspondientes para las diferentes olas y según los valores del parámetro "*s*". Dos son los aspectos que resultan más destacables de estos resultados. En primer lugar, que los niveles de desigualdad observados son ligeramente inferiores que los estimados a partir de las funciones de cuantiles con independencia del valor del parámetro "*s*" considerado.

Por otro lado, señalar que la escala de equivalencia considerada incide de manera considerable en la desigualdad de la renta medida en un momento de tiempo. Cuando nos centramos en el análisis de la desigualdad, tomando como indicador el índice de Gini, de cada una de las distribuciones consideradas, se observa que las escalas de equivalencia inciden en el grado de concentración observado y ajustado. Asimismo, se observa una relación en forma de $\cup$ con respecto al parámetro de escala (véase GRÁFICO 3). De este modo, las distribuciones que producen mayores índices de desigualdad son aquellas en las que no se ha considerado el tamaño del hogar, es decir cuando s=0 y los mínimos niveles de desigualdad se alcanzan cuando el parámetro "*s*" oscila entre 0.5 y 0.75.

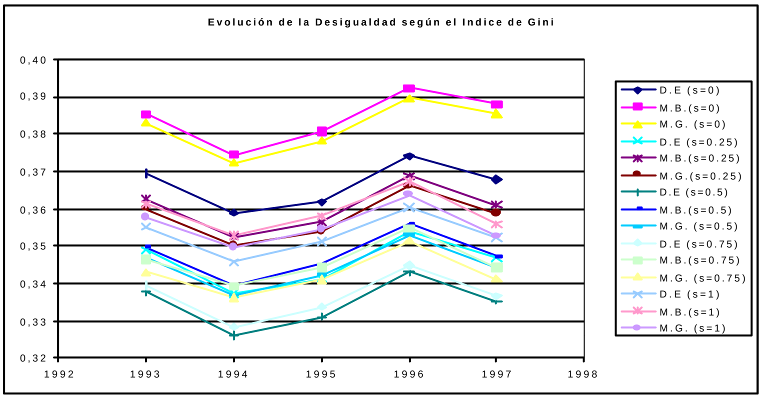
GRÁFICO 3: Sensibilidad del índice de Gini frente al parámetro "*s*". Datos empíricos y modelo Gamma. Fuente de Datos: PHOGUE



4.3 Evolución de la distribución de la renta en España a partir del PHOGUE

A continuación se analizan los cambios en la distribución de la renta que se han producido entre 1993 y 1997, tomando como referencia la renta real equivalente, según los diferentes valores del parámetro que determinan la escala de equivalencia y los diferentes modelos considerados. En el GRÁFICO 4, se puede observar la evolución de la desigualdad. De nuevo se confirma la robustez de los resultados obtenidos.

GRÁFICO 4: Evolución de la Desigualdad a partir del índice de Gini según los diferentes modelos y valores del parámetros "s". Fuente de datos: PHOGUE.



Si nos centramos en los índices de Gini como indicadores sintéticos del grado de desigualdad de cada una de las distribuciones analizadas, se observa que las escalas de equivalencia utilizadas inciden en el grado de desigualdad. Sin embargo, el perfil que muestra la evolución de la desigualdad en España en el periodo considerado (1993-1997), no ha sido homogéneo. Las tasas de variación relativas de la proporción de la renta por cada una de las ventilas, expresadas en pesetas constantes de 1992, muestran continuas variaciones de signo positivo y negativo (véanse TABLAS 2 y 3 del ANEXO).

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha abordado el análisis de la desigualdad desde un punto de vista paramétrico, usando funciones de cuantiles. Se han utilizado formas funcionales que verifican determinados requerimientos matemáticos, suficientemente flexibles y que dan lugar a ajustes satisfactorios. Cuando utilizamos aproximaciones paramétricas (tanto de las curvas de Lorenz como de las funciones de cuantiles) se sintetiza gran cantidad de información, se gana flexibilidad (sin perjuicio de poder hacer comparaciones tanto a nivel agregado como individual) y se obtiene un instrumento válido para interpolar dentro de cada clase de rentas. Asimismo, se pueden obtener los indicadores de desigualdad a partir de los parámetros estimados, sin necesidad de incluir hipótesis adicionales, y se pueden realizar simulaciones que incorporen elementos de la distribución. Incluso puede ser una solución adecuada ante el problema de la existencia de discontinuidades en la distribución, difícilmente justificables por el propio comportamiento de las rentas en estudio.

En lo referente al estudio de la desigualdad en términos de las funciones de cuantiles. A diferencia de lo que ocurre con especificaciones en términos de la función de densidad y de la función de distribución, las funciones de cuantiles dan lugar a curvas de Lorenz sencillas, y las expresiones para algunas medidas de desigualdad son especialmente simples. Se han propuesto dos modelos de funciones de cuantiles: el modelo Lorenz Beta y el modelo Lorenz Gamma. Ambas dan lugar a estimadores muy estables. Permiten, por tanto, estudiar de una manera fiable la evolución temporal de la distribución de la renta. Los ajustes a los que da lugar el modelo Gamma son ligeramente mejores que los del modelo Beta. Empíricamente, se ha utilizado como fuente de datos el Panel de Hogares de la Unión Europea. Asimismo, se ha analizado la robustez de los resultados ante diferentes opciones metodológicas.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alvarez, S., Prieto, J. y Salas, R. (2002). "The Evolution of Income Inequality in the European Union", *Papeles de Trabajo*, 10, Instituto de Estudios Fiscales, Serie Economía.

Arnold, B.C. (1986). "Majorization and the Lorenz Curve: A Brief Introduction". *Lecture Notes in Statistics*, Vol. 53. Springer-Verlag, New York.

Arnold, B.C., Robertson, C.A., Brockett, P.L. y Shu, B.Y. (1987). "Generalized Ordered Families of Lorenz Curves by Strongly Unimodal Distributions". *Journal of Business and Economic Statistics*, 5, 305-308.

Ayala, L., Martínez, R. y Ruíz-Huerta, J. (1993). "La Distribución de la Renta en España desde una Perspectiva Internacional: Tendencias y Factores de Cambio". *Actas del II Simposio sobre Desigualdad y Distribución de la Renta y la Riqueza*. Vol. 6, *La desigualdad de Recursos*, Fundación Argentaria, Madrid.

Ayala, L. y Sastre, M. (2002). "La Dinámica de las Rentas Individuales en la Unión Europea: Divergencias y Factores Determinantes". *IX Encuentro de Economía Pública*, Vigo.

Basmann, R. L., Hayes, K.J., Slottje, D.J. y Johnson, J.D. (1990). "A General Functional Form for Approximating the Lorenz Curve". *Journal of Econometrics*, 43, 77-90.

Buhmann, B., Rainwater, L., Schmaus, G. y Smeeding, T.M. (1988). "Equivalence Scales Well-Being, Inequality and Poverty: Sensitivity Estimates Across Ten Countries Using the Luxembourg Income Study (LIS) Database". *Review of Income and Wealth*, 42, 381-399.

Cantó , O., Río, C. del, y Gradín, C. (2000). "La situación de los Estudios sobre Desigualdad y Pobreza en España", en *Pobreza y Desigualdad en España: Enfoques, Fuentes y Acción Pública, Cuadernos de Gobierno y Administración*, 2, 25-94.

Chotikapanich, D. (1993). "A Comparison of Alternative Functional Forms for the Lorenz Curves". *Economic Letters*, 41, 129-138.

Cowell, F. (2000). *Measuring Inequality.* Oxford Universiy Press.

Danziger, S.H. y Taussig, M.K. (1979). "The Income Unit and the Anatomy of Income Distribution" *Review of Income and Wealth*, 25, 365-375.

Del Río, C. y Ruíz-Castillo, J. (1999). "El Enfoque de la Dominancia en el Análisis de la Pobreza", en *Dimensiones de la desigualdad, III Simposio sobre Igualdad y Distribución de la Renta y la Riqueza. Volumen I*, 13, 429-460, Fundación Argentaria, Madrid.

Gupta, M.R. (1984). "Functional Form for Estimating the Lorenz Curve". *Econometrica*, 52, 1313-1314.

Holm, J. (1993). "Maximum Entropy Lorenz Curves". *Journal of Econometrics*, 44, 377-389.

Houghton, J.C. (1978). "Birth of a Parent: The Wakeby Distribution for Modeling Flood Flows". *Water Resources Research*, 14, 1105-1109.

Jenkins, S.P. y Lambert, P.J. (1993). "Ranking Income Distributions When Needs Differ". *Review of Income and Wealth*, 39 (4), 337-356.

Kakwani, N. C. (1980). "On a Class of Poverty Measures". *Econometrica*, 48, 437-446.

Kakwani, N.C. y Podder, N. (1973). "On Estimation of Lorenz Curves from Grouped Observations". *International Economic Review,* 14, 278-292.

Lambert, P. (1989). *The Distribution and Redistribution of Income.* Ed. Blackwell.

Oliver, J., Ramos, X. y Raymond, J.L. (2001a). "Anatomía de la Distribución de la Renta en España, 1985-1996: La Continuidad de la Mejora". *Papeles de Economía Española*, 88, 67-88.
- (2001b). "La mejora en la Distribución de la Renta en España, 1985-1996. Un Análisis de Robustez". *Desigualdad, Redistribución y Bienestar: Una Aproximación a partir de la Microsimulación de Reformas Fiscales,* 355-367. Estudios de Hacienda Pública, IEF

Ortega, P., Martín, A., Fernández, A., Ladoux, M. y García, A. (1991). "A New Functional Form for Estimating Lorenz Curves". *Review of Income and Wealth*, 37, 447-452.

Rasche, R.H., Gaffney, J., Koo, A.Y.C. y Obst, N. (1980). "Functional Forms for Estimating the Lorenz Curve". *Econometrica*, 48, 1061-1062.

Ramberg, J.S., Dudewicz, E.J., Tadikamalla, P.R. y Mykytra, E.F. (1979). "A Probability Distribution and its uses in Fitting Data". *Technometrics,* 21, 201-214.

Ruíz-Castillo (1993). "La Distribución del Gasto en España de 1973-74 a 1980-81". *I Simposio sobre Igualdad y Distribución de la Renta y la Riqueza,* Vol. II, 51-89.

Ruíz Huerta, J., Martínez, R. y Ayala, L. (1993). "La Distribución de la Renta en España en los Años Ochenta: Una Perspectiva Comparada", en *I Simposio sobre Desigualdad y Distribución de la Renta y la Riqueza.* Vol. II *La distribución de la renta,* Fundación Argentaria: 101-137, Madrid.

Ryu, H. y Slottje, D. (1996). "Two Flexible Functional Forms for Approximating the Lorenz Curve". *Journal of Econometrics*, 72, 251-274.

Salas, R. (2001). "La Medición de la Desigualdad Económica". *Papeles de Economía Española,*88, 14-28.

Sarabia, J.M. y Pascual, M. (2001). "Rankings de Distribuciones de Renta basados en Curvas de Lorenz Ordenadas: Un Estudio Empírico". *Estudios de Economía Aplicada*, 19, 151-169.
- (2002). "A Class of Lorenz Curves based on Linear Exponential Loss Functions", *Communications in Statistics, Theory and Methods,* 31 (6), 925-942.

Sarabia, J.M., Castillo, E. y Slottje, D. (1999). "An Ordered Family of Lorenz Curves". *Journal of Econometrics*, 91, 43-60.
- (2001). "An Exponential Family of Lorenz Curves", *Southern Economic Journal*, 67 (3), 748-756.
- (2002). "Lorenz Ordering Between McDonald's Generalized Functions of the Income Size Distribution". *Economics Letters,* 75, 265-270.

Villaseñor, J.A. y Arnold, B.C. (1989). "Elliptical Lorenz Curves". Journal of Econometrics, 40, 327-338.

ANEXO[10]:

TABLA 1: Indices de Gini de las correspondientes formas funcionales según los valores del parámetro “s”. Fuente de Datos: PHOGUE.

Gini	*s*=0			*s*=0.25			*s*=0.5			*s*=0.75			*s*=1		
	D. E.	M. B.	M. G.	D. E.	M. B.	M. G.	D. E.	M. B.	M. G.	D. E.	M. B.	M. G.	D. E.	M. B.	M. G.
1993	0,3695	0,3855	0,3831	0,3490	0,3627	0,3601	0,3380	0,3499	0,3469	0,3394	0,3464	0,3431	0,3552	0,3612	0,3578
1994	0,3590	0,3745	0,3724	0,3375	0,3526	0,3502	0,3262	0.3395	0,3368	0,3284	0,3393	0,3363	0,3457	0,3529	0,3497
1995	0,3618	0,3806	0,3783	0,3413	0,3565	0,3540	0,3311	0,3453	0,3424	0,3338	0,3444	0,3411	0,3513	0,3580	0,3546
1996	0,3741	0,3923	0,3897	0,3538	0,3688	0,3662	0,3431	0,3561	0,3531	0,3448	0,3548	0,3515	0,3604	0,3674	0,3639
1997	0,3679	0,3880	0,3856	0,3468	0,3611	0,3587	0,3355	0,3473	0,3445	0,3367	0,3444	0,3413	0,3523	0,3559	0,3527

TABLA 2: Evolución de la distribución de la renta en España, 1993-1997. Tasas de variación relativas en porcentaje por ventiles de renta y según los valores del parámetro “s” y según los modelos considerados (pesetas constantes de 1992). Fuente de Datos PHOGUE.

Perc	*s*=0												*s*=0.25											
	Datos Empíricos				Modelo Beta				Modelo Gamma				Datos Empíricos				Modelo Beta				Modelo Gamma			
	1994	1995	1996	1997	1994	1995	1996	1997	1994	1995	1996	1997	1994	1995	1996	1997	1994	1995	1996	1997	1994	1995	1996	1997
5	4,75	0,69	-2,62	4,87	3,66	-0,19	-1,16	1,10	3,64	-0,13	-1,13	1,14	5,56	-2,41	-2,02	5,12	5,26	-1,96	-1,64	2,14	5,26	-1,95	-1,60	2,16
10	1,90	-1,45	1,60	-3,11	2,61	-0,87	-0,13	0,02	2,62	-0,87	-0,14	0,03	5,13	-0,61	0,04	-1,30	3,69	-1,84	-0,41	1,05	3,70	-1,85	-0,42	1,06
15	1,17	-0,91	1,98	-2,92	1,97	-1,23	0,52	-0,60	1,99	-1,25	0,50	-0,61	1,46	-2,47	2,14	-2,39	2,76	-1,76	0,34	0,41	2,77	-1,77	0,32	0,41
20	1,70	-3,20	1,24	-2,49	1,49	-1,45	1,00	-1,04	1,51	-1,48	0,98	-1,05	1,99	-2,63	-0,33	0,34	2,10	-1,70	0,90	-0,06	2,11	-1,71	0,88	-0,06
25	1,10	-2,22	0,45	-1,38	1,11	-1,60	1,39	-1,38	1,12	-1,63	1,37	-1,40	1,40	-1,47	0,99	-1,02	1,58	-1,63	1,35	-0,42	1,59	-1,64	1,33	-0,43
30	0,86	-1,17	1,45	-1,76	0,78	-1,70	1,73	-1,66	0,79	-1,73	1,72	-1,68	0,22	-0,92	1,41	-0,15	1,15	-1,58	1,74	-0,73	1,15	-1,58	1,72	-0,74
35	0,76	-1,38	1,70	-1,08	0,49	-1,76	2,04	-1,89	0,49	-1,78	2,03	-1,91	0,86	-1,16	1,02	0,24	0,78	-1,52	2,09	-0,99	0,78	-1,52	2,08	-1,00
40	-0,75	-1,16	1,73	-1,13	0,21	-1,80	2,33	-2,09	0,21	-1,81	2,33	-2,11	-0,38	-0,76	2,12	-1,22	0,46	-1,46	2,41	-1,23	0,45	-1,46	2,40	-1,24
45	-0,92	-1,52	1,97	-0,75	-0,04	-1,80	2,60	-2,27	-0,05	-1,81	2,60	-2,29	-0,98	-0,89	2,62	-1,46	0,16	-1,40	2,71	-1,44	0,15	-1,40	2,70	-1,46
50	-0,60	-1,87	2,58	-2,52	-0,29	-1,78	2,86	-2,42	-0,30	-1,78	2,87	-2,44	-0,72	-1,43	3,52	-1,88	-0,11	-1,34	2,99	-1,64	-0,12	-1,33	3,00	-1,66
55	-0,22	-1,57	3,49	-2,50	-0,53	-1,73	3,13	-2,56	-0,55	-1,73	3,14	-2,58	0,77	-2,92	4,44	-1,87	-0,37	-1,27	3,28	-1,83	-0,38	-1,26	3,28	-1,85
60	-0,02	-2,14	3,67	-2,11	-0,78	-1,66	3,39	-2,69	-0,79	-1,65	3,41	-2,70	0,80	-1,85	3,42	-1,56	-0,61	-1,20	3,56	-2,01	-0,63	-1,19	3,57	-2,03
65	-0,47	-1,78	4,46	-2,73	-1,03	-1,56	3,67	-2,81	-1,04	-1,55	3,68	-2,82	-0,13	-0,81	3,99	-2,36	-0,85	-1,12	3,85	-2,19	-0,86	-1,11	3,86	-2,20
70	-0,73	-0,44	3,53	-2,58	-1,29	-1,42	3,96	-2,91	-1,31	-1,41	3,97	-2,92	-0,52	-0,50	4,34	-1,90	-1,08	-1,03	4,15	-2,37	-1,09	-1,02	4,16	-2,38
75	-1,24	-1,10	4,43	-2,88	-1,57	-1,24	4,27	-3,01	-1,59	-1,22	4,29	-3,01	-0,93	-0,55	4,65	-1,88	-1,32	-0,93	4,47	-2,55	-1,33	-0,92	4,49	-2,55
80	-1,96	-1,24	4,31	-3,46	-1,89	-1,00	4,63	-3,10	-1,90	-0,98	4,65	-3,09	-1,29	-1,47	4,40	-2,06	-1,57	-0,80	4,84	-2,74	-1,57	-0,80	4,85	-2,74
85	-2,08	-1,21	5,60	-2,70	-2,27	-0,65	5,07	-3,18	-2,27	-0,64	5,07	-3,16	-2,12	-0,35	4,84	-2,99	-1,84	-0,64	5,27	-2,96	-1,83	-0,64	5,27	-2,94
90	-2,84	0,42	5,43	-4,55	-2,76	-0,14	5,64	-3,25	-2,75	-0,13	5,62	-3,22	-2,82	-0,40	6,42	-4,12	-2,15	-0,42	5,82	-3,22	-2,14	-0,43	5,82	-3,19
95	-4,05	0,48	6,52	-3,09	-3,54	0,80	6,55	-3,31	-3,49	0,78	6,50	-3,25	-2,78	-0,02	6,43	-3,78	-2,61	-0,05	6,70	-3,60	-2,57	-0,07	6,68	-3,54

[10] Los acrónimos utilizados se corresponden con: D.E. : Datos Empíricos, M.B.: Modelo Beta, M.G.: Modelo Gamma

TABLA 3: Evolución de la distribución de la renta en España, 1993-1997. Tasas de variación relativas en porcentaje por ventiles de renta y según los valores del parámetro “s” y según los modelos considerados (pesetas constantes de 1992). Fuente de datos: PHOGUE.

Perc	s=0.75												s=1											
	Datos Empíricos				Modelo Beta				Modelo Gamma				Datos Empíricos				Modelo Beta				Modelo Gamma			
	1994	1995	1996	1997	1994	1995	1996	1997	1994	1995	1996	1997	1994	1995	1996	1997	1994	1995	1996	1997	1994	1995	1996	1997
5	2,52	-4,34	-1,36	5,46	2,78	-2,49	-1,92	4,18	2,76	-2,52	-1,90	4,18	1,19	-2,87	-2,78	6,33	1,40	-1,88	-2,30	4,98	1,36	-1,88	-2,31	4,97
10	2,94	-2,22	-0,99	2,59	2,16	-1,99	-0,39	2,87	2,17	-2,01	-0,39	2,88	1,18	-1,64	-1,04	3,88	1,43	-1,60	-0,53	3,70	1,43	-1,61	-0,54	3,71
15	2,14	-1,17	0,90	0,89	1,78	-1,69	0,53	2,09	1,80	-1,69	0,52	2,11	3,62	-1,32	0,75	2,81	1,41	-1,41	0,52	2,93	1,43	-1,42	0,52	2,95
20	1,82	0,48	0,54	1,17	1,50	-1,46	1,19	1,53	1,52	-1,46	1,18	1,54	1,43	-0,28	1,83	-0,09	1,37	-1,27	1,28	2,38	1,39	-1,28	1,28	2,39
25	0,26	0,77	1,32	1,32	1,28	-1,28	1,73	1,08	1,29	-1,27	1,71	1,09	0,22	0,25	2,16	1,08	1,31	-1,15	1,88	1,93	1,33	-1,15	1,88	1,93
30	1,35	-0,44	2,54	0,67	1,08	-1,12	2,17	0,71	1,09	-1,11	2,16	0,71	0,35	-0,69	2,94	1,83	1,25	-1,04	2,37	1,55	1,26	-1,04	2,38	1,55
35	0,13	0,12	1,92	-0,79	0,90	-0,98	2,55	0,38	0,90	-0,96	2,55	0,38	-0,14	-0,67	4,36	0,91	1,17	-0,94	2,79	1,21	1,18	-0,93	2,80	1,20
40	-0,16	-0,71	3,23	0,30	0,74	-0,85	2,90	0,08	0,74	-0,83	2,89	0,08	0,32	-0,91	3,26	1,31	1,08	-0,84	3,17	0,90	1,08	-0,83	3,17	0,89
45	0,47	-1,51	3,31	0,04	0,58	-0,73	3,21	-0,19	0,58	-0,71	3,21	-0,20	1,86	-0,90	3,61	0,95	0,98	-0,74	3,50	0,62	0,98	-0,73	3,51	0,60
50	-0,08	-1,11	3,69	-0,90	0,43	-0,62	3,50	-0,44	0,43	-0,60	3,50	-0,46	1,95	-0,69	2,90	-0,81	0,87	-0,65	3,80	0,35	0,86	-0,63	3,81	0,33
55	0,25	-1,67	4,96	-1,08	0,28	-0,51	3,78	-0,69	0,28	-0,48	3,78	-0,70	0,98	-1,18	3,24	0,88	0,74	-0,55	4,08	0,09	0,73	-0,53	4,09	0,07
60	0,67	-1,23	3,52	0,00	0,13	-0,40	4,04	-0,93	0,12	-0,37	4,04	-0,94	0,72	-0,76	4,51	-0,05	0,59	-0,45	4,34	-0,17	0,58	-0,43	4,35	-0,20
65	0,83	-0,96	4,29	-1,04	-0,02	-0,28	4,29	-1,16	-0,03	-0,26	4,30	-1,18	0,23	-0,80	3,91	0,12	0,43	-0,34	4,59	-0,44	0,41	-0,32	4,60	-0,46
70	0,90	-0,90	3,95	-1,44	-0,19	-0,16	4,55	-1,40	-0,20	-0,15	4,55	-1,42	0,11	-1,11	5,08	-0,76	0,23	-0,22	4,82	-0,71	0,21	-0,20	4,83	-0,73
75	-0,10	-0,74	4,24	-1,13	-0,36	-0,04	4,81	-1,66	-0,37	-0,03	4,81	-1,67	0,23	-0,56	4,17	0,35	0,00	-0,08	5,05	-1,00	-0,02	-0,07	5,06	-1,01
80	-0,60	0,22	5,21	-0,55	-0,56	0,10	5,08	-1,93	-0,57	0,10	5,09	-1,93	-0,33	0,46	4,40	-1,09	-0,29	0,08	5,28	-1,32	-0,30	0,08	5,28	-1,32
85	-1,32	0,59	6,11	-2,27	-0,81	0,27	5,38	-2,24	-0,81	0,25	5,38	-2,24	-1,12	0,25	6,13	-1,22	-0,66	0,28	5,51	-1,69	-0,67	0,27	5,50	-1,68
90	-1,30	-0,07	6,42	-2,63	-1,12	0,48	5,73	-2,63	-1,11	0,44	5,74	-2,61	0,18	0,75	6,36	-2,18	-1,19	0,54	5,76	-2,17	-1,18	0,52	5,75	-2,14
95	-1,74	2,11	5,53	-4,12	-1,62	0,82	6,24	-3,22	-1,60	0,74	6,24	-3,16	-2,90	1,43	6,25	-3,95	-2,08	0,99	6,07	-2,91	-2,05	0,93	6,04	-2,84

TABLA 4: Evolución de la distribución de la renta en España, 1993-1997. Cociente entre el percentil 90 y el percentil 10. según los valores del parámetro “s” y según los modelos considerados. Fuente de datos: PHOGUE.

P90/P10	s=0			s=0.25			s=0.5			s=0.75			s=1		
	D. E.	M. B.	M. G.	D. E.	M. B.	M. G.	D. E.	M. B.	M. G.	D. E.	M. B.	M. G.	D. E.	M. B.	M. G.
1993	6,1808	6,0526	6,0650	5,0702	5,2042	5,2135	4,6767	4,7750	4,7814	4,6249	4,7134	4,7177	4,9789	5,1083	5,1123
1994	5,8936	5,7357	5,7478	4,6866	4,9109	4,9201	4,2951	4,5345	4,5408	4,4345	4,5620	4,5662	4,9295	4,9769	4,9806
1995	6,0054	5,7779	5,7907	4,6963	4,9820	4,9914	4,4731	4,6379	4,6440	4,5320	4,6773	4,6804	5,0494	5,0850	5,0883
1996	6,2321	6,1111	6,1246	4,9957	5,2939	5,3041	4,7504	4,9313	4,9380	4,8711	4,9648	4,9685	5,4267	5,4069	5,4099
1997	6,1397	5,9112	5,9256	4,8530	5,0704	5,0809	4,5555	4,7049	4,7117	4,6235	4,6993	4,7033	5,1104	5,1009	5,1045