

XII ENCUENTRO DE ECONOMÍA PÚBLICA

Palma de Mallorca, 3 y 4 de febrero de 2004

“Institutos de enseñanza secundaria versus colegios concertados: un análisis de eficiencia productiva”

María Jesús Mancebón Torrubia

Universidad de Zaragoza

Manuel Antonio Muñiz Pérez

Universidad de Oviedo

ABSTRACT:

El trabajo que se presenta a continuación se concibe con el propósito de estimar la eficiencia diferencial de un conjunto de centros educativos públicos y privados españoles utilizando como técnica de estimación el Análisis Envolvente de Datos. Se trata, en particular, de analizar la eficiencia productiva de los centros de educación secundaria públicos y concertados de la comunidad autónoma de Aragón poniendo un énfasis especial en la descomposición de las ineficiencias totales de cada centro en la parte debida a una gestión inadecuada del mismo (*managerial efficiency*) de aquella que tiene su origen en el modelo de gestión público/privado bajo el que éste lleva a cabo su actividad educativa (*program efficiency*). Para ello se adapta la propuesta de descomposición de la tasa global de eficiencia realizada por Silva Portela y Thanassoulis (2001) sobre la base del modelo de eficiencia por programas de Charnes, Cooper y Rhodes (1981). Las estimaciones realizadas prestan una atención especial a las características diferenciales del alumnado de los centros públicos y privados analizados, las cuales son incorporadas al análisis de eficiencia mediante el método sugerido por Fried y Lovell (1996), y modificado posteriormente por Muñiz (2000), para descontar el efecto de los inputs no controlables en la tasas de eficiencia.

1.- Antecedentes

El debate público-privado no es nuevo en educación. Sus orígenes suelen situarse en el trabajo de Coleman, Hoffer y Kilgore (1982) donde, mediante la utilización de ecuaciones de rendimiento escolar, se concluyó que las escuelas privadas eran más eficaces que las públicas en la preparación académica de los alumnos, aun después de haber controlado las diferencias existentes en los antecedentes personales y socioeconómicos de los estudiantes de ambos tipos de centro. Desde entonces han surgido numerosas investigaciones que han tratado de contrastar este resultado en contextos educativos diversos mediante la utilización de diferentes modelos y técnicas econométricas de estimación¹.

El objetivo de estos trabajos se ha concretado en valorar la calidad diferencial neta de diferentes muestras de centros educativos públicos y privados, una vez que se han eliminado del análisis los efectos de todas aquellas variables externas que condicionan la producción de las escuelas² y con relación a diferentes dimensiones del output escolar (resultados académicos principalmente, pero también tasas de abandono escolar, tasas de graduación o de continuación de los estudios, acceso a estudios superiores o incluso salarios obtenidos en el mercado de trabajo). Las conclusiones obtenidas por esta literatura son mixtas. Mientras algunos estudios confirman los resultados obtenidos por Coleman, et al. (Chubb y Moe, 1990, los revisados por Jiménez et al., 1991 o Bedi y Garg, 2000), en otros la superioridad de los centros privados queda eliminada al incluir controles diversos en el análisis (Goldhaber, 1996 o Sander, 1996) o queda reducida a determinadas dimensiones del output analizadas (Williams y Carpenter, 1991) o a grupos concretos de estudiantes definidos por su raza, etnia, perfil académico o socioeconómico (Figlio y Stone, 1997).

Al margen de diferencias en cuestiones puntuales, todos los trabajos comentados se caracterizan por llevar a cabo sus evaluaciones a partir de la construcción de una función de producción educativa de tipo medio estimada mediante la aplicación de una metodología –el análisis de regresión- de naturaleza paramétrica y estadística. En los últimos años, en los que la evaluación de la eficiencia de diversas muestras de organizaciones educativas ha experimentado un notable crecimiento, se ha puesto de manifiesto, sin embargo, que las técnicas paramétricas presentan importantes inconvenientes como instrumento de evaluación de la actividad productiva de las instituciones escolares, revelándose mucho más atractivos en este contexto los métodos frontera de carácter no paramétrico como el Análisis Envolvente de Datos. Las ventajas atribuidas a esta

¹ Véanse Jiménez y otros (1991), Witte (1992) o Figlio y Stone (1997) donde de manera directa o indirecta se revisan este tipo de trabajos

² Básicamente los antecedentes académicos y socioeconómicos del alumnado pero también los sesgos de selección muestral y las diferencias en las características de la oferta docente de los centros

metodología a la hora de evaluar el hacer de los centros educativos quedan avaladas por la intensa utilización que se ha hecho de la misma desde su aparición en el trabajo de Charnes, Cooper y Rhodes (1978)³. La mayor parte de las investigaciones realizadas mediante la aplicación de esta técnica se ha centrado en analizar la eficiencia de entornos educativos homogéneos desde una perspectiva institucional. De hecho, para nuestro conocimiento, el único trabajo donde se compara la eficiencia productiva de una muestra de universidades públicas y privadas es el de Ahn, Charnes y Cooper (1988).

En este orden de cosas, el trabajo que se presenta a continuación se concibe con el propósito de estimar la eficiencia diferencial de un conjunto de centros educativos públicos y privados españoles utilizando como técnica de estimación el análisis envolvente de datos. Se trata, en particular, de analizar la eficiencia productiva de los centros de educación secundaria públicos y concertados de la comunidad autónoma de Aragón. El análisis incorpora una aportación importante a los estudios previos sobre la eficiencia escolar realizados en nuestro país: la descomposición de las tasas de eficiencia de cada centro evaluado en la parte debida a la gestión individual del mismo (*managerial efficiency*), y en la que tiene su origen en el modelo de gestión particular público/privado bajo el que lleva a cabo su actividad educativa (*program efficiency*). Para llevar a cabo esta descomposición se aplica la propuesta que realizan Silva Portela y Thanassoulis (2001) sobre la base del modelo de eficiencia por programas de Charnes, Cooper y Rhodes (1981). Por otra parte, las estimaciones realizadas prestan una atención especial a los efectos ejercidos por las características del alumnado sobre las diversas tasas de eficiencia obtenidas, aspecto éste fundamental en la evaluación de centros escolares e incorporado en el modelo según el método sugerido por Fried y Lovell (1996), y modificado posteriormente por Muñiz (2002).

La exposición se organiza de la forma siguiente. En primer lugar se revisan los argumentos teóricos que relacionan la eficiencia productiva de los centros educativos con el modelo de gestión bajo el que éstos desarrollan su actividad. En segundo lugar, se presenta un análisis comparativo de los datos de los centros públicos y concertados de la muestra y se expone el modelo empleado en la investigación. En tercer lugar se presentan los resultados empíricos. Finalmente, se ofrece una sección de síntesis y conclusiones.

2.- Organizaciones educativas: eficiencia y modelo de gestión público /privado

Existe una creencia bastante extendida en determinados círculos académicos y sociales de que las escuelas privadas son más eficientes que las públicas; valoración ésta que suele encontrar su fundamento en la traslación al terreno educativo de los razonamientos económicos que vinculan la

³ Veáanse las revisiones de Worthington (2001) o Mancebón y Muñiz (2003).

eficiencia con la libre competencia de los mercados. A partir de ellos se argumenta que la competencia (interna y con los centros públicos) a que se ven sometidos los centros privados por la captación de alumnos fuerza a éstos a ser muy receptivos a las preferencias de sus usuarios y estimula un uso eficiente de los recursos y un incremento de la calidad de la enseñanza ofertada (Friedman y Friedman, 1981, Chubb y Moe, 1990). La fuerte dependencia de la supervivencia y del éxito económico de la organización privada a la satisfacción de los deseos y expectativas de sus clientes obliga, se dice, a que aquélla actúe con eficiencia y eficacia.

Los centros públicos, por contra, son considerados dentro de esta literatura monopolios de oferta de ámbito local con una clientela cautiva, garantizada por los criterios de asignación de plazas escolares según la zona de residencia (O'Donogue, 1971, Pincus, 1974, Levin, 1977). Las opciones de salida de los estudiantes de los centros públicos son por ello muy limitadas, ya que pasan por la utilización de mecanismos tieboutianos tipo *voto con los pies* cuya instrumentación, aparte de muy costosa en términos económicos, se ve influenciada por muchas más circunstancias que las estrictamente educativas. Todas estas consideraciones llevan a los defensores de la escuela privada a considerar que, por oposición a lo que ocurre en ésta, en la enseñanza pública el logro de la eficiencia y las preferencias de los clientes pasan a desempeñar un papel muy secundario.

Un análisis más detallado de la realidad bajo la que las instituciones escolares realizan su actividad lleva a poner en cuestión el razonamiento anterior. Ello se debe a que la capacidad de ejercer una elección informada por parte de los usuarios del sector educativo –elemento clave para que los beneficios potenciales de la competencia se materialicen- es muy reducida, dados los problemas conceptuales asociados a la delimitación formal del concepto calidad escolar. En efecto, tras casi cuarenta años de investigación sobre el tema, el conocimiento sobre los aspectos que contribuyen a delimitar una escuela de calidad sigue siendo muy escaso⁴. Los centros escolares siguen siendo verdaderas cajas negras para los estudiosos de su actividad; mucho más, por tanto, para los usuarios de sus servicios. En un contexto de este tipo la mejor manera de valorar la actividad de cada centro es el contacto directo con él, pero “probar el producto” en el ámbito educativo conlleva importantes costes personales, dados los problemas de adaptación escolar que suelen acompañar al cambio de escuela. Es lo que Glennerster (1991) denomina los costes hundidos asociados a la elección de un centro escolar. Por otra parte, no debe perderse de vista que el usuario directo del servicio suele ser un menor cuya capacidad para valorar la calidad de la institución educativa es muy limitada. Estas limitaciones en el acceso a la información escolar cuestionan muy seriamente la existencia de una competencia efectiva vía calidad entre los distintos centros

⁴ El origen de este tipo de investigaciones suele situarse en el conocido como Informe Coleman (Coleman y otros, 1966). La revisión clásica es la de Hanushek (1986) actualizada en Hanushek (1996).

educativos, al no ser ésta una magnitud observable para los usuarios. Esta limitación afecta, en todo caso, a todo tipo de centro educativo, poniéndose así en entredicho la argumentación realizada por los defensores de la enseñanza privada que acabamos de explicar.

El debate público/ privado en el sector educativo debe, por tanto, ser redirigido al terreno empírico donde, como se ha destacado en la sección anterior, las conclusiones obtenidas hasta la fecha en el contexto internacional tampoco son coincidentes. Los dos siguientes apartados se plantean con el objetivo de avanzar en esta dirección.

3.- Centros públicos y concertados de Aragón: análisis comparativo y el modelo aplicado.

Antes de realizar una evaluación comparativa de la eficiencia productiva de dos contextos educativos distintos resulta interesante realizar un análisis exploratorio de las divergencias existentes entre ellos en relación a las diferentes variables que van a ser contempladas en la evaluación. Dicho análisis permite obtener una primera imagen de las diferencias existentes entre las diversas dimensiones que se van a agregar después en las tasas de eficiencia. La selección de las variables representativas de la actividad productiva desempeñada por los centros de enseñanza secundaria objeto de atención en este trabajo se ha realizado tomando como fuente de inspiración principal las aportaciones realizadas por los estudiosos de la función de producción educativa⁵. A partir de ellas se ha recopilado información sobre tres tipos de variables, cada una de las cuales trata de reflejar los inputs, outputs y recursos medioambientales de cada uno de los centros estudiados. A continuación pasamos a comentar la comparación de los valores que adoptan cada una de las variables en los colegios concertados (CC) e institutos de enseñanza secundaria (IES) de la muestra.

Con respecto a los inputs, observamos que el número de profesores por cada 100 alumnos es mayor en los centros públicos (10.74) que en los concertados (7.51), siendo las diferencias encontradas entre ambos entornos escolares estadísticamente significativas. En lo que concierne a los outputs, la comparación resulta favorable para los CC tanto en la vertiente cuantitativa de la producción como en la cualitativa. Así, se deduce de la comparación del porcentaje de aprobados en selectividad (92% en los colegios concertados frente a 89% en los IES) y de la nota media de los aprobados en selectividad (6,10 puntos para los alumnos de los CC y 5,89 puntos para los alumnos de los centros públicos). Además, haremos notar que el número de centros con las calificaciones más elevadas es mayor en el sistema concertado que en el público.

Estas ventajas en el output de los CC, unidas al menor valor que la variable número de profesores adopta en ellos, lleva a esperar una superior eficiencia de los centros privados. La validez de esta conclusión, no obstante, pasa por valorar la “calidad” del alumnado en cada tipo de

centro, ya que, como hemos comentado anteriormente, la capacidad académica y el nivel socioeconómico familiar de los alumnos de un centro educativo constituyen los principales predictores de los resultados académicos que se obtienen en él. La comparación en las variables medioambientales arroja resultados que resultan también favorables para los CC en todas las dimensiones contempladas en el análisis. Así, estos centros disponen en media de un mayor porcentaje de alumnos con buen expediente académico, mayor dedicación al estudio, mayores aspiraciones académicas futuras, mayor nivel de autoconfianza personal y mejor percepción del respaldo académico familiar. Asimismo, en los colegios concertados se concentra una mayor proporción de estudiantes cuyos progenitores desempeñan una profesión cualificada, han cursado estudios superiores y disponen de unos ingresos mensuales superiores a 1800 euros. El potencial de los alumnos de la enseñanza concertada se revela, por tanto, mayor que el de la enseñanza pública. En el apartado 4 se valora si este potencial puede ser la explicación de los mejores resultados académicos observados en la concertada.

Pasando ya a la descripción del modelo aplicado en el presente estudio, dentro de las diferentes propuestas metodológicas desarrolladas para medir la eficiencia productiva de las organizaciones, la conocida como Análisis Envolvente de Datos (DEA) dispone de unas características propias que la hacen muy atractiva cuando el entorno de la evaluación es el sector educativo⁵. Las estimaciones de este trabajo se apoyan por ello en esta técnica de medición. El método, que fundamenta sus cálculos en modelos de programación matemática, ha experimentado una importante evolución, concretada en la aparición de múltiples variaciones sobre el modelo inicial⁷. De las diferentes formulaciones existentes en la literatura presentan un especial interés en la tarea que nos ocupa el modelo en tres etapas desarrollado por Fried y Lovell (1996), y modificado posteriormente por Muñiz (2002), diseñado para introducir los recursos medioambientales que afectan a la actividad productiva de una entidad atendiendo a su naturaleza especial de inputs no controlables, y la propuesta de Charnes, Cooper y Rhodes (1981) de análisis de la eficiencia por programas, retomada por Silva Portela y Thanassoulis (2001), que permite diferenciar las ineficiencias imputables a la gestión individual de una unidad productiva de aquellas debidas al programa de producción bajo el ésta desempeña su actividad. Las estimaciones que se realizan en este trabajo son el resultado de la combinación de las dos propuestas anteriores que pasamos a comentar a continuación.

⁵ En Mancebón y Muñiz (2003) se revisan detenidamente las principales enseñanzas que pueden extraerse de esta literatura a la hora de llevar a cabo la especificación formal de los modelos de eficiencia productiva de los centros de enseñanza secundaria.

⁶ Para una revisión de las ventajas de esta técnica de estimación en el contexto educativo véase Worthington (2001).

⁷ Existen numerosas publicaciones donde se explican las bases de cálculo y extensiones principales de esta técnica de estimación. Entre las más recientes y actualizadas podemos citar las de Cooper et al. (2000) y Thanassoulis (2001).

3.1.- *El modelo en tres etapas de Fried y Lovell (1996) y Muñiz (2002).*

Este modelo surge con la idea de superar ciertas deficiencias de otras propuestas diseñadas previamente para introducir los inputs no controlables en el análisis no paramétrico de eficiencia productiva. Su objetivo es alcanzar una medida de la eficiencia neta de cada gestor, en la que las influencias de estos inputs sobre el producto final de cada unidad evaluada ya hayan sido depuradas. Para ello se realizan distintos análisis DEA secuenciales, a través de los cuales se descuenta progresivamente de los índices de eficiencia el efecto de los inputs no controlables. En la primera etapa de análisis se realiza un DEA en el que sólo se emplean las variables controlables. Suponiendo que tenemos J unidades productivas que emplean $x = (x_1, \dots, x_M) \in \mathfrak{R}_+^M$ inputs controlables para producir los outputs $y = (y_1, \dots, y_S) \in \mathfrak{R}_+^S$, y dados los inputs no controlables $z = (z_1, \dots, z_R)$, la formulación del programa de la primera fase quedaría como se observa en (1). Resolviendo dicho programa, obtenemos los índices de eficiencia para cada unidad en esta primera fase, así como las variables de holgura o slacks totales (radiales y no radiales) para cada productor en cada variable, los cuales vendrían dados por $S_i^+ = (1 - \lambda)x_i + s_i^+$ para cada input x_i y por $S_k^- = s_k^-$ para cada output y_k (recordemos que al emplear la opción de minimización de input el slack radial hace referencia únicamente a los inputs controlables considerados).

$$\begin{aligned}
 & EFl(y^o, x^o) = \min [\theta - \varepsilon(s_k^+ + s_i^-)] \\
 \text{s.a} \quad & \sum_{j=1}^J \lambda_j y_{kj} - s_{kO}^- = y_{kO} \quad k = 1, \dots, S \\
 & \sum_{j=1}^J \lambda_j x_{ij} + s_{iO}^+ = \theta x_{iO} \quad i = 1, \dots, M \\
 & \sum_{j=1}^J \lambda_j = 1 \\
 & \lambda_j, s_{kO}^-, s_{iO}^+ \geq 0.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Estos *slacks* totales provienen de dos efectos diferenciados: la verdadera ineficiencia técnica en que puede incurrir el productor y la influencia de los inputs no controlables (puesto que aún no han sido incluidos en el análisis). El objetivo de la segunda etapa es identificar los dos componentes del *slack* a que acabamos de referirnos. Para ello los autores proponen ejecutar un programa matemático DEA separado para el *slack* de cada una de las variables utilizadas en la primera etapa (es decir, en esta segunda fase se realizarán tantos programas matemáticos como outputs e inputs controlables se hayan considerado). El modelo se formula con el objeto de minimizar el *slack* en una variable concreta (función objetivo) dado el valor de los inputs no controlables⁸ para ese

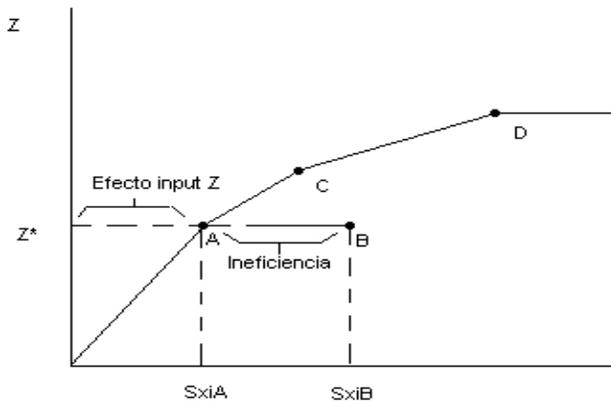
⁸ Se asume que para que el modelo sea coherente los inputs no controlables deben ser incluidos en esta segunda etapa siguiendo una relación negativa con el output. De este modo, en los análisis dea de la segunda etapa, a mayor valor del input no controlable, mayor

productor (restricciones del modelo). En otras palabras, la meta perseguida es determinar el mínimo *slack* alcanzable por un productor para una variable determinada, condicionado por el valor observado de sus inputs no controlables. Por tanto, cada uno de los programas de esta segunda etapa adoptaría la forma siguiente:

$$\begin{aligned}
 EF2(y^O, x^O) &= \min \beta \\
 \text{s.a} \quad & \sum_{j=1}^J \lambda_j z_{rj} - s_{rO}^* = z_{rO} \quad r = 1, \dots, R \\
 & \sum_{j=1}^J \lambda_j s_{ij}^+ + s_{iO}^{++} = \beta s_{iO}^+ \quad i = 1, \dots, M \\
 & \sum_{j=1}^J \lambda_j = 1 \\
 & \lambda_j, s_{rO}^*, s_{iO}^{++} \geq 0.
 \end{aligned} \tag{2}$$

El gráfico 1 ilustra el planteamiento de este modelo matemático. El objetivo es calcular la frontera formada por el mínimo *slack* alcanzable por cada centro evaluado en la variable controlable dado el valor de los inputs fijos, envolvente construida a partir de los productores que son técnicamente eficientes en términos relativos. Por ello todo el *slack* que se les detecta está originado exclusivamente por el efecto de los inputs no controlables. Es lo que ocurre con la unidad A del gráfico a quien en la primera etapa se le detectó un *slack* en la variable x_i de s_{xiA} que, como vemos, es el mínimo que podría alcanzar dado el valor de su input no controlable z^* . En cambio la unidad B, que en la primera etapa obtuvo un valor del *slack* de s_{xiB} , es comparada en la segunda etapa con la unidad A que tiene el mismo valor de z , lo que lleva a diferenciar dos partes en su *slack* inicial: aquella debida a ineficiencia (la distancia al valor del *slack* de A) y la debida al efecto de los inputs no controlables (el *slack* mínimo dado el valor de z^*).

Gráfico 1



slack detectado en la primera fase (como se puede observar en la pendiente de la curva en el gráfico 1), del mismo modo que en un dea ordinario a mayor valor del input, mayor valor esperado del output.

En términos analíticos los dos componentes del *slack* inicial quedan determinados de la siguiente manera:

- a) La componente originada por a la influencia de los inputs no controlables:

$$\beta[(1-\lambda)x_k + s_k^+]$$

- b) La componente atribuible a verdadera ineficiencia técnica:

$$(1-\beta)[(1-\lambda)x_k + s_k^+]$$

Realizada esta descomposición se procede al ajuste de los datos iniciales previo al cálculo de las tasas de eficiencia definitivas. Según la modificación del modelo original propuesta por Muñíz (2002), dicho ajuste consiste en incrementar (reducir) el valor de los outputs (inputs) de todas las unidades en la cantidad correspondiente al *slack* mínimo atribuible a los factores no controlables, lo que permite compensar el efecto de esas variables en términos relativos. En el caso de la unidad B del gráfico 1 el ajuste en su input discrecional sería:

$$x_{iB}^* = x_{iB} - Sx_{iA}$$

Y en términos generales:

$$x_i^* = x_i - \beta S_{iO}^+, \quad \forall i = 1, \dots, M$$

$$y_k^* = y_k + S_k^-, \quad \forall k = 1, \dots, S.$$

Tras modificar así los valores originales de las variables, el *slack* que se detecte en la tercera etapa responderá exclusivamente a una actuación ineficiente del productor. En concreto en esta tercer etapa se resuelve un problema DEA con los valores ajustados de inputs y outputs para cada productor, por lo que las tasas de eficiencia obtenidas tienen ya descontados los efectos ejercidos por las variables medioambientales sobre cada uno de los distintos productores.

3.2.- La descomposición de las tasas de eficiencia según Silva Portela y Thanassoulis (2001)

La propuesta de estos autores se fundamenta en uno de los primeros artículos que aparecen en la literatura sobre la técnica envolvente de datos, el de Charnes, Cooper y Rhodes (1981), donde se plantea un plan de actuación basado en la resolución de diferentes modelos matemáticos DEA al objeto de detectar la existencia de diferencias en la eficiencia de diferentes programas o modelos de producción. En concreto su propuesta, ideada para analizar la eficiencia productiva de organizaciones que actúan bajo diferentes modelos de gestión, pretende diferenciar la eficiencia imputable a la gestión individual de cada centro (*managerial efficiency*) de aquella inherente a diferencias estructurales existentes entre los modelos bajo los que cada centro desempeña su

actividad (*program efficiency*). Dicho plan consta de cuatro fases secuenciales. En la primera se divide el conjunto total de productores en subconjuntos de acuerdo a los distintos modelos de producción coexistentes en la muestra, y se realiza un DEA por separado para cada una de las categorías (en nuestro caso colegios concertados e institutos de enseñanza secundaria). Tras aplicar los respectivos DEA por separado, se proyectan las unidades ineficientes en su frontera respectiva, a través de la modificación de sus datos originales según el valor alcanzado en su índice de eficiencia. Los datos modificados serían los que alcanzaría cada productor si llevara a cabo una gestión eficiente dentro de su modelo. Anuladas esas diferencias imputables a la gestión individual, las potenciales diferencias entre los centros, que necesariamente responden a la eficiencia diferencial entre los programas, quedan reflejadas en un análisis DEA conjunto final, en el que se introducen todos los productores, independientemente del programa bajo el que actúan, con sus datos modificados⁹.

Sobre las bases teóricas de este planteamiento Silva Portela y Thanassoulis (2001) proponen una aproximación que permite alcanzar la descomposición deseada en las tasas de eficiencia sin necesidad de realizar ajustes en los datos¹⁰. Explicaremos su planteamiento sobre la base del gráfico 2. En él se representa una organización Z que desempeña su actividad productiva bajo un modelo de gestión determinado (modelo A). Su eficiencia va a ser evaluada en relación a un conjunto de organizaciones de las cuales una parte comparte el mismo modelo de gestión y el resto actúa bajo otro modelo (modelo B). La aplicación del modelo envolvente de datos a cada una de las dos submuestras llevará a identificar las dos fronteras que se muestran en el gráfico. La evaluación de la actividad productiva de la organización Z en relación al total de centros de la muestra (independientemente de cuál sea el modelo de gestión de cada uno) mediante el DEA llevará a atribuir una tasa global de eficiencia a esta entidad de valor Z^*Z''/Z^*Z (input mínimo alcanzable en el sector/input real utilizado por Z). Esta tasa, al ser el resultado de la comparación con todos los centros del sector, incorpora los efectos debidos a la gestión individual del centro y aquéllos imputables a las diferencias estructurales existentes entre los dos modelos de gestión que coexisten en la muestra.

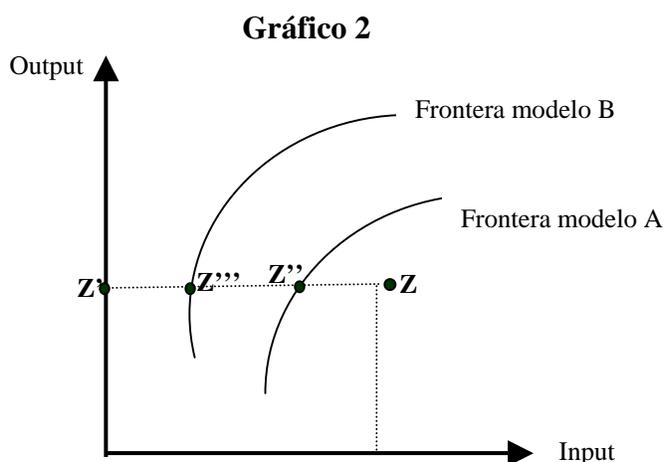
Para dilucidar la parte de la eficiencia de Z imputable a su gestión individual es necesario comparar su actividad productiva con la del resto de centros que actúan bajo el mismo modelo de gestión, es decir, con la frontera tipo A. El valor de la tasa de eficiencia que ahora el DEA imputará

⁹ Este modelo ha sido aplicado por Ahn, Charnes y Cooper (1981) para comparar la actuación de una muestra de universidades públicas y privadas norteamericanas y por Muñiz (2001) para comparar la eficiencia de un conjunto de centros de secundaria que actuaban bajo la LGE con respecto a otros que operaban bajo la LOGSE.

¹⁰ Estos autores realizan su propuesta en el contexto de la evaluación de lo que ellos denominan la eficiencia individual de los estudiantes, es decir su éxito en la obtención de buenos resultados académicos. En particular, su modelo pretende identificar qué parte del fracaso escolar tiene su origen en el propio alumno, cuál es imputable a la escuela en la que se forma y cuál al modelo de financiación de la escuela en cuestión.

a Z será $Z'Z''/Z'Z$ (input mínimo alcanzable en el modelo A/input real utilizado por Z). Esta eficiencia, al ser el resultado de la comparación con organizaciones que actúan bajo el mismo modelo de gestión, es sólo imputable a las prácticas individuales del centro.

Finalmente, la eficiencia asignable al modelo de gestión bajo el que Z desempeña su actividad será aquella parte residual de la eficiencia global no imputable a la gestión individual. Gráficamente queda determinada por la ratio $Z'Z''/Z'Z''$ (input mínimo alcanzable en el sector/input que utilizaría Z si su gestión individual fuera eficiente).



Es inmediato comprobar que:

$$\text{Eficiencia global} = (\text{Eficiencia en la gestión}) \times (\text{Eficiencia en el programa})$$

A partir de esta relación la desagregación de las diferentes tasas de eficiencia puede llevarse a cabo sin necesidad de realizar ningún ajuste en los datos originales mediante la resolución de tres modelos DEA: uno para los centros que actúan bajo el modelo A (eficiencia en la gestión de los centros tipo A), otro para los que trabajan bajo el modelo B (eficiencia en la gestión de los centros tipo B) y otro para la totalidad de centros (eficiencia total para cada organización). La eficiencia asignable al programa se obtiene mediante un simple cociente entre las tasas globales y las imputables a la gestión.

4.- Resultados empíricos

En este apartado se exponen los resultados obtenidos de la aplicación de los dos modelos recién comentados a la muestra de IES y CCs de la comunidad autónoma de Aragón que en el curso 2001-2002 presentaron alumnos a la prueba de selectividad¹¹.

¹¹ Del análisis fueron eliminados los centros 1, 6 y 86 debido a que presentaban comportamientos extremos en algunas de las variables que iban a ser incluidas en la evaluación.

El objetivo del análisis empírico realizado se concreta en comparar la eficiencia productiva de ambas categorías de centros –públicos y concertados- en dos escenarios distintos. En el primero de ellos no se incluye en el análisis ninguna variable medioambiental, es decir, no se toman en consideración las características académicas y socioeconómicas del alumnado. En el segundo, y al objeto de contrastar en qué medida la eficiencia de cada tipo de centro puede estar influenciada por los alumnos con que trabaja, se incorporan al estudio dos variables representativas de la “calidad socioeconómica y académica” de los estudiantes: el porcentaje de alumnos de cada centro cuyo padre ejerce una profesión cualificada, y el porcentaje de alumnos que estudia más de 10 horas a la semana. Los valores estas últimas variables fueron obtenidos a través de la encuesta que hemos comentado anteriormente¹². En la tabla 1 se recogen las variables que se han utilizado en la evaluación en cada uno de los dos escenarios señalados.

Tabla 1: Especificación del modelo de evaluación

	Escenario 1: Modelo sin recursos medioambientales	Escenario 2: Modelo con recursos medioambientales
Output 1	Tasa de aprobados en selectividad en junio de 2002	Tasa de aprobados en selectividad en junio de 2002
Output 2	Nota media de los aprobados en selectividad en junio de 2002	Nota media de los aprobados en selectividad en junio de 2002
Input controlable	Número de profesores por cada 100 alumnos	Número de profesores por cada 100 alumnos
Input no controlable 1: Perfil socioeconómico del alumnado	-	Porcentaje de alumnos cuyo padre ejerce una profesión cualificada
Input no controlable 2: Perfil académico del alumnado	-	Porcentaje de alumnos que estudian más de 10 horas a la semana

Los resultados individualizados obtenidos en cada uno de los análisis se presentan en los cuadros 1 (escenario 1) y 2 (escenario 2) del anexo. La primera columna contiene las estimaciones obtenidas en la evaluación conjunta de los centros públicos y concertados de la muestra, por lo que en ellas se encuentran agregados los efectos de la gestión individual con los del modelo de gestión bajo el que cada centro desempeña su actividad. La segunda columna de los cuadros 1 y 2, por su parte, recoge las estimaciones de las tasas de eficiencia imputables a la gestión individual de cada centro. Son el resultado de la comparación de la actividad de cada centro evaluado con la de aquellos que trabajan bajo el mismo modelo de gestión. Por ello, los valores no pueden imputarse al modelo público o privado sino a la gestión individual de cada entidad. La tercera columna de los citados cuadros, finalmente, recoge las tasas imputables al modelo de gestión público/concertado.

En la tabla 2 se sintetizan los aspectos más relevantes a destacar de los resultados obtenidos.

¹² Se seleccionaron estas variables de la encuesta, frente a otras, como aproximación al tipo de alumnado de cada centro por ser aquellas que cumplían en mayor grado las dos condiciones habitualmente exigidas a los inputs en los estudios DEA: correlación positiva con los outputs y baja correlación entre ellas.

Tabla 2: Comparación de las tasas eficiencia de los IES y los colegios concertados

		Escenario 1:sin inputs no controlables		Escenario 2:con inputs no controlables	
		IES	C.concertados	IES	C.concertados
Eficiencia total	% us eficientes	0%	20%	4%	20%
	Ef.media (ineficientes)	55,98	78,27	63,24	79,84
	Ef.media (todos)	55,98	82,62	65,73	83,87
Ef. en gestión individual	% us eficientes	6,75%	20%	17,5%	24%
	Ef.media (ineficientes)	76,66	78,27	80,94	78,8
	Ef.media (todos)	78,24	82,62	84,29	83,89
Ef. modelo de gestión	% us eficientes	0%	100%	6,75%	92%
	Ef.media (ineficientes)	71,32	100	75,68	99,9
	Ef.media (todos)	71,32	100	77,32	99,9

La comparación de las tasas de eficiencia entre los centros públicos y concertados de la muestra arroja resultados favorables para los segundos en la totalidad de las dimensiones analizadas. Tanto los índices de eficiencia media como en el porcentaje de centros eficientes son mayores en los colegios concertados que en los IES. Sin embargo, y como era de esperar, las diferencias se reducen en el modelo que incorpora las características del alumnado de los dos contextos estudiados (escenario 2).

Las tasas de eficiencia global media, dentro de las que se encuentran contenidos los efectos de la gestión individual de cada centro y los imputables al tipo de modelo de gestión, son más de veinte puntos porcentuales superiores en los CC en el primero de los escenarios analizados, diferencia que, en todo caso, se reduce de manera importante en el escenario 2. A destacar también que la frontera de referencia en el caso de no inclusión de los inputs controlables está constituida exclusivamente por los CC que son los que en este escenario representan las mejores prácticas. Al variar el escenario, es decir, al añadir el tipo de alumnado a la comparación, dicha frontera se ve ampliada con cinco centros públicos que son los que, dadas sus variables ambientales, pasan a situarse al mismo nivel que los privados. Por tanto, no se puede afirmar que cualquier CC es más eficiente que cualquier IES, que es lo que se concluiría *grossa modo* si sólo se tuviera en cuenta el primer escenario. En efecto, de las 15 unidades con mayor calificación en el escenario que no tiene en cuenta el tipo de alumnado sólo dos son IES y el resto CC. Sin embargo, al incluir las características de los estudiantes de cada centro, de los quince mejor calificados nueve son CC y seis IES. Es decir y ateniéndonos a los resultados de este segundo escenario, existe una minoría de IES (aproximadamente una cuarta parte en términos de la totalidad de la muestra) que sí puede compararse de igual a igual con los CC en términos de eficiencia. Con todo y teniendo en cuenta el comportamiento medio de cada categoría de escuelas, se puede establecer que las desventajas de los

IES en relación al contexto socioeconómico y académico de sus estudiantes no compensan suficientemente sus debilidades frente a los CC en términos generales.

En el caso de éstos la totalidad de la ineficiencia es debida, como vemos en la tabla 3, a problemas de gestión individual (la eficiencia del modelo de gestión concertado es la máxima en todos los casos), mientras que en los IES una parte importante de su ineficiencia global es debida a la inferioridad que demuestra el modelo público frente al privado¹³. En cualquier caso, debe tenerse en cuenta que las tasas de eficiencia en la gestión individual se obtienen en relación a muestras de distinto tamaño en el contexto privado (25 centros) y en el público (74), lo que ha podido favorecer a los CC dada la sensibilidad del método envolvente al tamaño muestral¹⁴.

La comparación de los modelos de gestión (eficiencia modelo de gestión) es la indicativa de unas mayores diferencias entre el sector público y el concertado. Como se desprende de la tabla 3, la práctica totalidad de los centros concertados están determinando la frontera de las mejores prácticas, siendo muy pocos los centros públicos (ninguno en el escenario 1) que pertenecen a ella; aspecto este que lleva a concluir una clara superioridad del modelo de enseñanza concertada, frente al modelo público, en el territorio aragonés.

No debemos finalizar esta descripción de los resultados obtenidos sin advertir de la posibilidad de que la diferencia obtenida entre ambos modelos pudiera verse reducida si se pudiera disponer de una información más completa respecto a los recursos materiales con que cuenta cada centro. Ya se ha comentado en el apartado correspondiente la importante heterogeneidad encontrada en los datos presupuestarios correspondientes a los CC (tanto en valor de las distintas partidas como incluso en cuanto a los recursos englobados en cada una de ellas), tan elevada que hacía imposible su inclusión en el análisis so pena de incurrir en fuertes sesgos y errores de medida. Si a esta no disponibilidad de datos presupuestarios consolidados unimos las notables diferencias entre ambas categorías en cuanto al único input controlable con que se ha podido contar (el ratio profesores/alumno), tendremos identificado al menos en parte el origen de la ventaja mostrada por los centros concertados.

5.- Conclusiones

El objetivo de este trabajo era analizar empíricamente las diferencias existentes en la eficiencia productiva de los centros públicos y concertados que ofrecen enseñanza secundaria en la comunidad autónoma de Aragón. El estudio es novedoso en el panorama investigador español

¹³ No se realiza comparación de las tasas de eficiencia en la gestión individual entre los centros públicos y concertados debido a que ésta carece de sentido al ser el resultado de la evaluación de cada tipo de centro con respecto a una frontera diferente

donde las comparaciones de la enseñanza pública y privada son muy escasas y habitualmente se realizan a nivel agregado y atendiendo a dimensiones aisladas (gasto, resultados académicos medios del sector)¹⁵. Las dificultades inherentes a la obtención de información individualizada sobre los centros educativos en nuestro país, dificultades a las que también ha debido hacer frente nuestro trabajo, constituyen, a nuestro juicio, la principal explicación de la carencia de este tipo de trabajos.

Adicionalmente, el trabajo realizado se diferencia de los otros estudios realizados en otros países con mayor tradición en este tipo de comparaciones público/privado en la metodología empleada para obtener las estimaciones. Frente a ellos, nuestro análisis utiliza una técnica no paramétrica de tipo frontera que se adapta muy bien a las características especiales de la función de producción educativa y que permite diferenciar el tipo de ineficiencia imputable al centro individual de aquella debida al modelo de gestión bajo el que aquél actúa.

Los resultados obtenidos nos han llevado a concluir una superioridad del modelo concertado frente al público en los dos escenarios analizados, si bien las diferencias se han visto bastante reducidas al incorporar el tipo de alumnado al modelo de evaluación. Las importantes diferencias existentes en la variable “numero de profesores por cada 100 alumnos” entre los IES (10,74) y los CC (7,5) podrían estar detrás de estos resultados.

En cualquier caso, la conclusión debe interpretarse con cautela en la medida en que la misma es fruto de un estudio aislado realizado en un entorno y un momento del tiempo determinado. La generalización de los resultados obtenidos requiere que éstos se confirmen en otros contextos geográficos y en otros momentos del tiempo. Sólo de esta manera podrán respaldarse las tesis que insisten en las ventajas del modelo de gestión privado, es decir, de la gestión descentralizada, la autonomía en la toma de decisiones y el liderazgo de la dirección.

Referencias bibliográficas

- Ahn, T., Charnes, A. y Cooper, W. (1988): “Some statistical and DEA evaluations of relative efficiencies of public and private institutions of higher education”, *Socio-Economic Planning Science*, 22 (6), págs. 259-269.
- Bedi, A.S. y Garg, A. (2000): “The effectiveness of private versus public schools: the case of Indonesia”, *Journal of Development Economics*, vol. 61, págs. 463- 494.
- Charnes, A., Cooper, W. y Rhodes, E. (1978): “Measuring the efficiency of decision making units”, *European Journal of Operational Research*, 2, págs. 429-444.
- Charnes, A., Cooper, W. y Rhodes, E. (1981): “Evaluating program and managerial efficiency: an application of data envelopment analysis to program follow through”, *Management Science*, 27 (6), págs. 668-697.
- Chubb, J.E. y Moe, T.M. (1992): *A lesson in school reform from Great Britain*. Ed: Brookings Institution. Washington D.C.

¹⁴ La enorme flexibilidad del método DEA en la elección de las ponderaciones que asigna a cada variable explica que, para un mismo número de variables, cuanto menor sea la muestra de centros evaluados mayor sea la probabilidad de cada uno de presentar un buen comportamiento en alguna de las dimensiones analizadas y, por tanto, de obtener un índice de eficiencia unitario

¹⁵ Véase San Segundo (1991) o los informes anuales del INCE.

- Coleman, J., Campbell, E.Q., Hobson, C.F., McPartland, J. y Mood, A.M. (1966): *Equality of educational opportunity*, U.S. Office of Education. Washington.
- Coleman, J. , Hoffer, T. y Kilgore, S. (1982): *High school achievement. Public, catholic and private schools compared*. Basic Books, Inc, Publishers. New York.
- Echols, F. H. y Willms, J. D. (1995): “Reasons for school choice in Scotland”, *Journal of Education Policy*, vol. 10, número 2, págs. 143-156.
- Figlio, D.N. y Stone, J.A. (1997): “School choice and student performance. Are private schools really better?”. Discussion Paper no. 1141-97. Institute for Research on Poverty
- Fried, H.O. y Lovell, C.A.K. (1996): “Searching the zeds” ponencia presentada en el II Georgia Productivity Workshop.
- Friedman, M. y Friedman, R.(1981): *Free to choose*. Avon. Nueva York.
- Glennester, H. (1991): “Quasi-markets for education?”, *The Economic Journal*, 101, págs. 1268-1276.
- Goldhaber, D.D. (1996): “Public and private high schools, is school choice an answer to the productivity problem?”, *Economics of Education Review*, 15 (2), págs. 93-109.
- Levin, H. (1976): “Concepts of economic efficiency and educational production”, en Froomkin, J.T. y Radner, R. (eds), *Education as an industry*, Ballenger Publishing Company. Cambridge Mass, págs. 149-190.
- Hanushek, E.A. (1986): “The economics of schooling: production and efficiency in public schools”, *Journal of Economic Literature* , 24, págs. 1141-1177.
- Hanushek, E.A. (1996): “School resources and student performance” en *Does money matter?*, Burtless, G. (ed).Brookings Institution Press. Washington, D.C.
- Jimenez, E., Lockheed, M.E. y Paqueo, V. (1991): “The relative efficiency of private and public schools in developing countries”, *The World Bank Research Observer*, 6 (2), págs. 205-218.
- Kingdon, G. (1996): “The quality and efficiency of private and public education: a case study of urban India”, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 58 (1), págs.57-82.
- Lee, V., Croninger, R.G. y Smith, J.B. (1996): “Equity and choice in Detroit”, en *Who chooses, who loses?*, Fuller, B. y Elmore, R. (eds). N.Y. Teachers College Press.
- Mancebón, M.J. (2003): *La evaluación de la eficiencia de los centros educativos públicos*. Consejería de Educación y Ciencia. Diputación General de Aragón. Colección Pedro Aranda Borobia.
- Mancebón, M.J. y Muñiz, M.A. (2003): “Aspectos clave de la evaluación de la eficiencia productiva en la educación secundaria”, *Papeles de Economía Española*, 95, págs.162-187.
- Mancebón, M.J. y Pérez Ximénez de Embún (2004): *Conciertos educativos y selectividad académica y social del alumnado: un estudio aplicado a los centros de secundaria de la comunidad autónoma de Aragón*, Actas del VII Encuentro de Economía Aplicada. Vigo. Junio de 2004.
- Muñiz, M.A. (2001): “¿Son realmente menos eficientes los centros LOGSE? (La evaluación DEA de los centros de enseñanza secundaria)”, *Hacienda Pública Española*, 157 (2), págs. 169-196.
- Muñiz, M.A. (2002). “Separating managerial inefficiency and external conditions in Data Envelopment Analysis”, *European Journal of Operational Research*, 143(3): 625-643.
- Oaxaca, R. (1973): “Male- female differentials in urban labor markets”, *International Economic Review*, 3, págs. 693-709.
- O’Donogue, M. (1971): *Economic Dimensions in Education*. Gill and Macmillan eds. Londres. U.K.
- Pincus, J. (1974): “Incentives for innovation in the public schools”, *Review of Educational Research*, 44(1), págs. 113- 144.
- San Segundo, M.J. (1991): “Evaluación del sistema educativo a partir de datos individuales”, *Economía Industrial*, 278, págs. 23-37.
- Sander, W. (1996): “Catholic grade schools and academic achievement”, *Journal of Human Resources*, 31 (3), págs. 540-548.
- Silva Portela, M.C. y Thanassoulis, E. (2001): “Descomposing school and school-type efficiency”, *European Journal of Operational Research*, 132, págs. 357-373.
- Williams, T. y Carpenter, P. (1991): “Private schooling and public achievement in Australia”, *International Journal of Educational Research*, 5, págs. 411-431.
- Witte, J.F. (1992): “Private school versus public school achievement: are there findings that should affect the educational choice debate?”, *Economics of Education Review*, (11), (4), págs. 371-394.
- Worthington, A. (2001): “An empirical survey of frontier efficiency measurement techniques in education”, *Education Economics*, 9 (3), págs. 245-268.

ANEXOS

Cuadro 1: Modelo sin variables contextuales

CENTROS CONCERTADOS		Eficiencia total	Eficiencia gestión individual del centro	Ef. modelo de gestión
DMU	Tasa	Tasa	Tasa	Tasa
2	64,59	64,59	100	
3	58,98	58,98	100	
4	100,00	100	100	
5	76,30	76,3	100	
7	96,91	96,91	100	
8	57,43	57,43	100	
9	68,06	68,06	100	
10	84,85	84,85	100	
11	100,00	100	100	
12	88,09	88,09	100	
13	92,25	92,25	100	
14	100,00	100	100	
15	80,51	80,51	100	
16	97,24	97,24	100	
17	76,74	76,74	100	
18	94,60	94,6	100	
19	59,10	59,1	100	
20	100,00	100	100	
21	74,57	74,57	100	
22	71,15	71,15	100	
23	90,09	90,09	100	
24	92,13	92,13	100	
25	57,13	57,13	100	
26	84,71	84,71	100	
27	100,00	100	100	
Eficiencia media	82,62	82,62	100	
CENTROS PÚBLICOS				
28	55,44	79,78	69,49	
29	55,34	81,75	67,69	
30	54,19	77,99	69,48	
31	68,4	95,05	71,96	
32	40,33	58,05	69,47	
33	41,84	60,22	69,48	
34	51,95	74,77	69,48	
35	38,54	55,47	69,48	
36	58,4	82,54	70,75	
37	54,84	79,06	69,37	
38	64,97	100	64,97	
39	46,16	65,53	70,44	
40	67,12	96,61	69,48	
41	55,83	78,93	70,73	
42	59,92	86,24	69,48	
43	68,85	96,84	71,10	
44	52,85	76,07	69,48	
45	65,3	93,98	69,48	
46	66,07	92,85	71,16	
47	42,14	60,5	69,65	
48	69,48	100	69,48	
49	94,64	100	94,64	
50	60,04	84,91	70,71	
51	55,04	79,21	69,49	
52	60,01	86,63	69,27	
53	30,64	44,1	69,48	
54	46,98	68,05	69,04	
55	59,86	86,46	69,23	
56	56,01	77,97	71,84	
57	49,14	70,73	69,48	
58	42,91	61,75	69,49	
59	68,81	95,79	71,83	
60	35,33	50,85	69,48	
61	59,26	81,51	72,70	
62	52,36	74,73	70,07	
63	40,59	58,42	69,48	
64	48,84	70,29	69,48	
65	68,23	95,7	71,30	
66	69,97	100	69,97	
67	59,77	83,2	71,84	
68	44,23	63,66	69,48	

69	49,3	70,95	69,49
70	64,96	92,61	70,14
71	50,06	72,04	69,49
72	50,7	72,97	69,48
73	60,76	84,58	71,84
74	53,52	77,02	69,49
75	55,37	79,31	69,81
76	74,69	93,11	80,22
77	51,08	74,63	68,44
78	45,77	65,88	69,47
79	49,56	71,32	69,49
80	49,3	72,39	68,10
81	59,28	73,93	80,18
82	62,11	89,39	69,48
83	52,04	74,9	69,48
84	64,32	86,05	74,75
85	46,81	67,37	69,48
87	44,08	63,45	69,47
88	57,67	76,74	75,15
89	91,7	100	91,70
90	53,64	77,19	69,49
91	60,86	85,63	71,07
92	54,45	78,37	69,48
93	60,39	86,91	69,49
94	65,89	76,08	86,61
95	41,95	60,38	69,48
96	62,27	88,07	70,71
97	51,3	73,83	69,48
98	66,6	78,1	85,28
99	55,19	76,83	71,83
100	48,06	69,17	69,48
101	42,25	60,8	69,49
102	65,67	93,21	70,45
Eficiencia media	55,98	78,24	71,32

Cuadro 2: modelo vs contextuales

Eficiencia total		Eficiencia gestión individual del centro		Ef. modelo de gestión	
CENTROS CONCERTADOS					
DMU	Tasa	Tasa	Tasa	Tasa	Tasa
2	64,59	64,59	100	100	100
3	60,9	60,9	100	100	100
4	100	100	100	100	100
5	78,59	78,59	100	100	100
7	97,93	97,93	100	100	100
8	58,87	58,87	100	100	100
9	68,49	68,49	100	100	100
10	84,85	84,85	100	100	100
11	100	100	100	100	100
12	91,12	91,12	100	100	100
13	92,51	92,51	100	100	100
14	100	100	100	100	100
15	80,75	80,75	100	100	100
16	99,88	99,88	100	100	100
17	79,45	79,45	100	100	100
18	99,85	100	99,85	100	99,85
19	60,02	60,02	100	100	100
20	100	100	100	100	100
21	75,51	75,51	100	100	100
22	71,15	71,15	100	100	100
23	90,09	90,09	100	100	100
24	99,92	99,92	100	100	100
25	58,11	58,11	100	100	100
26	84,26	84,48	99,74	100	99,74
27	100	100	100	100	100
Eficiencia media	83,87	83,89	99,98	99,98	99,98
CENTROS PÚBLICOS					
28	55,95	79,78	70,13	100	70,13
29	61,88	83,72	73,91	100	73,91
30	56,22	81,34	69,12	100	69,12
31	73,93	100	73,93	100	73,93
32	100	100	100	100	100
33	51,02	67,73	75,33	100	75,33
34	92,14	99,87	92,26	100	92,26
35	42,69	59,24	72,06	100	72,06

36	100	100	100
37	56,33	80,62	69,87
38	66,62	100	66,62
39	46,92	66,05	71,04
40	68,75	96,61	71,16
41	55,83	78,91	70,75
42	59,92	86,24	69,48
43	69,64	96,81	71,93
44	55,35	78,13	70,84
45	67,51	94,67	71,31
46	67,38	92,83	72,58
47	46,47	66,55	69,83
48	69,48	100	69,48
49	98,41	100	98,41
50	62,99	92,74	67,92
51	56,07	79,21	70,79
52	61,1	86,63	70,53
53	31,85	44,61	71,40
54	52,05	69,37	75,03
55	62,13	89,74	69,23
56	64,49	79,89	80,72
57	100	100	100
58	100	100	100
59	89,74	100	89,74
60	35,89	51,01	70,36
61	59,53	81,51	73,03
62	66,41	81,05	81,94
63	57,82	69,2	83,55
64	62,69	79,75	78,61
65	68,69	95,69	71,78
66	69,97	100	69,97
67	60,15	83,19	72,30
68	49,69	67,25	73,89
69	88,97	94,42	94,23
70	67,43	98,86	68,21
71	51,05	72,04	70,86
72	50,7	72,97	69,48
73	83,68	100	83,68
74	54,6	77,79	70,19
75	55,87	79,31	70,45
76	81,64	96,48	84,62
77	52,74	80,22	65,74
78	46,77	65,88	70,99
79	50,63	71,32	70,99
80	94,27	98,3	95,90
81	60,51	74,6	81,11
82	63,8	89,39	71,37
83	59,97	78,77	76,13
84	64,81	86,04	75,33
85	66,23	77,07	85,93
87	100	100	100
88	76,75	86,87	88,35
89	94,4	100	94,40
90	55,12	79,32	69,49
91	60,98	85,61	71,23
92	60,56	87,26	69,40
93	68,43	92,5	73,98
94	80,98	85,4	94,82
95	42,75	61,72	69,26
96	72,56	94,54	76,75
97	59,63	79,09	75,40
98	68,18	80,23	84,98
99	56,87	78,08	72,84
100	48,76	69,17	70,49
101	83,25	87,73	94,89
102	67,19	96,68	69,50
Eficiencia media	65,73	84,29	77,32