VIII ENCUENTRO DE ECONOMÍA PÚBLICA

"ECONOMÍA PÚBLICA Y GLOBALIZACIÓN"

Cáceres, 8 y 9 de febrero de 2001

"ANÁLISIS DE LA DISTRIBUCIÓN DE LA RENTA Y LA RIQUEZA EN ESPAÑA (1973-1990) CON DATOS CORREGIDOS DE LAS ENCUESTAS BÁSICAS DE PRESUPUESTOS FAMILIARES"

Marta Pascual y José María Sarabia

E-mail: pascualm@unican.es

sarabiaj@unican.es

Departamento de Economía.

Universidad de Cantabria

Resumen

En este trabajo se analiza la desigualdad en la distribución personal de la renta en España, durante los años 1973, 1980 y 1990 usando los datos corregidos de las Encuestas Básicas de Presupuestos Familiares, propuestos por Casas, Callealta y Nuñez (1996). Se estudia la necesidad de utilizar este tipo de datos, puesto que existen discrepancias entre la información contenida en estas encuestas y la Contabilidad Nacional.

Para el ajuste de los datos de renta, se propone como instrumento metodológico básico las llamadas curvas de Lorenz jerárquicas. Se trabaja con la familia de curvas de Lorenz de Pareto Generalizada, propuesta por Sarabia, Castillo y Slottje (1999), que verifican ciertas propiedades de interés. Se comienza con una curva de Lorenz inicial y se va construyendo una familia con un número creciente de parámetros, que pueden interpretarse fácilmente en términos de elasticidades de la curva inicial. Se ajustan los datos correspondientes a los años 1973, 1980 y 1990 por Comunidades Autónomas, clases de hábitat y categorías socio-profesionales. A partir de los resultados obtenidos, se estudian diversos criterios de dominación estocástica, así como sus implicaciones en la evolución del bienestar social. Asimismo se establecen rankings de Comunidades Autónomas y se obtienen medidas de pobreza y desarrollo. La desigualdad se analiza mediante diversos juicios de valor, usando índices de Atkinson.

Palabras Clave: Desigualdad, Encuestas Básicas de Presupuestos Familiares, Índices de Atkinson, Dominación Estocástica, Curva de Lorenz.

1. INTRODUCCIÓN

La desigualdad económica es un concepto complejo que entraña no pocas dificultades. Durante décadas se ha tratado de analizar la desigualdad en la distribución de la renta y son muchas las medidas de desigualdad que se han propuesto en la literatura económica. No obstante, cuando adoptamos una visión normativa de la desigualdad de la renta no debemos olvidar su incidencia sobre el nivel de bienestar social. En el trabajo de Sen (1973) se analiza un interesante enfoque para la medición del bienestar que nos lleva a una serie de funciones de utilidad interrelacionadas.

Existen dos posibles fuentes de información sobre las rentas de las personas físicas: por un lado las basadas en información fiscal, y por otro las basadas en encuestas. En este trabajo se analiza la desigualdad en la distribución personal de la renta en España, durante los años 1973, 1980 y 1990 usando los datos corregidos de las Encuestas Básicas de Presupuestos Familiares (EBPF). Asimismo, se estudia la necesidad de utilizar este tipo de datos, puesto que existen discrepancias entre la información contenida en estas encuestas y la Contabilidad Nacional.

De entre los trabajos recientes sobre la desigualdad de la renta en España basados en este tipo de encuestas, nuestro trabajo presenta dos variaciones. En primer lugar, se utilizan los datos corregidos de las EBPF propuestos por Casas, Callealta y Nuñez (1996), dentro de una importante investigación sobre la distribución personal de la renta en España, en un trabajo dirigido por Bernardo Pena y en segundo lugar, nuestro estudio se basa en familias paramétricas de curvas de Lorenz. De entre las diversas formas de modelizar datos sobre la distribución de la renta dentro de un contexto paramétrico (funciones de distribución, funciones de densidad, de percentiles, función de elasticidad de renta etc.), las curvas de Lorenz y las curvas de Lorenz generalizadas proporcionan una forma alternativa con ciertas ventajas.

Entre los modelos paramétricos propuestos en la literatura destacamos las propuestas de Kakwani y Podder (1973), Rasche et al (1980), Pakes (1981), Gupta (1984), Arnold (1983), Villaseñor y Arnold (1989), Basman el al. (1990), Ortega et al. (1991), Chotikapanich (1993), Ryu y Slottje (1996) y Sarabia et al. (1999).

Como forma paramétrica, se ha elegido la jerarquía de curvas de Lorenz de Pareto Generalizada, propuesta por Sarabia, Castillo y Slottje (1999). Se han utilizado dos familias paramétricas de la jerarquía, que coinciden con las propuestas de Ortega et al. (1991) y Rasche et al. (1980), con el fin de analizar la sensibilidad de los resultados respecto a la forma funcional. Los resultados obtenidos por ambos métodos son muy similares, lo que prueba la estabilidad de los modelos.

La desigualdad se analiza mediante diversos juicios de valor, usando índices de Atkinson, de Theil y de Gini, así como diversos criterios de dominación estocástica. Se incluyen índices de pobreza, así como medidas del nivel de desarrollo.

El trabajo se estructura de la siguiente manera. La sección 2 introduce la teoría básica sobre curvas de Lorenz. La sección 3 presenta la familia de curvas de Lorenz de Pareto que se utilizan como instrumento en el estudio de la desigualdad. La sección 4 analiza el bienestar mediante indicadores de privación relativa**.** Las secciones 5 y 6 se dedican respectivamente al análisis empírico de los datos y al análisis de las medidas de pobreza, desigualdad y desarrollo. En la sección 7 se analiza la dominación estocástica. En la sección 8 se estudia la evolución de la desigualdad y la pobreza. Finalmente, en la sección 9 se presentan algunas conclusiones.

2. RESULTADOS PREVIOS

En este trabajo consideramos la curva de Lorenz de acuerdo con la definición de Gastwirth (1971). Para una función de distribución $F_X(x)$ con soporte sobre un subconjunto de los números reales positivos, y con esperanza finita μ, se define la curva de Lorenz como,

$$L_X(p) = \mu^{-1} \int_0^p F_X^{-1}(x)dx\,; \quad 0 \le p \le 1,$$

donde,

$$F_X^{-1}(x) = sup\{y : F_X(y) \le x\}.$$

En un trabajo reciente, Sarabia, Castillo y Slottje (1999) proponen un método general que permite construir una jerarquía de curvas de Lorenz con un número creciente de parámetros. El método comienza con una curva de Lorenz inicial $L_0(p)$. A partir de esta curva se considera la jerarquía de curvas,

$$L_1(p;\alpha) = p^{\alpha} L_0(p), (\alpha > 1) \vee (0 \leq \alpha < 1, L_o'''(p) \geq 0),$$

$$L_2(p;\gamma) = L_0(p)^{\gamma}, \gamma > 1,$$

$$L_3(p;\alpha,\gamma) = p^{\alpha} L_0(p)^{\gamma}, (\alpha,\gamma \geq 1) \vee (0 \leq \alpha < 1, \gamma \geq 1, L_0'''(p) \geq 0).$$

Se puede probar que las expresiones $L_1(p;\alpha)$ y $L_2(p;\gamma)$ son siempre curvas de Lorenz genuinas. La curva $L_3(p;\alpha,\gamma)$ surge combinando $L_1(p;\alpha)$ y $L_2(p;\gamma)$. En algunos casos se precisan condiciones de regularidad relativas a la derivada tercera. Como prueban los autores anteriores, existen un gran número de situaciones donde las curvas están ordenadas respecto de los parámetros α y γ, lo que proporciona a la jerarquía un especial atractivo. Además, los nuevos parámetros que se incorporan a la jerarquía pueden interpretarse en términos de elasticidades de la curva inicial.

A la hora de elegir un criterio de ordenación tenemos diversas opciones. Decimos que una distribución de rentas ***X*** es menos desigual que otra ***Y*** en el sentido de Lorenz generalizado, si la curva de Lorenz generalizada asociada a ***X*** está por encima de la curva de Lorenz generalizada asociada a ***Y***, es decir,

$$GL_X(p) \geq GL_Y(p) \quad \forall p \in [0,1].$$

3. LA FAMILIA DE CURVAS DE LORENZ DE PARETO

La familia de curvas propuesta comienza con la curva de Lorenz de la distribución clásica de Pareto,

$$L_0(p) = L_0(p;k) = 1-(1-p)^k, \ 0 < k \leq 1.$$

Puesto que $L_0'''(p) \geq 0$, podemos aplicar los resultados de la sección anterior con toda generalidad. Consecuentemente, podemos considerar la familia paramétrica de curvas de Lorenz,

$$
\begin{aligned}
&L_1(p;k,\alpha) = p^{\alpha}\left[1-(1-p)^{k}\right], \alpha \geq 0,\\
&L_2(p;k,\gamma) = \left[1-(1-p)^{k}\right]^{\gamma}, \gamma \geq 1,\\
&L_3(p;k,\alpha,\gamma) = p^{\alpha}\left[1-(1-p)^{k}\right]^{\gamma}, \alpha \geq 0, \gamma \geq 1.
\end{aligned}
$$

Dicha familia de curvas de Lorenz recibe el nombre de Pareto Generalizada. En la familia anterior se reconocen algunas propuestas de la literatura de curvas de Lorenz. La familia $L_1(p;k,\alpha)$ coincide con la propuesta de Ortega et al (1991). La familia $L_2(p;k,\gamma)$ se corresponde con la propuesta de Rasche et al. (1980) a partir de una modificación de la familia de Kakwani y Podder (1973). Si $k=1$, $L_2(p;k,\gamma)$ se convierte en una curva de Lorenz potencial, con función de distribución de soporte acotado y también potencial. La familia $L_3(p;k,\alpha,\gamma)$ es nueva y puede probarse que $L_3(p;k,\alpha,\gamma)$ sigue siendo una curva de Lorenz cuando $0 < \gamma < 1$.

4. CARACTERIZACIÓN DEL BIENESTAR MEDIANTE INDICADORES DE PRIVACIÓN RELATIVA

Sen (1973) desarrolla una interesante aproximación al problema de la medición del bienestar social a través de indicadores de privación relativa. Este procedimiento posibilita la introducción de juicios de valor acerca de la distribución de la renta en España tanto por Comunidades Autónomas como por categorías socioprofesionales y clases de hábitat. De este modo podremos analizar la desigualdad en función de la satisfacción no alcanzada por los individuos.

Consideramos una función de utilidad híbrida combinando la familia de funciones de utilidad propuestas por Atkinson para las que se verifica el principio de transferencias de Pigou Dalton, junto con la interdependencia de las funciones de utilidad de Duesenberg valorando la privación relativa que sufren aquellos individuos con ingresos más bajos.

En un trabajo pionero, Hugh Dalton (1920), asumió que la utilidad de cada individuo (o su bienestar) es igual al logaritmo de sus ingresos, $U_i = \log Y_i$, y consideró que la función de bienestar social es utilitarista clásica o benthamita, es decir, se toma como medida del bienestar social (W) la suma de las utilidades individuales: $W = \sum_i U_i$. Esta hipótesis iniciada por Bentham (1789) ha sido ampliamente utilizado en la teoría económica especialmente en Marshall (1890), Pigou (1920) y Robertson (1952).

Dalton afirmó que la desigualdad puede definirse comparando el bienestar social, W, con el nivel de bienestar social que se alcanzaría, W^*, si todos los individuos recibiesen la misma renta, $Y_i = Y = \sum_i Y_i / n$, lo que nos llevaría a un nivel de bienestar, $W^* = \sum_i U_i(Y_i) = nU(Y)$.

Es decir, que si asumimos $U_i = \log Y_i$, según Dalton tendría sentido definir la desigualdad como el ratio,

$$W^* / W = \frac{\log \overline{Y}}{\log Y_G},$$

donde $\overline{Y}$ y Y_G corresponden respectivamente, a la media aritmética y la media geométrica de los ingresos.

Atkinson amplió esta línea de investigación considerando una clase de funciones de utilidad que satisface el principio de transferencias de Pigou Dalton,

$$U(Y_i) = \alpha + \beta Y_i^{(1-\varepsilon)} / (1-\varepsilon), \varepsilon \geq 0,$$

donde el parámetro ε puede interpretarse como la elasticidad de la utilidad marginal con respecto a la renta.

Los enfoques de Dalton y Atkinson, aunque diferentes, suponen que las funciones de utilidad de cada individuo son individualistas. No obstante, estudios previos han demostrado que la función de utilidad de cada individuo no sólo depende de sus propios ingresos sino que se ve influenciada por lo que reciben los otros. Es decir, tenemos que considerar un cierto grado de interdependencia asimétrica (Duesenberry (1952)) porque los grupos con ingresos bajos modifican su función de utilidad según sea el nivel de renta de los grupos de ingresos altos pero no viceversa.

Considerando esta interdependencia la función de utilidad de Atkinson podría modificarse (Lovell (1998)) de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{U(Y_i) = \alpha + \frac{\beta\, Y_i^{(1-\varepsilon)}}{1-\varepsilon} - \gamma \sum_j \textbf{máx}\left[(Y_j - Y_i),0\right]/\, n} \;.$$

Un caso particular de esta función de utilidad interdependiente se obtiene cuando $\boldsymbol{\alpha=0}$, $\boldsymbol{\beta=1}$, $\boldsymbol{\varepsilon=0}$ y $\boldsymbol{\gamma=1}$, que coincide con el índice de desarrollo que hemos considerado,

$$\boldsymbol{U(Y) = Y(1-G)},$$

donde $\boldsymbol{Y}$ y $\boldsymbol{G}$ representan respectivamente la renta media y el índice de Gini.

Sen (1973) señaló que los individuos con ingresos más bajos podrían sufrir una cierta "envidia" proporcional a la diferencia de ingresos que reciben. Es decir, la privación relativa que el individuo $\boldsymbol{i}$ siente con respecto al individuo $\boldsymbol{j}$ es:

$$\boldsymbol{D_{ij} = \textbf{máx}\ \left[(Y_j - Y_i),0\right]},$$

de tal forma que la privación total que sufre el individuo i-ésimo es,

$$\boldsymbol{D_i = \sum_j D_{ij} = \sum_j \textbf{máx}\left[(Y_j - Y_i),0\right]}.$$

La privación total sufrida por todos los miembros de la comunidad es,

$$D_T = \sum_{i=1}^{n} D_i = \sum_i \sum_j \text{máx}\left[(Y_j - Y_i),0\right].$$

Obviamente la privación per cápita es,

$$\overline{D} = D_T / n = \sum_i \sum_j \text{máx}\left[(Y_j - Y_i),0\right] / n \ .$$

Finalmente, dividiendo por la renta media obtenemos un índice de privación relativa adimensional,

$$D = \frac{\overline{D}}{nY} = \sum_i \sum_j \text{máx}\left[(Y_j - Y_i),0\right] / nY \ .$$

Notar que si los ingresos estuvieran igualmente distribuidos, este índice se anularía y por otra parte, si un individuo recibiese todos los ingresos, este índice sería igual a la unidad. Con este procedimiento, Sen interpreta el índice de Gini como una medida de privación relativa que sufren los individuos que tienen ingresos más bajos. Alternativamente, también podría interpretarse como una medida de la disconformidad, compasión o culpabilidad experimentada por los individuos cuando miran a aquellos que son menos afortunados que ellos, de tal forma que la disconformidad del individuo i-ésimo es:

$$D_i{}^* = \sum_j \text{máx}\left[(Y_i - Y_j),0\right].$$

Con esta función de bienestar interdependiente, una mejora en el sentido de Pareto (aumentando la renta de al menos uno de los individuos y no disminuyendo la de ninguno), no nos lleva a una reducción del bienestar social puesto que se tiene en cuenta una externalidad negativa que es la privación relativa. Teniendo en cuenta esto, el hecho de que en España el índice de Gini en 1990 sea 0.34, implica que la utilidad total alcanza un 66 por ciento de su potencial.

5. BREVE REFERENCIA METODOLÓGICA SOBRE LOS DATOS

Como se ha indicado anteriormente, los datos utilizados corresponden a la distribución de la renta "per capita" disponible de España, propuestos por Callealta, Casas y Nuñez (1996), dentro del trabajo "Distribución Personal de la Renta en España", dirigido por Bernardo Pena. Los datos recogen las distribuciones de la renta derivadas de las Encuestas Básicas de Presupuestos Familiares, y compatibilizadas con los agregados deducidos a partir de las Contabilidades Nacionales en diversas categorías: nivel nacional, Comunidades Autónomas, categorías socioprofesionales y clases de hábitat. Una vez detectada la ocultación en los datos de renta, dichos autores proceden a un proceso de corrección mediante una tasa de ocultación progresiva.

La información básica procede de las Encuestas Básicas de Presupuestos Familiares realizadas en 1973, 1980 y 1990. El ámbito poblacional es idéntico en las EBPF de 1973-74, 1980-81 y 1990-91, es decir, las unidades de análisis son los hogares privados que residen en viviendas familiares principales, investigándose todas las personas que resultan ser miembros del hogar. El ámbito geográfico es casi común en las tres encuestas, con la única excepción de la exclusión de Ceuta y Melilla en la EBPF de 1973-74. El ámbito temporal es en las tres encuestas un periodo continuo de doce meses, idéntico para las EBPF de 1980-81 y 1990-91 y con un desfase de un trimestre para la de 1973-74. En ninguno de los tres casos este periodo coincide con el año de calendario que comienza el 1 de enero y termina el 31 de diciembre. Sin embargo, se considera que los datos de las EBPF se refieren al año en el que se realizan la mayor parte de las observaciones. Esta asignación es más fácil de admitir para las encuestas de 1990-91 y 1980-81 que comenzaron en abril, y bastante más discutible para la de 1973-74 que comenzó en julio.

Para la clasificación de los hogares por categorías socioprofesionales se toman los ingresos de cada una de las personas que componen el hogar, se elige a una de ellas como sustentador principal, y luego se tienen en cuenta un conjunto de características de esta persona para clasificarla en una categoría socioprofesional, que es a su vez la que se asigna al hogar del que forma parte. Entre las características del sustentador principal que se recogen en las EBPF cabe destacar:

- Relación con la actividad económica
- Ocupación, profesión o puesto de trabajo

- Situación profesional
- Nivel de instrucción
- Rama de actividad del establecimiento donde trabaja

De este modo, el hogar en su conjunto se clasifica en la categoría socioprofesional que corresponde al sustentador principal del mismo. Después de los correspondientes ajustes, la clasificación por categorías socioprofesionales es la siguiente:

1) Empresarios agrarios con asalariados, y directores, gerentes y personal titulado agrario (EACA).
2) Empresarios agrarios sin asalariados (EASA).
3) Resto de activos agrarios (RAA).
4) Empresarios no agrarios con asalariados y profesionales liberales con o sin asalariados (NACA).
5) Empresarios no agrarios sin asalariados y trabajadores independientes (NASA).
6) Directivos, gerentes y cuadros superiores no agrarios y profesionales de las Fuerzas Armadas (CSNA).
7) Cuadros medios y resto del personal administrativo, comercial y técnico (CMNA).
8) Contramaestres, capataces y jefes de grupo no agrarios (JNA).
9) Obreros no agrarios y resto de trabajadores de los servicios (ONA).
10) Activos no clasificables, incluso parados y no activos (OTRO).

En cuanto a la clasificación por Tamaño de Hábitat, se consideran cuatro grupos:

1) Municipios de hasta 2000 habitantes (TIPO 1).
2) Municipios de 2001 hasta 10000 habitantes (TIPO 2).
3) Municipios de 10001 hasta 50000 habitantes, excepto capitales (TIPO 3SC)
4) Municipios de más de 50000 habitantes y capitales (TIPO 4CC).

Para nuestro estudio hemos utilizado los datos correspondientes a la renta “per capita” disponible en 1973, 1980 y 1990, en pesetas constantes del año base 1986, teniendo en cuenta las aclaraciones anteriores.

6. MEDIDAS DE DESIGUALDAD, POBREZA Y DESARROLLO

Las medidas de desigualdad que se han propuesto en la literatura económica pueden agruparse en dos grandes categorías interrelacionadas. En primer lugar, las medidas que pretenden analizar la desigualdad de una manera objetiva, utilizando para ello alguna medida de variación relativa de la renta. En segundo lugar, y no por ello menos importantes, aquellos indicadores que analizan la desigualdad en términos del bienestar social.

Las medidas de desigualdad objetivas permiten la ordenación completa de diferentes distribuciones de renta según el grado de desigualdad registrado, si bien pueden ser incompatibles con determinados criterios. Los criterios seguidos para la selección de las medidas de desigualdad pueden sintetizarse en una formulación lo más simple posible pero sin olvidar que dichas medidas han de verificar unos axiomas básicos como son el axioma de simetría o imparcialidad, el principio de transferencias de Pigou-Dalton, el axioma de normalización y el de descomponibilidad. En lo que sigue suponemos que la distribución de la renta viene sintetizada en una curva de Lorenz paramétrica $L(p;\theta)$. A continuación se incluyen los índices utilizados:

1. Indice de Gini. En el caso de la familia de curvas de Lorenz de Pareto Generalizada el índice de Gini viene dado por:

$$G_0(k) = \frac{1-k}{1+k},$$
$$G_1(k,\alpha) = 1 - 2[B(\alpha+1,1) - B(\alpha+1,k+1)],$$
$$G_2(k,\gamma) = 1 - \frac{2}{k}B(1/k,\gamma+1),$$
$$G_3(k,\alpha,\gamma) = 1 - 2\sum_{i=0}^{\infty}\frac{\Gamma(i-\gamma)}{\Gamma(i+1)\Gamma(-\gamma)}B(\alpha+1,ki+1).$$

donde **B() y Γ()** representan la función Beta y Gamma, respectivamente.

2. Indice de Theil de orden 1.

3. Indices de Atkinson de órdenes k=0.5 (con escasa aversión a la desigualdad), **k=1** (con una aversión media a la desigualdad) **y k=2** (con alta aversión a la desigualdad).

4. Indicador de desarrollo:

$$D_{it} = \mu_{it}(1 - G_{it}(\theta)),$$

donde μ_{it} y $G_{it}(\theta)$ representan, respectivamente, la renta media y el índice de Gini de la comunidad i-ésima en el año t. Este indicador fue propuesto por Sen (1973) y puede utilizarse como una función de bienestar tal y como hemos comentado anteriormente.

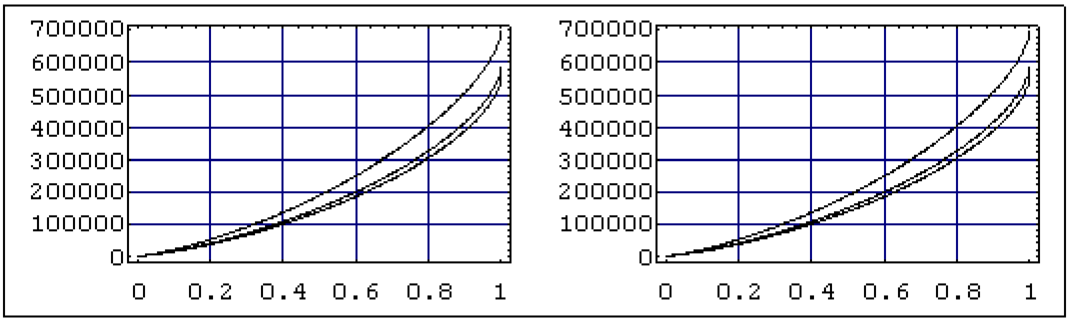
5. Indice de pobreza. Como indicador se ha elegido la mitad de la renta nacional media familiar. Este valor puede obtenerse fácilmente a partir de la curva de Lorenz, teniendo en cuenta su relación con la función de distribución subyacente.

7. DOMINACIÓN ESTOCÁSTICA

Con el objetivo de determinar si la distribución de la renta durante los años 1973 a 1990 ha experimentado una mejora en el nivel de bienestar nacional hemos obtenido las curvas de Lorenz Generalizadas (Shorrocks, 1983; Thistle 1989) en los tres periodos considerados. Como aspecto a destacar, señalar que las medidas de desigualdad, pobreza y desarrollo respecto de las curvas $L_1(p;k,\alpha)$ y $L_2(p;k,\gamma)$ apenas se diferencian. Esto prueba la estabilidad de las dos formas funcionales.

En la Figura 1, se muestran las curvas de Lorenz Generalizadas para los tres períodos, de acuerdo con los modelos $L_1(p;k,\alpha)$ y $L_2(p;k,\gamma)$. Puesto que se produce una dominación la curva de un período con la del otro, se puede concluir que en términos del nivel de vida renta la situación ha mejorado. Una de las ventajas de trabajar con este tipo de curvas es que el porcentaje de comparaciones no resueltas es mucho menor. Esta misma propiedad se cumple con la familia de Pareto Generalizada.

Gráfico 1: Curvas de Lorenz Generalizadas correspondientes a España en los años 1973, 1980 y 1990 para las curvas $L_1(p;k,\alpha)$ (gráfico de la izquierda) y $L_2(p;k,\gamma)$ (gráfico de la derecha).



Como puede observarse, para ambas familias paramétricas, la curva de Lorenz generalizada de 1990 domina completamente a la de 1980 y ésta a la de 1973, con lo que puede hablarse propiamente de una disminución de la desigualdad a nivel nacional en el periodo considerado.

En los gráficos 2, 3 y 4 , se muestran las curvas de Lorenz generalizadas de cada una de las clases de hábitat en 1973, 1980 y 1990, respectivamente. En todos los casos, los municipios con menos de 10000 habitantes presentan un grado de desigualdad mayor.

Gráfico 2: Curvas de Lorenz Generalizadas correspondientes a cada una de las clases de hábitat en 1973 para las curvas $L_1(p;k,\alpha)$ (gráfico de la izquierda) y $L_2(p;k,\gamma)$ (gráfico de la derecha).

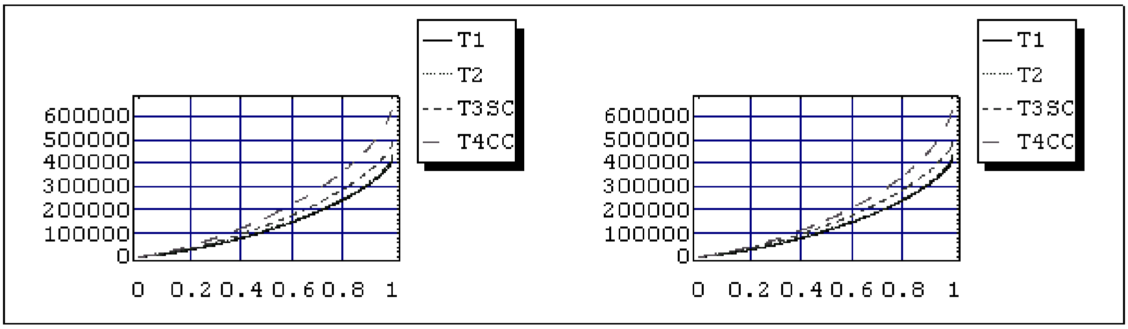


Gráfico 3: Curvas de Lorenz Generalizadas correspondientes a cada una de las clases de hábitat en 1980 para las curvas $L_1(p;k,\alpha)$ (gráfico de la izquierda) y $L_2(p;k,\gamma)$ (gráfico de la derecha).

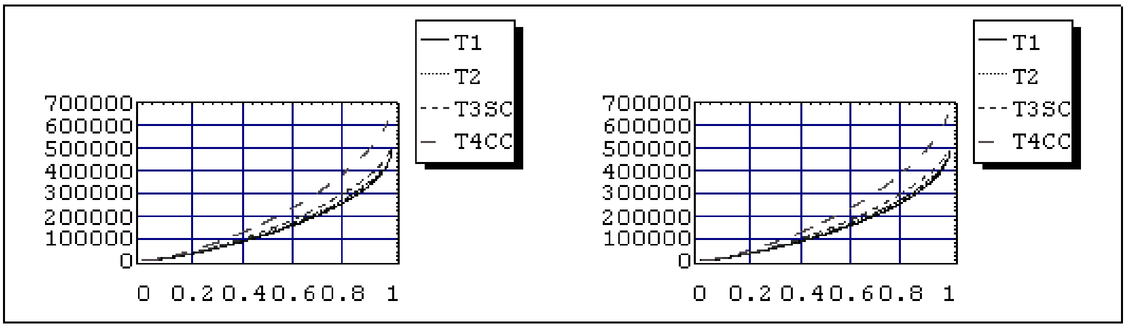
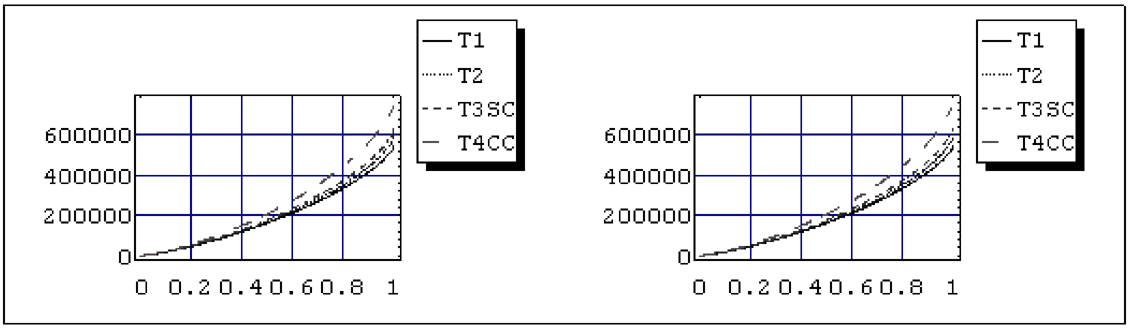


Gráfico 4: Curvas de Lorenz Generalizadas correspondientes a cada una de las clases de hábitat en 1990 para las curvas $L_1(p;k,\alpha)$ (gráfico de la izquierda) y $L_2(p;k,\gamma)$ (gráfico de la derecha).



No obstante, si analizamos la evolución de la desigualdad de estos municipios desde 1973, observamos que en todos los niveles se ha producido una disminución de la desigualdad, siendo mayor esta disminución en la década de los 80. (Ver gráficos 5, 6, 7 y 8).

Gráfico 5: Evolución de las Curvas de Lorenz Generalizadas a los municipios de menos de 2000 habitantes para las curvas $L_1(p;k,\alpha)$ (gráfico de la izquierda) y $L_2(p;k,\gamma)$ (gráfico de la derecha).

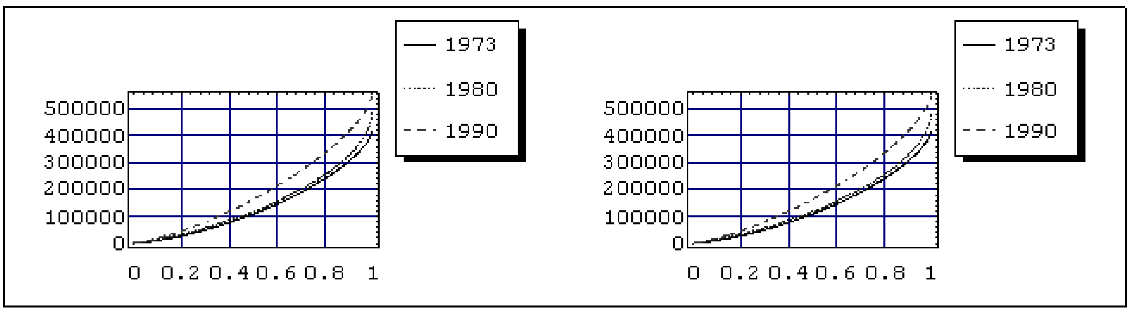


Gráfico 6: Evolución de las Curvas de Lorenz Generalizadas a los municipios de 2001 hasta 10000 habitantes para las curvas $L_1(p;k,\alpha)$ (gráfico de la izquierda) y $L_2(p;k,\gamma)$ (gráfico de la derecha).

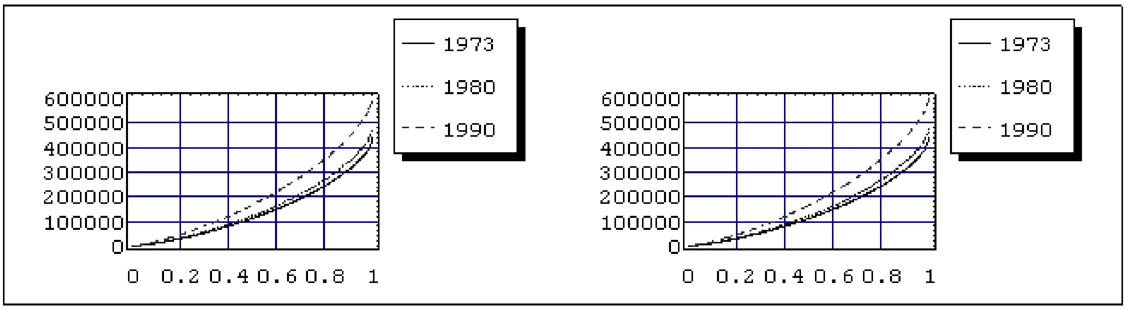


Gráfico 7: Evolución de las Curvas de Lorenz Generalizadas a los municipios de menos de 10001 hasta 50000 habitantes excepto capitales para las curvas $L_1(p;k,\alpha)$ (gráfico de la izquierda) y $L_2(p;k,\gamma)$ (gráfico de la derecha).

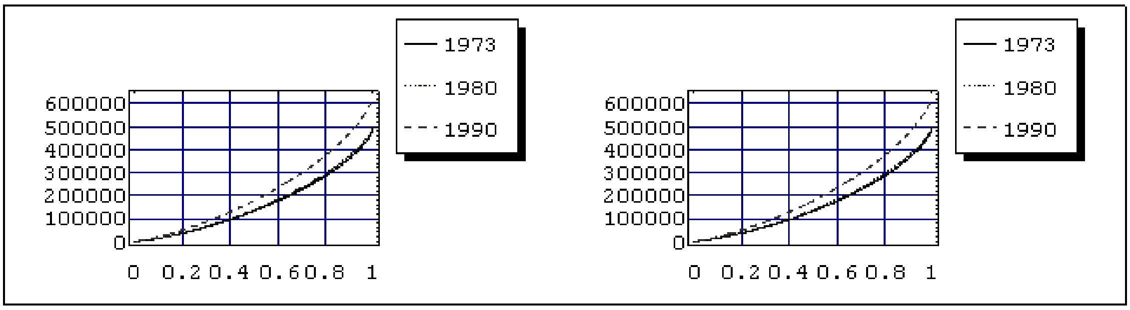
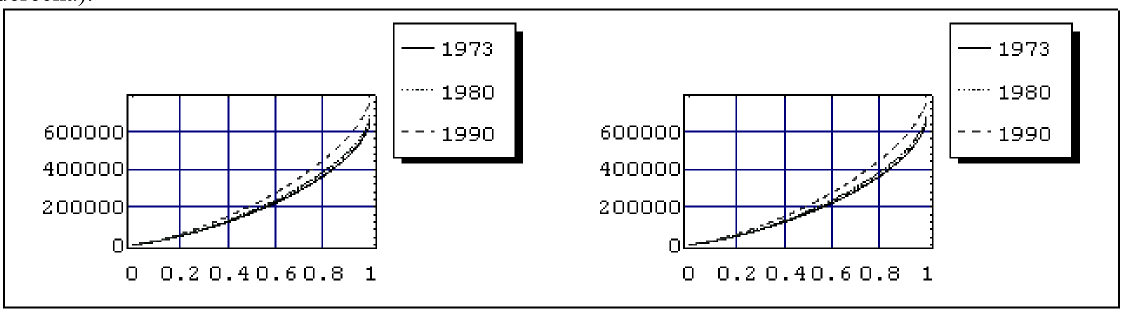


Gráfico 8: Evolución de las Curvas de Lorenz Generalizadas a los municipios de menos de más de 50000 habitantes y capitales para las curvas $L_1(p;k,\alpha)$ (gráfico de la izquierda) y $L_2(p;k,\gamma)$ (gráfico de la derecha).



El Gráfico 9 de tipo matricial muestra las interrelaciones entre las diversas medidas calculadas para el año 1990. Según se observa, existe relación directa entre los índices de Atkinson, Theil y Gini, entre la renta media y el indicador de desarrollo y entre el índice de Gini y el indicador de pobreza. Asimismo, existe una relación inversa entre la renta media y el indicador de pobreza y entre el indicador de desarrollo y el de pobreza, tal y como cabría esperar.

Gráfico 9: Interrelaciones entre las medidas de pobreza, desigualdad y desarrollo. Análisis de las Comunidades Autónomas. Año 1990.

8. EVOLUCIÓN DE LA DESIGUALDAD Y LA POBREZA

El siguiente objetivo en nuestro estudio es cuantificar la desigualdad existente en la distribución de la renta per cápita, para ello hemos obtenido los indicadores de desigualdad antes mencionados para cada uno de los instantes temporales analizados y para las curvas $L_1(p;k,\alpha)$ y $L_2(p;k,\gamma)$. Los valores de los diferentes índices de desigualdad considerados se muestran en las TABLAS 1-10.

Como primer aspecto vamos a comparar los índices de Gini teóricos con los muestrales que aparecen en el trabajo de Callealta, Casas y Núñez (1996). En prácticamente la totalidad de los casos los valores teóricos son ligeramente inferiores a los correspondientes muestrales. Este hecho es consistente con el modelo teórico de Chakravarty y Eichhorn (1994) que relaciona muestra y población en el caso de medidas de desigualdad simétricas y que verifiquen el principio de transferencias de Pigou-Dalton.

Si atendemos al índice de Gini, el dato básico para España es 0.347 en 1990, lo que supone una disminución del 9.3 por ciento durante el periodo analizado. Dicha desigualdad se ha visto reducida en todas las Comunidades Autónomas durante el periodo 73-90, excepto en Baleares y Cataluña, con tasas de variación del 5 y 3.1 por ciento, respectivamente. Hay que señalar que estas Comunidades se encuentran entre las de mayor nivel de renta en 1990, situándose en los puestos quinto y segundo, respectivamente. Las cuatro Comunidades donde más se ha reducido el índice de Gini fueron Aragón, Castilla-León, Galicia y Cantabria.

En lo referente al umbral de pobreza, la estimación para España se sitúa en un 19.6 por ciento lo que supone una reducción de un 17.8 por ciento desde 1973. Los mayores niveles de pobreza durante 1990 se sitúan en Extremadura, Castilla La Mancha y Andalucía. Las Comunidades donde más se ha reducido el nivel de pobreza durante el periodo 73-90 han sido, en este orden, Navarra, Castilla-León, Asturias y Andalucía. En aquellas comunidades donde la desigualdad de la renta ha disminuido, mientras que ha aumentado el nivel de pobreza se dice que se ha producido una polarización en la distribución de la renta. Durante el periodo 73-90 se ha producido este fenómeno en las Comunidades de Canarias, Cantabria, País Vasco y La Rioja. Si atendemos al periodo 80-90, Cantabria es la única Comunidad que ha sufrido polarización.

Las Comunidades que durante 1990 han alcanzado mayores valores en el índice de desarrollo han sido Navarra, Cataluña, Madrid, País Vasco y Baleares. Por otro lado, las Comunidades de Castilla-León, Navarra, Extremadura y Andalucía han experimentado los mayores niveles de crecimiento del índice de desarrollo durante el periodo 73-90.

TABLA 1: Medidas de pobreza, desigualdad y desarrollo de la familia de curvas de Lorenz de Pareto $L_1(p;k,\alpha)$ para 1990 y por Comunidades Autónomas.

	Pobres	Gini	Desarrollo	Theil 1	Atk 0,5	Atk 1	Atk 2	Atk 3
España	0,1960	0,3473	455720,68	0,2313	0,1023	0,1873	0,3372	0,4978
Andalucía	0,3147	0,3633	369130,43	0,2576	0,1122	0,2037	0,3630	0,5354
Aragón	0,1668	0,3011	459202,29	0,1677	0,0764	0,1425	0,2611	0,3824
Asturias	0,1325	0,2874	495199,95	0,1482	0,0692	0,1316	0,2493	0,3773
Baleares	0,1422	0,3210	515641,09	0,1864	0,0865	0,1644	0,3145	0,4959
Canarias	0,2790	0,3473	390161,55	0,2194	0,1015	0,1931	0,3740	0,6245
Cantabria	0,1987	0,3159	442093,58	0,1820	0,0838	0,1582	0,2977	0,4561
C. León	0,2028	0,3405	444978,01	0,2221	0,0983	0,1800	0,3233	0,4731
C.Mancha	0,3236	0,3507	366169,66	0,2614	0,1074	0,1857	0,3028	0,3982
Cataluña	0,1033	0,3298	569867,34	0,2057	0,0920	0,1696	0,3074	0,4518
C.Madrid	0,0998	0,3642	559588,17	0,2826	0,1155	0,1996	0,3264	0,4326
C.Valenciana	0,1864	0,3139	445582,88	0,1862	0,0834	0,1536	0,2763	0,3983
Extremadura	0,3652	0,3401	339103,21	0,2221	0,0981	0,1794	0,3211	0,4677
Galicia	0,2204	0,3205	422276,62	0,1926	0,0867	0,1607	0,2926	0,4300
Murcia	0,3002	0,3781	381413,43	0,2857	0,1221	0,2189	0,3832	0,5586
Navarra	0,0895	0,2918	579857,87	0,1514	0,0712	0,1365	0,2624	0,4065
País Vasco	0,1374	0,3108	531732,12	0,1683	0,0809	0,1585	0,3222	0,5524
Rioja	0,1692	0,3194	461490,45	0,1962	0,0867	0,1581	0,2797	0,3963
Ceuta y Melilla	0,3606	0,3951	343438,05	0,2996	0,1325	0,2445	0,4563	0,7727

TABLA 2: Medidas de pobreza, desigualdad y desarrollo de la familia de curvas de Lorenz de Pareto $L_2(p;k,\gamma)$ para 1990 y por Comunidades Autónomas.

	Pobres	Gini	Desarrollo	Theil	Atk 0,5	Atk 1	Atk 2	Atk 3
España	0,1965	0,3465	456271,56	0,2227	0,1001	0,1843	0,3296	0,4743
Andalucía	0,3191	0,3624	369644,66	0,2470	0,1097	0,2003	0,3540	0,5064
Aragón	0,1668	0,3006	459521,61	0,1632	0,0751	0,1407	0,2571	0,3712
Asturias	0,1316	0,2870	495496,00	0,1448	0,0681	0,1300	0,2455	0,3665
Baleares	0,1411	0,3204	516112,71	0,1811	0,0850	0,1621	0,3080	0,4734
Canarias	0,2816	0,3466	390599,13	0,2124	0,0995	0,1900	0,3641	0,5814
Cantabria	0,1993	0,3153	442460,64	0,1769	0,0824	0,156	0,2921	0,4381
C. León	0,2038	0,3398	445431,41	0,2142	0,0963	0,1773	0,3166	0,4530
C.Mancha	0,3288	0,3499	366583,01	0,2514	0,1052	0,1833	0,2983	0,3879
Cataluña	0,1010	0,3291	570434,46	0,1989	0,0902	0,1672	0,3014	0,4341
C.Madrid	0,0965	0,3634	560331,88	0,2705	0,1130	0,1967	0,3209	0,4193
C.Valenciana	0,1869	0,3133	445975,14	0,1805	0,0819	0,1515	0,2717	0,3859
Extremadura	0,3700	0,3393	339503,48	0,214	0,0961	0,1766	0,3144	0,4482
Galicia	0,2218	0,3199	422662,53	0,1867	0,0851	0,1584	0,2872	0,4145
Murcia	0,3045	0,3772	382005,91	0,2727	0,1192	0,2150	0,3733	0,5262
Navarra	0,0877	0,2914	580193,57	0,148	0,0702	0,1348	0,2582	0,3935
País Vasco	0,1363	0,3104	532097,06	0,1646	0,0797	0,1565	0,3147	0,5243
Rioja	0,2410	0,3666	429534,31	0,2449	0,1116	0,2084	0,3841	0,5863
Ceuta y Melilla	0,3659	0,3940	344034,72	0,2859	0,1292	0,2397	0,4403	0,6912

TABLA 3: Medidas de pobreza, desigualdad y desarrollo de la familia de curvas de Lorenz de Pareto $L_1(p;k,\alpha)$ para 1990 y por Categorías Socioprofesionales*.

	Pobres	Gini	Desarrollo	Theil	Atk 0,5	Atk 1	Atk 2	Atk 3
EACA	0,1817	0,3750	515587,53	0,2546	0,1187	0,2284	0,4583	0,8726
EASA	0,2575	0,3142	397079,00	0,1731	0,0827	0,1611	0,3230	0,5471
RAA	0,3372	0,3305	350392,94	0,2020	0,0920	0,1722	0,3212	0,4918
NACA	0,1268	0,3651	555054,04	0,2631	0,1136	0,2048	0,3606	0,5236
NASA	0,2130	0,3343	437905,78	0,2063	0,0941	0,1765	0,3308	0,5121
CSNA	0,0667	0,3366	730354,94	0,2070	0,0953	0,1803	0,3440	0,5495
CMNA	0,0889	0,3222	565943,25	0,2025	0,0886	0,1602	0,2795	0,3904
JNA	0,0544	0,2489	614515,80	0,1073	0,0515	0,1002	0,1957	0,3010
ONA	0,2080	0,3021	428219,35	0,1641	0,0764	0,1455	0,2769	0,4262
OTRO	0,2152	0,3464	441158,96	0,2241	0,1012	0,1887	0,3511	0,5443

TABLA 4: Medidas de pobreza, desigualdad y desarrollo de la familia de curvas de Lorenz de Pareto $L_2(p;k,\gamma)$ para 1990 y por Categorías Socioprofesionales*.

	Pobres	Gini	Desarrollo	Theil	Atk 0,5	Atk 1	Atk 2	Atk 3
EACA	0,1828	0,3742	516266,45	0,2459	0,1163	0,2243	0,4424	0,7880
EASA	0,2592	0,3136	397414,23	0,1689	0,0814	0,1589	0,3163	0,5196
RAA	0,3411	0,3298	350763,47	0,1955	0,0902	0,1696	0,3144	0,4693
NACA	0,1244	0,3642	555825,98	0,2520	0,1110	0,2014	0,3520	0,4967
NASA	0,2140	0,3336	438336,62	0,1998	0,0923	0,1738	0,3235	0,4869
CSNA	0,0640	0,3367	730291,08	0,2016	0,0939	0,1782	0,3368	0,5198
CMNA	0,0864	0,3216	566452,57	0,1959	0,0869	0,1580	0,2751	0,3792
JNA	0,0530	0,2486	614783,34	0,1056	0,0509	0,0992	0,1935	0,2952
ONA	0,2089	0,3015	428532,87	0,1600	0,0752	0,1436	0,2721	0,4111
OTRO	0,2163	0,3456	441680,02	0,2163	0,0992	0,1857	0,3427	0,5142

*** NOTA: Las abreviaturas anteriores hacen referencia a las siguientes categorías socioprofesionales:**

EACA: Empresarios agrarios con asalariados, y directores, gerentes y personal titulado agrario

EASA: Empresarios agrarios sin asalariados

RAA: Resto de activos agrarios

NACA: Empresarios no agrarios con asalariados y profesionales liberales con o sin asalariados

NASA: Empresarios no agrarios sin asalariados y trabajadores independientes

CSNA: Directivos, gerentes y cuadros superiores no agrarios y profesionales de las Fuerzas Armadas

CMNA: Cuadros medios y resto del personal administrativo, comercial y técnico

JNA: Contramaestres, capataces y jefes de grupo no agrarios

ONA: Obreros no agrarios y resto de trabajadores de los servicios

OTRO: Activos no clasificables, incluso parados y no activos

TABLA 5: Medidas de pobreza, desigualdad y desarrollo de la familia de curvas de Lorenz de Pareto $L_1(p;k,\alpha)$ para 1973 y por Clases de Hábitat**.

	Pobres	Gini	Desarrollo	Theil	Atk 0,5	Atk 1	Atk 2	Atk 3
TIPO1	0,3651	0,3593	268085,38	0,2397	0,1089	0,2045	0,3877	0,6332
TIPO2	0,3577	0,3720	275499,46	0,2762	0,1182	0,2119	0,3700	0,5345
TIPO3SC	0,2607	0,3546	321499,33	0,2404	0,1065	0,1956	0,3551	0,5342
TIPO4CC	0,1534	0,3890	410374,07	0,3194	0,1309	0,2275	0,3791	0,5208

TABLA 6: Medidas de pobreza, desigualdad y desarrollo de la familia de curvas de Lorenz de Pareto $L_2(p;k,\gamma)$ para 1973 y por Clases de Hábitat**.

	Pobres	Gini	Desarrollo	Theil	Atk 0,5	Atk 1	Atk 2	Atk 3
TIPO1	0,3697	0,3585	268420,95	0,2310	0,1066	0,201	0,3769	0,5871
TIPO2	0,3632	0,3711	275903,07	0,2640	0,1155	0,2082	0,3610	0,5062
TIPO3SC	0,2634	0,3537	321903,29	0,2312	0,1042	0,1924	0,3466	0,5055
TIPO4CC	0,1559	0,3880	411038,35	0,3035	0,1277	0,2237	0,3704	0,4961

TABLA 7: Medidas de pobreza, desigualdad y desarrollo de la familia de curvas de Lorenz de Pareto $L_1(p;k,\alpha)$ para 1980 y por Clases de Hábitat**.

	Pobres	Gini	Desarrollo	Theil	Atk 0,5	Atk1	Atk 2	Atk 3
TIPO1	0,3716	0,4066	291515,64	0,3762	0,1457	0,2438	0,3839	0,4981
TIPO2	0,3283	0,3651	302118,43	0,2561	0,1130	0,2073	0,3768	0,5745
TIPO3SC	0,2702	0,3440	331011,95	0,2182	0,0997	0,1876	0,3549	0,5646
TIPO4CC	0,1548	0,3680	431637,29	0,267	0,1154	0,2083	0,3678	0,5381

TABLA 8: Medidas de pobreza, desigualdad y desarrollo de la familia de curvas de Lorenz de Pareto $L_2(p;k,\gamma)$ para 1980 y por Clases de Hábitat**.

	Pobres	Gini	Desarrollo	Theil	Atk 0,5	Atk 1	Atk 2	Atk 3
TIPO1	0,3787	0,4055	292082,09	0,3562	0,1421	0,2399	0,3760	0,4787
TIPO2	0,3328	0,3642	302544,79	0,2457	0,1105	0,2037	0,3668	0,5390
TIPO3SC	0,2728	0,3433	331367,70	0,2109	0,0977	0,1846	0,3463	0,5316
TIPO4CC	0,1536	0,3671	432226,69	0,2556	0,1128	0,2048	0,3589	0,5091

TABLA 9: Medidas de pobreza, desigualdad y desarrollo de la familia de curvas de Lorenz de Pareto $L_1(p;k,\alpha)$ para 1990 y por Clases de Hábitat**.

	Pobres	Gini	Desarrollo	Theil	Atk 0,5	Atk 1	Atk 2	Atk 3
TIPO1	0,2727	0,3040	382442,88	0,1700	0,0777	0,1456	0,2692	0,3991
TIPO2	0,2576	0,3369	399970,12	0,2179	0,0963	0,1760	0,3144	0,4559
TIPO3SC	0,2257	0,3389	424470,32	0,2200	0,0974	0,1783	0,3199	0,4669
TIPO4CC	0,1586	0,3533	503123,76	0,2400	0,1058	0,1937	0,3488	0,5180

TABLA 10: Medidas de pobreza, desigualdad y desarrollo de la familia de curvas de Lorenz de Pareto $L_2(p;k,\gamma)$ para 1990 y por Clases de Hábitat**.

	Pobres	Gini	Desarrollo	Theil	Atk 0,5	Atk 1	Atk 2	Atk 3
TIPO1	0,2754	0,3035	382727,51	0,1654	0,0764	0,1437	0,2647	0,3864
TIPO2	0,2604	0,3362	400367,59	0,2103	0,0944	0,1734	0,3082	0,4378
TIPO3SC	0,2275	0,3382	424894,08	0,2123	0,0954	0,1757	0,3134	0,4476
TIPO4CC	0,1577	0,3524	503761,67	0,2308	0,1036	0,1905	0,3407	0,4917

**** NOTA: Las abreviaturas anteriores hacen referencia a las siguientes clases de hábitat:**

Tipo 1: Municipios de hasta 2000 habitantes

Tipo 2: Municipios de 2001 hasta 10000 habitantes

Tipo 3SC: Municipios de 10001 hasta 50000 habitantes, excepto capitales

Tipo 4CC: Municipios de más de 50000 habitantes y capitales

Tal y como hemos señalado anteriormente, mediante el índice de desarrollo podemos comparar el nivel de vida-renta de cada Comunidad con el nacional. Las Comunidades que en 1973 tenían un mayor nivel de vida-renta que el nacional fueron Aragón, Asturias, Baleares, Cantabria, Cataluña, Madrid, País Vasco y La Rioja, si consideramos $L_1(p;k,\alpha)$. Si tenemos en cuenta $L_2(p;k,\gamma)$, a esta lista habría que añadir la Comunidad Valenciana. Las Comunidades con menor nivel de vida-renta fueron Andalucía y Extremadura.

En 1980, existe unanimidad en ambas familias y las Comunidades que tenían un mayor nivel de vida-renta que el nacional fueron Aragón, Asturias, Baleares, Cantabria, Castilla-León, Cataluña, Madrid, Comunidad Valenciana, Navarra, País Vasco y La Rioja. En este año, las Comunidades con menor nivel de vida-renta fueron Extremadura y Castilla La Mancha. En 1990, las Comunidades con un nivel de vida-renta superior al nacional son para ambas familias Aragón, Baleares, Cataluña, Madrid, País Vasco y La Rioja y las de menor nivel de vida-renta fueron de nuevo Extremadura y Castilla La Mancha.

Si analizamos el índice de Gini para completar la comparación anterior entre la desigualdad de la renta en las Comunidades Autónomas y la nacional, obtenemos que en 1973, las Comunidades más desiguales que España fueron Andalucía, Aragón, Castilla-León, Castilla La Mancha, Madrid y Navarra. En 1980 fueron Andalucía, Canarias y Madrid, y en 1990, Andalucía, Canarias, Castilla-La Mancha, Madrid, Murcia y Ceuta y Melilla. Considerando $L_2(p;k,\gamma)$ habría que añadir La Rioja a esta última lista.

A continuación, analizamos la desigualdad en la distribución de la renta per cápita de las Categorías Socioprofesionales definidas. En líneas generales se puede apreciar una evolución continuada hacia una menor desigualdad en la distribución de la renta. En cuanto a las categorías que presentan un nivel de vida-renta superior al nacional son los "Empresarios no agrarios con asalariados y profesionales liberales con o sin asalariados" (NACA), los "Directivos, gerentes y cuadros superiores no agrarios y profesionales liberales de las Fuerzas Armadas" (CSNA), los "Cuadros medios y resto del personal administrativo, comercial y técnico" (CMNA) y los "Contramaestres, capataces y jefes de grupo no agrarios" (JNA) en 1973, los "Empresarios agrarios con asalariados, y directores, gerentes y personal titulado agrario" (EACA), los "Empresarios no agrarios con asalariados y profesionales liberales con o sin asalariados" (NACA), los "Directivos, gerentes y cuadros superiores no agrarios y profesionales liberales de las Fuerzas Armadas" (CSNA), los "Cuadros medios y resto del personal administrativo, comercial y técnico" (CMNA) y los "Contramaestres, capataces y jefes de grupo no agrarios" (JNA) en 1980 y los "Empresarios agrarios con asalariados, y directores, gerentes y personal titulado agrario" (EACA), los "Empresarios no agrarios con asalariados y profesionales liberales con o sin asalariados" (NACA), los "Directivos, gerentes y cuadros superiores no agrarios y profesionales liberales de las Fuerzas Armadas" (CSNA), los "Cuadros medios y resto del personal administrativo, comercial y técnico" (CMNA) y los "Contramaestres, capataces y jefes de grupo no agrarios" (JNA) en 1990 para las dos familias analizadas.

Las categorías con mayor desigualdad según el índice de Gini son los "Directivos, gerentes y cuadros superiores no agrarios y profesionales liberales de las Fuerzas Armadas" (CSNA) y los "Activos no clasificables, incluso parados y no activos" (OTRO) en 1973, los "Empresarios agrarios con asalariados, y directores, gerentes y personal titulado agrario" (EACA) y los "Activos no clasificables, incluso parados y no activos" (OTRO) en 1980 y los "Empresarios agrarios con asalariados, y directores, gerentes y personal titulado agrario" (EACA) y los "Empresarios no agrarios con asalariados y profesionales liberales con o sin asalariados" (NACA) en 1990.

En cuanto a las cuatro clases de hábitat consideradas, tanto en 1973 como en 1980 y 1990 sólo los "Municipios de más de 50000 habitantes y capitales" (TIPO4CC) tuvieron un nivel de vida renta mayor que el nacional. Aunque desde 1973 a 1980 se produjo un ligero aumento de la desigualdad en los "Municipios de hasta 2000 habitantes" (TIPO1), en términos globales podemos afirmar que desde 1973 hasta 1990 se ha producido una disminución de la desigualdad en todas las clases de hábitat.

9. CONCLUSIONES

En este trabajo se analiza la desigualdad en la distribución personal de la renta en España, durante los años 1973, 1980 y 1990 usando los datos corregidos de las EBPF (Encuestas Básicas de Presupuestos Familiares), propuestos por Casas, Callealta y Nuñez (1996). Se trabaja con la jerarquía de curvas de Lorenz de Pareto Generalizada, propuesta por Sarabia, Castillo y Slottje (1999). La desigualdad se analiza mediante diversos juicios de valor, usando índices de Atkinson y de Gini generalizados, así como diversos criterios de dominación estocástica. Se incluyen índices de pobreza, así como medidas del nivel de desarrollo.

Como instrumento metodológico, se propone una jerarquía de curvas que no presenta algunos de los inconvenientes de las formas funcionales existentes (Basmann et al., 1990; Ryu y Slottje, 1996). Las estimaciones obtenidas de las diferentes medidas de desigualdad y desarrollo, son comparables con las obtenidas mediante otros métodos alternativos. Con objeto de estudiar la sensibilidad de los resultados respecto a la forma funcional, se ha trabajado con dos familias biparamétricas de la jerarquía, que coinciden con las propuestas de Ortega et al. (1991) y Rasche et al. (1980). Los resultados son muy similares lo que prueba la estabilidad de los modelos.

BIBLIOGRAFÍA

Arnold, B.C. (1983). Pareto Distributions. *International Cooperative Publishing House*, Fairland, MD.

Basmann, R.L.,Hayes,K.J., Slottje, D.J. y Johnson, J.D. (1990). A General Functional Form for Approximating the Lorenz Curve. *Journal of Econometrics,* 43, 77-90.

Bentham, J. (1789). *An Introduction to the Principles of Morals and Legislation*. Payne

Callealta, F.J., Casas, J.M., Nuñez, J. (1996). Distribución de la Renta per capita Disponible en España: Descripción, Desigualdad y Modelización. En: *Distribución Personal de la Renta en España*, Cap. 5, B. Pena (director). Pirámide, Madrid.

Castillo, E., Hadi, A.S., y Sarabia, J.M. (1998). A Method for Estimating Lorenz Curves. *Communications in Statistics, Theory and Methods*, 27, 2037-2063.

Chakravarty. S.R., Eichhorn, W. (1994). Measurement of Income Inequality: Observed versus True Data. En: *Models and Measurement of Welfare and Inequality*, W. Eichhorn Ed. Springer-Verlag, Berlin.

Chotikapanich, D., (1993). A comparison of Alternative Functional Forms for the Lorenz Curves. *Economic Letters*, 41, 129-138.

Dalton, H. (1920).The Measurement of the Inequality of Incomes. *Economic Journal*, vol.30.

Duesenberry, J.S., (1952).Income, Savings and the Theory of Consumer Behavior. *Cambridge: Harvard University Press*.

Gupta, M.R. (1984). Functional Form for Estimating the Lorenz Curve. *Econometrica*, 52, 1313-1314.

Kakwani, N.C., Podder, N. (1973). On Estimation of Lorenz Curves from Grouped Observations. *International Economic Review,* 14, 278-292.

Lovell, M.C. (1998).Inequality within and among nations. *Journal on Income Distribution*, 8, 5-44.

Marshall, A. (1890). *Principles of Economics*. Mcmillan, Londres.

Ortega, P., Martín, A., Fernández, A., Ladoux, M., García, A. (1991). A New Functional Form for Estimating Lorenz Curves. *Review of Income and Wealth*, 37, 447-452.

Pigou, A.C. (1920). *The Economics of Welfare*. Macmillan, Londres.

Rasche, R.H., Gaffney, J., Koo, A.Y.C., Obst, N. (1980). Functional Forms for Estimating the Lorenz Curve. *Econometrica,* 48, 1061-1062.

Robertson, D.H. (1952). *Utility and All That*. Allen & Unwin, Londres.

Ryu, H., Slottje, D. (1996). Two Flexible Functional Forms for Approximating the Lorenz Curve. *Journal of Econometrics*, 72, 251-274.

Sarabia, J.M., Castillo, E., Slottje, D. (1999). An Ordered Family of Lorenz Curves. *Journal of Econometrics*, 91, 43-60.

Sen, A. (1973). *The Economics of Inequality*. Oxford University Press, Oxford.

Shorrocks, A.F. (1983). Ranking Income Distributions. *Economica* 50, 3-17.

Thistle, P.D. (1989). Ranking Distributions with Generalized Lorenz Curves. *Southern Economic Journal*, 56, 1-12.

Villaseñor, J.A., Arnold, B.C. (1989). Elliptical Lorenz Curves. *Journal of Econometrics*, 40, 327-338.