



DIRECCIÓN

LA LÓGICA DIFUSA COMPENSATORIA/ *THE COMPENSATORY FUZZY LOGIC*

Ing. Jesús Cejas-Montero. Centro de Estudios de Técnicas de Dirección (CETDIR), Facultad de Ingeniería Industrial, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Cujae. La Habana, Cuba.
E-mail: jcejasm@ind.cujae.edu.cu

Recibido: 28/10/2009

Aprobado: 06/04/2011

Resumen / Abstract

La Lógica Difusa Compensatoria es un modelo lógico que permite la modelación simultánea de los procesos deductivos y de toma de decisiones. Sus características más importantes son: la flexibilidad, la tolerancia con la imprecisión, la capacidad para moldear problemas no-lineales y su fundamento en el lenguaje de sentido común. El artículo pretende llevar a la comunidad académico-empresarial las ideas fundamentales de la Lógica Difusa Compensatoria, ilustrándola en sus posibles campos de aplicación para lograr la competitividad de una organización.

The Compensatory Fuzzy Logic is a logical model that allows the simultaneous modeling of the deductive and decision-making processes. The most important characteristics of Compensatory Fuzzy Logic are: the flexibility, the tolerance with the inaccuracy, the capacity to model no-linear problems and its foundation in the language of common sense. The article seeks to bring the basic ideas of the Compensatory Fuzzy Logic to the academic-managerial community, illustrating it in its possible fields of application, in order to achieve the competitiveness of an organization.

Palabras clave / Key words

Lógica Difusa Compensatoria, Inteligencia Computacional, Administración de Negocios, Toma de Decisiones, Matemática Aplicada.

Compensatory Fuzzy Logic, Soft-Computing, Business Administration, Decision-Making, Applied Mathematical.

I. INTRODUCCIÓN

La Lógica Difusa Compensatoria (LDC) fue creada por el grupo científico multidisciplinario Gestión Empresarial en la Incertidumbre: Investigación y Servicios (GEMINIS) del Instituto Superior Politécnico “José Antonio Echeverría”, Cujae, en La Habana, Cuba [1]. Ésta constituye una rama de la Lógica Difusa (LD).

La LD es una disciplina propuesta en los años sesenta por Lofti Zadeh, que combina los conceptos de la lógica y de los conjuntos de Lukasiewicz mediante la definición de grados de pertenencia [2]. La LD es uno de los fundamentos de la Inteligencia Computacional o *Soft-Computing* [3; 4], que se basa en la incertidumbre, lo cual facilita trabajar con información vaga o de difícil especificación, si se quiere emplear objetivamente esta información con un fin determinado [5]. La flexibilidad de la LD la hace apropiada para los sistemas de asistencia en la toma de decisiones [6; 7].

Sin embargo, en este enfoque se recomienda el uso de reglas poco complejas; la selección pragmática de operadores, en combinación con la *defuzzificación*, sólo permite buenos resultados con reglas simples [8; 9]. La LDC constituye una Lógica Multivalente que supera estas dificultades.

El presente artículo tiene como objetivo divulgar en el sector académico-empresarial, las ideas fundamentales de la LDC e ilustrar, a modo de ejemplo, un modelo de construcción de predicados a partir de formulaciones verbales, así como listar algunas de sus posibles aplicaciones, como herramienta en la toma de decisiones en la gestión empresarial.

II. MATERIALES Y MÉTODOS

La LDC es un modelo lógico multivalente que permite la modelación simultánea de los procesos deductivos y de toma de decisiones [10]. El uso de la LDC en los modelos matemáticos permite utilizar conceptos relativos a la realidad siguiendo patrones de comportamiento similares al pensamiento humano. Las características más importantes de estos modelos son: la flexibilidad, la tolerancia con la imprecisión, la capacidad para moldear problemas no-lineales y su fundamento en el lenguaje de sentido común.

La LDC ha sido utilizada en problemas diversos de toma de decisiones [11]. Destacándose su aplicación en pequeñas y medianas empresas (PYMES) argentinas y brasileras de diferentes esferas de la producción y los servicios [12]. En este campo sobresalen Espín y Vanti (2005) [13] al aplicar un modelo de LDC para el análisis de la planeación estratégica de una empresa de Comercio Exterior de la Región de Rio Grande del Sur en Brasil. También Meschino, Espín y Ballarini (2008) [14] con la creación de un *Framework* para la Segmentación de Imágenes de Resonancia Magnética basado en la LDC.

En Cuba se han aplicado modelos de LDC para la evaluación de cargas con posible fraude económico, para la evaluación del nivel de relaciones externas del Hospital Pediátrico Docente William Soler, para la evaluación y la toma de decisiones en el municipio Alquizar, mediante la creación de un índice de desarrollo humano; para la selección de expertos en el marco del proyecto de Dirección Estratégica Integrada del Centro de Estudios de Técnicas de Dirección (CETDIR) y para la evaluación de la importancia de las competencias directivas en el diseño y gestión de la Maestría en Dirección coordinada por el CETDIR [15].

También se han aplicado en La Habana, como parte del Diplomado sobre Perfeccionamiento Empresarial impartido por el CETDIR, modelos de LDC para la evaluación de la situación económico-financiera de la empresa Geodesia y Cartografía, para el diagnóstico económico-financiero de la Sucursal Palmares Cabaret Tropicana, para el diagnóstico del Sistema de Costo de la empresa Prodal, especializada en la producción de alimentos cárnicos; así como el diagnóstico de la línea de producción de cerámica roja, en La Habana, de la empresa Promat.

La LDC utiliza la escala de la LD, la cual puede variar de 0 a 1, para medir el grado de verdad o falsedad de sus proposiciones, donde las proposiciones pueden expresarse mediante predicados. Un predicado es una función del universo X en el intervalo $[0;1]$, y las operaciones de conjunción (\wedge), disyunción (\vee), negación (\neg) e implicación (\rightarrow), se definen de modo que restringidas al dominio $[0;1]$, se obtenga la Lógica *Booleana*.

Las distintas formas de definir las operaciones y sus propiedades determinan diferentes lógicas multivalentes que son parte del paradigma de la LD [16]. Las lógicas multivalentes se definen en general como aquellas que permiten valores intermedios entre la verdad absoluta y la falsedad total de una expresión. Entonces el 0 y el 1 están asociados ambos a la certidumbre y la exactitud de lo que se afirma o se niega y el 0,5 a la vaguedad y la incertidumbre máximas.

En los procesos que requieren toma de decisiones, el intercambio con los expertos lleva a obtener formulaciones complejas y sutiles que requieren de predicados compuestos. Los valores de verdad obtenidos sobre estos predicados compuestos deben poseer sensibilidad a los cambios de los valores de verdad de los predicados básicos.

Esta necesidad se satisface con el uso de la LDC, que renuncia al cumplimiento de las propiedades clásicas de la conjunción y la disyunción, contraponiendo a éstas la idea de que el aumento o disminución del valor de verdad de la conjunción o la disyunción provocadas por el cambio del valor de verdad de una de sus componentes, puede ser "compensado" con la correspondiente disminución o aumento de la otra. Estas propiedades hacen posible de manera natural el trabajo de traducción del lenguaje natural al de la Lógica, incluidos los predicados extensos, si éstos surgen del proceso de modelación.

En la LDC, el **operador conjunción**, expresado como **c (and)** es la media geométrica, como muestra en la Expresión 1:

$$c(p_1, p_2, \dots, p_n) = (\mu_{p_1} \times \mu_{p_2} \dots \times \mu_{p_n})^{1/n} \quad (1)$$

La **disyunción d (or)**, es el operador dual de la media geométrica, que garantiza el cumplimiento de las reglas de De Morgan [17]:

$$d(p_1, p_2, \dots, p_n) = 1 - [(1 - \mu_{p_1})(1 - \mu_{p_2}) \dots (1 - \mu_{p_n})]^{1/n} \quad (2)$$

En ambas ecuaciones se denota, para simplificar la notación, como en la Expresión 3:

$$\mu_{p_1}(x, y) = v(P_1), \mu_{p_2} = v(P_2), \dots, \mu_{p_n} = v(P_n) \text{ a los valores de verdad de los predicados } P_1, P_2, \dots, P_n \quad (3)$$

LA LÓGICA DIFUSA COMPENSATORIA

También se define la **negación n (not)**, como la función:

$$n(p) = 1 - \mu_p \quad (4)$$

La **implicación**, con propiedades más deseables, es la implicación de Zadeh generalizada:

$$i(p, q) = d[n(p), c(p, q)] \quad (5)$$

aunque ha sido estudiada también la implicación siguiente:

$$i(p, q) = d[n(p), q] \quad (6)$$

La **equivalencia**, es definida a partir del operador i como:

$$e(p, q) = c[i(p, q), i(q, p)] \quad (7)$$

Los **cuantificadores universal y existencial** son introducidos a través de las fórmulas 8 y 9:

$$\begin{aligned} \forall_{x \in U} p(x) &= \bigwedge_{x \in U} p(x) = \sqrt[n]{\prod_{x \in U} p(x)} = \\ &= \begin{cases} \exp\left[\frac{1}{n} \sum_{x \in U} \ln[p(x)]\right], & \text{si } p(x) \neq 0 \\ 0, & \text{en cualquier otro caso} \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \exists_{x \in U} p(x) &= \bigvee_{x \in U} p(x) = 1 - \sqrt[n]{\prod_{x \in U} [1 - p(x)]} = \\ &= \begin{cases} 1 - \exp\left[\frac{1}{n} \sum_{x \in U} \ln[1 - p(x)]\right], & \text{si } p(x) \neq 0 \\ 0, & \text{en cualquier otro caso} \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

Un elemento importante que ha sido propuesto y utilizado en combinación con operadores conjuntivos, disyuntivos o interactivos para la Toma de Decisiones, son los llamados modificadores [18]. Ellos son operadores que modelan palabras como: *muy*, *algo*, *bastante*, entre otros; y modifican el valor de verdad de una proposición intensificando, moderando y ejerciendo otros efectos.

Los modificadores más utilizados son funciones de la forma $f(x)=x^a$ donde a es un exponente mayor o igual que cero. Suelen utilizarse por ejemplo los exponentes 2 y 3 para modelar las palabras *muy* e *híper*, y el exponentes $\frac{1}{2}$ para modelar las palabras *algo* y *más o menos*.

III. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

A modo de ejemplo de construcción de predicados a partir de una expresión verbal, se describirá a continuación un modelo capaz de ordenar un conjunto de tiendas con respecto a su gestión del *merchandising* en la Villa Panamericana de La Habana, Cuba. En su construcción participaron como expertos, especialistas de la empresa cubana CIMEX y del CETDIR del Instituto Superior Politécnico "José Antonio Echeverría".

A continuación aparecen las formulaciones verbales y su traducción al lenguaje del Cálculo de Predicados:

Una tienda gestiona eficientemente el *Merchandising* en la Villa Panamericana, si cumple los siguientes Requisitos:

- Su Gestión de Inventario es competitiva
 - Una tienda tiene una Gestión de Inventario competitiva si posee una Rotación Normal, tiene un buen Ritmo de Crecimiento de Rotación y una Cobertura de Inventario apropiada.
- Su Mezcla de Mercancía está posicionada muy sólidamente en el mercado
 - Una Mezcla de Mercancía está posicionada sólidamente en el mercado, si tiene en cuenta el comportamiento de su clientela clave y posee una cuota significativa del mercado.

- Posee una buena gestión del Área de Ventas
 - Una tienda posee una buena Gestión del Área de Ventas si posee un buen espacio destinado a las ventas y si tiene pocas pérdidas en ventas por no estar el producto en exposición.

A continuación se definen los siguientes predicados simples:

R(X): “x es una tienda con rotación normal de inventario”

C(X): “x es una tienda con un buen ritmo de crecimiento de rotación de inventario”

CI(X): “x es una tienda con una apropiada cobertura de inventario”

M(X): “x es una tienda con una posición sólida en el mercado”

CC(X): “x es una tienda que conoce el comportamiento de su clientela clave”

E(X): “x es una tienda con un buen espacio dedicado a las ventas”

P(X): “x es una tienda que tiene pocas pérdidas en ventas”

Los predicados compuestos se definen como:

GI(X): “x es una tienda con una Gestión de Inventario competitiva.

MM(X): “x es una tienda Mezcla de Mercancía que está posicionada muy sólidamente en el mercado.

GA(X): “x es una tienda con una buena Gestión del Área de ventas.

GM(X): “x es una tienda que gestiona eficientemente el *Merchandising*.

Donde:

$GI(X) = R(X) \wedge C(X) \wedge CI(X)$

$MM(X) = M(X) \wedge CC(X)$

$GA(X) = E(X) \wedge P(X)$

Entonces el modelo es el siguiente predicado compuesto:

$GM(X) = GI(X) \wedge MM^2(X) \wedge GA(X)$ (Como se observa se utilizó el exponente 2 para modelar la palabra *muy* en el predicado compuesto MM(X))

Con los valores de verdad de los predicados simples se procede a calcular los valores de verdad de los predicados compuestos GI(X), MM(X) y GA(X) para determinar finalmente el grado de verdad de GM(X). Así, un conjunto de tiendas se ordenaron según estos grados de verdad para determinar un *ranking* de “tiendas competitivas” de mayor a menor.

En la actualidad existe un *framework* de análisis de datos con técnicas de inteligencia computacional cuyo nombre es ICPRO 1.0 desarrollado en la Universidad FASTA, Argentina; que posee un módulo que trabaja con la LDC [19]. Ello permite al empresario despreocuparse por el trasfondo matemático y centrarse en la formulación verbal del modelo que le permita tomar una decisión.

Este modelo basado en LDC combina la experiencia y el conocimiento con datos numéricos, por lo que puede ser visto como una “caja gris”. Los modelos basados en LD pueden verse como “cajas blancas”, dado que permiten ver su estructura explícitamente. En contraposición a los modelos basados en datos exclusivamente, como las Redes Neuronales, que corresponderían a “cajas negras”.

IV. CONCLUSIONES

La LDC es un modelo lógico multivalente y mediante su utilización se pueden desarrollar modelos a través de Técnicas de Ingeniería del Conocimiento a partir de la literatura y la experiencia, para el logro de la competitividad de las empresas. Estos modelos permiten la toma de decisiones coherentes, a través de la interacción con los directivos y expertos de la organización, la información disponible y el proyecto de cambio de la misma. La LDC puede ser un paso importante que acerque a la comunidad académico-empresarial al objetivo de crear un cálculo con palabras.

V. RECOMENDACIONES

Estos modelos podrían ser optimizados cuando se dispone de datos reales numéricos. El método de optimización puede provenir de la Inteligencia Computacional. En este contexto, los Algoritmos Genéticos presentan una alternativa interesante [20]. Este enfoque constituye el fundamento de los sistemas híbridos.

La tendencia de las investigaciones sobre gestión empresarial, mediante las técnicas de la LDC, está orientada a la creación de sistemas híbridos que integren ésta con las habilidades de las Redes Neuronales y las posibilidades de los Algoritmos Genéticos y la Lógica de Conjuntos. Por tanto, la creación e implementación de sistemas mixtos permitirían resolver problemas complejos y de difícil solución, en las que se usarían estimaciones subjetivas sustentadas en la experiencia y en la información disponible, como en: modelos de decisión utilizados con criterios de optimización, ubicación de centros comerciales, estrategia de entrada a mercados, selección de carteras de productos y servicios, desarrollo de aplicaciones informáticas, métodos para problemas de descubrimiento de conocimiento, métodos para evaluar la eficiencia de diferentes tipos de instituciones, entre otras. 

VI. REFERENCIAS

1. TURPO, F., «Modelo de LDC para la evaluación de la prioridad estratégica del proceso de gestión de pedidos en la empresa Autrisa S.A. de Volvo en Perú», en *Segundo Taller Cubano hacia una Tecnología Semántica de la Inteligencia Organizacional y el Desarrollo Sostenible* La Habana, 2010, [consulta: 2010-02-23]. Disponible en: <http://www.eurekaiberoamerica.com/eventos.html>
2. ZADEH, L. A., «Fuzzy sets», *Information and Control*, 1965, **8** p. 338-353. ISSN 0019-9958.
3. BONISSONE, P. P., «Soft computing: the convergence of emerging reasoning technologies», *Soft Computing*, 1997, **1** (1), p. 6-18. ISSN 1432-7643 (print version), ISSN 1433-7479 (electronic version).
4. VERDEGAY, J. L., «Una revisión de las metodologías que integran la Soft Computing», en *Simposio sobre Lógica Fuzzy y Soft Computing LFSC 2005 (EUSFLAT)* Granada, 2005, p. 151-156.
5. KECMAN, V., *Learning and Soft Computing-Support Vector Machines, Neural Networks and Fuzzy Logic Models*, Massachusetts, The MIT Press, 2001, ISBN 0-262-11255-8.
6. SOUSA, J. M. C.; KAYMAK, U., *Fuzzy Decision Making in Modeling and Control*, EE. UU., World Scientific Pub Co Inc, 2003, ISBN 9810248776.
7. LI, H.X.; YEN, V. C., *Fuzzy Sets and Fuzzy Decision-Making*, N.W. Boca Raton (EE. UU), CRC Press, 1995, ISBN 0-8493-8931-3.
8. PASSINO, K. M.; YURKOVICH, S., *Fuzzy Control*, Boston, Addison-Wesley Longman Publishing Co., 1998, ISBN 9780201180749.
9. ZIMMERMANN, H.J., *Fuzzy Set Theory and Its Applications*, 4th ed., Boston, Kluwer Academic Publishers, 2001, ISBN 9780792374350.
10. ESPÍN, R.; LECICH M.I. et al., «Compensatory Logic: Fuzzy Multivalued Logic Model for Decision Making in Enterprises», en *NAISO Congress Memories* Madeira Island, 2003, [consulta: 2010-02-23]. Disponible en: <http://www.eurekaiberoamerica.com/eventos.html>
11. DELGADO, T., «Capacity- building: spatial data infrastructure readiness index», en *Proceedings of 8th UN Regional Cartographic Conference for the Americas* New York, DEADE, 2005.
12. ESPÍN, R.; LECICH, M.I. et al., «Modelos Estructurales para la Administración Lógica de las Organizaciones», en *Memorias del III Simposio de Ingeniería Industrial* La Habana, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Cujae, 2004, ISBN 959-261-169-6.
13. ESPÍN, R.; VANTI, A. A., «Administración Lógica: Un estudio de caso en empresa de comercio exterior», *Revista Base*, 2005, **2** (2), p. 69-77. ISSN 1984-8196. Disponible en: <http://www.base.unisinis.br/index.php>
14. MESCHINO, G.; ESPÍN, R.; BALLARINI, V., «A framework for tissue discrimination in magnetic resonance brain images based on predicates analysis and compensatory fuzzy logic», *International Journal of Intelligent Computing in Medical Sciences and Image Processing*, 2008, **2** (X), p. 1-16. eISSN 0976-9013.
15. ESPÍN, R., «La ambiciosa estrategia transdisciplinaria de Eureka: La Inteligencia Organizacional Semántica», en *Ponencia en el Primer Taller Cubano hacia una Tecnología Semántica de la Inteligencia Organizacional y el Desarrollo Sostenible* La Habana, 2009, [consulta: 2010-02-23]. Disponible en: <http://www.eurekaiberoamerica.com/eventos.html>
16. DUBOIS, D.; PRADE, H. M., *Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications*, New York, Academic Press, 1980, ISBN 9780122227509.
17. ESPÍN, R. et al. "Experiencias en la Evaluación y Pronóstico del aprendizaje utilizando Lógica Difusa". En: *Memorias del Congreso Internacional de Didáctica de la Matemática* (México: ESIME-IPN, 2006).
18. DUBOIS, D.; PRADE, H. M., «A review of fuzzy set aggregation connectives», *Information Sciences*, 1985, **36** (1-2), p. 85-121. ISSN 0020-0255.
19. MARTÍNEZ, N.; POPIK, P., *Framework de análisis de datos con técnicas de inteligencia computacional*, Argentina, Universidad FASTA, 2008.
20. PEDRYCZ, W.; REFORMA, T M.; LI, K., «OR/AND neurons and the development of interpretable logic models», *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2006, **17** (3), p. 636-658. ISSN 1045-9227. Disponible en: <http://ieeexplore.ieee.org/xpl/RecentIssue.jsp?punumber=72>

