

# Prototipo para la Enseñanza de la Dinámica Rotacional (Conservación del Momento Angular)



**Carlos Andrés Collazos Morales<sup>1,2,3</sup>**

<sup>1</sup>*Departamento de Ciencias Básicas, Universidad Manuela Beltrán, Avenida Circunvalar No. 60-00, Bogotá D. C., Colombia.*

<sup>2</sup>*Departamento de Ciencias Naturales, Escuela Colombiana de Ingeniería, Ak. 45 No. 205-59, Autopista Norte, Bogotá D. C., Colombia.*

<sup>3</sup>*Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional, Av. Legaria 694, Col. Irrigación, C. P. 11500, México D. F.*

**E-mail:** carlos.collazos@umb.edu.co; carlos.collazos@escuelaing.edu.co; cacollazos@gmail.com

(Recibido el 3 de Marzo de 2009; aceptado el 29 de Abril de 2009)

## Resumen

Se presenta un prototipo de bajo costo que permite verificar la conservación del momento angular, se indican datos, y validaciones respecto al modelo teórico. Su fin es utilizarlo para la enseñanza de la física a nivel de dinámica de rotación.

**Palabras clave:** Conservación del momento angular, construcción de prototipos.

## Abstract

We presented a prototype of low cost that allows to verify the conservation of the angular momentum. Data and validations with respect to the theoretical model appear. The purpose is to use it in rotation dynamics of Physics Education.

**Keywords:** Rotation dynamic, conservation of the angular momentum, construction of prototypes.

**PACS:** 01.40.Fk, 01.40.gb, 01.50.My, 01.50.Pa

**ISSN 1870-9095**

## I. INTRODUCCIÓN

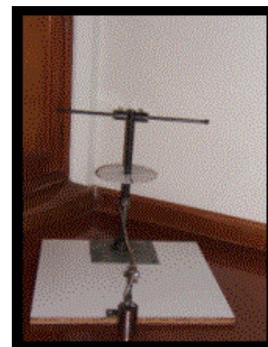
La enseñanza de la dinámica rotacional y en específico la conservación del momento angular es uno de los tópicos que causa gran confusión dentro los estudiantes y dificultad para su enseñanza en los profesores. Varios enfoques teóricos y experimentales se han empleado para explicar y demostrar este concepto [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]. Se buscó de esta manera construir un prototipo con el fin de ilustrar de forma clara la conservación del momento angular complementando de esta manera el proceso de enseñanza a nivel de cinemática y dinámica de rotación. Este artículo se estructura de la siguiente manera. En la sección I se presenta una descripción del prototipo y un breve fundamento teórico. En la sección II se indica la toma de datos experimentales, además un validación teórica. Para la sección III se dan algunas conclusiones acerca del uso del prototipo.

## II. PROTOTIPO

### A. Partes

El prototipo tiene forma de T y dispone de dos cilindros que se deslizan en los brazos de la misma y que pueden

estar sujetos mediante un Hilo. El eje del aparato es un tubo que puede girar sobre sí mismo y que posee una rueda dentada donde es posible acondicionar un medidor de variables cinemáticas a nivel de rotación (posición, velocidad, aceleración). El prototipo posee una base que soporta todo el montaje incluyendo un sistema de polea donde es posible suspender una masa la cual es atada mediante una cuerda al eje rotacional de la T. Las Figuras 1 y 2 indican el aparato armado y todas sus partes respectivamente.



**FIGURA 1.** Aparato Armado.

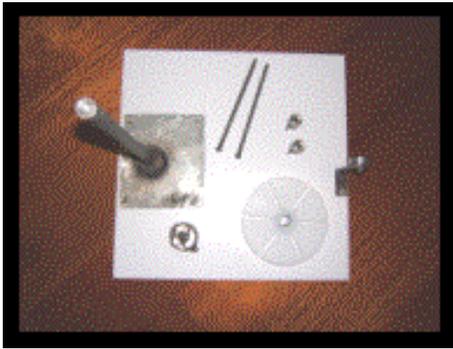


FIGURA 2. Partes del Aparato.

### B. Funcionamiento

El objetivo fundamental es tener sujetos mediante un hilo los cilindros al eje rotacional. Posteriormente se libera la masa que cuelga de la polea la cual esta atada mediante una cuerda al eje rotacional. Pocos segundos después de iniciado el movimiento traslacional de la masa que cuelga de la polea se dispone de fuego para liberar los dos cilindros. Desde el inicio del evento es necesario disponer sobre la rueda dentada de un dispositivo que permita medir la velocidad angular de todo el sistema rotacional. El propósito es analizar como varía la velocidad angular antes y después de que los cilindros son separados.

### C. Fundamento Teórico

La conservación del momento angular establece que si un cuerpo que gira se contrae, es decir, si la masa que lo forma se reúne en el centro, la velocidad de rotación aumenta de manera que el momento angular resultante se mantiene inalterado, y, a la inversa, si la masa se distribuye hacia la periferia, la velocidad de rotación disminuye de manera que el momento angular se mantiene.

A Continuación se presenta en la Tabla I la nomenclatura a utilizar.

TABLA I. Nomenclatura.

$\tau$	Torque
$a$	Aceleración lineal o aceleración tangencial
$T$	Tensión de la cuerda
$I_o, I_f$	Momento de Inercia inicial y final respectivamente
$M$	Masa suspendida sobre la polea
$g$	Gravedad
$R$	Radio del eje rotacional
$\alpha_o, \alpha_f$	Aceleración angular inicial y final respectivamente
$\omega_o, \omega_f$	Velocidad angular inicial y final respectivamente
$L_o, L_f$	Momento angular inicial y final respectivamente

El momento de inercia  $I$  de un sólido rígido para el sistema rotario se define como:

$$I = \frac{\tau}{\alpha}. \quad (1)$$

Utilizando la segunda ley de Newton para la masa  $M$  que cuelga de la polea tenemos que:

$$\Sigma F = T - M \cdot g = M(-a). \quad (2)$$

Despejando la Tensión  $T$  de la cuerda obtenemos:

$$T = M(g - a). \quad (3)$$

El Torque para el sistema rotatorio esta dado por:

$$\tau = R.T = R.M(g - a). \quad (4)$$

La aceleración lineal,  $a$ , de la masa  $M$  en suspensión es la aceleración tangencial del dispositivo que gira. La aceleración angular está relacionada con la aceleración tangencial por:

$$\alpha = \frac{a}{R}. \quad (5)$$

Sustituyendo la Ecuación (4) y la Ecuación (5) en la Ecuación (1) resulta:

$$I = \frac{(M \cdot g - M \cdot R\alpha)}{\alpha} R. \quad (6)$$

Con base en el análisis realizado anteriormente y el principio de conservación del momento angular, el Momento de Inercia del sistema rotatorio antes de que los cilindros alcancen los extremos se define como  $I_o$  y después que llegan a los extremos como  $I_f$ . Las ecuaciones (7) y (8) definen respectivamente estas magnitudes con base en la ecuación (6).

$$I_o = \frac{(M \cdot g - M \cdot R\alpha_o)}{\alpha_o} R, \quad (7)$$

y

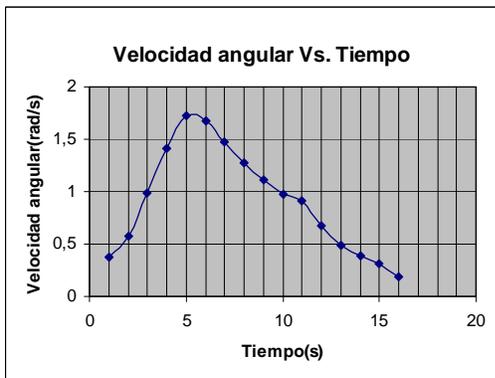
$$I_f = \frac{(M \cdot g - M \cdot R\alpha_f)}{\alpha_f} R. \quad (8)$$

Si existe conservación de momento angular se debe cumplir que  $L_o = I_o \cdot \omega_o$  y  $L_f = I_f \cdot \omega_f$ . Utilizando el error en la variación en momento angular definido por la ecuación (9) puede comprobarse la conservación del momento angular.

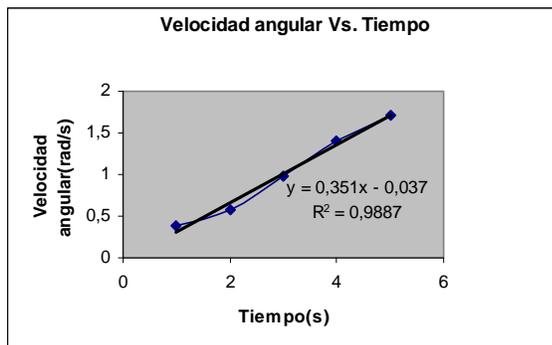
$$\% \Delta L = \frac{(L_f - L_o)}{1/2(L_f + L_o)} \cdot 100 \quad (9)$$

### III. RESULTADOS

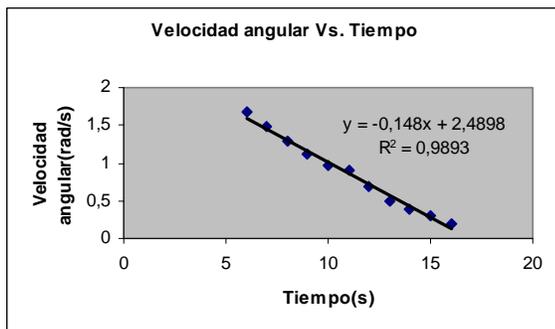
La figura 3 indica una curva velocidad angular contra tiempo en todo el evento. Es importante identificar que aproximadamente para un instante de tiempo de  $t=5s$ , los cilindros alcanzan los extremos del la  $T$  en el sistema rotatorio. Dado que el movimiento del sistema rotatorio posee características de un movimiento circular uniforme acelerado es posible interpretar la pendientes la rectas de un gráfico de Velocidad angular contra tiempo como aceleración angular. Las figuras 4 Y 5 indican respectivamente las regresiones lineales de las curvas de Velocidad angular contra tiempo antes y después de que los cilindros alcanzan los extremos.



**FIGURA 3.** Curvas de Velocidad angular vs. tiempo antes y después de que los cilindros alcancen los extremos.



**FIGURA 4.** Curva de Velocidad angular vs. tiempo antes de que los cilindros alcancen los extremos.



**FIGURA 5.** Curva de Velocidad angular vs. tiempo después de que los cilindros alcancen los extremos

Utilizando la ecuación (9) se obtuvo un error del 5.3% lo cual verifica que el aparato es confiable para demostrar la conservación del momento angular.

#### IV. CONCLUSIONES

Se construyó un prototipo de bajo costo comparado con los que existen en el mercado. El prototipo permite integrar varios conceptos a nivel teórico y experimental como torque, momento de Inercia, relación entre variables angulares y de traslación, segunda ley de Newton en Rotación y Traslación además la conservación de momento angular. El prototipo ha sido utilizado para aclarar y validar el concepto de conservación momento angular en cursos de mecánica de la Universidad Manuela Beltrán y la Escuela Colombiana de Ingeniería en Bogotá-Colombia.

#### REFERENCIAS

[1] Eisberg, R. y Lerner, L., *Física, Fundamentos y Aplicaciones* (McGraw-Hill, México, 1984).  
 [2] Giancoli D., *Física, Principios y Aplicaciones* (Prentice Hall, México 1998).  
 [4] Lea, S., y Burke, J., *Física, la Naturaleza de las Cosa, Volumen I* (International Thomson Editores, México 1991).  
 [5] Resnick, R. y Halliday, D., *Física I*, (CECSA, 5a. Edición, México, 1998) .  
 [6] Serway, R y Jewett, J., *Física I* (International Thomson Editores, 3a. Edición, México, 1999).  
 [7] Wilson, J., *Física* (Pearson Education, 2a. Edición, México, 1996).  
 [8] <http://www1.uprh.edu/labfisi/manual/1st%20Part%20Experiment%2008.pdf>. Consultado el 01 de Marzo de 2009