

Funciones abreviadas de bienestar social: Una forma sencilla de simultanear la medición de la eficiencia y la equidad de las políticas de gasto público

Nuria Badenes Plá
Daniel Santín González

Universidad Complutense de Madrid

(Versión preliminar, no citar sin el permiso de los autores)

Octubre 2005

RESUMEN

La eficiencia y la equidad constituyen pilares básicos en el ámbito de la Economía Pública, pero la medición del logro de ambos objetivos por las diferentes políticas públicas suele abordarse de forma separada. En este trabajo proponemos como novedad teórica la aplicación de funciones abreviadas de bienestar social (que incorporen las medidas tradicionales de medición de eficiencia y equidad) al estudio de políticas de gasto como sanidad, educación, seguridad ciudadana, etc. Para ello se utiliza una función de bienestar social del tipo $V(\mu, I)$ siendo μ una medida de la eficiencia media obtenida mediante fronteras estocásticas e I un índice de pobreza en los resultados. Modificando los parámetros de la función abreviada es posible diseñar decisores sociales más interesados en el logro de eficiencia o equidad. Igualmente, es posible modificar la aversión del legislador social a la desigualdad de resultados o determinar a través de las elasticidades *output-input* qué ocurriría con la eficiencia global, la desigualdad y el bienestar ante distintas políticas. Todas estas posibilidades pueden combinarse fijando un nivel de bienestar o permitiendo que éste varíe para evaluar cuál es la mejor forma de invertir nuevos recursos, cómo reasignar los existentes o qué ahorros potenciales pueden lograrse. Para ilustrar el potencial de esta herramienta, todavía en proceso de desarrollo, se presenta una aplicación empírica para el caso educativo que utiliza los datos españoles a nivel de alumno del Informe PISA de la OCDE para 2000. Se construyen varias funciones alternativas de bienestar social educativo para escuelas públicas y concertadas a partir del rendimiento obtenido en matemáticas y en lectura. Los resultados muestran que el bienestar educativo en una escuela depende tanto de su grado de eficiencia como de pobreza pudiendo variar su posición en función del peso que la sociedad atribuya a los objetivos de eficiencia y desigualdad.

Palabras Clave: eficiencia, pobreza, riqueza, bienestar educativo.

Clasificación *JEL*: D63, I21, D24,

1. Introducción

En el ámbito de la Economía Pública suele encontrarse una separación sistemática de la investigación aplicada al estudio del ingreso (al que queda reservado el análisis distributivo, pobreza o equidad en términos generales) y del gasto (al que se destinan los estudios de eficiencia, eficacia o coste-beneficio por citar algunos). Por ello no es común hallar investigaciones que aúnen el uso práctico y desarrollo teórico de metodologías de medición de la eficiencia y la equidad simultáneamente. Dado que ambos objetivos son en principio igualmente deseables, la evaluación de un sector productivo de bienes o servicios públicos desde un único punto de vista podría conducir a resultados engañosos. Así, en teoría sería perfectamente compatible un sector muy eficiente (ineficiente) en el que todos los individuos o empresas públicas obtienen unos pésimos (magníficos) resultados. El análisis por separado de ambas consideraciones, la eficiencia y los resultados obtenidos en términos de mínimos decentes, podría llevarnos a conclusiones que no reflejaran el verdadero deseo social de alcanzar los mejores resultados de la forma más eficiente.

Además, desde el punto de vista del análisis del gasto público, resulta necesario construir índices que reflejen el bienestar que la sociedad tiene con los distintos sectores de producción de bienes y servicios públicos. Este bienestar debería tener en cuenta tanto el lado de la producción, a través de la cuantificación de la eficiencia, como de la demanda, a través de la utilidad o resultados que alcanzan los individuos que reciben los bienes o servicios públicos. Respecto a esta última dimensión los estudios tradicionales de cuantificación de la pobreza tan solo se preocupan de los individuos que no alcanzan un determinado umbral, sin considerar la distinta riqueza relativa del resto de individuos que no son considerados pobres. Esto es, a la hora de evaluar el comportamiento de una política sanitaria en dos regiones no solo debe importar el nivel de eficiencia, y de pobreza (individuos que no alcanzan estándares normativos) sino también la riqueza o nivel de bienes y servicios recibidos por los individuos no pobres.

El presente trabajo presenta una forma de simultanear el estudio de técnicas de medición de la eficiencia y de pobreza con el fin de cuantificar el bienestar social logrado por diferentes actuaciones del Sector Público. Presentaremos el desarrollo teórico de la herramienta de evaluación de bienestar social basado en el valor medio de la eficiencia y un índice de pobreza. Esta metodología es además susceptible de ponderar de distinta forma los niveles de eficiencia y pobreza en función de las preferencias que la sociedad revele.

Para cumplir con estos objetivos esta investigación está organizada de la siguiente manera. En el apartado dos discutiremos someramente y por separado las técnicas de medición de la eficiencia, especialmente a través de fronteras estocásticas y de cuantificación de la pobreza y la riqueza. Además, el apartado dos presenta la función de bienestar social abreviada como instrumento de agregación de ambas medidas. Por último con el fin de ilustrar la metodología propuesta, en el apartado tres se realiza una sencilla aplicación empírica para el caso educativo en España utilizando los datos de PISA 2000. El último apartado está dedicado a las conclusiones.

2. Metodología

2.1. Eficiencia

La ineficiencia técnica es un concepto económico que intenta analizar los procesos productivos y la organización de tareas fijando su atención en las cantidades de factores productivos o *inputs* utilizados y no en los costes o precios de los mismos. La estimación de la función de producción de un bien o servicio público es un problema frecuente en el ámbito de la economía pública. En la economía española la medición de la eficiencia ha sido aplicada en los principales sectores de gasto público como educación, sanidad, seguridad ciudadana, justicia, servicios sociales o servicio de recogida de basuras entre otros¹.

Los resultados de este tipo de trabajos tienen fundamentalmente tres tipos de aplicaciones económicas. La primera es la medición de la eficiencia técnica relativa de las unidades de producción. De esta forma podemos detectar comportamientos eficientes y sobre todo ineficientes de cara a su corrección, bien mediante reasignación de recursos bien mediante un estudio de los aspectos relacionados con el contexto, la organización o la gestión. La segunda sería estudiar todos los aspectos relacionados con la productividad del sector, su evolución, la escala en la que opera y los objetivos de reducción de *inputs* o de aumento de *outputs* de cara a alcanzar la eficiencia. La tercera y última sería la estimación de la función de producción con el objetivo de planificar e implementar políticas públicas de asignación de nuevos recursos o de reasignación de los recursos existentes. Todos estos objetivos pretenden, como fin último, ofrecer una valiosa información al gestor para la posterior toma de decisiones.

Desde el punto de vista de la Teoría de la Economía Pública el estudio de la relación entre los *inputs* que utiliza el sector público en distintos sectores, las variables contextuales que acompañan dicho proceso y los resultados o *outputs* obtenidos debe ser analizado considerando la posible existencia de comportamientos ineficientes en la producción. La falta de precios de mercado en muchos sectores, tanto en los *inputs* como especialmente en los *outputs*, hace que casi todos los trabajos traten de medir el concepto Farreliano de ineficiencia técnica, relacionado con factores como la organización o la falta de incentivos tanto monetarios como no monetarios.

Los principales métodos de medición de la eficiencia técnica pueden ser divididos en dos grandes grupos: los métodos no paramétricos, basados en modelos de optimización matemática como el análisis envolvente de datos (DEA) y los métodos paramétricos o econométricos. Ambas metodologías presentan ventajas e inconvenientes derivadas de sus respectivas naturalezas². En principio la discusión acerca de qué herramienta aplicar para medir ineficiencia es irrelevante para los objetivos de esta investigación. Ello es debido a que la propuesta que aquí se presenta para la construcción de índices de

¹ Para una revisión general de trabajos que miden eficiencia en distintos ámbitos del sector público español puede acudir a *Papeles de Economía Española* (2003), Nº 95.

² No es el objetivo de este papel discutir de forma pormenorizada estas ventajas e inconvenientes. En el trabajo empírico aplicado la elección de una metodología paramétrica supone asumir una forma funcional para una función de producción en principio desconocida, mientras que el uso del análisis envolvente de datos no establece *a priori* ninguna forma funcional. En cambio, los métodos econométricos permiten, frente a las técnicas no paramétricas, calcular elasticidades *output-input* y contrastar de forma estadística la importancia de las distintas variables introducidas en la consecución de los resultados.

bienestar social abreviado de políticas públicas es invariante a que la ineficiencia de un sector sea calculada con técnicas paramétricas o no paramétricas, siempre que la técnica en cuestión sea correctamente utilizada.

Tenida en cuenta la afirmación anterior en este trabajo tan solo se presenta, por motivos de extensión y porque será la metodología empleada en la aplicación empírica, una breve discusión metodológica acerca de cómo medir la ineficiencia con métodos paramétricos³.

La teoría de las fronteras estocásticas está basada en la estimación de la ecuación 1.

$$\ln y_i = \beta_0 + \sum_{n=1}^N \beta_n \ln(x_{n,i}) + v_i - u_i \quad (\text{ecuación 1})$$

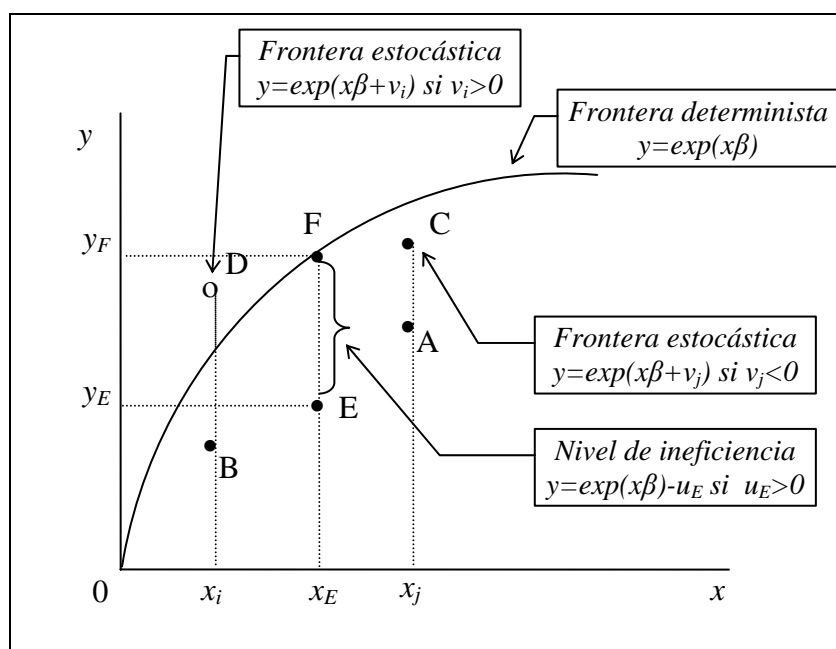
Donde y_i es el *output* de la unidad productiva i , x es el vector de *inputs* [$x = x_1, \dots, x_n$] y β sería un vector de parámetros desconocidos que deben ser estimados. En este análisis el término de error del modelo econométrico es descompuesto en una variable v_{is} distribuida *iid* $N(0, \sigma_v^2)$ que recogería el ruido aleatorio y en una variable no negativa u_{is} distribuida *iid* $N(\phi, \sigma_u^2)$ truncada en cero, que mide el nivel de ineficiencia en la producción. Ambos términos están independientemente distribuidos y por ello $\sigma_{uv} = 0$. Esta especificación es la versión de Battese y Coelli (1992) del modelo de frontera estocástica propuesto por Aigner *et al.* (1977). La forma paramétrica más utilizada y más simple en la práctica empírica para la estimación de modelos productivos es la Cobb-Douglas y por ese motivo será la que utilizaremos posteriormente en la aplicación empírica⁴. Cabe destacar por último que en la práctica los parámetros de la ecuación 1 son estimados junto a otros dos parámetros, σ^2 y γ , usando un análisis de máxima verosimilitud donde siguiendo a Battese y Corra (1977): $\sigma^2 = \sigma_v^2 + \sigma_u^2$ y $\gamma = \sigma_u^2 / (\sigma_v^2 + \sigma_u^2)$.

El modelo de frontera estocástica orientado al *output* puede ser fácilmente ilustrado en dos dimensiones a partir del gráfico 1.

³ Para una discusión de las técnicas no paramétricas, fundamentalmente DEA, en el sector público puede acudir a Pedraja *et al.* (2001).

⁴ Sería también posible la especificación de otras formas funcionales más flexibles como la *translog*. Sin embargo, dado el objetivo metodológico de este trabajo se optó por la forma más sencilla en aras de unos resultados más fácilmente interpretables.

Gráfico 1: El cálculo de la ineficiencia técnica mediante fronteras estocásticas.



donde y denota el *outputs* y x el *input*. La función de producción determinista $y = \exp(x\beta)$ es trazada asumiendo que no existe ruido aleatorio. No obstante la estimación final de la frontera productiva es estocástica. Ello significa que es posible que debido al ruido aleatorio existan observaciones por encima (punto D) o por debajo de la frontera determinista (punto C) que pertenezcan a la frontera estocástica. Por otro lado el nivel de ineficiencia θ_E para la unidad productiva E representa gráficamente la relación entre la producción actual y_E y la producción máxima que debería obtener y_F dado su nivel de *input* x_E . En el caso general la ineficiencia técnica, estimando por máxima verosimilitud la ecuación 1, puede ser medida tal y como muestra la ecuación 2.

$$\theta_i = \frac{E[\exp(y_i)/u_i, x_i]}{E[\exp(y_i)/u_i = 0, x_i]} = \exp(-u_i) \quad (\text{ecuación 2})$$

El análisis anterior puede ser fácilmente ampliado utilizando el modelo de Battese y Coelli (1995) para el caso en que tengamos un panel de datos o si quisiéramos especificar un vector de variables explicativas de la ineficiencia. Además, el análisis de fronteras estocástica puede también ser aplicado, siguiendo la misma lógica, si quisiéramos considerar la producción simultánea de distintos *outputs*. Para ello utilizaríamos la teoría de la estimación paramétrica y estocástica de funciones distancia⁵.

2.2. Pobreza y riqueza educativa

La noción de pobreza normalmente se circunscribe, a pesar del carácter multidimensional del fenómeno, a la falta de recursos suficientes para alcanzar una vida digna. En el presente trabajo adaptamos el concepto de pobreza “financiera” (y los

⁵ Véase por ejemplo Coelli y Perelman (1999) para una discusión pormenorizada de esta metodología.

instrumentos que habitualmente se utilizan para su medida) al ámbito educativo, puesto que la aplicación empírica se refiere de forma específica a este sector. No obstante, la metodología que desarrollamos se puede aplicar a políticas públicas de diversa índole y no exclusivamente educativas.

Definiremos como pobreza educativa aquella situación en la que un alumno no alcanza un nivel predeterminado en los resultados de las pruebas de lectura y/o matemáticas, ya que los datos utilizados (PISA 2000) se refieren a los resultados obtenidos por los alumnos en estas dos pruebas. Tal nivel predeterminado está dotado de un significado específico, lo cual elimina los problemas habituales de elección de línea de pobreza cuando nos referimos a renta o riqueza. Así, cobra mucho más sentido decir que un alumno es pobre en términos educativos porque no entiende lo que lee o no es capaz de resolver un problema matemático básico que decir que solamente alcanza el 50% de los resultados medianos o medios de los alumnos de su edad.

Los índices de pobreza que se van a calcular son los tradicionalmente utilizados en los estudios de pobreza [Lambert, 1996] adaptados al concepto de pobreza educativa. Ofrecen una visión descriptiva de los resultados educativos, pero al mismo tiempo proporcionan una información muy necesaria para obtener una de las dimensiones que se utilizan posteriormente para construir la función abreviada de bienestar social educativo. No cualquier índice de pobreza es adecuado para ser introducido en una función abreviada de bienestar social, ya que requeriremos el cumplimiento de los requisitos básicos exigibles a cualquier función de bienestar social. Un buen candidato es el índice de Foster Greer y Thorbecke (FGT) ya que además de cumplir los tradicionales requisitos de individualismo, anonimato y aversión a la desigualdad para cualquier valor de *alfa*, cumpliría el principio de las transferencias (incluso decrecientes) si *alfa* fuera mayor o igual a dos⁶.

De ahora en adelante, entenderemos por “pobre” aquel alumno que no ha obtenido más puntuación que la establecida en la línea de pobreza educativa (es decir, que ha suspendido el examen de lectura y/o matemáticas según el criterio de aprobado que se haya fijado en cada caso).

La consideración de alumnos o escuelas pobres evita la consideración de todas aquellas unidades que superan el umbral de pobreza en una de las dimensiones de medida del bienestar. Es decir, el valor final del bienestar depende de los niveles de eficiencia obtenidos así como los valores de pobreza, pero si una unidad no es pobre, su índice de pobreza sería cero independientemente de si se sitúa muy cercana o lejana por la derecha en la línea de pobreza. Para evitar esta asimetría definimos la “riqueza educativa” que se calcula e interpreta de forma perfectamente simétrica al concepto de pobreza educativa, con la única diferencia de que los *gaps* de riqueza se calculan sobre los excedentes en puntuación obtenidos sobre el umbral de pobreza.

⁶ Recordemos que la expresión del índice FGT es la siguiente: $FGT(\alpha) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^q \left[\frac{(z - x_i)}{z} \right]^\alpha$

2.3. Bienestar social abreviado

El bienestar en economía se calcula a partir de las variables que se consideran relevantes en términos económicos. Es cierto que al comparar una familia A de idéntica composición, tamaño y nivel de renta que otra B, serán caracterizadas económicamente como de igual bienestar. Y puede ocurrir que los componentes de la familia A estén mejor avenidos que en la B y sean por ello más felices y disfruten de mayor bienestar. Esto es algo no mensurable desde el punto de vista de la economía, ya que las únicas variables que se consideran son las estrictamente económicas. Este mismo planteamiento es el que seguiremos al calcular el bienestar educativo: considerar variables de rendimiento estrictamente educativas aún a sabiendas de que el mayor o menor bienestar se logra también a partir de otros parámetros.

El cálculo del bienestar se puede abordar desde dos enfoques alternativos:

- a) Cálculo de utilidades individuales de todos los miembros de la sociedad objeto de análisis, y agregación de todas ellas para obtener el bienestar social.
- b) Utilización de funciones abreviadas de bienestar social que calculan el bienestar directamente sin obtener previamente utilidades individuales.

Nosotros optamos por la segunda de las opciones, por la simplicidad que ello supone, y porque constituye al mismo tiempo una forma de aunar las medidas de pobreza educativa y eficiencia en resultados. *La metodología propuesta de consideración simultánea de eficiencia y equidad supone una verdadera novedad consistente con la teoría económica y válida no solo para el estudio de la educación, también constituye una herramienta aplicable a otras políticas de gasto público en las que tradicionalmente se han separado los estudios de eficiencia y equidad (por ejemplo sanidad, educación universitaria, servicios sociales, etc.).*

¿Cómo se construye la función de bienestar educativo abreviada? Las funciones abreviadas de bienestar social se obtienen a partir de la consideración de dos parámetros: uno que se refiere a equidad y otro a eficiencia. Como estas funciones se han abreviado habitualmente para el estudio de la distribución de la renta, la idea intuitiva es que queremos saber la felicidad que proporciona a la sociedad un pastel de mayor o menor tamaño, teniendo además en cuenta los tamaños de las porciones, si estas son igualitarias o si hay quien disfruta de porciones muy grandes y otros solamente de migajas. Si el pastel es grande o pequeño, comparado con los ingredientes utilizados, quedaría reflejado en la medida de eficiencia, y si está repartido con más o menos igualdad, en un índice de desigualdad.

Por las peculiaridades del fenómeno educativo, la desigualdad solamente no cobra tanto sentido como el estudio de la pobreza en los resultados, ya que no nos importa exclusivamente saber si los resultados educativos son desiguales entre los alumnos o las escuelas, sino el hecho de que resultados excesivamente bajos incapacitan a los alumnos para su desarrollo personal y condicionarán su nivel de ingresos futuros a lo largo del ciclo vital. Es por esto que el índice de desigualdad que habitualmente se incluye en las

funciones de bienestar abreviadas ha sido sustituido por un índice de pobreza⁷, que incorpora la idea de privación, que en este análisis resulta de mayor interés.

La función de bienestar social que abreviamos cumple los tres requisitos básicos:

- a) *Individualismo*: si cualquier alumno mejora la puntuación obtenida mientras que el resto no varía sus resultados, el bienestar educativo habrá crecido, ya que la eficiencia media global se eleva, y por otro lado, o bien la pobreza disminuye, si tras el cambio el alumno está situado bajo el umbral de pobreza, o bien la riqueza educativa aumenta, si se está a la derecha de la línea de pobreza.
- b) *Anonimato*: el nivel de bienestar social debe ser independiente de quiénes sean los individuos que ostenten cada resultado. Ello queda garantizado porque no se pondera de forma distinta a los estudiantes ni en las funciones utilizadas para calcular el nivel de eficiencia ni en las empleadas para obtener los índices de pobreza/riqueza.
- c) *Aversión a la desigualdad*: Para el mismo nivel total de puntuación, se prefieren aquellos escenarios en los que las puntuaciones individuales están más repartidas, o los resultados son más uniformes.

La función abreviada de bienestar social (FBS), depende positivamente del nivel de eficiencia medio μ y del índice de riqueza I_R , y negativamente del índice de pobreza I_P :

$$FBS = W(\mu, I_P, I_R)$$

+, -, +

Mediante el uso de funciones abreviadas de bienestar educativo se logrará cuantificar el bienestar asociado a diferentes escenarios para poder comparar qué situación es mejor. Pero también mediante el cálculo de elasticidades de respuesta, es posible simular escenarios que permitan al decidor social optar por unas acciones u otras. Se trata pues de una herramienta válida para el análisis de escenarios reales y para la simulación de escenarios hipotéticos.

Antes de exponer los resultados obtenidos, explicitaremos la función de bienestar social abreviada empleada y haremos algunas aclaraciones orientadas al mejor entendimiento de los resultados posteriores. La FBS es del tipo:

$$W = \mu \cdot (1 - k_P I_P + k_R I_R)$$

Los parámetros k_P y k_R ponderan los índices de pobreza y riqueza, I_P e I_R respectivamente. El índice de pobreza incluido en la función abreviada de bienestar social es *FGT*:

⁷ Ello no constituye ningún problema, ya que el índice de pobreza que utilizaremos para abreviar la función de bienestar educativo incorpora las tres dimensiones del fenómeno de la pobreza: intensidad, incidencia, y desigualdad. Estamos incorporando entonces más información de la que habitualmente se utiliza en funciones abreviadas de bienestar.

$$I_P = FGT(\alpha) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^q \left[\frac{(z - x_i)}{z} \right]^\alpha$$

donde n : población total.
 q : número de pobres.
 z : umbral de pobreza.
 α : parámetro de aversión a la pobreza (tomaremos $\alpha=2$ por conveniencia).

De forma simétrica calcularemos el índice de riqueza a partir de los excedentes sobre el umbral de pobreza con la misma filosofía que se usa en FGT como índice de pobreza:

$$I_R = cuasiFGT(\alpha) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m \left[\frac{(x_i - z)}{z} \right]^\alpha$$

donde m : número de ricos.

Los parámetros k_P y k_R son escogidos por conveniencia y sirven para otorgar mayor o menor peso en el bienestar global a la eficiencia o la “equidad” (medida a través de los índices de pobreza y riqueza). Si tales parámetros tomasen valor nulo, el bienestar coincidiría con el valor de la eficiencia media, con lo cual no se consideraría la vertiente de equidad. Valores suficientemente grandes de k_P y k_R harán que lo único que se pondere sea la equidad, anulando el efecto de eficiencia medido a través de μ . Pero la consideración de valores “suficientemente grandes” depende del índice de pobreza incluido en la función abreviada, por lo que el análisis empírico se encargará de ofrecer valores extremos en cada caso. Para escoger valores de k_P y k_R que doten de sentido a los resultados y los hagan interpretables, es necesario exponer el concepto de elasticidad eficiencia-equidad. Para obtener dicha elasticidad es necesario diferenciar totalmente la función abreviada de bienestar social y suponer que el nivel de bienestar no varía, entonces:

$$dW = 0 = \frac{\partial W}{\partial \mu} d\mu + \frac{\partial W}{\partial I} dI$$

$$(1 \pm kI)d\mu \pm \mu kdI = 0$$

como $\varepsilon_{\mu,I} = \frac{\partial \mu}{\partial I} \cdot \frac{I}{\mu}$, tenemos que

$$\varepsilon_{\mu,I} = \frac{k_P I_P}{1 - k_P I_P} \text{ si la unidad es pobre (está bajo el umbral de pobreza) y}$$

$$\varepsilon_{\mu,I} = - \cdot \frac{k_R I_R}{1 + k_R I_R} \text{ si la unidad es rica (está por encima del umbral de pobreza).}$$

Las elasticidades⁸ nos indican la reducción que estaríamos dispuestos a asumir en la eficiencia media si se da una reducción (aumento) de la pobreza (riqueza) de un 1% para que el bienestar no varíe.

El distinto signo de las elasticidades indica en qué sentido debe modificarse el índice de pobreza o riqueza para mantener constante el bienestar si se modifica el nivel de eficiencia o viceversa. Por ejemplo al calcular el bienestar abreviado por escuelas, si la unidad considerada es pobre, un aumento en la pobreza exigiría un aumento del nivel de eficiencia media para que la escuela mantuviese su nivel de bienestar constante, pero si fuese rica, un aumento de la riqueza exigiría una disminución del nivel de eficiencia para que se mantuviese constante el bienestar.

Una situación interesante sería aquélla en la que se otorga el mismo peso a la eficiencia y la equidad, o lo que es lo mismo, que la elasticidad de sustitución eficiencia y equidad fuese unitaria ($\varepsilon_{\mu,I} = 1$). En tal caso, los valores límite de los parámetros k_P y k_R serían respectivamente:

$$\varepsilon_{\mu,I} = 1 \Rightarrow k_P = \frac{1}{2I_P}$$

$$\varepsilon_{\mu,I} = 1 \Rightarrow k_R = -\frac{1}{2I_R}$$

Tomando el valor absoluto de los parámetros k_P y k_R ⁹, ocurre que valores inferiores a los límite, se otorga mayor peso a la eficiencia, y valores superiores, mayor peso a la equidad (pobreza o riqueza), como se resume en la tabla 1.

Tabla 1: Valores de k para ponderar eficiencia y equidad.

$k < \frac{1}{2I}$	$k = \frac{1}{2I}$	$k > \frac{1}{2I}$
Mayor peso a EFICIENCIA	Igual peso EFICIENCIA y EQUIDAD	Mayor peso EQUIDAD

Dada la forma funcional escogida para abreviar el bienestar social, al escoger el valor límite de los parámetros k_P y k_R , se estaría determinando a su vez el valor del bienestar en sí mismo, ya que en caso de que la escuela sea pobre, si la elasticidad es unitaria, el bienestar social es $\frac{\mu}{2}$, y $\frac{3\mu}{2}$ si la escuela es rica. Existen asimismo límites mínimos y máximos para k_P y k_R . Los valores mínimos (nulos) ya se ha mencionado que implican la no consideración de la equidad, sino exclusivamente de la eficiencia. Los valores máximos vienen dados por el extremo en el que la equidad se ponderase tanto que independientemente del nivel alcanzado de eficiencia, el bienestar es nulo porque al existir un índice de pobreza positivo, ésta se pondera con la máxima importancia. Ello

⁸ Podemos definir de forma separada las expresiones de las elasticidades, ya que las unidades siempre se clasifican de forma excluyente como pobres o ricos.

⁹ Los parámetros se incluyen de forma positiva en la función abreviada de bienestar social para que las derivadas mantengan los signos que hemos expuesto y la interpretación sea coherente.

ocurre cuando $W = 0 \forall \mu > 0 \Rightarrow k_P = \frac{1}{I_P}$. Por simetría, $k_R = \frac{1}{I_R}$, lo cual acota los

valores que puede tomar el bienestar social entre 0 y 2μ . En la tabla 2 se presentan de forma resumida los resultados que se obtendrán para ciertos valores (mínimo, máximo y de elasticidad unitaria de los k_P y k_R).

Tabla 2. Explicación de la FBS abreviada en caso de pobreza y riqueza para distintos parámetros k y elasticidades de sustitución eficiencia-equidad.

	Pobreza $W = \mu \cdot (1 - k_P I_P)$			Riqueza $W = \mu \cdot (1 + k_R I_R)$		
k_P (si pobre) y k_R (si rico)	$k_P^{\max} = \frac{1}{I_P}$	$k_P^{\text{límite}} = \frac{1}{2I_P}$	$k_P^{\min} = 0$	$k_R^{\min} = 0$	$k_R^{\text{límite}} = \frac{1}{2I_R}$	$k_R^{\max} = \frac{1}{I_R}$
W	0	$\frac{\mu}{2}$	μ	μ	$\frac{3\mu}{2}$	2μ
Interpre- tación	Independiente mente del nivel de eficiencia, si existe pobreza, el bienestar es nulo. Aversión máxima a la pobreza	Igual importancia otorgada a la pobreza y la eficiencia.	No preocupación por la pobreza. El bienestar solamente depende de eficiencia media	No consideración de la riqueza. El bienestar solamente depende de eficiencia media	Igual importancia otorgada a la riqueza y la eficiencia.	Máxima consideración por la riqueza (por simetría). Realmente si $k_R \rightarrow \infty =$ $W \rightarrow \infty$
Elasticidad eficiencia- pobreza/riqueza $\varepsilon_{\mu,I}$	$\varepsilon_{\mu,I_P} = \infty$ Solamente importa pobreza	$\varepsilon_{\mu,I_P} = 1$ Igual importancia eficiencia equidad	$\varepsilon_{\mu,I_P} = 0$ Solamente importa eficiencia	$\varepsilon_{\mu,I_R} = 0$ Solamente importa eficiencia	$\varepsilon_{\mu,I_R} = 1$ Igual importancia eficiencia equidad	$\varepsilon_{\mu,I_R} = \infty$ Solamente importa riqueza

La interpretación de la elasticidad de la eficiencia respecto a la equidad ($\varepsilon_{\mu,I}$) es la siguiente. Pensemos en una situación en la que existe pobreza. Si la elasticidad fuese unitaria, quiere decir que ante un incremento del 1% en la pobreza, la eficiencia media tendría que aumentar también en 1% para que el bienestar social se mantuviese constante. Si fuese nula la elasticidad, querría decir que ante un incremento del 1% en la pobreza, la eficiencia media no tiene que modificarse y el bienestar se mantendría constante. La razón es que no importa la pobreza, lo único relevante es la eficiencia. Por último, si la elasticidad fuese infinita, ante un incremento de la pobreza del 1% la eficiencia tendría que aumentar infinitamente para mantener el bienestar, y ello ocurre porque se otorga el máximo peso a la eficiencia, o la aversión a la pobreza es la máxima posible. Si planteamos el mismo razonamiento en caso de que existiera riqueza, hay que aclarar que debemos tomar el valor absoluto de la elasticidad, pues entre riqueza y eficiencia no se produce “intercambio” para mantener el bienestar, pues ambos argumentos presentan derivadas parciales positivas en la función abreviada de bienestar social. Es decir, si aumenta la riqueza, para mantener el bienestar constante debería empeorar el nivel medio de bienestar. Teniendo esto en cuenta, la interpretación de las

elasticidades es simétrica. Elasticidad unitaria indica que aumentar la riqueza un 1% permitiría un empeoramiento de la eficiencia media del 1%. Si la elasticidad es nula, un incremento de la riqueza del 1% permite no modificar el nivel de eficiencia media y seguir con el mismo bienestar, ya que la única variable que determina el bienestar es la eficiencia, no la equidad. Si la elasticidad fuese infinita, ante un aumento de la riqueza del 1% el nivel de eficiencia media puede bajar infinitamente, ya que lo único que preocupa es la equidad, pero no la eficiencia.

3. Aplicación empírica

3.1. Datos

Con el fin de ilustrar la construcción de la función de bienestar educativo abreviada hemos utilizado los datos del proyecto PISA (*Programme for International Student Assessment*) de la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico). El proyecto PISA es una evaluación internacional estandarizada que se aplica al alumnado de 15 años. Este proyecto fue llevado a cabo por primera vez durante el año 2000 y en él participaron 265.000 alumnos de 32 países incluida España. El proyecto evaluó el rendimiento en tres asignaturas claves para la formación del alumno: Lectura, Matemáticas y Ciencias.

El proyecto PISA no evalúa las capacidades, habilidades o destrezas como un conjunto de conocimientos del tipo “todo o nada”. Por el contrario, cada alumno recibió una puntuación en cada prueba en una escala continua. Además, dado que la escuela el hogar y el contexto socioeconómico son variables claves para comprender el mundo educativo, el Proyecto PISA recoge una extensa base de datos en torno a estas variables. Los alumnos que fueron evaluados, en España ascendieron a 6.214 alumnos de 15 años, agrupados fundamentalmente en dos niveles, 9º y 10º, (niveles que se corresponden con 3º y 4º de ESO). Además, estos alumnos completaron también cuestionarios acerca de su entorno socioeconómico y sus experiencias dentro y fuera del ámbito escolar. De igual manera, los directores del colegio rellenaron cuestionarios sobre las prácticas educativas que llevaban a cabo. Desafortunadamente, las autoridades educativas que representan a España en este tipo de estudios internacionales ocultaron en esta oleada la información referente a las Comunidades Autónomas si bien todas las Consejerías educativas participaron en el estudio.

En este trabajo sólo se utilizó, en aras de una homogeneidad adecuada, la información correspondiente a los resultados en las pruebas de matemáticas y lectura de 2.212 alumnos que estudiaban 4º de ESO (en el estudio se denomina 10º grado) en 169 escuelas, de las cuales 112 eran públicas (66,27% del total) y el resto, 57 eran concertadas (33,73%). En cuanto a las variables explicativas del resultado se optó por usar los índices derivados que sobre determinadas respuestas recoge el informe PISA [OCDE, 2001]. Las estadísticas descriptivas de las variables utilizadas se muestran en la Tabla 3.

Tabla 3: Estadísticos descriptivos de los datos utilizados a nivel de alumno.

	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.
<i>Inputs del alumno:</i>				
Educación del padre	1,00	4,00	2,87	0,82
Educación de la madre	1,00	4,00	2,76	0,78
Actividades culturales clásicas	1,00	5,00	2,51	1,16
Poseiones culturales en el hogar	1,00	4,00	3,05	0,99
<i>Inputs escolares:</i>				
Tiempo para hacer deberes	1,00	4,00	3,35	0,82
Ordenadores por 100 alumnos	0,9	31,0	6,44	4,21
Profesores por 100 alumnos	3,62	17,67	7,79	2,32
Educ. media madres compañeros	1,90	4,00	2,86	0,42
<i>Outputs:</i>				
Resultado en matemáticas	202,14	735,75	503,74	82,98
Resultado en lengua	241,43	741,90	521,93	74,04
Total alumnos	2212			
Total Escuelas	169			

Las variables *input* mostradas en la tabla 3 fueron derivadas por los analistas del proyecto PISA y agrupan las respuestas a distintas preguntas planteadas en el cuestionario de la evaluación¹⁰. La educación de los padres fue obtenida a partir del *International Standard Classification of Education* (ISCED, OCDE, 1999). Tras un análisis previo, las categorías originales fueron redefinidas en cuatro posibilidades: no fue a la escuela, primaria completa, secundaria completa y posesión de estudios universitarios. La variable *actividades culturales* es un índice que fue derivado a partir de la frecuencia en la que los alumnos realizaron las siguientes actividades en el año anterior: visitar un museo o galería de arte, ir a la opera, ballet o conciertos de música clásica y ver teatro. El índice relativo a las *poseiones culturales* se construyó a partir de las respuestas que el alumno dio sobre si poseía o no en casa los siguientes elementos: literatura clásica y libros de poesía. El tiempo que el alumno dedica a hacer deberes fue derivado a partir de la información que el alumno dijo dedicar a esta labor en las asignaturas de lengua, matemáticas y ciencias. En este trabajo asumiremos la hipótesis de que la escuela, a través del profesor, tiene poder de control tanto sobre la cantidad de deberes que manda al alumno como sobre la supervisión de su elaboración y su correcta ejecución. Los *inputs* propiamente escolares son el número de ordenadores en la escuela por cada cien alumnos y el número de profesores por cada cien alumnos. Estos *inputs* pretenden ser buenas aproximaciones de los niveles de capital físico y trabajo de los que está compuesta la escuela para desarrollar su actividad y que frecuentemente son usados en educación. Por otro lado, aprovechando la ventaja de utilizar datos a nivel de alumno, se introdujo en este análisis una variable relacionada con el efecto compañeros. Para ello se optó por calcular el nivel de estudios medios de las madres de los compañeros de cada alumno. De esta manera se pretende contrastar en qué medida el nivel de la clase ayuda, perjudica o es indiferente en el rendimiento del alumno.

¹⁰ No es el objetivo de este trabajo realizar una extensa descripción de las variables que recoge el proyecto PISA ni de cómo esta información fue agrupada. En este trabajo tan solo se presenta una breve descripción para una adecuada comprensión del análisis. No obstante, para el estudio de todas las variables, los métodos de muestreo empleados y toda la información de cómo fue desarrollado el proceso estadístico puede acudir a OCDE (2001, 2002).

En cuanto a los *outputs* PISA calificó a los alumnos con una puntuación en cada prueba basándose en el nivel de dificultad de las tareas que eran capaces de realizar. Sobre la base de estas puntuaciones se asignó cada estudiante a uno de cinco niveles de lectura y a uno de tres niveles posibles en matemáticas, que tienen asociada una interpretación pedagógica ilustrativa de lo que el alumno es capaz de hacer. En este trabajo hemos definido la pobreza educativa en cada prueba cuando un alumno de 4º ESO no alcanza el nivel medio de cada prueba. Así de los cinco niveles de lectura los estudiantes que tienen una puntuación menor de 482 puntos se sitúan en el nivel 2. Estos alumnos sólo son capaces de solucionar tareas lectoras básicas, tales como localizar información presentada directamente, llevar a cabo diversos tipos de inferencias de bajo nivel, deducir el significado de una parte bien definida del texto y utilizar algunos conocimientos externos al texto para comprenderlo. Además, aquellos alumnos por debajo de 408 puntos estarían en el nivel 1 y sólo serían capaces de realizar las tareas lectoras más sencillas que pueden asociarse tales como localizar un único elemento de información, identificar el tema principal de un texto o hacer una conexión sencilla con los conocimientos cotidianos.

Por otro lado en matemáticas se consideró que un alumno es pobre cuando alcanza menos de 491 puntos y por tanto pertenece al nivel 1 de tres niveles posibles. Este nivel supone que el alumno solamente es capaz de resolver tareas que requieran una observación simple.

3.2. Resultados

A continuación se exponen por separado los resultados obtenidos en términos de equidad (ya exista pobreza o riqueza) que se cuantifican en los índices de FGT, así como los resultados de eficiencia que posteriormente se agregan para calcular la eficiencia media. Por último se presentan los resultados del bienestar social agregado alcanzado basándonos en resultados bien de lectura o bien de matemáticas. Para ello se tienen en cuenta tanto eficiencia como equidad y se suponen FBS alternativas (con el mismo parámetro k para todas las escuelas o con la misma elasticidad de sustitución eficiencia-equidad para todas las escuelas).

3.2.1. Resultados de pobreza y riqueza

En las tablas 4 a 7 se presentan los valores de los índices de FGT de pobreza y riqueza para tres valores del parámetro α (valor nulo permite calcular el *headcount ratio*, valor unitario tiene en cuenta la intensidad de la pobreza o riqueza, y valor dos o superior hace que el índice cumpla con el principio de las transferencias decrecientes). Es necesario aclarar que las 169 escuelas pueden clasificarse de forma exhaustiva como ricas o pobres, y para cada una de ellas se obtiene un valor del índice FGT (de pobreza o riqueza), que se presenta de forma agregada en forma de media, complementando la información con los valores mínimos máximos y la desviación típica obtenida.

Tabla 4. Índices de pobreza en matemáticas y lectura en escuelas concertadas.

Índice		Media	Desv. típica	Mínimo	Máximo
FGT(0)	Matemáticas (17 escuelas)	0,6267655	0,1184081	0,375	0,8421053
FGT(1)		0,0046316	0,004383	0,0000166	0,0139711
FGT(2)		0,0003828	0,0005421	5.26e-09	0,0017306
FGT(0)	Lectura (6 escuelas)	0,6033208	0,1042425	0,45	0,7
FGT(1)		0,004094	0,002024	0,0001003	0,005577
FGT(2)		0,0002432	0,0001688	2.01e-07	0,0004888

Tabla 5. Índices de pobreza en matemáticas y lectura en escuelas públicas.

Índice		Media	Desv. típica	Mínimo	Máximo
FGT(0)	Matemáticas (49 escuelas)	0,6228188	0,1467739	0,3333333	0,9090909
FGT(1)		0,0048394	0,0054083	0,0001343	0,0344882
FGT(2)		0,000532	0,0015375	1.26e-07	0,0107049
FGT(0)	Lectura (17 escuelas)	0,6367506	0,1547519	0,4	1
FGT(1)		0,0056774	0,0059504	0,0002569	0,0211965
FGT(2)		0,0005717	0,0010205	3.96e-07	0,0040436

De las 57 escuelas concertadas que se evalúan en el estudio, 17 no superan el umbral establecido para matemáticas y 6 no lo hacen para lectura. Si nos referimos a las 112 escuelas públicas, 49 son pobres según sus resultados en matemáticas y 17 en lectura. Es decir, que tanto para escuelas públicas como concertadas parece que la situación en matemáticas es peor. Mirando al interior de las escuelas, en media, las escuelas concertadas pobres cuentan con un 62,67% de alumnos que no superan las pruebas de matemáticas (algo menos, 62,28% si son públicas). Los resultados muestran que en media hay mayor porcentaje de alumnos que no supera las pruebas de lectura entre las concertadas (63,67%) que entre las públicas (60,33%). Si observamos los valores de FGT(1) podemos definir un patrón medio en lectura, de manera que las escuelas públicas siempre presentan peores resultados que las concertadas. En cambio, si los resultados utilizados son matemáticas, no se observa el mismo patrón para todos los índices y es preciso acudir al nivel de escuela¹¹. Se comprueba además que existe mayor variabilidad en los resultados entre las escuelas públicas que entre las privadas.

Tabla 6. Índices de riqueza en matemáticas y lectura en escuelas concertadas.

Índice		Media	Desv. típica	Mínimo	Máximo
FGT(0)	Matemáticas (40 escuelas)	0,7113264	0,1383547	0,4	0,9375
FGT(1)		0,00556	0,0035238	0,0011946	0,0147652
FGT(2)		0,0006026	0,0006503	0,0000202	0,0025122
FGT(0)	Lectura (51 escuelas)	0,7948624	0,135769	0,375	1
FGT(1)		0,0084636	0,0053543	0,0002237	0,0218244
FGT(2)		0,0011805	0,001087	6.00e-07	0,0048988

¹¹ Es preciso recordar que para cada escuela se calculan los índices FGT con parámetros 0, 1 y 2. En cada escuela, la ordenación relativa de estos índices con respecto a las demás escuelas es la misma. Pero al agregar los resultados por total o por colegios públicos o concertados, esta ordenación no tiene por qué mantenerse.

Tabla 7. Índices de riqueza en matemáticas y lectura en escuelas públicas.

Índice		Media	Desv. típica	Mínimo	Máximo
FGT(0)	Matemáticas (63 escuelas)	0,6796532	0,1556919	0,3333333	1
FGT(1)		0,0066064	0,0077316	0,0002253	0,0436813
FGT(2)		0,0006824	0,0011199	5.07e-07	0,0067083
FGT(0)	Lectura (95 escuelas)	0,7862662	0,1394714	0,4444444	1
FGT(1)		0,0098151	0,0108428	0,0006591	0,0980834
FGT(2)		0,0013391	0,0022052	7.38e-06	0,0192407

Los resultados de riqueza muestran que los resultados son mejores en lectura que en matemáticas tanto en escuelas públicas como concertadas (recordemos que cuanto mayor es el índice de riqueza, mejor es la situación, al contrario que con los índices de pobreza). La ordenación en media de centros públicos y concertados depende del índice utilizado. Si solamente se considera el porcentaje de alumnos pobres por escuela, las concertadas parecen mejores, pero si se tiene en cuenta la intensidad del fenómeno, las escuelas públicas revelan mayor riqueza tanto en matemáticas como en lectura.

3.2.2. La función de producción educativa: resultados de eficiencia.

Los resultados econométricos del modelo de frontera estocástica descrito en la ecuación 1 para matemáticas y lectura son los que recoge la tabla 8.

Tabla 8. Estimación de la frontera de producción educativa estocástica.

Variables y parámetros (matemáticas)				t-test	Variables y parámetros (lectura)				t-test
Constante	β_{01}	0,1903		35,27	Constante	β_{02}	0,1438		27,91
$\ln x_1$ (ord. x 100 alumnos)	β_{11}	0,0004		0,06	$\ln x_1$	β_{12}	0,0003		0,05
$\ln x_2$ (prof. x 100 alumnos)	β_{21}	0,0061		0,50	$\ln x_2$	β_{22}	0,0098		0,92
$\ln x_3$ (educación de la madre)	β_{31}	0,0627		4,73	$\ln x_3$	β_{32}	0,0463		4,11
$\ln x_4$ (educación del padre)	β_{41}	0,0203		1,60	$\ln x_4$	β_{42}	0,0106		0,98
$\ln x_5$ (actividades culturales)	β_{51}	0,0268		4,23	$\ln x_5$	β_{52}	0,0350		6,38
$\ln x_6$ (posesiones culturales)	β_{61}	0,0195		2,43	$\ln x_6$	β_{62}	0,0369		5,29
$\ln x_7$ (tareas en el hogar)	β_{71}	0,0249		2,32	$\ln x_7$	β_{72}	0,0479		5,17
$\ln x_8$ (efecto compañeros)	β_{81}	0,1337		5,39	$\ln x_8$	β_{82}	0,1311		6,03
Otros parámetros	γ	0,0651		22,86		γ	0,0394		20,61
	σ^2	0,8998		70,01		σ^2	0,8340		41,49
Eficiencia media				0,8353	Eficiencia Media				0,8711

La tabla 8 muestra un número de resultados interesantes. En primer lugar las dos estimaciones realizadas muestran el coeficiente con el signo esperado para todas las variables. Sin embargo cabe destacar que ninguna de las dos variables escolares relacionadas con los recursos físicos de la escuela (ordenadores y profesores) resultaron

ser estadísticamente significativas. En segundo lugar los estudios de los padres muestran un signo estadísticamente significativo para el nivel de estudios de la madre mientras que los estudios del padre sólo parecen ser débilmente significativos para la prueba de matemáticas. En tercer lugar las variables relacionadas con las posesiones en el hogar y las actividades fuera de la escuela resultan significativas en ambas pruebas, especialmente en lectura. En cuarto lugar el efecto compañeros, medido a partir del resultado del nivel educativo medio de las madres de los compañeros de clase, es la variable que ostenta una elasticidad media más elevada respecto a los resultados de las dos pruebas. Por último se puede señalar que la eficiencia media en matemáticas es menor que en lectura lo cual era esperable dado el peor rendimiento medio en esta materia.

La importancia de estos resultados es destacable de cara a su uso posterior para la toma de decisiones de aumento de bienestar social. En función de la ponderación que la sociedad realice de los objetivos de eficiencia y equidad, sería posible cuantificar en qué medida aumentaría el bienestar al aumentar el nivel de eficiencia del sector o al mejorar los resultados como consecuencia de una política pública de gasto.

3.2.3. Resultados del bienestar educativo agregado

Teniendo en cuenta los cálculos realizados para medir al eficiencia y la equidad separadamente, se calcula el valor del bienestar social agregado para cada escuela como se explicó en la parte metodológica. Aunque hayamos optado por una función agregada de bienestar social, todavía debemos escoger el valor de los parámetros utilizados para la aplicación empírica, es decir, elegir los valores de k que se introducirán en la función. Tal y como se expuso en la Tabla 1. el valor de k otorga significado a la función de bienestar social y condiciona la interpretación de los resultados. Podemos optar por dos alternativas:

- 1) Escoger el mismo valor de k para todas las funciones de bienestar social de todas las escuelas.
- 2) Escoger la misma elasticidad de sustitución eficiencia-equidad para todas las escuelas.

La primera alternativa hará que la elasticidad sea diferente para cada escuela, mientras que la segunda, lo que hará variar será el parámetro k , y por tanto la forma funcional con la que se agrega el bienestar social será diferente. Como por el momento no consideramos que ninguna de las alternativas sea mejor que la otra, expondremos varios escenarios usando el supuesto 1) y 2). En posteriores trabajos en los que incluiremos simulaciones de políticas educativas, optaremos por una u otra en función de las preferencias del decidor social.

No podemos escoger cualquier valor de k , ya que ello podría llevar a inconsistencias en la función de bienestar social utilizada, por ello se ha de escoger el menor valor aceptable para k (el menor de los máximos) teniendo en cuenta las 169 escuelas. Otra alternativa sería escoger el k que se quiera obviando esta restricción y sacar del análisis los comportamientos incoherentes con la teoría, pero ello contradeciría el principio de anonimato que pretendemos preservar.

En la tabla 9 se muestran los valores del bienestar social obtenido fijando el parámetro k , y en la tabla 10. se muestran resultados cuando lo que se mantiene constante es la elasticidad de sustitución eficiencia-equidad.

Tabla 9. Valores del bienestar educativo abreviado fijando el parámetro k .

	MATEMÁTICAS		LECTURA	
	k (matemáticas)=22		k (lectura)=10	
	Bienestar	Elasticidad	Bienestar	Elasticidad
Media	0,8767	0,2928	0,9430	0,3919
Varianza	0,0321	4,0435	0,0124	15,4501
Máximo	1,7551	24,6335	1,7301	51,1757
Mínimo	0,1505	0,0000	0,5864	0,0001
	k (matemáticas)=11		k (lectura)=5	
Media	0,8564	0,0521	0,9098	0,0465
Varianza	0,0116	0,0107	0,0047	0,0061
Máximo	1,3392	0,9249	1,3018	0,9624
Mínimo	0,3871	0,0000	0,6652	0,0001
	k (matemáticas)=7,6		k (lectura)=3,4	
Media	0,8501	0,0342	0,8992	0,0303
Varianza	0,0075	0,0035	0,0031	0,0018
Máximo	1,2118	0,5000	1,1646	0,5000
Mínimo	0,4595	0,0000	0,6905	0,0001
	k (matemáticas)=0		k (lectura)=0	
Media	0,8360	0,0000	0,8766	0,0000
Varianza	0,0018	0,0000	0,0010	0,0000
Máximo	0,9233	0,0000	0,9278	0,0000
Mínimo	0,6237	0,0000	0,7441	0,0000

Comencemos con la situación de k nulo. En tal caso, el análisis del bienestar abreviado coincide con un análisis tradicional de eficiencia, ya que la equidad (ya exista pobreza o riqueza en los resultados) no es tenida en cuenta y el bienestar es igual a la eficiencia media. A medida que se consideran valores superiores del parámetro k el bienestar va creciendo, y ello es resultado de que hay muchos más centros ricos que pobres. Las elasticidades medias son relativamente bajas, debido a que la elección de k constante para todos los centros viene condicionada como expusimos anteriormente. Para completar el análisis con elasticidades más elevadas incluso para la búsqueda de situaciones extremas, mostramos los resultados de la tabla 10., en los que el intercambio eficiencia equidad es el mismo para todos los centros evaluados. Cuando la elasticidad de sustitución es infinita, el bienestar viene exclusivamente condicionado por el nivel de pobreza o riqueza, lo que hace que todos los centros pobres presenten un nivel de bienestar nulo, y todos los ricos igual al producto de la eficiencia por el índice de riqueza y por k . Esta situación es exactamente inversa a la de elasticidad nula, donde el único determinante del bienestar es la eficiencia técnica lograda por la escuela (nótese la coincidencia de resultados para elasticidad y k nulos).

Tabla 10. Valores del bienestar educativo abreviado fijando la elasticidad.

	MATEMÁTICAS		LECTURA	
	Elasticidad= ∞			
	Bienestar	k	Bienestar	k
Media	1,0468	841,8	1,5203	363,3
Varianza	0,7080	21907431,8	0,3681	957908,1
Máximo	1,8465	60240,4	1,8556	9970,0
Mínimo	0,0000	22,9	0,0000	10,2
Elasticidad=2				
Media	0,9766	561,2	1,3040	242,2
Varianza	0,3259	9736831,1	0,1699	425745,4
Máximo	1,5388	40160,6	1,5464	6646,7
Mínimo	0,2079	15,3	0,2480	6,8
Elasticidad=1				
Media	0,9414	420,9	1,1959	181,6
Varianza	0,1899	5476967,5	0,0993	239481,8
Máximo	1,3849	30120,5	1,3917	4985,0
Mínimo	0,3118	11,4	0,3720	5,1
Elasticidad=0				
Media	0,8360	0,0	0,8714	0,0
Varianza	0,0018	0,0	0,0010	0,0
Máximo	0,9233	0,0	0,9278	0,0
Mínimo	0,6237	0,0	0,7441	0,0

La tabla 10 pone de manifiesto que a medida que se consideran elasticidades mayores (es decir, que se da mayor peso a la equidad) el nivel de bienestar crece, y ello corrobora las conclusiones obtenidas para el análisis anterior en que fijábamos k . La explicación es la misma: existe un mayor peso de los centros ricos que de los pobres, y tenerlo en cuenta tiene su reflejo en el nivel de bienestar.

No obstante, los valores medios aquí presentados pueden ocultar peculiaridades interesantes como el hecho de que la ordenación de centros por nivel de eficiencia no es en absoluto coincidente con la ordenación teniendo en cuenta el bienestar y se producen saltos en las posiciones ocupadas por los centros. La correlación entre los rankings de ineficiencia media de las escuelas y el ranking de los centros según el bienestar calculado asumiendo distintos valores para k y para la elasticidad, así como una medida de los saltos que se producen en el bienestar se muestra en la tabla 11.

Tabla 11: Coeficiente de correlación Tau_b de Kendall entre los rankings de bienestar bajo distintas hipótesis y el nivel de ineficiencia media.

Eficiencia Matemáticas					
Estadístico	$k = 22$	$k = 11,45$	$k = 7,63$	Elast. = 0	Elast. = 1
Tau_b de Kendall*	0,7309	0,7821	0,8163	1	0,9219
Salto Máximo hacia atrás**	123	123	123	0	50
Salto Máximo hacia adelante***	78	68	59	0	52
Número de Saltos ****	159	161	154	0	102

Eficiencia Lectura					
Estadístico	$k = 10$	$k = 5,1$	$k = 3,4$	Elast. = 0	Elast. = 1
Tau_b de Kendall*	0,7433	0,8056	0,8407	1	0,9830
Salto Máximo hacia atrás**	92	92	92	0	15
Salto Máximo hacia adelante***	46	34	30	0	29
Número de Saltos ****	160	159	156	0	44

* Todos los coeficientes de correlación calculados son estadísticamente significativos al 99%.

** Número máximo de posiciones que un centro pierde en el ranking de bienestar respecto a la ordenación por eficiencia media.

*** Número máximo de posiciones que un centro gana en el ranking de bienestar respecto a la ordenación por eficiencia media.

**** Número de escuelas que cambian de posición en el ranking de bienestar respecto a la ordenación por eficiencia media.

Tal y como se observa en la tabla 11 todas las medidas de bienestar están correlacionadas significativamente. Como ya se ha comentado, cuando la elasticidad de sustitución entre eficiencia y equidad es igual a cero sólo se valora la eficiencia técnica por lo que el ranking de bienestar coincide exactamente con el de eficiencia (el coeficiente de correlación es igual a uno). En cuanto a los valores de k es interesante observar como a medida que k aumenta (valoramos más los objetivos de equidad que los de eficiencia) la correlación entre el bienestar y la ineficiencia media disminuye. A pesar de que las correlaciones son significativas el hecho de variar el peso entre eficiencia y equidad puede suponer saltos dramáticos en el ranking de bienestar para un número de escuelas. Así, para el caso de matemáticas una escuela puede caer 123 posiciones en bienestar (sobre un total de 169) o subir hasta 78 si consideráramos un valor de $k = 22$. En cuanto a la prueba de lectura si bien estos saltos se producen con la misma frecuencia que en matemáticas la cuantía de los mismos es menor. En este caso para $k = 10$ las variaciones máximas están comprendidas entre 92 posiciones hacia atrás y 46 hacia delante. Este resultado indica que las políticas educativas se instrumentarán de forma distinta si se considera solamente eficiencia, solamente equidad o eficiencia y equidad simultáneamente.

3.2.4. Titularidad escolar y bienestar: ¿existe relación?

Una vez analizado el bienestar educativo bajo distintos escenarios en los que eficiencia y equidad son ponderadas de forma distinta, es interesante preguntarse si el bienestar está asociado de forma significativa a la titularidad del colegio. En la actualidad existe un debate acerca de si el sector público debería de producir la educación de forma pública en su mayor parte o si dejar paso a la producción privada, conservando el sector público el papel de proveedor de fondos a fin de garantizar la gratuidad de la enseñanza. A esta discusión siempre aparece asociada la conveniencia de introducir el denominado *cheque escolar* como mecanismo para introducir cierto grado de competencia por los fondos entre escuelas. Para contestar a esta pregunta se ha calculado la prueba no

paramétrica U de Mann-Whitney que contrasta si el orden de las escuelas públicas y concertadas en el ranking es o no es aleatorio. Los resultados de este cálculo son mostrados en la tabla 12.

Tabla 12: Prueba de Mann-Whitney para contrastar diferencias entre los rankings de bienestar según titularidad de la escuela.

	Matemáticas				
	$k = 22$	$k = 11,45$	$k = 7,63$	Elast. = 0	Elast. = 1
U de Mann-Whitney	2699	2903	2831	2870	2926
W de Wilcoxon	9027	9231	9159	9198	9254
Z	-1.6393	-0.9610	-1.2004	-1.0707	-0.8845
P -Valor	0.1011	0.3366	0.2300	0.2843	0.3764
	Lectura				
	$k = 10$	$k = 5,1$	$k = 3,4$	Elast. = 0	Elast. = 1
U de Mann-Whitney	3174	3132	3186	3119	3129
W de Wilcoxon	4827	9460	4839	4772	4782
Z	-0.0599	-0.1995	-0.0200	-0.2427	-0.2095
P -Valor	0.9523	0.8419	0.9841	0.8082	0.8341

Los resultados obtenidos en la tabla 12 muestran que no se puede rechazar la hipótesis de que las escuelas públicas y concertadas ostenten en promedio el mismo bienestar. Esta igualdad de resultados sugiere que en la práctica existen escuelas buenas y malas (según la medida de bienestar definida en este trabajo) pero este hecho no está relacionado con la titularidad. Es por ello que los factores de organización interna; como los incentivos al profesorado y personal de dirección, implicación de la familia en el proceso escolar, métodos docentes, etc. deberían ser examinados tanto en las escuelas con resultados elevados, a fin de aprender de sus métodos y clima escolar, como de las peores, con el objetivo de proceder a su corrección. De este resultado se desprende que la articulación de un sistema de incentivos al profesorado ligado al bienestar de sus alumnos, y en definitiva de la sociedad, parece una política de gasto educativo mucho más justificada que seguir destinando recursos a reducir el número de alumnos por clase o a aumentar el número de ordenadores.

4. Conclusiones

Hasta la fecha, la teoría de las funciones abreviadas de bienestar social ha sido aplicada intensivamente en la teoría del ingreso público pero no para cuantificar el bienestar derivado de las distintas políticas de gasto público. Además, los indicadores de pobreza y desigualdad de resultados nada nos dicen acerca del grado de eficiencia con el que se están produciendo los *outputs* de cada individuo. Por otro lado, los análisis de eficiencia en diversos ámbitos del gasto público no recogen la pobreza relativa de determinadas unidades productivas respecto a otras independientemente de su nivel de eficiencia relativa. Es por ello que tanto los resultados de medición de la pobreza como de eficiencia tan solo ofrecen resultados parciales de un proceso multidimensional como es la producción y asignación de los bienes y servicios públicos. En este trabajo se ha presentado una metodología original para evaluar el bienestar que los ciudadanos alcanzan del gasto público agregando un índice de ineficiencia y un indicador de pobreza. Así, una sociedad podría revelar que alcanza mayor utilidad si existieran más (menos) unidades productivas por encima (por debajo) de un mínimo decente de

resultados aunque (si) ello suponga (supone) disminuir (aumentar) el nivel de eficiencia del sector.

Desde nuestro punto de vista esta herramienta es sumamente útil para evaluar políticas de gasto público, asignar nuevos recursos y reasignar los existentes, así como para introducir políticas de gestión e incentivos en la producción de bienes y servicios públicos. Las bondades de esta técnica, de aplicación en cualquier bien o servicio de producción pública, han sido ilustradas en el sector de la educación no universitaria. Los resultados obtenidos muestran como inversiones adicionales en reducir el número de alumnos por clase o en aumentar el número de ordenadores en la escuela tan sólo conseguirían reducir el bienestar social educativo ya que estas políticas empeorarían el nivel de eficiencia sin aumentar los resultados. La dedicación de estos recursos a incentivar al profesorado, promover la integración de los alumnos de familias con un nivel socioeconómico bajo en escuelas con un nivel más elevado o la promoción de actividades culturales serían mecanismos mucho más adecuados para aumentar los resultados, la eficiencia y por tanto el bienestar social.

Referencias

- Aigner, D. J. Lovell, C. A. K. and Schmidt, P. (1977) Formulation and estimation of stochastic production function models, *Journal of Econometrics*, 6, 21-37.
- Battese, G. E. and Corra, G. S. (1977). Estimation of a production frontier model: With application to the pastoral zone of Eastern Australia, *Australian Journal of Agricultural Economics*, 21, 169-179.
- Battese, G. E. and Coelli, T. J. (1992). Frontier production functions, technical efficiency and panel data: with application to paddy farmers in India, *Journal of Productivity Analysis*, 3, 153-169.
- Battese, G. E. and Coelli, T. J. (1995). A model for technical inefficiency effects in a stochastic frontier production function for panel data, *Empirical Economics*, 20, 325-332.
- Coelli, T. and Perelman, S. (1999). A comparison of parametric and non-parametric distance functions: with application to European railways. *European Journal of Operational Research*, 117, 326-339.
- Lambert, P. J. (1996). La distribución y la redistribución de la renta. Instituto de Estudios Fiscales.
- OCDE (1999). Classifying educational programmes: Manual for ISCED-97 implementation in OECD countries. Organisation for Economic Co-operation and Development. Paris.
- OCDE (2001). Manual for the PISA 2000 Database. Organisation for Economic Co-operation and Development. Paris.
- OCDE (2002). PISA 2000 Technical Report. Organisation for Economic Co-operation and Development. Paris.
- Pedraja, F., Salinas, J. y Suarez, J. (2001). La medición de la eficiencia en el sector público. En Alvarez, A. (Coord.): La Medición de la Eficiencia y la Productividad. Ed. Pirámide.
- VV. AA. (2003). Sector Público y Eficiencia. *Papeles de Economía Española*, 96.