

LA EPISTEMOLOGÍA MATEMÁTICA Y LOS ENFOQUES DEL APRENDIZAJE EN LA MOVILIDAD DEL PENSAMIENTO INSTRUCCIONAL DEL PROFESOR

Clemente Moreno
clemen_mor@hotmail.com
(CUFM)

Margarita García T.
mgarciaovar@cantv.net
(UPEL-IPC)

RESUMEN

En este artículo se exponen las incidencias de la epistemología matemática y de los enfoques psicológicos del aprendizaje en la movilidad y mejoramiento permanente del pensamiento instruccional del profesor de matemática. La investigación documental se contrastó con la reflexión derivada de la experiencia pedagógica de los autores para optimizar y actualizar las actuaciones didácticas que lucen fosilizadas ante las concepciones actuales en la enseñanza y aprendizaje de la matemática. Finalmente, se derivan implicaciones que pueden ser consideradas en los diseños curriculares de las instituciones educativas formadoras de docentes en el área.

Palabras clave: matemática; teorías psicológicas del aprendizaje; pensamiento instruccional; epistemología.

Recibido: 25/09/08

Aprobado: 15/11/08

THE MATHEMATICAL EPISTEMOLOGY AND THE LEARNING APPROACHES IN THE MOBILITY OF THE INSTRUCTIONAL THOUGHT OF THE TEACHER

ABSTRACT

This article analyses the incidences of the mathematical epistemology and the psychological approaches of learning in the mobility and permanent improvement of the instructional thought of the math teacher. The documental research was contrasted with the reflections from the pedagogical experiences of the authors in order to optimize and upgrade the didactical performances that look fossilized before the present conceptions involved in the teaching and learning of mathematics. Finally, there are implications that can be considered in the curricular designs of the educational institutions that are involved in the formation of professionals in this area.

Key words: mathematics; psychological theories of learning; instructional thought; epistemology.

L'ÉPISTÉMOLOGIE MATHÉMATIQUE ET LES APPROCHES DE L'APPRENTISSAGE DANS LA MOBILITÉ DE LA PENSÉE INSTRUCTIONNELLE DE L'ENSEIGNANT

RÉSUMÉ

Dans cet article l'on analyse des incidences de l'épistémologie mathématique et des approches psychologiques de l'apprentissage dans la mobilité et amélioration permanente de la pensée instructionnelle de l'enseignant de mathématique. La recherche documentaire a été contrastée avec la réflexion dérivée de l'expérience pédagogique des auteurs pour optimiser et actualiser les performances didactiques qui semblent fossilisées devant les conceptions actuelles de l'enseignement et apprentissage de la mathématique. Finalement, l'on dérive des implications qui peuvent être considérées dans les programmes éducatifs des institutions qui forment des enseignants en mathématique.

Mots clé: mathématique; théories psychologiques de l'apprentissage; pensée instructionnelle; épistémologie.

Introducción

En los contextos escolares se tiene previsto que los educadores organicen y desarrollen actividades de enseñanza para sus alumnos. Esta tarea que se inicia con la planificación de la actividad académica (Costa y Garmston, 1999), encara al maestro con el acto de anticipar, predecir y elaborar una descripción del aprendizaje, en el que puede prever el vínculo de la clase con los objetivos, el contexto del estudiante y el resto de las competencias del programa.

El docente también debe diseñar las secuencias de instrucción y anticipar las formas de verificar si se logró el aprendizaje como acciones que preparan el escenario para que la fase de ejecución se concentre en la secuencia y simultaneidad del proceso. La primera implica la implementación secuencial de la acción instruccional prevista en la planificación, la segunda, la habilidad para amoldar las estrategias didácticas a las condiciones de aprendizaje surgidas en el aula, en correspondencia con la valoración del saber que emerge del acto educativo y que proporciona el sustento empírico para la reflexión relativa al mejoramiento constante de la praxis educativa.

Esta estructuración del pensamiento instruccional guarda estrecha relación con las concepciones epistemológicas y la formación profesional alcanzada por el maestro (García y Rojas, 2003), conformando factores predominantes en la regulación del comportamiento didáctico, entendido como la actuación del docente en el salón de clase para propiciar procesos que susciten el aprendizaje.

En este contexto que da primacía a la actuación del profesor en la facilitación de los procesos del aprendizaje en el aula se enmarca la enseñanza y aprendizaje de la matemática escolar. En la tarea de propiciador y promotor del aprendizaje, el maestro, en opinión de Carrillo (2000), pone en juego sus concepciones epistemológicas sobre la matemática y sobre su enseñanza y aprendizaje, las cuales conforman un factor decisivo capaz de promover o no el interés de los alumnos por la asignatura y sus métodos de análisis, lo que puede tornarse en fortalezas u obstáculos para el desarrollo de la praxis educativa y el crecimiento profesional del maestro.

En la búsqueda de argumentos teóricos que privilegien el trabajo matemático en el aula, resaltando las debilidades del proceso de

“matematización” escolar, han venido surgiendo grupos de investigadores que han movilizado su labor desde posiciones donde pretendían explicar por sí solos el proceso de enseñanza y aprendizaje a posturas que admiten el papel de la interdisciplinariedad en el mejoramiento del quehacer matemático en la clase. Un ejemplo lo conforma el grupo de *Psychology of Mathematics Education*, que desde la década del setenta (del siglo XX), investiga bajo la premisa de que la enseñanza es una técnica que se deriva de la teoría psicológica del aprendizaje que sustenta la práctica. Igualmente, los integrantes de la escuela francesa en Educación Matemática, que ingresan a la discusión didáctica una década más tarde, desarrollan una didáctica de la matemática en el contexto de la disciplina, desde donde se pudieran hacer teorías capaces de explicar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática escolar (Godino, 2001).

Hoy, la investigación en educación matemática parece haber trascendido esos estrechos márgenes de análisis del acto educativo, para privilegiar las explicaciones derivadas del consenso en las visiones de los integrantes de esa comunidad de investigadores. Sin embargo, estos grupos han aportado a la indagación educativa en el área una cantera inagotable de situaciones didácticas que sirven de sustento a la integración de las diversas perspectivas que buscan explicar el acontecer matemático en la escuela.

Una manifestación de tal acción se percibe en las categorías de análisis del enfoque semiótico u ontosemiótico, al tratar de describir el comportamiento matemático del sujeto en términos de la articulación de las dimensiones cognitiva y epistemológica, expresadas en lo personal y en lo institucional. La primera, referida a la reflexión o acción del individuo ante un cierto tipo de problemas y, la segunda representada en el intercambio, el acuerdo y la regulación del acontecer matemático entre los sujetos inmersos en el proceso de matematización en la escuela (Godino, Font, Contreras y Wilhelmi, 2006). Desde esta perspectiva, la matemática escolar se percibe como una actividad para solucionar problemas, la cual se comparte socialmente a través del lenguaje simbólico y en un sistema conceptual lógicamente organizado (Font, 2002).

Esta movilidad de la acción investigativa en educación matemática refleja el cambio suscitado en los principios epistemológicos que sustentan el proceso de construcción de la matemática, pero esa magnitud de movimiento no parece reflejarse en la adecuación del pensamiento instruccional del docente en ejercicio a los cambios que la sociedad exige a la escuela. En palabras

de Godino (*op. cit.*), existe un divorcio exacerbado entre la investigación científica que se está llevando a cabo en el contexto académico y su aplicación práctica al mejoramiento de la enseñanza y aprendizaje de la matemática escolar. Sin embargo, la movilidad de la praxis docente no se concibe sin los aportes de la investigación (Kilpatrick, 1998), debido a que la descripción de la práctica a partir de la observación del encuentro educacional no genera por sí misma el conocimiento requerido para orientar el cambio permanente del comportamiento didáctico del maestro en el aula.

En el contexto venezolano, la discontinuidad entre la teoría pedagógica derivada de la investigación y la praxis didáctica en la enseñanza y aprendizaje de la matemática escolar se acentúa de manera considerable, entre otras cosas, por la falta de tiempo del docente en ejercicio (las múltiples ocupaciones asumidas por el maestro para asegurar su remuneración) y por la ausencia de argumentos teóricos que den sustento a su práctica educativa, vinculada al carácter general de los temas discutidos en los cursos que componen su formación pedagógica (Gascón y Bosch, 2005), en el entendido de que estos estructuran por sí mismos procesos de aprendizaje con independencia de la asignatura a la cual se aplican o en la creencia de confiar en el docente la responsabilidad de especificar y aplicar esos principios a los contenidos particulares que enseñan. Brindar herramientas teóricas dirigidas a superar estas debilidades y potenciar el pensamiento instruccional del docente en su ámbito académico es una tarea ineludible del proceso de divulgación investigativa en el campo de la educación matemática.

Por todo lo anterior, se muestra la incidencia del movimiento epistemológico de la matemática y de las teorías psicológicas del aprendizaje en la movilidad del comportamiento didáctico del maestro de aula, en la enseñanza de la matemática escolar. Para la consecución de este propósito se analizan algunos estudios relevantes asociados a la temática. Esta investigación documental proporciona los argumentos teóricos que, en concordancia con la evidencia empírica acumulada por los investigadores en la enseñanza de la ciencia -particularmente de la matemática- permite esgrimir los argumentos que dan cuenta de la movilidad del pensamiento instruccional del maestro en ejercicio.

La epistemología matemática y los estilos de enseñanza de la disciplina en el contexto escolar

La caracterización de la práctica educativa del profesor de matemática en el aula, en opinión de Gascón (2001), Ernest (2000) y Sierpiska y Lerman (1996), se encuentra en un entremezclado de principios epistemológicos que orientan el origen, validez y desarrollo del conocimiento matemático, que pervive en los centros educativos. Gascón (*op. cit.*) presenta tres epistemologías en la organización del saber matemático (desde los griegos hasta el presente): la euclídea, la cuasi-empírica y la constructivista; Ernest (2000) defiende una filosofía absolutista y otra falibilista; mientras que Sierpiska y Lerman (1996) señalan dos: la del ‘contexto de justificación’ y la del ‘contexto del descubrimiento’.

Gascón y Sierpiska y Lerman (1996), consideran que en los escritos de Lakatos de los años setenta (siglo XX), sobre la naturaleza de la matemática, se establece la idea de que la epistemología euclídea enmarcó el pensamiento racionalista que por más de dos milenios propuso que el conocimiento matemático se deducía a partir de un pequeño número de proposiciones axiomáticas, que encerraban verdades evidentes, enunciadas en términos que denominaban primitivos por considerar que eran del conocimiento del usuario de la matemática. Estos conocimientos se ampliaban a través del razonamiento deductivo, que permitía probar la validez de los enunciados contenidos en los teoremas a partir de las verdades establecidas en los axiomas, de esta manera llegaba a la teoría matemática, la cual construían a partir de los elementos mencionados.

Para Gascón (*op. cit.*) esta perspectiva teórica se enmarca en el logicismo, el formalismo y el intuicionismo. El primero pretende reducir la matemática a la lógica, el segundo intenta construir una meta-teoría y el tercero persigue recortar el saber matemático hasta lograr una síntesis trivialmente segura. En la visión euclídea, Ernest (*op. cit.*) ubica al platonismo y califica a tales perspectivas de filosofías absolutistas, por ver la matemática como una ciencia abstracta basada en principios establecidos a los que se llega mediante el razonamiento lógico. En ellas se aprecia una visión apriorística de la matemática, donde el conocimiento se genera desde una óptica ‘a-histórica’ y ‘a-social’ vinculada a *insights* ocurridos en la mente de seres iluminados. Óptica que, según Sierpiska y Lerman (*op. cit.*), responde a una epistemología

fundacionalista. De acuerdo con estos autores, la epistemología euclídea ha motorizado la idea de que el proceso de enseñanza de la matemática es un acto sencillo que puede ser realizado y controlado por quien posea formación en la disciplina. Tal percepción se enmarca en la concepción clásica que, para Ernest (*op. cit.*), tiene como propósito “instruir” al alumno para que manipule símbolos orientados a hacer cosas de manera automática, sin juicio propio y dependiente de la ayuda del profesor. Según Gascón (*op. cit.*) esta concepción ha dado pie a un par de estilos didácticos considerados desde su perspectiva como clásicos: “teoricismo” y “tecnicismo”.

El teoricismo -para Gascón- coloca el énfasis en los conocimientos terminados y estructurados en teorías al estilo euclidiano, presta poca atención a la actividad matemática desarrollada durante la construcción de la teoría, sólo se interesa por el resultado final. Este hecho evidencia el carácter absolutista del estilo didáctico, pues la enseñanza y el aprendizaje de la matemática se reduce a ‘enseñar y aprender teorías acabadas’, dando primacía al momento en que los estudiantes ven por primera vez los entes matemáticos presentados por el profesor en teorías estructuradas, para que la incorporen en sus razonamientos deductivos y las apliquen en la demostración de los teoremas que conforman la teoría. Esta práctica da poca importancia a la actividad experimental que origina el conocimiento matemático y considera a la solución de problemas como una actividad auxiliar utilizada para introducir, ejemplificar o consolidar conceptos matemáticos, que descartan cuando la solución del problema no proviene de la aplicación directa de los teoremas que conforman la teoría, en cuyo caso lo descomponen en ejercicios rutinarios, de modo que al final del acto educativo los alumnos muestran poco aprendizaje efectivo y escasa operatividad para manejar las fórmulas aplicadas en los algoritmos.

En el tecnicismo la enseñanza y el aprendizaje de la matemática son los actos de enseñar y aprender procesos algorítmicos para manipular los modelos algebraicos derivados de los conceptos matemáticos (Gascón, *op. cit.*); no obstante, descuida el manejo estratégico de estas técnicas en la solución de problemas, no porque adjudique un papel secundario a la actividad dentro de la enseñanza, sino porque responde a situaciones problemáticas ajenas al entorno académico y social del estudiante. El aislamiento y la poca contextualización se deben a que el docente se concentra en el manejo de técnicas procedimentales.

En la práctica no parece posible que el maestro enmarcado en la concepción clásica, estructure su pensamiento instruccional en términos de uno de estos estilos, es más bien una praxis que se mueve entre el tecnicismo y el tecnicismo, expresada en el esquema: presentar → describir → ejemplificar → ejercitar, que enmarca la transmisión de conceptos matemáticos en organizaciones teóricas que simulan teorías acabadas o en el desarrollo de procesos algorítmicos para manipular las expresiones algebraicas que definen los objetos matemáticos inmersos en la teoría en discusión. El predominio de la técnica expositiva en la fase de ejecución señala una planificación de la actividad académica centrada en la organización secuencial del contenido con escasa variabilidad de estrategias didácticas para incitar las diversas formas de aprendizaje presentes en el conglomerado de estudiantes que conforman el aula de matemática. Esta matematización de carácter vertical (García, 1999) que centra su actividad en la representación del objeto matemático mediante una fórmula, en la transformación de modelos algebraicos en sus equivalentes y en la movilización del objeto matemático a través de sus modos de representación, deja poco espacio a la reflexión tras el acontecer de la clase; la invariabilidad del esquema limita el proceso reflexivo y con ello la posibilidad del mejoramiento permanente de la práctica, aún cuando la praxis no implique el logro de los objetivos previstos en la planificación.

Por su parte, la perspectiva cuasi-empírica de la matemática tiene sus orígenes en el trabajo desarrollado por Lakatos (1981) en los años setenta del pasado veinte. Esta perspectiva sostiene que el desarrollo de los conocimientos matemáticos no proviene de la inferencia realizada a partir de la veracidad y consistencia de los axiomas que sustentan las teorías matemáticas, sino de los llamados principios básicos que permiten deducir de manera efectiva los resultados que espera obtener. Gascón (*op. cit.*), advierte que tales argumentos se refieren a teorías bien corroboradas en contraste con las probadas a partir de los axiomas, dando origen a la falibilidad del conocimiento matemático y abriendo la posibilidad de conjeturar y experimentar en los entornos donde se origina y organiza dicho conocimiento que, a su juicio, provienen de la solución a los problemas ideados para tal fin. Este hecho marca el origen de la denominada filosofía falibilística que, para Ernest (*op. cit.*), ve la matemática como una superposición de estructuras, que crecen y colapsan con el devenir histórico como si se tratara de un edificio en crecimiento permanente y remodelación constante.

Según Gascón (*op. cit.*), a partir de la perspectiva cuasi-empírica se originan dos nuevos estilos didácticos: el “modernismo” y el “procedimentalismo” que en oposición a los clásicos indican que la enseñanza de la matemática no es un proceso mecánico y trivial controlado por el docente. En estas tendencias se considera que la trivialización de las actividades, que siguen los estilos clásicos en la resolución de problemas, es la causa para el fracaso de los estudiantes cuando intentan solucionar problemas matemáticos no estandarizados. Dirigen sus esfuerzos al rescate de esta actividad en la enseñanza de la matemática.

El modernismo es un estilo didáctico que concibe el aprendizaje como un proceso de descubrimiento encaminado a promover la autonomía del individuo para gestionar su conocimiento. Este estilo, para Gascón (*op. cit.*), fundamenta la enseñanza de la matemática en el manejo de técnicas como la conjetura, la analogía y el contraejemplo para explorar la solución a problemas no triviales que intentan ajustarse a los dominios conceptuales del estudiante y son análogos a los que se proponen en los eventos de competencia a objeto de que la exploración sea verdaderamente libre, original y sorprendente. Estos problemas que se aíslan de los contenidos manejados en el aula y que se fundamentan en una interpretación ingenua de las teorías del aprendizaje propician un ‘activismo’ que, a juicio del Gascón, agravan las deficiencias del aprendizaje derivados de los estilos clásicos.

Desde una visión opuesta, el procedimentalismo argumenta que el manejo de técnicas útiles para resolver problemas se torna en una habilidad estéril, si no se cuenta con conocimientos particulares del campo donde se origina el problema, que garanticen la aplicación estratégica de estas técnicas en la búsqueda de la solución al problema planteado. Gascón (*op. cit.*), relaciona dos instantes o dimensiones de la actuación matemática: a) utilizar los conocimientos relativos a la temática en la exploración del problema y, b) usar las habilidades en el manejo apropiado de las técnicas para abordar la solución del problema.

En el ámbito universitario venezolano, la estructuración del pensamiento instruccional de un buen número de profesores en ejercicio pareciera organizarse en términos de esta concepción de la matemática, expresada básicamente en actuaciones didácticas convergentes a los principios pedagógicos derivados del estilo procedimentalista, centrado en el manejo de la estructura conceptual de la disciplina, en correspondencia con el desarrollo

de técnicas heurísticas que sustentan ese proceso, entendiendo la enseñanza y el aprendizaje de la disciplina como la acción de resolver problemas derivados de la exploración de los conceptos matemáticos manejados en el aula. En este sentido, la fase de ejecución, con escasas variaciones, se enmarca en la secuencia: presentación → descripción → aplicación → consolidación, mientras que la simultaneidad se expresa en el manejo de heurísticas para encontrar la solución a los problemas planteados en la clase. La presentación incluye el anclaje o la organización de saberes previos para sustentar la descripción del objeto matemático a discutir, mientras que la aplicación abarca la solución a uno o más problemas que involucren el manejo de los contenidos que están siendo discutidos, además de orientar el proceso de solución de los problemas previstos para la etapa de consolidación.

Desde esta perspectiva, la planeación del trabajo académico incluye también la actividad de solución de problemas. Sin embargo, la praxis centrada en la acción del docente en los tres momentos estelares de la clase señala una planificación que conserva vestigios del comportamiento didáctico propio de la enseñanza clásica, pero al mismo tiempo, revela el esfuerzo por aproximar el pensamiento instruccional a los principios didácticos esgrimidos en las concepciones actuales en enseñanza de la matemática. Además advierte la posibilidad de incorporar la solución de problemas a lo largo del período académico como estrategia de evaluación alterna o complementaria a la prueba escrita planeada en los estilos clásicos para valorar el logro de los objetivos pautados para el lapso escolar. No obstante, la precaria variabilidad de las estrategias didácticas, producto quizás de la escasa discusión pedagógica que se da en los centros educativos, limita la reflexión en torno al mejoramiento permanente de la práctica educativa, amparada en la excusa de las fallas del estudiante.

De nuevo, en el problema epistemológico, puede decirse que aún cuando las perspectivas teóricas cuasi-empíricas derivadas del trabajo de Lakatos marcan el inicio de la era que considera a la heurística como la esencia de la matemática y no los resultados como se proponía en la epistemología euclídea, tal perspectiva, en opinión de Sierpinska y Lerman (*op. cit.*), es una reconstrucción racional de los procesos del pensamiento al momento de enunciar y justificar los hallazgos y no del instante en que se realiza el hallazgo. Razón por la que estos autores las califican de anti-psicologistas, pues a su parecer utilizan una metodología de carácter racional para explicar

la superioridad de la teoría T con respecto a otra teoría T' y no el análisis de los hechos históricos y psicológicos que permiten el tránsito entre estas dos teorías. Por ello, se precisa el estudio del impacto de las explicaciones cognitivas, sociales e histórico-culturales en la organización y génesis del conocimiento matemático, el cual se estructura en la epistemología del contexto de justificación referido por Sierpinska y Lerman (*op. cit.*).

En este contexto se enmarca la teoría constructivista de carácter piagetiano referida por Gascón (*op. cit.*). Aquí la construcción del conocimiento es un hecho secuencial vinculado al proceso de formación del individuo, donde las construcciones avanzadas guardan vestigio de las que se habían formado con anterioridad, como ocurre con los principios que fundamentan el avance del saber en la ciencia. Este paralelismo, entre la abstracción reflexiva y los procesos de la ciencia, caracteriza la tesis central de la mencionada epistemología.

Gascón (*op. cit.*) señala que esta epistemología da origen a dos nuevos estilos de enseñanza de la matemática escolar llamados: constructivismo psicológico y constructivismo matemático. El primero, concibe la enseñanza y el aprendizaje de la matemática como la acomodación continua de esquemas conceptuales ante conflictos cognitivos derivados de la comunicación interactiva en el aula, lo que da origen al conocimiento matemático; el segundo ve la enseñanza y aprendizaje de la matemática como la acción de construir a partir de problemas derivados de modelos matemáticos propios de la disciplina.

De acuerdo con este autor, el constructivismo psicológico es un estilo didáctico que observa el origen y desarrollo del conocimiento matemático como un proceso psicológico y no como un producto de la actividad matemática realizada en la generación de ese conocimiento: la actividad de resolución de problemas es un medio de construcción del conocimiento. Esto supone que el estudiante debe:

- a) Comprender y predecir la solución.
- b) Carecer de conocimientos para resolver el problema.
- c) Construir los conocimientos para dar solución al problema.
- d) Valorar la solución encontrada.

Sin embargo, es un estilo que ignora el papel de la automatización (algoritmización) en la construcción del conocimiento matemático. Por su parte, el constructivismo matemático percibe el aprendizaje de la matemática como la construcción del conocimiento matemático a través de modelos matemáticos extraídos del sistema conceptual manejado en el aula. En este sentido, el propósito de la solución de problemas es generar conocimientos relacionados con el sistema que se está modelando, para lo cual se requiere de problemas totalmente contextualizados.

En el aula es poco probable que el maestro se torne metacognitivo ante estas sutilezas. Es suficiente que exhiba un comportamiento didáctico respetuoso de las construcciones de los estudiantes, dirigido a orientar, animar y articular sus hallazgos, a brindar explicaciones vinculadas a sus puntos de vista (Font, 2002). Su trabajo debe centrarse en facilitar la construcción de los alumnos sustentada en sus argumentos y no en la imposición de sus puntos de vista. Desde nuestra óptica, la ejecución de una praxis educativa en enseñanza de la matemática convergente con estos principios y amerita el manejo de materiales didácticos diseñados para promover aprendizajes en ambientes de trabajo cooperativo que den significado a los conocimientos derivados de esa actividad (Ausubel, Novak, Hanesian, 1986). Éstos pueden trabajarse a partir de secuencias instruccionales que involucren la comprensión del material por parte de los estudiantes; sistematizar los desarrollos teóricos derivados del trabajo previo en discusiones orientadas por el docente; y, enfrentar el conocimiento en discusión en la solución de nuevos problemas relativos al tema. Una estrategia didáctica enmarcada en la solución de problemas, estructurada en secuencias del tipo: problemas iniciales → organización conceptual → problemas de consolidación, donde la simultaneidad se expresa en: habilidad del maestro para sustituir la técnica expositiva por modelado metacognitivo; promover lecturas comentadas con los alumnos; organizar trabajo cooperativo; instrumentar experiencias prácticas; manejar técnicas heurísticas para resolver problemas, entre otras. El constructivismo matemático intenta que las actividades guiadas deriven en una práctica autónoma del aprendiz, lo cual amerita una planificación de la acción docente que, entre otras cosas, implica: diseñar materiales instruccionales enmarcados en los principios pedagógicos subyacentes a la praxis y que además intenten enfrentar los obstáculos epistemológicos y didácticos presentes en el aprendizaje del objeto matemático en discusión, de los cuales se tenga referencia en la investigación en educación matemática; planear situaciones problemáticas que

garanticen la discusión y comprensión del material didáctico; idear modos de sistematizar las conclusiones derivadas del trabajo colectivo; prever acciones para consolidar el conocimiento construido en clase; delinear la secuencia que oriente el trabajo en el aula. También debe imaginar una estrategia de evaluación convergente con la praxis, un proceso que perciba el control sobre el logro del aprendizaje como sensor permanente para dirigir la mediación o brindar orientaciones que ayuden a superar las fallas conceptuales y operativas observadas en los procesos interactivos previstos para el aprendizaje. Una actividad de esta naturaleza puede instrumentarse en el portafolio, donde puede organizarse la solución de problemas en una evaluación extensiva que permita ver el progreso y proceso seguido en el aprendizaje (Barberá citado por Pozo y Monereo, 1999).

La reflexión dirigida a la mejora constante de la praxis, emerge del desempeño de los estudiantes en el manejo de los materiales instruccionales y de las actividades didácticas planeadas y ejecutadas en el acto educativo. El primero, lleva a la revisión constante de aspectos conceptuales vinculados a los objetos matemáticos discutidos en la clase y, el segundo, a la indagación pedagógica que sustenta el mejoramiento del comportamiento didáctico del docente en ejercicio.

Desde nuestra óptica, en la praxis descrita se enmarcan los estilos didácticos que conciben el aprendizaje como una adaptación continua de los esquemas conceptuales del estudiante, ante los conflictos cognitivos que se presentan desde una enseñanza que estimula el intercambio interactivo de la matemática en el aula a partir de la perspectiva interaccionista cognitiva y social, a fin de favorecer una oportuna y apropiada reflexión de los procesos que se siguen en la construcción del saber matemático escolar. Según Godino (2001), estas propuestas didácticas basan su práctica docente en la interacción permanente de diversos principios pedagógicos derivados de varias teorías del aprendizaje, lo que les proporciona una base psicológica y social más sólida que la enseñanza derivada de la aplicación de los principios didácticos provenientes de un teoría en particular. Aun cuando desde una primera visión, éstos luzcan apropiados para explicar algunos comportamientos del quehacer en el aula, la realidad parece demostrar que la complejidad del proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, trasciende esta pretensión e involucra no sólo la confluencia de los diversos enfoques provenientes de la psicología educativa, sino también de los aportes de la didáctica de la matemática y sus disciplinas

auxiliares en la construcción de ambientes para generar la matematización escolar que la sociedad está demandando. En este sentido, las reflexiones en torno a las teorías psicológicas del aprendizaje y de los principios pedagógicos derivados de la didáctica de la matemática pretenden brindar sustento teórico a la movilidad a las concepciones de los profesores en la enseñanza de la matemática escolar.

El Aprendizaje de la Matemática desde las Teorías Psicológicas del Aprendizaje

Desde el punto de vista psicológico, el aprendizaje es concebido como una modificación continua y permanente del comportamiento del sujeto en conexión con su actuación ante la actividad escolar. En tal sentido, la enseñanza y el aprendizaje se entienden como procesos indisolubles (Monereo, 2001), de un acto educativo que configura la forma de aprender de los alumnos a las formas de enseñar utilizadas por el maestro. Así, quienes consideran que para explicar y planificar el aprendizaje es suficiente con estudiar la variación de la conducta del sujeto, debido a la estimulación proveniente del medio, dan primacía a los procesos instruccionales elaborados y transmitidos por el docente; y quienes piensan que las explicaciones del aprendizaje se encuentran en la activación de los procesos cognitivos que ocurren en la mente, estudian la forma como el individuo procesa la información que recibe del medio.

Estas visiones que se inscriben en las teorías psicológicas del aprendizaje, en opinión de Pozo, Monereo y Castelló (en Coll, Palacios y Marchesi, 2001), han evolucionado desde los estilos de enseñanza-aprendizaje donde los alumnos eran receptores pasivos de información y generaban un conocimiento limitado a la réplica de los saberes percibidos, hasta los estilos donde el estudiante se implica de manera activa en la gestión de su conocimiento que, según esta posición, ocurre a partir de la interacción entre la información que recibe y el modo como la procesa en función de su bagaje cultural. En este proceso evolutivo, el aprendizaje, al parecer de Mayer (citado en Beltrán, 1993), ha sido visto como “el aprendizaje por adquisición de respuestas, el aprendizaje por adquisición de conocimientos y el aprendizaje como construcción de significados” (p. 16). Sin embargo, no parece existir relación directa entre la aparición de uno de estos de aprendizaje y la aplicación de un determinado estilo de enseñanza; éstos, al igual que el aprendizaje, no se dan de manera única, sino como un entremezclado de principios psicológicos y

sociales dependientes del entorno y de las creencias de los actores del proceso educativo.

El Conductismo en el aprendizaje como adquisición de respuestas

El aprendizaje como adquisición de respuestas hunde sus raíces en los principios provenientes de la psicología conductista, que lo ve como el registro de una serie de impresiones sensoriales derivadas de los elementos que componen el fenómeno en estudio. El papel decisivo de este proceso recae en las acciones planeadas y ejecutadas por el maestro, ante las que el alumno adopta una actitud pasiva y almacena en su memoria los conocimientos suministrados para dar respuesta a las tareas que se le plantean en el aula.

La óptica conductista considera el aprendizaje como un proceso externo al sujeto y al conocimiento como algo objetivo y fraccionable que puede agruparse en pequeñas secciones transmitidas de maestro a alumno. Esta posición, que tiene en la teoría del aprendizaje acumulativo de Gagné (1978) la principal fuente de argumentación teórica, dio pie a una teoría instruccional fundamentada en la jerarquización de los contenidos disciplinares mediante procesos inductivos que permiten estructurar las experiencias de aprendizaje de lo simple a lo complejo, las cuales son organizadas, dirigidas y controladas por el docente, quien las comunica paso a paso para promover la adquisición del aprendizaje por parte del alumno. Esta relación de causa-efecto entre el aprendizaje y los elementos que lo generan enmarcados en la secuencia estímulo-respuesta, representa para los conductistas un esquema poco aleatorio que permanece más o menos estable en todos los contextos donde se aplica para generar cambios de comportamiento. Para ellos, es posible planificar los procesos instruccionales mediante la definición de objetivos planeados en términos de conductas observables, medibles y verificables con evaluaciones realizadas al final de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Esta actuación, en opinión de Hernández (1988), permite a los actores saber lo que se espera de ellos: del maestro se espera que planifique, ejecute y evalúe la instrucción; y del alumno que adquiera o modifique conductas.

Los estrechos márgenes teóricos de práctica pedagógica dan cabida a estilos didácticos como el teoricismo y el mecanicismo, los cuales -en opinión de Gascón (*op. cit.*)- ven el proceso de enseñanza y el aprendizaje de la matemática como un acto “mecánico y trivial” manejado de manera exclusiva

por el docente. Esta perspectiva, que parece haber orientado la praxis durante buena parte del siglo XX y que probablemente aún pervive en algunas aulas de clase, se ensancha a partir de la denominada revolución cognitiva, que surgió en los años setenta del siglo pasado con nuevos elementos pedagógicos que enriquecen el marco conceptual vinculado al proceso de enseñanza y aprendizaje en la escuela.

El Cognitismo en el aprendizaje por adquisición de conocimientos

El aprendizaje por adquisición de conocimientos encuentra su sustento teórico en el enfoque cognitivo del aprendizaje, desarrollado a partir de 1970, a raíz de las ideas de Ausubel, Novak y Hanesian (1986). Ellos argumentan que la modificación del comportamiento del individuo no es consecuencia directa de lo que recibe del medio, sino del modo cómo procesa esa información a partir de sus esquemas mentales. Es lo que se conoce como la teoría del aprendizaje significativo y en ella se da cuenta de las condiciones requeridas para que se produzca el aprendizaje en el aula. Mediante esta teoría aborda la interacción entre los elementos, factores y condiciones que garantizan la adquisición, asimilación y retención de los contenidos que ofrece la escuela al estudiante, para que éste los incorpore a sus esquemas de modo significativo.

Esta interacción se expresa en la conjunción de factores: la generación de una actitud potencialmente significativa (crear predisposición en el alumno para que aprenda de manera significativa), vinculada a la presentación de materiales instruccionales que resulten debidamente significativos para el alumno. Ello implica que deben tener un significado lógico, que se relacionen con la estructura cognitiva del alumno de manera sustantiva y no arbitraria; lo cual amerita la activación de ideas de anclaje en el sujeto que aprende de modo que el material nuevo se integre a éstas de manera armónica. En esta óptica, el conocimiento, a pesar de ser incitado desde la enseñanza, no es producto de la relación causal entre el aprendizaje y los estímulos que teóricamente lo generaren, sino más bien del proceso de acoplamiento entre los saberes previos y la información que se maneja en el proceso de instrucción. Este procesamiento, en opinión de Hernández (*op. cit.*), permite al individuo formular una diversidad de respuestas ante una misma situación y no la conducta única y automática que asegura el conductismo.

En la implementación de esta propuesta el mundo anglosajón ha desarrollado un modelo teórico con el que intenta explicar la generación del conocimiento a partir del proceso mental de acoplamiento entre lo que el sujeto sabe y la nueva información. Este modelo, de acuerdo con Beltrán (1993), es un sistema integrado por el registro sensorial, la memoria de trabajo y la memoria a largo plazo.

En el **registro sensorial** se almacena durante, aproximadamente, tres segundos la información recibida del exterior, allí el individuo le da significado según lo que conoce y selecciona la que le interesa para enviarla a la memoria de trabajo y evitar que se pierda; por ello, el proceso enseñanza y aprendizaje debe planear acciones para que el sujeto seleccione la información que enviará a la memoria de trabajo a fin de que la combine con los conocimientos existentes en su memoria a **largo plazo**. En la **memoria de trabajo** se manejan hechos de cinco a nueve unidades de información que desaparecerán en poco tiempo si no se procesan para que se depositen en ella; por lo que la instrucción debe planearse de modo que los conocimientos nuevos se combinen con los existentes en la memoria a largo plazo, a través de un proceso que permita ensayar y repetir la información recibida para codificarla y mantenerla en la memoria de trabajo por el tiempo requerido para que ingrese en la memoria a largo plazo. A medida que los procesos de repetición, ejecución y elaboración sean conscientes entre los actores del proceso educativo, en esa magnitud se controla el modo de procesar la información que promueve el aprendizaje.

En la idea de que el aprendizaje ocurre en la estructura mental del alumno a raíz del acoplamiento entre la información que recibe del medio y sus conocimientos previos, subyace una enseñanza secuencial que ha de iniciarse con la discusión de los hechos y experiencias relacionados con la temática en estudio, a fin de que el alumno organice sus conocimientos y vincule con la información nueva y continúa de las acciones que propician la transferencia y consolidación del nuevo conocimiento. Esta forma de concebir la enseñanza guarda relación con algunos principios que sustentan al modernismo y el procedimentalismo referido por Gascón (2001), aun cuando estos estilos didácticos se derivan de una epistemología que se considera anti-psicologista.

El Constructivismo en el aprendizaje como elaboración de significados

Para Beltrán (*op. cit.*), el aprendizaje como construcción de significados es “un proceso cognitivo (basado en el conocimiento), mediado,

activo (intencional, organizativo, constructivo, estratégico), significativo y complejo” (p. 32). Es un proceso socialmente mediado, en el que el individuo participa de manera activa en la modificación de su modo de aprender.

Asimismo, para este autor, el proceso cognitivo caracteriza un aprendizaje que requiere de un conocimiento comprendido para que sea manipulado y reconstruido por el estudiante. Es un hecho que se logra con una praxis educativa mediada por el docente que permita al alumno activar y regular sus creencias, necesidades, destrezas, habilidades y conocimientos previos para establecer conexiones que promuevan un equilibrio dinámico entre lo nuevo y lo existente en su estructura mental. Esta implicación activa en el aprendizaje incluye: proponerse metas, organizar conocimientos, elaborar significados y utilizar estrategias de modo reflexivo para que el sujeto organice un auto-gobierno que le permita elaborar, repetir, controlar y evaluar las actividades de aprendizaje. Tal modo de concebir el conocimiento se apoya en los principios teóricos que sustentan al constructivismo y al enfoque sociocultural.

En el constructivismo, el conocimiento no es un estado sino un proceso activo, en el que tanto el sujeto como el objeto cambian en la interacción provocando el aprendizaje (Colombo, 2000). Tal indisolubilidad propicia una interacción recíproca en la que el sujeto con sus acciones físicas y cognitivas modifica al objeto y lo incorpora en sus marcos conceptuales en un constante hacer y rehacer. Esta actuación implica “obrar sobre los objetos, pero descubriendo propiedades por abstracción a partir no de los objetos como tales, sino de las acciones mismas que ejerce sobre estos objetos” (Piaget, 1981, p. 49). Esto denota la trascendencia de una visión del aprendizaje producto de la incorporación perceptiva a la perspectiva de un saber anclado en la “acción, en la actividad interactiva entre el sujeto que conoce y el objeto a conocer... [en] esa relación interactiva... el individuo se modifica a sí mismo al construir esquemas que le van a permitir comprender e interpretar el mundo” (Ríos, 2006). Esta visión, en opinión de Ríos, ubica al constructivismo en una posición intermedia que acepta las contribuciones del empirismo y del racionalismo en la explicación del conocimiento. A su juicio, la experiencia sensible es un caos si no se disponen de esquemas, conceptos y representaciones mentales para agrupar, organizar y jerarquizar dicha experiencia.

Por su parte, el estudio de los procesos mentales que explican el aprendizaje de las personas en relación con los contextos sociales y culturales donde actúan, es un aprendizaje con un fuerte componente social, colectivo y comunitario (Ríos, 2006). Según este autor, en esta óptica compartir conocimientos no es darlos o recibirlos, es más bien conjugar y potenciar el conocimiento propio con el saber de los demás para determinar la mejor manera de resolver los problemas provenientes del entorno. Esta visión del aprendizaje tiene su soporte teórico en las ideas de Vygotsky (1896-1934), quien consideró el desarrollo intelectual como producto de la interrelación entre el eje de desarrollo orgánico “natural” y el eje cultural, de cuya integración dialéctica resultan las nuevas formas de conocer del individuo (Colombo, *op. cit.*).

El planteamiento teórico de esta perspectiva se centra en la premisa de que los procesos psicológicos emergen de la actividad práctica culturalmente mediada y desarrollada históricamente (Cole citado en Colombo, 2000). En este enfoque, la mediación es entendida como la cuantificación de la interacción establecida entre el aprendiz y el contexto sociocultural, que incluye a los organizadores externos, quienes actúan como guías capaces de regular y controlar las actividades que debe realizar el sujeto, esto es, la construcción de andamios (término debido a Bruner) que lo ayuden a moverse desde lo que sabe hacer hasta el nivel requerido para resolver exitosamente los problemas que le plantea el entorno.

Esta premisa, en conexión con el planteamiento contenido en concepto de la zona de desarrollo próximo, imaginada como la distancia existente entre el desarrollo que posee el alumno y las capacidades que puede alcanzar resolviendo los problemas bajo la guía del docente (Ríos, 2006), conforma los supuestos teóricos que permiten a la perspectiva vygotskyana explicar el proceso mediante el cual los procesos psicológicos inferiores se transforman en procesos psicológicos superiores, a partir de una mediación externa que manipula de manera adecuada las herramientas y los signos. Con las herramientas transforma los objetos en nuevas conexiones que agregan estímulos artificiales y con los signos, que son arreglos sociales creados por el hombre en su desarrollo histórico y evolución cultural, crea cambios internos en el sujeto que realiza la actividad.

Esta óptica -aprender con otros- origina “la tutoría entre pares”, la cual se concibe como el apoyo que un estudiante ofrece a otro en la realización

de tareas escolares que suscitan aprendizajes (Ríos, 2006), dando pie a la construcción del aprendizaje escolar a partir del trabajo cooperativo, entendido como la mediación instrumental interpersonal la cual se da entre dos o más personas que cooperan en una actividad conjunta; a través de ella el sujeto logra dominar la actividad y luego la realiza de manera individual (De Tejada, Ríos y Silva, 2004), conformando la ley genética del desarrollo cultural de la perspectiva sociocultural que proporciona soporte teórico al trabajo en equipo desarrollado en el aula en procura de la construcción del conocimiento escolar.

Desde esta perspectiva, la enseñanza de la matemática escolar se orienta según los principios didácticos de los modelos docentes constructivistas referidos por Gascón (2001). Aquí el aprendizaje de la matemática se identifica con la solución de problemas surgidos de las situaciones tratadas en clase, lo cual propicia la contextualización del conocimiento construido a partir de la acción pedagógica desarrollada en el aula.

Conclusiones y recomendaciones

Desde nuestra perspectiva, en el movimiento epistemológico de la matemática y su evolución en el modo de concebir el aprendizaje, por parte de la psicología educativa, subyace una diversidad de fundamentos teóricos que derivan en principios didácticos idóneos para incitar la reflexión para el mejoramiento permanente del pensamiento instruccional del docente de matemática. Este mejoramiento puede expresarse en la movilidad o cambio de lo que conocemos hacia lo nuevo:

- Promover la construcción del conocimiento a partir de la actuación del estudiante en actividades prácticas o de solución de problemas.
- Eliminar esas praxis educativas ajustadas a la premisa de depositar información, en el entendido de que el aprendizaje ocurre por adquisición de respuestas, hasta prácticas que orientan el trabajo del alumno para que construya su aprendizaje mediante la transformación de los objetos matemáticos a partir de sus acciones.
- Desplazar la praxis aferrada al desarrollo conceptual de la matemática amparada en la creencia de que es la forma óptima de organizar la instrucción a una enseñanza anclada en el desarrollo del método de la disciplina.

- Cambiar la praxis centrada en una sola dimensión de la actividad matemática como el desarrollo de procesos algorítmicos, a prácticas que centran su acción en dos dimensiones de la actividad matemática escolar, desarrollo conceptual o de la técnica y cultivo de las heurísticas donde se aplica la técnica o los conceptos.
- Sustituir aquellas prácticas en las que se fomentan el almacenamiento y repetición de la información por otras que promuevan la reconstrucción de saberes para resolver los problemas planteados en la enseñanza, en otras movilidades.

No obstante, en el entorno educativo venezolano esta movilidad es una acción marginal que suele manifestarse en los docentes que tienen el privilegio de acceder a estudios avanzados de postgrado después de una dilatada permanencia en las aulas y que asumen por voluntad propia la investigación en el campo de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática o, en el mejor de los casos, en las líneas de investigación de las universidades que ofrecen los referidos estudios.

Los programas de formación a nivel de pregrado parecen anclarse en las concepciones clásicas de la matemática y su enseñanza. Por un lado entrenan al maestro en el saber de la matemática y por el otro lo instruyen en conocimientos pedagógicos cargados de generalidades que él debe adaptar e instrumentar en su práctica. Este generalismo pedagógico (Gascón y Bosch, 2005) ha sido, en nuestra opinión, el factor preponderante en la fosilización del pensamiento instruccional del profesor de matemática, expresado en la imitación de los estilos didácticos con los que fueron formados, carencia de argumentos teóricos para desmontar las creencias que sustentan los estilos clásicos de enseñanza de la matemática y ausencia de planeación de estrategias en búsqueda de simultaneidad de acciones pedagógicas que desmonten el empirismo presente en las praxis educativas del profesor de matemática, entre otras.

Nuestra recomendación apunta a la exploración de caminos que permitan la reflexión vinculada al mejoramiento del pensamiento instruccional del profesor de matemática en ejercicio, lo cual incluye la discusión y profundización de la argumentación empírico-teórica presentada en este artículo.

Referencias

- Ausubel, D., Novak, J. y Hanesian, H. (1986). *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas.
- Beltrán, J. (1993). *Psicología Evolutiva y de la Educación*. Madrid: Síntesis.
- Carrillo, J. (2000). La formación del profesorado para el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Uno* [Revista en Línea], 24. Disponible: <http://ocenet.oceano.com/consulta/welcome.doc> [Consulta: 2004, Diciembre 3].
- Coll, C., Palacios, J. y Marchesi, A. (2001). *Psicología de la educación escolar*. Madrid: Alianza Editorial.
- Colombo, M. (2000). *El estructuralismo genético de Jean Piaget*. [Documento en Línea]. Disponible: <http://www.altillo.com/examenes/uba/cbc/psicologia/Unidad3Actividadmental.doc> [Consulta: 2004, Noviembre 10].
- Costa, A. y Garmston, R. (1999). *El coaching cognitivo: una plataforma para el renacimiento de las escuelas*. Caracas: Universidad Nacional Experimental Simón Rodríguez.
- De Tejada, M., Río, P. y Silva, A. (2004). *Teorías vigentes sobre el desarrollo humano*. Caracas: FEDUPEL.
- Ernest, P. (2000). Los valores y la imagen de las matemáticas: una perspectiva filosófica. *Revista Uno* [Revista en Línea], 23. Disponible: <http://ocenet.oceano.com/consulta/welcome.doc> [Consulta: 2004, Noviembre 3].
- Font, V. (2002). Una organización de los programas de investigación en didáctica de las matemáticas. *Revista EMA* [Revista en Línea], 7. Disponible: [http://wwwwebpersonal.net/vfont\(01\)_AI-Font.pdf](http://wwwwebpersonal.net/vfont(01)_AI-Font.pdf) [Consulta: 2006, Abril 9].
- Gagné, R. (1978). *Las condiciones del aprendizaje*. México: Interamericana.
- García, A. (1999). *La Didáctica de las matemáticas: una visión general*. Red Temática Educativa Europea. [Documento en Línea]. Disponible: <http://nti.educa.rcanaria.es/rtee/didmat.html> [Consulta: 2004, Noviembre 21].
- García, M. y Rojas, N. (2003). Concepciones epistemológicas y enfoques educativos subyacentes en las opiniones de un grupo de docentes de la UPEL acerca de la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación. *Investigación y Postgrado*, 18(1), 27-57.
- Gascón, J. (2001). *Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes*. [Documento en Línea]. Disponible: http://exa.unne.edu.ar/grado/carreras_a_termino/documentos/Gascon_Relime.pdf [Consulta, 2004, Diciembre 15].

- Gascón, J. y Bosch, M. (2005). *La miseria del “generalismo pedagógico” ante el problema de la formación del profesorado* [Documento en Línea]. Disponible: http://www.corcoles.net/remic/?page_id=17 [Consulta: 2006, Mayo 5].
- Godino, J. (2001). *Perspectiva de la didáctica de la matemática como disciplina científica*. [Documento en Línea]. Disponible: http://www.urg.es/~jgodino/fundamentos-teoricos/01_PerspectivaDM.pdf [Consulta: 2006, Febrero 15].
- Godino, J., Font, V., Contreras, A. y Wilhelmi, M. (2006). Una Visión de la didáctica francesa desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. *Revista Relime* [Revista en Línea], 9. Disponible: <http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/335/33590106.pdf> [Consulta: 2006, Octubre 10].
- Hernández, R. (1998). *Paradigmas en psicología de la educación*. México: Paidós.
- Kilpatrick, J. (1998). Change and stability in research in mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 5, 202-204.
- Lakatos, I. (1981). *Matemática, ciencia y epistemología*. Madrid: Alianza Editorial.
- Monereo, C. (Coord.). (2001). *Estrategias de enseñanza y aprendizaje*. Barcelona, España: Graó.
- Piaget, J. (1981). *Psicología y pedagogía*. México: Ariel.
- Pozo, J. y Monereo, C. (1999). *El aprendizaje estratégico: enseñar y aprender desde el currículo*. Madrid: Aula XXI/Santillana.
- Ríos, P. (2006). *Psicología. La aventura de conocernos*. Caracas: Texto.
- Sierpínska, A. y Lerman, S. (1996). Epistemologies of mathematics and of mathematics education. En A. J. Bishop (Edit.), *International Handbook of Mathematics Education*. Dordrecht, HL: Kluwer, A.P.