XIV Encuentro de Economía Pública
Santander, 1-2 de febrero de 2007

Título de la comunicación: "La desigualdad en la Unión Europea, en el año 2000, a través de los índices de Gini, de Bonferroni y de De Vergottini."

Autores:
Elena Bárcena
Luis J. Imedio
Encarnación M. Parrado
Mª Dolores Sarrión

Universidad de Málaga.

La correspondencia debe dirigirse a:
Elena Bárcena Martín
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales.
Dpto. de Estadística y Econometría (68).
Campus de El Ejido, s/n. Universidad de Málaga.
29013. MÁLAGA.
Teléfono: 952137188
E-mail: barcenae@uma.es

Resumen

En este trabajo se estudian las medidas de desigualdad de Bonferroni y de De Vergottini, tratando de poner de manifiesto sus analogías y discrepancias, desde los puntos de vista estadístico y normativo. Ambos se definen comparando la media global de una distribución con las medias parciales de las distribuciones truncadas, a la derecha o a la izquierda, determinadas por los distintos niveles de renta. Con frecuencia se hace referencia al índice de Gini, no sólo por ser la medida más utilizada en el análisis de la desigualdad, sino por presentar características comparables a las de los índices estudiados.

Con estas tres medidas se analiza la desigualdad en la Unión Europea para el año 2000 empleando como fuente el Panel de Hogares de la Unión Europea. Se obtienen las ordenaciones de los países en términos de desigualdad y se diferencian, en este sentido, grupos de países.

Palabras clave: Medias parciales, Medidas lineales de desigualdad, Curvas de Bonferroni y de De Vergottini, Desigualdad en la UE, PHOGUE.

Clasificación JEL: C10, D31, I38.

1. Introducción.

Aunque en las últimas décadas se ha dedicado una atención considerable al estudio de la desigualdad en las distribuciones de renta, existen índices clásicos con buenas propiedades que, sin embargo, tienen una presencia muy limitada tanto en los manuales de Estadística, como en los trabajos teóricos o empíricos. Es el caso de los índices propuestos por Bonferroni (1930) y por De Vergottini (1940).

En Nygard y Sandström (1981) se propone el índice de Bonferroni (B) como una medida particularmente adecuada para evaluar la intensidad de la pobreza. En fechas más recientes, los trabajos de Tarsitano (1990), Giorgi (1998), Giorgi y Crescenzi (2001a), Chakravarty y Muliere (2003) y Chakravarty (2005), ponen de manifiesto el interés de este índice en el análisis de la distribución de la renta. Las referencias al índice de De Vergottini (V) son mucho más escasas. En Piesch (2005) se hace un estudio estadístico del mismo, sin abordar cuestiones éticas.

En este trabajo se realiza un análisis comparativo de estos dos índices, desde los puntos de vista estadístico y normativo. Ambos presentan una clara analogía formal y, al mismo tiempo, una evidente divergencia que se manifiesta, también, en sus características normativas. Se definen comparando la media global de una distribución con las medias parciales de las distribuciones truncadas, a la derecha o a la izquierda, determinadas por los distintos niveles de renta. Las propiedades, de cada tipo, de los dos índices se analizan de forma simultánea para establecer sus similitudes y diferencias. Estas propiedades se comparan con las del coeficiente de Gini, la medida de desigualdad más utilizada, al pertenecer los tres índices a una misma familia e incorporar juicios de valor diferentes y, en cierto modo, complementarios en la medición de la desigualdad y del bienestar.

El trabajo sigue el siguiente esquema. Esta introducción finaliza haciendo referencia al marco de análisis y a un conjunto de conceptos previos que faciliten la lectura posterior. En la sección segunda se definen ambos índices y se proporcionan distintas expresiones equivalentes de los mismos, tanto en el caso continuo, como en el discreto. Se estudian su interpretación geométrica y sus propiedades estadísticas. En la sección tercera se abordan algunos aspectos normativos, obteniendo sus funciones de evaluación social y analizando su comportamiento frente a las transferencias de renta. En la sección cuarta se realiza una aplicación empírica, en la que se analiza la desigualdad en los países de la Unión Europea para el año 2000 a través de los índices de Gini, Bonferroni y De Vergotini, analizando la sensibilidad de los resultados a distintas escalas de equivalencia. En la última sección se exponen las conclusiones.

1.1. Marco de análisis y notación.

Supondremos que la distribución de la renta en una población está representada por la variable aleatoria continua X, cuyo recorrido es el intervalo $[x_0, x_M]$, $x_M > x_0 \geq 0$, con función de distribución[1] F y renta media $\mu = E(X) = \int_{x_0}^{x_M} x dF(x)$.

La curva de Lorenz, asociada a dicha distribución, L(p), p=F(x), viene dada por

$$L(p) = \frac{1}{\mu} \int_{x_0}^{x} t dF(t) \ , \ 0 < p < 1 \ , \qquad [1]$$

siendo L(0)=0 y L(1)=1. Para cada p=F(x), L(p) es la proporción del volumen total de renta que acumula el conjunto de unidades con renta menor o igual que x. Es evidente que $L(p) \leq p$, $0 \leq p \leq 1$. En caso de equidistribución L(p)=p, y si la concentración es máxima L(p)=0, $0 \leq p < 1$.

A partir de su definición es inmediato comprobar que la curva L(p) es creciente y convexa, y que la función de densidad de la distribución de la renta se obtiene a partir de la curvatura de la curva de Lorenz, dada la renta media.

El índice de Gini asociado a la distribución se puede expresar como el doble del área del recinto limitado por la línea de equidistribución y la curva de Lorenz:

$$G = 2\int_0^1 (p - L(p))dp = 1 - 2\int_0^1 L(p)dp, \qquad [2]$$

de modo que $G \in [0, 1]$, siendo G=0 si la distribución es igualitaria y G=1 si la concentración es máxima.

2. Los índices de Bonferroni y de De Vergotini.

En esta sección se definen los índices B y V comparando la media global de una distribución con las medias parciales de las distribuciones truncadas, a la derecha o a la izquierda, determinadas por los distintos niveles de renta. Posteriormente, se expresan

[1] La continuidad de X facilita el tratamiento analítico. Más adelante, se considera el caso discreto. Es habitual identificar el recorrido de X con la semirrecta real positiva. Sin embargo, en las distribuciones observadas, el soporte de la función de densidad está acotado, de modo que f(x)=0, $x<x_0$ o $x>x_M$.

en términos de la curva de Lorenz de la distribución y se analizan sus propiedades estadísticas.

2.1. Definición de los índices.

Sea m(x) la función que asigna a cada nivel de renta x, $x_0<x\leq x_M$, la renta media de la distribución truncada que se obtiene al restringir la variable X al intervalo $[x_0, x]$. Es inmediato que

$$m(x)=\frac{1}{F(x)}\int_{x_0}^{x} t\,dF(t)\,,\ x\in(x_0,\ x_M] \qquad [3]$$

Definición 1 (Bonferroni, 1930)**.** El índice de Bonferroni, B, asociado a la distribución de renta representada por la variable aleatoria X se define como

$$B=\int_{x_0}^{x_M}\frac{\mu-m(x)}{\mu}dF(x)\,. \qquad [4]$$

Si r(x) es la función que mide, para cada nivel de renta x, la diferencia relativa entre la renta media de la población y la del conjunto de individuos con renta menor o igual que x, es decir,

$$r(x)=\frac{\mu-m(x)}{\mu}\,,\ x\in(x_0,\ x_M], \qquad [5]$$

el índice B se puede expresar como

$$B=E(r(X))=\int_{x_0}^{x_M}r(x)dF(x). \qquad [6]$$

Teniendo en cuenta lo anterior, podemos decir que el índice B es el valor esperado de las diferencias, en términos relativos, entre la renta media de la distribución y las rentas medias de los conjuntos de individuos con rentas por debajo de cada uno de los posibles niveles.

Es inmediato comprobar que la función r definida en [5] es no negativa, decreciente y acotada superiormente

$$r(x)\leq 1-\frac{x_0}{\mu}<1,\ x_0<x\leq x_M,$$

de donde se puede concluir que

$$0\leq B\leq 1-\frac{x_0}{\mu}<1.$$

De forma análoga, considerando, para cada nivel de renta $x<x_M$, la renta media de los individuos con renta igual o superior a x, se puede definir la función M(x) mediante

$$M(x)=\frac{1}{1-F(x)}\int_x^{x_M} tdF(t)\,,\; x\in[x_0,x_M)\,, \qquad [7]$$

y, a partir de estas medias, las diferencias relativas R(x)

$$R(x)=\frac{M(x)-\mu}{\mu}\,,\; x\in[x_0,\, x_M). \qquad [8]$$

El valor esperado de estas diferencias relativas se conoce como índice de De Vergotini.

Definición 2 (De Vergottini, 1940)**.** El índice de De Vergottini, V, asociado a la distribución de renta representada por la variable aleatoria X se define como

$$V = E(R(X)) = \int_{x_0}^{x_M} R(x)dF(x) = \int_{x_0}^{x_M} \frac{M(x)-\mu}{\mu}\,dF(x). \qquad [9]$$

Es decir, el índice V es el valor esperado de las diferencias relativas entre las rentas medias de los conjuntos de individuos con renta por encima de cada uno de los distintos niveles y la renta media de la población.

Es inmediato comprobar que la función R, que sirve de base para la definición del índice, es no negativa, creciente y acotada superiormente

$$R(x)\le\frac{x_M}{\mu}-1,\; x_0\le x<x_M,$$

de donde se puede concluir que

$$0\le V\le\frac{x_M}{\mu}-1,$$

pero, a diferencia de lo que ocurre para B, V no admite una acotación que sea independiente de la renta máxima[2].

Aunque para el tratamiento analítico resulta cómodo suponer que la variable renta, X, es continua, en la práctica son muy útiles las expresiones de los índices de desigualdad para distribuciones discretas. En el epígrafe siguiente se obtienen para B y V dichas expresiones.

2.2. Expresiones de los índices para distribuciones discretas.

Consideremos una población homogénea fija de n, n≥2, individuos. Una distribución de renta en esta población está representada mediante un vector $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ tal que $0 \le x_1 \le x_2 \le .... \le x_n$. El conjunto de todas las distribuciones de renta en esa población lo representaremos por D^n. Si $x \in D^n$, x_i, $1 \le i \le n$, es la renta del individuo i-ésimo, y $\mu = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ la renta media de la población. En este contexto

$$p_i = \frac{i}{n}, \quad q_i = \frac{1}{n\mu}\sum_{j=1}^{i} x_j, \ i = 1, 2, ..., n,$$

son, respectivamente, la proporción del total de la población que representan los i individuos con menor nivel de renta y la participación de éstos en el volumen total de renta, $n\mu$. Por lo tanto, los puntos (0,0) y (p_i, q_i), $1 \le i \le n$, junto a la poligonal que une cada dos consecutivos, constituyen la gráfica de la curva de Lorenz asociada a esta distribución.

La renta media de los i individuos con menor renta, viene dada por

$$m_i = \frac{1}{i}\sum_{j=1}^{i} x_j = \mu\frac{q_i}{p_i}, \ 1 \le i \le n,$$

mientras que para el conjunto de individuos con mayor renta, a partir del i-ésimo, la renta media es

$$M_i = \frac{1}{n-i+1}\sum_{j=i}^{n} x_j = \mu\frac{1-q_{i-1}}{1-p_{i-1}}, \ 2 \le i \le n, \ M_1 = \mu.$$

Las versiones discretas de [5] y de [8] para las funciones r(x) y R(x), se expresan como

$$r_n(x_i) = \frac{\mu - m_i}{\mu} = \frac{p_i - q_i}{p_i}, \ 1 \le i \le n,$$

$$R_n(x_i) = \frac{M_i - \mu}{\mu} = \frac{p_{i-1} - q_{i-1}}{1 - p_{i-1}}, \ 2 \le i \le n, \ R_n(x_1) = 0.$$

El índice de Bonferroni se define[3] como la media del conjunto de valores $\{r_n(x_i)\}_{1 \le i \le n}$. Es decir

---

[2] De hecho, se puede comprobar que si la distribución está próxima al caso de concentración máxima, esta acotación puede ser tan grande como se quiera.

[3] Bonferroni (1930) propuso para la versión discreta del índice $B_n^{'} = \frac{n}{n-1}B_n$, lo que supone promediar el conjunto de valores $\{r_n(x_i)\}_{1 \le i \le n-1}$. En este trabajo, como en Nygard y Sandström (1981) y

$$B_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} r_n(x_i) = 1 - \frac{1}{n\mu}\sum_{i=1}^{n} m_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{p_i - q_i}{p_i}\right) = 1 - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{p_i}.$$

Análogamente, la media del conjunto de valores $\{R_n(x_i)\}_{1\leq i\leq n}$ es el índice de De Vergottini:

$$V_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} R_n(x_i) = \frac{1}{n\mu}\sum_{i=1}^{n} M_i - 1 = \frac{1}{n}\sum_{i=2}^{n}\left(\frac{p_{i-1} - q_{i-1}}{1 - p_{i-1}}\right).$$

Como es sabido, el índice de Gini viene dado por:

$$G_n = \sum_{i=1}^{n-1}(p_i q_{i+1} - p_{i+1} q_i)$$

Estos índices también se pueden expresar como combinación lineal de las rentas ordenadas. Concretamente,

$$B_n = \frac{1}{n\mu}\sum_{i=1}^{n}\eta_i x_i\ ,\ \eta_i = 1 - \sum_{j=i}^{n} 1/j\,,\ \eta_{i+1} = \eta_i + 1/i\,,\ \sum_{i=1}^{n}\eta_i = 0\ , \qquad [10]$$

$$V_n = \frac{1}{n\mu}\sum_{i=1}^{n}\xi_i x_i\,,\ \xi_i = \sum_{j=1}^{i} 1/(n-j+1) - 1\,,\ \xi_{i+1} = \xi_i + 1/(n-i)\,,\ \sum_{i=1}^{n}\xi_i = 0\,. \qquad [11]$$

y

$$G_n = \frac{1}{n\mu}\sum_{i=1}^{n}\gamma_i x_i\ ,\ \gamma_i = (2i-1)/n - 1\,,\ \gamma_{i+1} = \gamma_i + 2/n\,,\ \sum_{i=1}^{n}\gamma_i = 0 \qquad [12]$$

Las igualdades anteriores proporcionan diferentes alternativas para el cálculo de los tres índices en el caso discreto. En particular, las expresiones [10], [11] y [12] son interesantes porque ponen de manifiesto que en el esquema de ponderación utilizado para la obtención de cada índice, el peso que se asigna a la renta de cada individuo depende de la posición que éste ocupa en la distribución y es mayor cuanto mejor esté situado. Es decir, las sucesiones $\{\eta_i\}_{1\leq i\leq n}$, $\{\xi_i\}_{1\leq i\leq n}$ y $\{\gamma_i\}_{1\leq i\leq n}$ son estrictamente crecientes, aunque presentan patrones de crecimiento diferentes. En el índice B el crecimiento al pasar de cada posición a la siguiente es cada vez menor; en V sucede lo contrario, mientras que en G el crecimiento es constante. Por otra parte, se verifican las relaciones

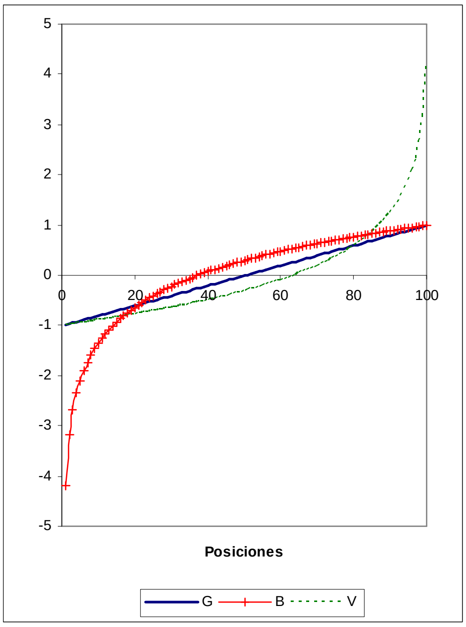
$\eta_i + \xi_{n-i+1} = 0$, $1\leq i\leq n$,

$\gamma_i + \gamma_{n-i+1} = 0$, $1\leq i\leq n$.

Chakravarty (2005), se utiliza B_n para que la función de bienestar social correspondiente a este índice dependa de la renta máxima de la distribución.

La primera implica que los esquemas de ponderación asociados a los índices B y V son, en valor absoluto, simétricos. El índice B asigna a la renta mínima, x_1, un coeficiente cuyo valor absoluto coincide con el asignado por V a la renta máxima, x_n; lo mismo sucede al considerar x_2 y x_{n-1}, x_3 y x_{n-2}, etc. En el índice de Gini las ponderaciones, en valor absoluto, son simétricas respecto de la renta mediana (o de la posición central). Gráficamente, en la Figura 1 se representa el comportamiento de las sucesiones $\{\eta_i\}_{1\le i\le n}$, $\{\xi_i\}_{1\le i\le n}$ y $\{\gamma_i\}_{1\le i\le n}$ sobre una población de tamaño 100.

Figura 1. Ponderaciones en los índices



Es inmediato que si la distribución es igualitaria, $x_1 = x_2 = ... = x_{n-1} = x_n = \mu$, los índices son nulos, $G_n=B_n=V_n=0$. Si la concentración es máxima y en la distribución sólo hay una renta positiva, $x_1 = x_2 = ... = x_{n-1} = 0$, $x_n = n\mu$, los valores de G_n, de B_n y de V_n dependen, como sucede en otras medidas de desigualdad, del tamaño de la población

$$B_{n,\text{máx}} = \eta_n = \frac{n-1}{n} < 1,$$

$$V_{n,\text{máx}} = \xi_n = \sum_{j=1}^{n} 1/(n-j+1) - 1 = \sum_{j=2}^{n} 1/j,$$

$$G_{n,\text{máx}} = \gamma_n = \frac{n-1}{n} < 1.$$

Mientras que los índices B_n y G_n varían en [0, 1), el valor máximo del índice V_n no está acotado superiormente sino que crece al hacerlo el tamaño de la población. Sin embargo, fijado n, el cociente $\overline{V}_n = V_n/V_{n,máx}$ es un índice normalizado cuyos valores pertenecen al intervalo [0, 1].

2.3. Expresión de los índices en términos de la curva de Lorenz.

Si L(p), p=F(x), es la curva de Lorenz de la distribución representada por la variable X, la función m(x) definida en [3] se puede expresar como

$$m(x) = \frac{\mu L(F(x))}{F(x)} = \frac{\mu L(p)}{p},\ 0<p=F(x)\leq 1.$$

Por lo tanto, un modo equivalente de escribir [5] es:

$$r(x) = \frac{p - L(p)}{p} = 1 - \frac{L(p)}{p},\ 0 < p = F(x) \leq 1$$

y, teniendo en cuenta [6], B se puede definir a partir de la curva de Lorenz de la distribución como:

$$B = 1 - \int_0^1 \frac{L(p)}{p}\,dp = \int_0^1 \frac{p - L(p)}{p}\,dp. \qquad [13]$$

Del mismo modo, dado que M(x) (expresión [7]) se puede escribir como:

$$M(x) = \frac{\mu(1 - L(F(x)))}{1 - F(x)} = \frac{\mu(1 - L(p))}{1 - p},\ 0\leq p=F(x)<1,$$

de [8] resulta:

$$R(x) = \frac{1 - L(p)}{1 - p} - 1 = \frac{p - L(p)}{1 - p},\ 0 \leq p = F(x) < 1,$$

y, teniendo en cuenta [9], se puede definir V mediante

$$V = \int_0^1 \frac{1 - L(p)}{1 - p}\,dp - 1 = \int_0^1 \frac{p - L(p)}{1 - p}\,dp\ . \qquad [14]$$

Las primeras igualdades que se presentan en [13] y [14] nos permiten dar una interpretación geométrica de cada uno de estos índices. Para ello nos basaremos en curvas asociadas a ellos de manera natural, definidas a partir de la curva de Lorenz. Concretamente, la curva de Bonferroni, B(p), se define como:

$$B(p) = \frac{L(p)}{p},\ 0 < p \leq 1 \qquad [15]$$

y, en p=0 se extiende por continuidad, $B(0)=\lim_{p\to 0^+} B(p)=L^{'}(0^+)=x_0/\mu$.

Análogamente, la curva de De Vergottini, V(p), se define como:

$$V(p)=\frac{1-L(p)}{1-p}, 0\le p<1, \qquad [16]$$

y, en p=1 se extiende por continuidad, $V(1)=\lim_{p\to 1^-} V(p)=L^{'}(1^-)=x_M/\mu$.

Es sencillo probar que B(p) y V(p) son ambas crecientes en el intervalo (0, 1). Sin embargo, el signo de sus segundas derivadas no es, en general, constante en su dominio de definición, por lo que estas curvas no presentan un comportamiento uniforme en cuanto a concavidad/convexidad. Estas características se ponen de manifiesto en las Figuras 2 y 3, en las que se presentan sus gráficas.

Figura 2. Curva e índice de Bonferroni

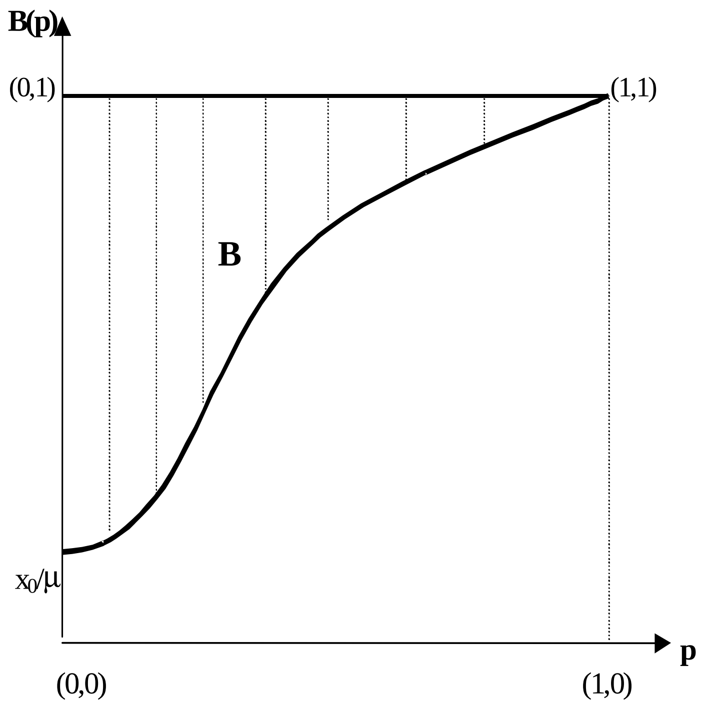
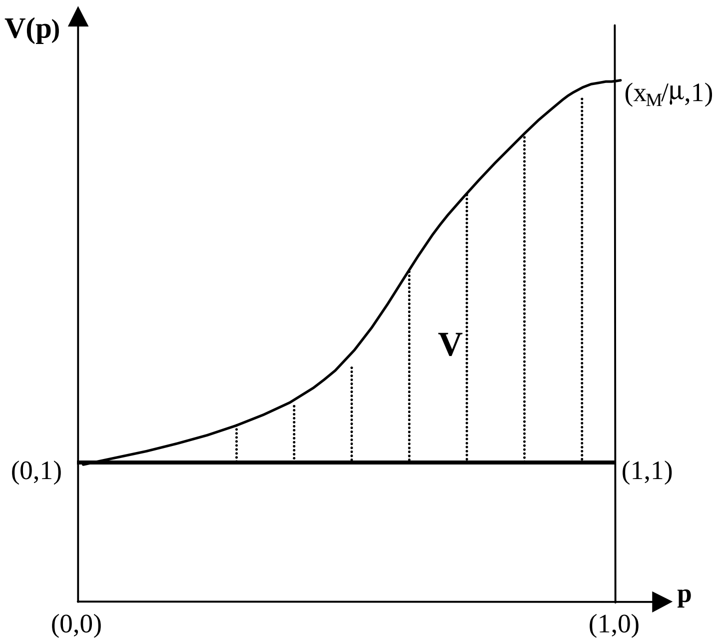


Figura 3. Curva e índice de De Vergottini



A partir de las definiciones de los índices, expresiones [13] y [14], es inmediato que

$$B = 1 - \int_0^1 B(p)dp \qquad [17]$$

y

$$V = \int_0^1 V(p)dp - 1 . \qquad [18]$$

De las igualdades anteriores se concluye que el valor del índice B (V) es el área del recinto limitado por la curva de Bonferroni (De Vergotini) de la distribución y la correspondiente al caso de equidistribución (la recta p=1). En particular, en caso de equidistribución es B(p)=V(p)=1, 0<p<1, y los correspondientes índices alcanzan su valor mínimo, que es cero. Sin embargo, si la concentración es máxima es B(p)=0 y B=1, mientras que V(p)=1/(1–p), 0<p<1**,** lo que implica que la integral que aparece en [18] no es convergente.

Aunque no es su expresión habitual, conviene observar que el índice de Gini puede obtenerse de forma análoga a B y a V, ponderando las funciones r(x) y R(x) en cada nivel de renta con $k(x) = 2F(x)$ y $h(x) = 2(1 - F(x))$, respectivamente. En efecto, haciendo p=F(x), se tiene:

$$\int_{x_m}^{x_M} r(x)k(x)dF(x) = 2\int_{x_m}^{x_M} r(x)F(x)dF(x) = 2\int_0^1 (p - L(p))dp = G\,,$$

$$\int_{x_m}^{x_M} R(x)h(x)dF(x) = 2\int_{x_m}^{x_M} R(x)(1 - F(x))dF(x) = 2\int_0^1 (p - L(p))dp = G\,.$$

Es decir, G es una media ponderada tanto de las diferencias relativas r(x), como de las R(x), mientras que B y V son sus respectivas medias simples.

2.3. Algunas propiedades estadísticas[4].

Los índices B y V presentan propiedades comunes, alguna de las cuales comparten con el índice de Gini, G.

Los tres índices se pueden obtener ponderando las diferencias de Lorenz[5], $p - L(p)$, a lo largo de la distribución de la renta. En otros términos, pertenencen a la clase de medidas lineales de desigualdad de Mehran (1976). Ello es inmediato, teniendo en cuenta la segunda de las igualdades que se presentan en [13] y [14]. A partir de ellas se tiene:

$$B = \int_0^1 (p - L(p))\pi_B(p)dp\,,\ \pi_B(p) = \frac{1}{p}\,,\ 0 < p \le 1\,,$$

$$V = \int_0^1 (p - L(p))\pi_V(p)dp\,,\ \pi_V(p) = \frac{1}{1-p}\,,\ 0 \le p < 1\,.$$

Por su parte, el índice de Gini (expresión [3]) es:

$$G = \int_0^1 (p - L(p))\pi_G(p)dp\,,\ \pi_G(p) = 2\,,\ 0 < p \le 1$$

Lo anterior indica que para obtener el índice de Bonferroni las diferencias de Lorenz se ponderan con la función

$$\pi_B(p) = \frac{1}{p},\ 0<p\le 1,$$

que es estrictamente decreciente y estrictamente convexa, lo que implica que al aumentar el nivel de renta, y con él p, se asigna un peso cada vez menor a dichas

4 Las demostraciones de los resultados que aparecen en este epígrafe se pueden encontrar en Bárcena y otros (2006).

5 Observése que p-L(p), p=F(x), es la diferencia entre la participación que tendría el conjunto de individuos con renta menor o igual que x en el volumen total de renta si la distribución fuese igualitaria y su participación real en la distribución considerada.

diferencias y la tasa de decrecimiento de la ponderación aumenta con el nivel de renta. En el índice de De Vergottini, la ponderación

$$\pi_V(p) = \frac{1}{1-p},\ 0 \le p < 1,$$

es estrictamente creciente y estrictamente convexa, por lo que al aumentar el nivel de renta se asigna un peso cada vez mayor a las diferencias de Lorenz y la tasa de crecimiento de la ponderación aumenta con el nivel de renta. En el índice de Gini, la ponderación es constante.

En consecuencia, cada uno de los tres índices evalúa de distinta forma la desigualdad local a lo largo de la escala de rentas. El índice B asigna mayor importancia a la desigualdad existente en la cola izquierda de la distribución (rentas bajas), mientras que el comportamiento de V en este aspecto es el contrario, dando mayor importancia a la desigualdad existente en la cola derecha (rentas altas). El índice de Gini sigue un criterio intermedio al asignar una ponderación constante, a lo largo de la distribución, a la diferencia entre la línea de equidistribución y la curva de Lorenz.

El comportamiento de los tres índices frente a los cambios de escala y de origen es idéntico. Son índices relativos de desigualdad, mientras que μB, μV y μG son índices absolutos. Si se consideran las variables λX, $\lambda>0$ y $X+a$, $a>0$ ó $-\mu<a<0$, se verifica:

$$B_{\lambda X} = B_X\ ,\ \ \mu_{X+a}B_{X+a} = \mu_X B_X\ ,$$

$$V_{\lambda X} = V_X\ ,\ \ \mu_{X+a}V_{X+a} = \mu_X V_X\ ,$$

$$G_{\lambda X} = G_X\ ,\ \ \mu_{X+a}G_{X+a} = \mu_X G_X\ .$$

En consecuencia, B, V y G son índices de compromiso[6]. Además, de las igualdades anteriores se concluye, también, que si a>0, $B_{X+a} < B_X, V_{X+a} < V_X$ y $G_{X+a} < G_X$. Sucede lo contrario si $-\mu<a<0$. Esto es, si todas las rentas de la distribución aumentan (disminuyen) en una misma cantidad positiva, los tres índices disminuyen (aumentan).

Una propiedad característica del índice de Gini, que en ocasiones se utiliza como definición, es

[6] Un índice relativo I es de compromiso si μI es un índice absoluto. Un índice absoluto J es de compromiso si J/μ es un índice relativo (Blackorby y Donaldson, 1980).

$$G = \frac{1}{\mu} \mathrm{Cov}\big(X, F(X)\big).$$

Es decir, G se puede obtener a partir de la covarianza entre la renta de los individuos y sus respectivos rangos en la distribución. Los índices de Bonferroni y de De Vergottini satisfacen una propiedad análoga a ésta. Se demuestra que el índice de Bonferroni se puede expresar en función de la covarianza entre cada nivel de renta y el logaritmo natural del rango de esa renta en la distribución:

$$B = -\frac{1}{\mu} \mathrm{Cov}\big(X, \ln(F(X))\big),$$

mientras que el índice V se puede obtener a partir de la covarianza entre la variable renta y el logaritmo de la función de supervivencia, $1 - F(x)$:

$$V = -\frac{1}{\mu} \mathrm{Cov}\big(X, \ln(1 - F(X))\big).$$

Los índices B y V, a diferencia del índice de Gini, no satisfacen el Principio de Población de Dalton; es decir, no son invariantes frente a un número finito de réplicas de la población inicial[7]. Ello implica que no son consistentes con el criterio de ordenación parcial inducido por la curva de Lorenz (Foster, 1985).

Aunque, por construcción, los índices de Bonferroni y de De Vergottini tienen, como el de Gini, un origen estadístico y todos ellos constituyen lo que en la literatura se conoce como “medidas objetivas de desigualdad”, es generalmente aceptado a partir del trabajo de Dalton (1920) y, sobre todo, desde la aportación de Atkinson (1970), que en cualquier medida de dispersión de rentas subyace alguna noción de bienestar social. En la sección siguiente se abordan algunos de sus aspectos normativos.

3. Consideraciones normativas.

En este trabajo, la relación entre funciones de bienestar social (FBS) e índices de desigualdad se establece mediante el enfoque de Blackorby y Donaldson (1978, 1980), a través del concepto de renta equivalente igualmente distribuída (REID)[8]. En tal

---

[7] Para el perfil de rentas {0, a}, a>0, es B_2=1/2, V_2=1/2 y $\overline{V}_2 = 1$. Sin embargo, para el perfil {0, 0, a, a} resulta B_4=7/12, V_4= 7/12, $\overline{V}_4 = 7/13$.

[8] Dada una FBS, W, en principio de carácter ordinal, su REID es el nivel de renta que si fuese percibido por todos y cada uno de los individuos de la población, la distribución igualitaria resultante proporcionaría el mismo bienestar que la distribución existente. De este modo, la REID es una cardinalización de W.

caso, si I es un índice relativo de desigualdad, el bienestar asociado a una distribución $x \in D^n$, W(x), viene dado por:

$$W(x) = \mu_x[1 - I(x)] = \mu_x - \mu_x I(x)\,, \qquad [19]$$

donde $\mu_x I(x)$ cuantifica el coste de la desigualdad, la pérdida de bienestar debida a la desigualdad.

A partir de la expresión dada en [10], es inmediato que la FBS correspondiente al índice de Bonferroni, en este contexto, viene dada por

$$W_B(x) = \mu_x[1 - B(x)] = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(1-\eta_i)x_i = \sum_{i=1}^{n} w_{i,B}x_i\,, \qquad [20]$$

siendo

$$w_{i,B} = \frac{1}{n}(1-\eta_i) = \frac{1}{n}\sum_{j=i}^{n} 1/j\,,\ 1 \le i \le n,\ \sum_{i=1}^{n} w_{i,B} = 1.$$

Análogamente, teniendo en cuenta [11], la FBS asociada al índice de De Vergottini normalizado es

$$W_{\overline{V}}(x) = \mu_x[1 - \overline{V}(x)] = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(1-\xi_i/\xi_n)x_i = \sum_{i=1}^{n-1} w_{i,\overline{V}}x_i \qquad [21]$$

donde

$$w_{i,\overline{V}} = \frac{1}{n}(1-\xi_i/\xi_n) = \left(\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n-i} 1/j\right) \Big/ \left(\sum_{j=2}^{n} 1/j\right),\ 1 \le i \le n-1,\ \sum_{i=1}^{n-1} w_{i,\overline{V}} = 1.$$

Como se observa en la expresión anterior, $W_{\overline{V}}(x)$ no depende de la renta máxima de la distribución, x_n.

La REID asociada al índice de Gini viene dada por

$$W_G(x) = \mu_x[1 - G(x)] = \sum_{i=1}^{n} w_{i,G}x_i\,, \qquad [22]$$

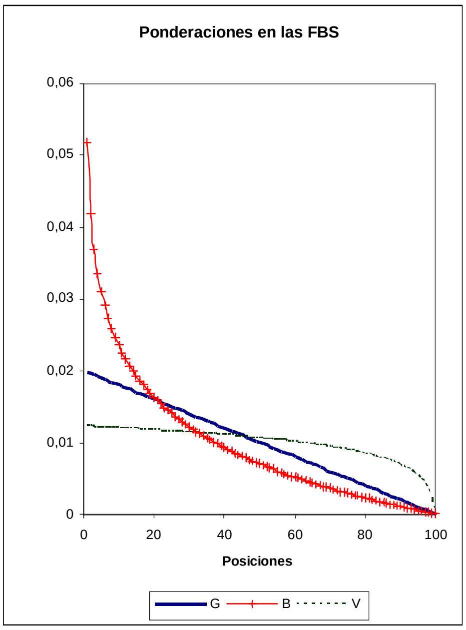
siendo

$$w_{i,G} = \frac{1}{n}(1-\gamma_i) = \frac{1}{n^2}(2(n-i)+1)\,,\ 1 \le i \le n,\ \sum_{i=1}^{n} w_{i,G} = 1.$$

Las FBS asociadas a los índices B, $\overline{V}$ y G presentan un conjunto de características comunes.

Según lo anterior, todas ellas son de la forma $W = \sum_{i=1}^{n} w_i x_i$, siendo $\{w_i\}_{1\le i\le n}$ una sucesión decreciente de números reales positivos y suma igual a la unidad. Sin embargo, las sucesiones $\{w_{i,B}\}_{1\le i\le n}$, $\{w_{i,\bar{V}}\}_{1\le i\le n}$ y $\{w_{i,G}\}_{1\le i\le n}$ siguen distintos patrones de decrecimiento, como consecuencia de las características de los esquemas de ponderación de las rentas en sus índices asociados. En la primera sucesión, la tasa de decrecimiento disminuye al aumentar el rango; en la asociada al índice $\bar{V}$ sucede lo contrario, mientras que en la asociada al índice de Gini, el decrecimiento es constante al pasar de cada posición a la siguiente. En la Figura 4 se ponen de manifiesto estas propiedades utilizando como ejemplo una población de tamaño 100.

Figura 4. Ponderaciones en las FBS



El gráfico anterior indica que al obtener el bienestar asociado a una distribución de rentas mediante las FBSs correspondientes a estos tres índices, W_B es la que asigna mayor (menor) peso a las rentas bajas (altas), $W_{\bar{V}}$ sigue el criterio contrario en la asignación de ponderaciones, mientras que W_G incorpora una postura intermedia entre ambas.

Las tres FBSs son funciones continuas, crecientes, distributivamente homogéneas[9] y estrictamente S-cóncavas. Esta última propiedad implica que los índices de desigualdad (o las FBS asociadas) muestran aversión hacia la desigualdad (o preferencia por la igualdad), lo que equivale a que satisfagan el Principio de

[9] Satisfacen $W(cx + a1^n) = cW(x) + a$, $x \in D^n$, c>0, $1^n = (1,1,...,1)$ y a un número real tal que $cx + a1^n$ sea una distribución admisible. Esta propiedad de la FBS caracteriza a los índices de compromiso.

Transferencias de Pigou-Dalton (PTPD). Según este principio, si tiene lugar una transferencia de renta desde un individuo hacia otro con menor nivel de renta, sin que varíe la ordenación relativa entre ambos (transferencia progresiva), la desigualdad disminuye (el bienestar aumenta).

Por otra parte, el comportamiento de B, V y G difiere frente a principios que incorporan criterios redistributivos más fuertes que el PTPD. Es el caso del denominado Principio Posicional de Transferencias (PPT) (Mehran, 1976 y Zoli, 1999), según el cual una transferencia progresiva entre dos individuos con una diferencia de rangos dada entre ellos, debe tener una incidencia tanto mayor en la medida en que ocurra entre individuos situados en la parte inferior de la distribución.

Proposición. Si $x \in D^n$ es un perfil de renta y $x^* \in D^n$ es el perfil que resulta al realizar en x una transferencia progresiva de cuantía $\delta>0$, desde el individuo k al individuo h, h<k, los indices de Bonferroni (De Vergotini), B_n (V_n) y $B_n^* \, (V_n^*)$, asociados a x y x^*, respectivamente, satisfacen

(i) $B_n^* < B_n$ y $V_n^* < V_n$.

(ii) Si j es tal que h–j≥1 y $B_n^{**} \, (V_n^{**})$ son los índices asociados al perfil $x^{**} \in D^n$ resultante de realizar una transferencia de cuantía $\delta>0$, desde el individuo k–j al individuo h–j, h<k, entonces $B_n^{**} < B_n^*$ y $V_n^* < V_n^{**}$.

Demostración. En efecto, si $x \in D^n$ y se realiza una transferencia progresiva de cuantía $\delta>0$, desde el individuo k al individuo h, h<k, el perfil resultante, $x^* \in D^n$, queda definido mediante

$$x_h^* = x_h + \delta,\ x_k^* = x_k - \delta,\ x_j^* = x_j,\ j \neq h, l .$$

A partir de [10] y de [11], resulta

$$B_n - B_n^* = \frac{\delta}{n\mu} \sum_{i=h}^{k-1} \frac{1}{i} \ .$$

$$V_n - V_n^* = \frac{\delta}{n\mu} \sum_{i=h+1}^{k} \frac{1}{n-i+1} \ .$$

Al ser $B_n - B_n^*>0$ y $V_n - V_n^*>0$, se satisface (i); es decir, ambos índices cumplen el PTPD. Por otra parte, si B_n^{**} y V_n^{**} son los índices asociados a x^{**}, se tiene

$$B_n - B_n^{**} = \frac{\delta}{n\mu}\sum_{i=h-j}^{k-j-1}\frac{1}{i} = \frac{\delta}{n\mu}\sum_{s=h}^{k-1}\frac{1}{s-j} > \frac{\delta}{n\mu}\sum_{s=h}^{k-1}\frac{1}{s} = B_n - B_n^*$$

$$V_n - V_n^{**} = \frac{\delta}{n\mu}\sum_{i=h-j+1}^{k-j}\frac{1}{n-i+1} = \frac{\delta}{n\mu}\sum_{s=h+1}^{k}\frac{1}{n-s+j+1} <$$

$$< \frac{\delta}{n\mu}\sum_{s=h+1}^{k}\frac{1}{n-s+1} = V_n - V_n^*,$$

de donde se concluye lo enunciado en (ii).

La Proposición anterior pone de manifiesto que ambos índices satisfacen el PTPD, mientras que sólo el índice B verifica el PPT. El índice V se comporta, a este respecto, de forma contraria: su reducción, como consecuencia de una transferencia progresiva, fijada la diferencia de posiciones entre el donante y el receptor, es mayor cuanto más ricos sean los individuos involucrados.

Por su parte, la variación del índice de Gini ante una transferencia como la descrita en el enunciado de la proposición anterior, viene dada por

$$G_n - G_n^* = \frac{2\delta(k-h)}{n^2\mu},$$

de manera que es proporcional a la diferencia de los rangos de los individuos entre los que tiene lugar, con independencia de que estén situados en la parte superior, intermedia o baja de la distribución. En definitiva, de los tres índices considerados, sólo el de Bonferroni satisface el PPT.

Aunque no se aborda en este trabajo, los índices objeto de estudio también se pueden analizar desde el punto de vista que argumenta que actitudes tales como la envidia, la privación o la satisfacción, constituyen componentes relevantes de los juicios individuales sobre la justicia distributiva. Según ese enfoque, un índice de desigualdad puede considerarse como una medida agregada de los sentimientos de los individuos que se consideran desfavorecidos o favorecidos respecto a otros, en términos de renta[10] (Temkin 1986, 1993). En este contexto, Chakravarty (2005) caracteriza el índice absoluto de Bonferroni como una medida agregada de "depresión", cuando cada

[10] Cowell y Ebert (2002) adoptan este punto de vista para introducir una nueva axiomática sobre las medidas de desigualdad.

individuo cuya renta es inferior a un nivel dado, compara su renta con ese nivel. En Bárcena y otros (2006), se proponen dos formulaciones de la privación relativa, alternativas a la ya clásica de Hey y Lambert (1980). A través de ellas los índices absolutos de De Vergottini y de Bonferroni pueden interpretarse como los valores medios de la privación social, cuando los individuos comparan sus rentas con las de quienes están situados por encima de ellos en la distribución. Como es natural, la obtención de uno u otro índice depende del modo en que se establezcan las comparaciones interindividuales.

4. La desigualdad en la Unión Europea en el año 2000.

En las secciones anteriores se ha establecido que los índices de Bonferroni, de De Vergottini y de Gini forman parte de una misma familia de medidas de desigualdad y que sus respectivas FBSs presentan una similitud formal. Por otra parte, cada uno de estos índices incorpora juicios de valor diferentes y, en cierto sentido, complementarios. Evalúan de distinta forma la desigualdad local a lo largo de una distribución de rentas, siguen criterios diferentes en la ponderación de las rentas de los individuos y presentan un comportamiento muy dispar frente al PPT. Todo ello justifica su utilización conjunta al analizar un conjunto de distribuciones de renta. La posible obtención de resultados diferentes según el índice considerado permite extraer conclusiones tan interesantes, teniendo en cuenta las propiedades de cada medida, como las que proporcionan los casos robustos.

En esta sección se analiza la desigualdad en la Unión Europea en el año 2000 a partir de los tres índices considerados en las secciones anteriores. Para ello empleamos la octava ola del PHOGUE, fuente de datos[11] armonizada a nivel comunitario, coordinada por EUROSTAT.

Las decisiones metodológicas adoptadas en este trabajo son las convencionales. Se utiliza como variable el ingreso anual[12] del hogar. Como un mismo ingreso puede dar lugar a diferentes niveles de vida en función del tamaño y composición del hogar,

[11] Esta encuesta contiene datos para quince países de la Unión Europea, con ocho olas disponibles (1994-2001). Los individuos entrevistados en la primera ola se han seguido a lo largo de las siete siguientes, entrevistándolos en intervalos aproximados de un año. Los entrevistados dan información acerca de sus ingresos, cuestiones personales y características del hogar. Esta fuente presenta ciertas limitaciones relativas a la fiabilidad de los datos de ingresos y pueden introducirse sesgos tanto por la falta de respuesta en la ola inicial como por el abandono no aleatorio de la muestra después de la primera ola (Bradbury y otros, 2001). Este posible sesgo se puede corregir mediante un uso adecuado de las ponderaciones longitudinales, cuestión que se aborda en Kalton y Brick (2000).

los ingresos se han ajustado mediante distintas escalas de equivalencia. Con ello se obtiene la variable objeto de estudio, ingreso equivalente del hogar.

Aunque es sabido que la elección de una escala concreta puede condicionar los resultados (Duclos y Mercader-Prats, 1999), también es cierto que no existe consenso sobre cuál es la escala de equivalencia idónea. Cuando se agrupan hogares de características distintas ajustando el ingreso mediante escalas de equivalencia, debe comprobarse la robustez del procedimiento estimando, en este caso, la desigualdad para distintos valores de los parámetros que determinan la escala (Ruiz Castillo, 1993). En este trabajo se han utilizado las siguientes escalas: la de la OCDE[13], la propuesta por EUROSTAT, que denominamos escala de la OCDE modificada[14], y la escala paramétrica propuesta en Buhmann y otros (1988), que computa el número de adultos equivalentes elevando el tamaño del hogar a un parámetro[15] comprendido entre 0 y 1.

De esta forma la renta equivalente Y_i se define como la renta del hogar, X_i, dividida por el número de miembros equivalentes, $m(n_i)$:

$$Y_i = \frac{X_i}{m(n_i)}$$

Al analizar la desigualdad relativa de los países de la Unión Europea en el año 2000, se obtienen conclusiones robustas sobre su ordenación, tanto en referencia a la escala de equivalencia como al índice utilizado.

En la Tabla 1 se presentan los valores de los índice de Gini, Bonferroni y de De Vergotini normalizado para los quince países analizados en el año 2000 a partir de la renta equivalente obtenida aplicando la escala de la OCDE modificada[16.]

[12] Dado que los montantes relativos a ingresos son anuales y pertenecen al año anterior de la entrevista, los ingresos de la octava ola se refieren al año 2000.

[13] En ella se asigna valor 1 al primer adulto del hogar, 0,7 a los adultos restantes y 0,5 a cada menor de 14 años

[14] Esta escala asigna valor 1 al primer adulto del hogar, 0,5 a los adultos restantes y 0,3 a cada menor de 14 años.

[15] Según esta escala el número de miembros equivalente es : n_i^s . Para este estudio s = 0,25; 0,50; 0,75

[16] Los resultados para las demás escalas de equivalencia están a disposición del lector bajo petición a los autores.

Tabla 1. Índices de Gini, Bonferroni y De Vergotini normalizado para el año 2000. Renta equivalente aplicando la escala de la OCDE modificada.

	Escala OCDE modificada					
PAIS	G		B		V	
DINAMARCA	0.215	(1)	0.311	(1)	0.048	(1)
HOLANDA	0.261	(6)	0.366	(7)	0.057	(7)
BELGICA	0.280	(9)	0.374	(8)	0.072	(14)
FRANCIA	0.270	(8)	0.376	(9)	0.056	(5-6)
IRLANDA	0.288	(10)	0.395	(10)	0.065	(10)
ITALIA	0.294	(11)	0.415	(11)	0.059	(8)
GRECIA	0.328	(13-14)	0.446	(14)	0.070	(13)
ESPAÑA	0.328	(13-14)	0.443	(13)	0.069	(12)
PORTUGAL	0.369	(15)	0.477	(15)	0.082	(15)
AUSTRIA	0.243	(3)	0.344	(4)	0.054	(3)
FINLANDIA	0.244	(4)	0.339	(2)	0.056	(5-6)
SUECIA	0.242	(2)	0.342	(8)	0.053	(2)
ALEMANIA	0.253	(5)	0.350	(5)	0.055	(4)
LUXEMBURGO	0.265	(7)	0.360	(6)	0.061	(9)
REINO UNIDO	0.306	(12)	0.417	(12)	0.068	(11)

Nota: entre paréntesis la posición del país según el índice

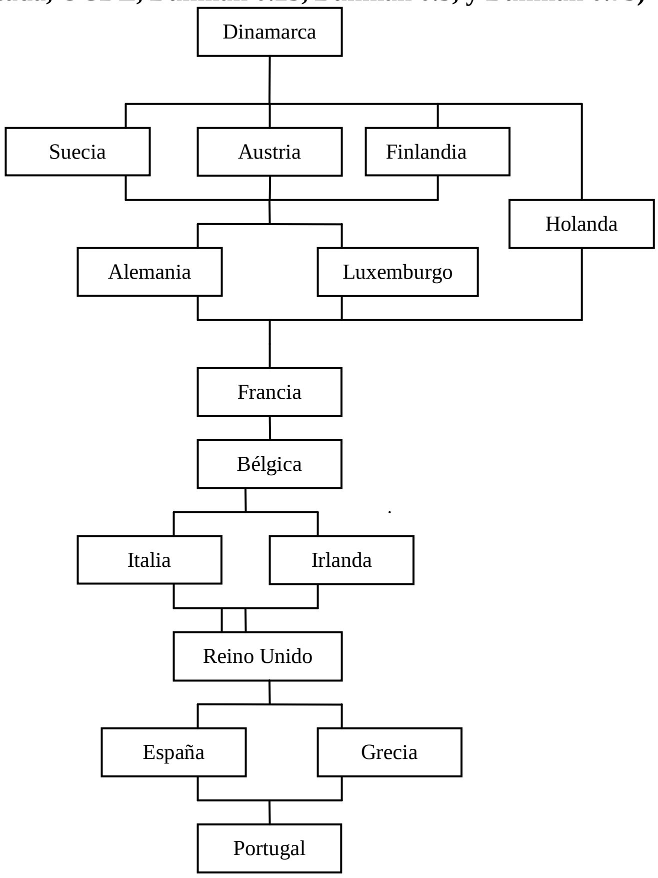
La Tabla anterior muestra que los índices G y B dan lugar a ordenaciones análogas de los quince países considerados, con alguna permutación entre posiciones cercanas. La ordenación que proporciona $\overline{V}$ presenta, respecto a las anteriores, cambios más acusados.

Cuando se realiza un ranking de los países en el año 2000 según cada uno de estos tres índices, pero teniendo en cuenta sus valores para las distintas escalas de equivalencia, se obtiene un resultado similar, como muestran las Figuras 5, 6 y 7.

La Figura 5 presenta la ordenación[17] en función de los valores del índice de Gini para todas las escalas de equivalencia. Se observa que existen varios grupos de países (concretamente ocho). Dinamarca encabeza el ranking en función del índice de Gini. Los países que más desigualdad presentan según ese índice, independientemente de la escala, son Portugal, España, Grecia, Reino Unido, Italia e Irlanda, siendo Portugal el país con la mayor desigualdad para todas las escalas de equivalencia empleadas.

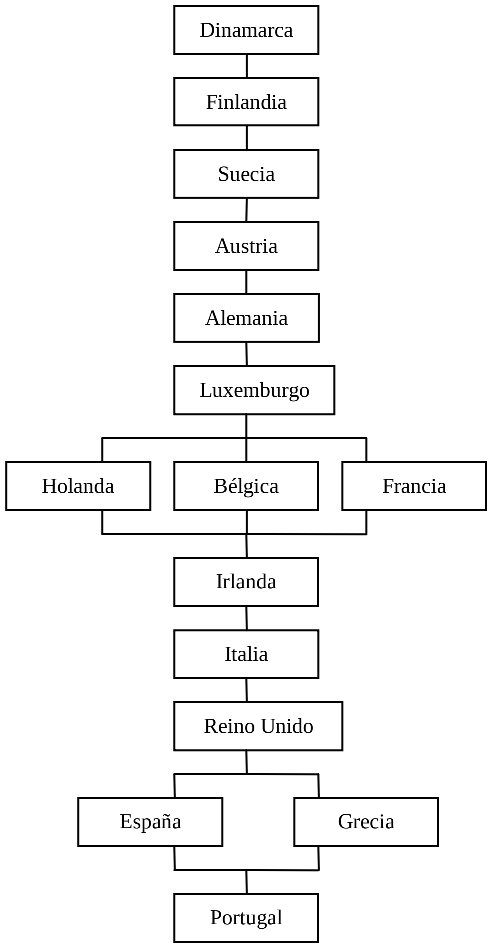
[17] Todas las ordenaciones consideradas son crecientes, de menor a mayor nivel de desigualdad.

Figura 5. Ranking de desigualdad en función del índice de Gini. (Escalas de la OCDE modificada, OCDE, Buhman 0.25, Buhman 0.5, y Buhman 0.75)



La Figura 6 presenta la ordenación en función de los valores del índice de Bonferroni para todas las escalas de equivalencia, salvo para la de Buhman de parámetro 0.25. La ordenación inducida es bastante clara, y conduce a conclusiones similares a las obtenidas con el índice de Gini. Concretamente, la ordenación para los últimos seis países es exactamente igual para ambos índices.

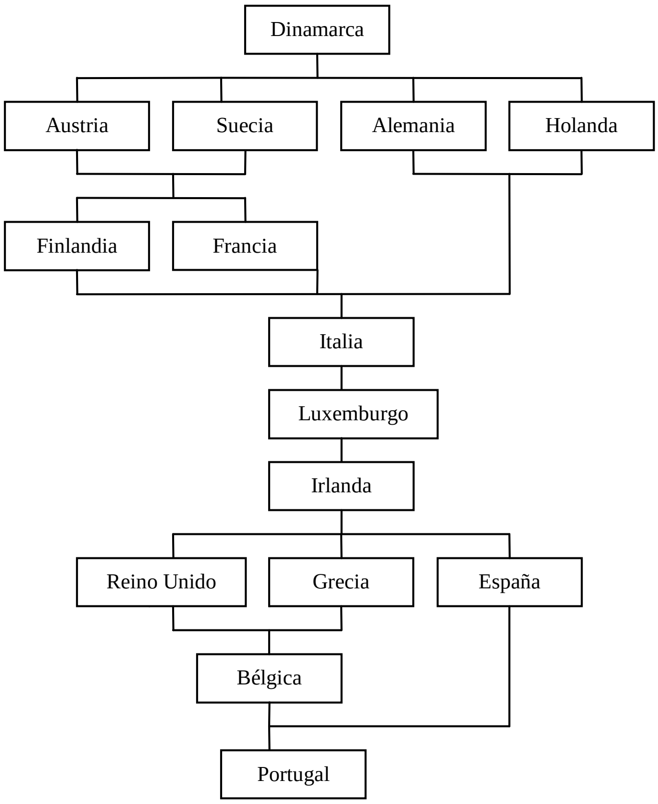
Figura 6. Ranking de desigualdad en función del índice de Bonferroni. (Escalas de la OCDE modificada, OCDE, Buhman 0.5, y Buhman 0.75)



La ordenación obtenida con el índice de Bonferroni para la escala de Buhman con parámetro 0.25, presenta cambios respecto a la anterior. Los últimos ocho países siguen siendo los mismos, pero Luxemburgo y Holanda ocupan la segunda y tercera posición respectivamente, mientras que Suecia y Finlandia la quinta y séptima posición. Sí parece quedar claro que, independientemente de la escala de equivalencia empleada, Dinamarca ocupa el primer puesto en el ranking, Austria, Suecia y Alemania las posiciones 3 a 6, Bélgica y Francia, ocupan siempre los puestos 7 a 9; Irlanda, Italia y Reino Unido, los puestos 10 a 12; España y Grecia, los puestos 13 y 14 y Portugal es la que mayor índice de Bonferroni presenta en el año 2000, sea cual sea la escala de equivalencia empleada.

La Figura 7 presenta la ordenación de los países en función de los valores del índice de De Vergotini para todas las escalas de equivalencia.

Figura 7. Ranking de desigualdad en función del índice de De Vergotini. (Escalas de la OCDE modificada, OCDE, Buhman 0.25, Buhman 0.5, y Buhman 0.75)



La ordenación según el índice de De Vergotini también es encabezada por Dinamarca. Al igual que para los índices anteriores, los países que presentan una mayor desigualdad, en este caso ponderando más las rentas situadas en la parte alta de la distribución, son Portugal, Bélgica, Reino Unido, Grecia y España. Ahora, Luxemburgo está peor situada.

Cabe destacar el caso de Bélgica, que con los índices de Gini y de Bonferroni se situaba en posiciones intermedias del ranking, mientras que con el índice de De Vergotini, se sitúa en las posiciones con mayor desigualdad. Cabría pensar que en este país, respecto a los demás, existe una desigualdad más acentuada en la parte alta de la distribución.

A partir de lo anterior, se pueden diferenciar cuatro grupos de países europeos, según sus niveles de desigualdad relativa en el año 2000. Dinamarca, el país con menor desigualdad. Portugal, el país con mayor desigualdad. En cuanto al resto de países, podemos distinguir dos grupos. El formado por Irlanda, Italia, Reino Unido, España y Grecia, cuyos miembros presentan siempre niveles mayores de desigualdad que los del grupo formado por Austria, Suecia, Finlandia, Holanda, Alemania, Luxemburgo y

Francia. Estos cuatro grupos son similares a los obtenidos por Álvarez-García et al. (2004) para los países europeos en 1996.

Bélgica presenta un patrón cambiante de desigualdad dependiendo del índice utilizado. Su nivel de desigualdad es intermedio si se evalúa mediante el índice de Gini o de Bonferroni, mientras que es elevado si se utiliza el índice de De Vergotini.

5. Conclusiones.

A lo largo del trabajo se ha puesto de manifiesto que, desde el punto de vista estadístico, existe una clara similitud entre los índices de desigualdad de Bonferroni y de De Vergottini, que se refleja no sólo en sus respectivas definiciones, sino también al compartir un conjunto de propiedades, algunas de las cuales también las presenta el índice de Gini. Así, las tres medidas son índices de compromiso y pueden expresarse en términos de la covarianza entre las rentas de los individuos y una función de sus rangos asociados. Pertenecen, además, a la familia de medidas lineales propuesta por Mehran (1976), lo que significa que pueden expresarse ponderando, en cada percentil de renta, la diferencia entre la línea de equidistribución y la curva de Lorenz. Sin embargo, mientras que G se obtiene asignando una ponderación uniforme a lo largo de la escala de rentas a dichas diferencias, para obtener el índice B hay que ponderarlas mediante un peso decreciente con el nivel de renta, dando, por lo tanto, mayor importancia a la desigualdad local existente en las rentas bajas. Por el contrario, para obtener el índice V hay que ponderar dando más peso a la desigualdad existente en la cola derecha de la distribución. Esta distinta valoración de la desigualdad local es una diferencia importante entre los tres índices e incide en sus características normativas.

En ese sentido, aunque G, B y V (o sus FBS asociadas) muestran aversión hacia la desigualdad y todos ellos satisfacen el PTPD, su comportamiento frente a Principios de Transferencias que incorporan criterios redistributivos más fuertes, como es el caso del PPT, es muy diferente. Mientras que B satisface dicho Principio, la disminución de V como consecuencia de una transferencia progresiva, fijada la diferencia de rangos entre el donante y el receptor, es mayor cuanto más ricos son esos individuos. El efecto sobre G de una transferencia de ese tipo es proporcional a la diferencia de los rangos de los individuos entre los que tiene lugar, con independencia de la parte de la distribución en que estén situados.

Los índices B y V, a diferencia del índice de Gini, no satisfacen el Principio de Población de Dalton, por lo que no son consistentes con el criterio de ordenación parcial inducido por la curva de Lorenz.

Al analizar la desigualdad en los países de la Unión Europea mediante estos tres índices, considerando distintas escalas de equivalencia, podemos concluir que existen cuatro grupos bien diferenciados. Uno de ellos es Dinamarca, que presenta la menor desigualdad, el siguiente, es el formado por Austria, Suecia, Finlandia, Holanda, Alemania, Luxemburgo y Francia, con desigualdad reducida. Niveles más altos de desigualdad presentan Irlanda, Italia, Reino Unido, España y Grecia, siendo Portugal el país con la mayor desigualdad.

6. Referencias.

Álvarez García, S. Prieto-Rodriguez, J. Salas, Rafael (2004): “The evolution of income inequality in the European Union during the period 1993-1996”, *Applied Economics*, 36, 1399-1408

Atkinson, A. B. (1970): "On the measurement of inequality", *Journal of Economic Theory*, 2: 244-263.

Bárcena, E., L. J. Imedio, E. M. Parrado y M. D. Sarrión (2006): “Un análisis comparativo entre las medidas de desigualdad de Bonferroni y de De Vergottini”, *XXXI Simposio de Análisis Económico*, Oviedo.

Blackorby, C. y D. Donaldson (1978): "Measures of relative equality and their meaning in terms of social welfare", *Journal of Economic Theory*, 18: 59-80.

Blackorby, C. y D. Donaldson (1980): “A theoretical treatment of indices of absolute inequality”, *International Economic Review*, 21: 107-136.

Bonferroni, C. E. (1930): *Elementi di statistica generale*, Libreria Seber, Firenze.

Bradbury, B., S. P. Jenkins y J. Micklewright (2001): “Conceptual and measurement issues” en B. Bradbury, S. P. Jenkins y J. Micklewright (eds.), *The Dynamics of Child Poverty in Industrialilised Countries*, Cambridge University Press-UNICEF, 27-61.

Buhmann, B., Rainwater, L., Schmaus, G. and Smeeding, T., (1988):“Equivalence scales, well-being, inequality and poverty: Sensitive estimates across ten countries using the Luxembourg Income Study (LIS) database”, *Review of Income and Wealth*, 34, 115-142.

Buhmann, B., Rainwater, L., Schmaus, G. and Smeeding, T., "Equivalence scales, well-being, inequality and poverty: Sensitive estimates across ten countries using the Luxembourg Income Study (LIS) database", *Review of Income and Wealth*, 34, (1988), 115-142.

Chakravarty, S. R. (2005): "The Bonferroni Indices of Inequality", *International Conference in Memory of C. Gini and M. O. Lorenz*, Università degli Studi di Siena, (http://www.unisi.it/event/GiniLorenz05).

Chakravarty, S. R. y P. Muliere (2003): "Welfare indicators: A review and new perspectives. Measurement of inequality", *Metron-International Journal of Statistics*, 61: 1-41.

Cowell, F. A. y U. Ebert (2002): "Complaints and inequality", *DARP Discussion Paper*, 61.

Dalton, H. (1920): "The measurement of inequality of incomes", *Economic Journal*, 30: 348-361.

De Vergottini, M. (1940): "Sul signifacoto di alcuni indici di concentrazione", *Giornale degli economisti e annali di economia*, 11: 317-347.

Duclos, J. Y. y M. Mercader Prats (1999): "Household Needs and Poverty: UIT Application to Spain and the UK", *Review of Income and Wealth*, 45(1), 77-98.

Foster, J. E. (1985): "Inequality measurement", en *Fair Allocation* (ed. H. P. Young), *Proceedings of Symposia in Applied Mathematics*, vol. 33.

Giorgi, G. M. (1998): "Concentration index, Bonferroni", *Encyclopedia of Statistical Sciences*, Wiley, New York: 141-146.

Giorgi, G. M. y M. Creszenci (2001): "A look a the Bonferroni inequality measure in a reliability framework", *Statistica*, 41: 571-573.

Hey, J. D. y P. J. Lambert (1980): "Relative deprivation and the Gini coefficient: comment", *Quarterly Journal of Economics*, 95: 567-573.

Kalton, G. y M. Brick (2000): "Weighting in household panel surveys", en Rose, E. (ed.), *Researching Social and Economic Change: the uses of households panel studies*, Londres: Routledge.

Mehran, F. (1976): "Linear measures of inequality", *Econometrica*, 44: 805-809.

Nygard, F. y A. Sandström (1981): *Measuring income inequality*, Almqvist and Wicksell International, Stockholm.

Piesch, W. (2005): "Bonferroni-index und De Vergottini-index", *Diskussionspapiere aus dem Institut für Volkswirtschaftslehre der Universität Hohenheim*, 520.

Ruiz Castillo, J. (1993): "La Distribución del Gasto en España de 1973-74 a 1980-81", I Simposio sobre Igualdad y Distribución de la Renta y la Riqueza, Vol. II, 51-89.

Tarsitano, A. (1990): "The Bonferroni index of income inequality", en C. Dagum y M. Zenga (eds.), *Income and Wealth distribution, Inequality and Poverty*, Springer-Verlag, Heidelberg: 228-242.

Temkin, L. S. (1986): "Inequality", *Philosophy and Public Affairs*, 15: 99-121.

Temkin, L. S. (1993): *Inequality*, Oxford: Oxford University Press.

Zoli, C. (1999): "Intersecting generalized Lorenz curves and the Gini index", *Social Choice and Welfare*, 16: 183-196.