

Razonamientos científicos de estudiantes universitarios: Aros contenidos rodando en una rampa



Adrián Corona Cruz y Guillermo Martínez Peña

*Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla,
Apartado Postal 1152, 72001 Puebla, México*

E-mail: acorona@fcfm.buap.mx

(Recibido el 15 de Julio de 2010; aceptado el 17 de Septiembre de 2010)

Resumen

La competencia entre objetos que ruedan por una rampa es una actividad usada frecuentemente en los niveles básicos para desafiar las ideas previas de los estudiantes. Desde la perspectiva del estudio de la dinámica de rotación de objetos, se trata de hacer evidente a los estudiantes el efecto de la distribución de la masa en su movimiento y que los estudiantes infieran o descubran que el objeto con menor energía rotacional ganará la carrera. Por otra parte, se trata de evidenciar que la aceleración de objetos rodantes no depende de sus radios y sus masas. En este trabajo, se hace una crítica sobre el planteamiento del problema en los libros de textos y se reportan las ideas que los estudiantes formulan como sus predicciones en una actividad tipo Predecir – Observar - Explicar. Los estudiantes sólo hicieron uso de sus ideas previas relacionadas con fricción, masa y peso. Fundamentalmente, ellos no fueron capaces de identificar la distribución de la masa como causa determinante en el movimiento de diferentes objetos rodantes (los aros insertados compitiendo con otro aro paralelo y un aro llevando un cilindro).

Palabras clave: Plano inclinado, cilindro, aro, nivel cognitivo, energía de rotación.

Abstract

The competition between objects that roll on a ramp is an activity used frequently in the basic levels to challenge students' previous ideas. From the perspective of the study of the dynamics of rotating objects, this is to show to the students the effect of the distribution of mass on their movement in order that the students infer or discover that an object with lower rotational energy will win the race. On the other hand, it is to highlight that the acceleration of rolling objects does not depend on their radii and their masses. In this work, a critique of the approach the textbooks have on this problem is presented and the ideas, students revealed as predictions in an activity of Predict – Observe – Explain, are reported. Students only made use of their previous ideas related to friction, mass and weight. They were essentially unable to identify the distribution of mass as a decisive cause in the movement of different rolling objects (inserted rings competing with another parallel ring and a ring with an inserted cylinder).

Key words: Inclined plane, cylinder, ring, cognitive level, rotational energy.

PACS: 01.40.gb, 01.50.Pa, 06.60.-c

ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

La competencia entre esferas aros o cilindros huecos y sólidos rodando por una rampa, es una demostración usada en los niveles básicos, para desafiar las ideas de los estudiantes de física. Los objetivos son, desde la perspectiva de la dinámica, ilustrar los principios básicos de la rotación de objetos; constatar el efecto de la distribución de la masa en su movimiento; que los estudiantes infieran o descubran que a menor energía rotacional mayor energía cinética, y por lo tanto predecir qué objeto ganará la carrera. Por otra parte se trata de hacer que el estudiante identifique que la aceleración de objetos rodantes en una rampa no depende de sus radios y sus masas. Pietenpol 1945, cita que por varios años, cilindros y esferas diseñadas a propósito con iguales

masas, dimensiones y máximas diferencias en sus momentos de inercia, han sido usados para publicar por muchos años [1].

Arons, en su libro, indica que el tratamiento de un objeto que baja rodando por un plano inclinado, por lo general con la introducción repentina de la energía cinética de rotación y la oscura condición de rodadura sin deslizamiento, ofrece una gran dificultad para la mayoría de los estudiantes. La consecuencia es la memorización sin comprensión. Las dificultades no pueden reducirse a cero para el nivel introductorio, pero la física puede ser significativamente aclarada por la separación explícita de las ecuaciones del centro de masa y una cuidadosa interpretación de la conservación de la energía [2].

Campanario [3], apunta en diferentes contextos la imperfección de los textos y su impacto en el aprendizaje. Así, a manera de ejemplo, en el tema aquí tratado, se citan contenidos en los textos que definen en forma confusa y conceptualmente problemática para los lectores; Tipler [4] describe “la aceleración lineal de cualquier objeto que rueda hacia abajo por un plano inclinado es menor que $g \sin \theta$, debido a la fuerza de rozamiento dirigida en sentido ascendente”, es claro que tal razonamiento queda lejos de explicar el movimiento y sus características conceptuales, cambia la causa inercial por la fuerza de fricción; Serway [5], explica; ...aun cuando la fuerza friccionante no cambie, la energía cinética total de la esfera sí contribuye a ΔF y por ello reduce la aceleración del centro de masa, éste contexto puede confundir al estudiante ya que conceptualmente iguala las fuerzas con la energía cinética.

Otra deficiencia de los textos, se da en el planteamiento y redacción de los problemas de fin de capítulo; conjunto de problemas, que pretenden hacer que los estudiantes mediante estrategias cognitivas y metacognitivas, concreten su aprendizaje. El diseño de los ejercicios presentan problemas que van desde aquellos que implican errores conceptuales hasta aquellos que están sobre definidos. Es común que en el planteamiento de los problemas sobre objetos compitiendo al rodar en un plano inclinado, se fije el radio y masa, tratando de dirigir las ideas de los estudiantes a la causal que fue tratada en el capítulo, esto es un ejemplo de las estrategias dirigidas o tradicionales. En el siguiente ejercicio, se mostrará que los estudiantes en lo general explican sus predicciones haciendo uso de los conceptos de fricción, masa y fuerzas, y no llegan a identificar la distribución de la masa como factor determinante. Los siguientes párrafos fueron extraídos de textos que son usados por la mayoría de los docentes y alumnos:

- *Pregunta de control conceptual 10-4 ¿qué objeto gana la carrera?* [6]

Un disco y un aro de la misma masa y radio son liberados al mismo tiempo en la parte superior de un plano inclinado. ¿El disco llega a la parte inferior de la placa (a) antes de, (b) después de o (c) al mismo tiempo que el aro?

Es claro que los estudiantes tienen poca oportunidad para analizar el problema cuando se les restringe la masa y el radio de los objetos.

- 9.11 Una bola maciza y otra hueca, ambas de la misma masa y radio, ruedan por una pendiente. ¿Cuál de ellas llegará primero abajo?
- 9.12 Una bola maciza, un cilindro macizo y un aro ruedan por una pendiente. ¿Cuál de ellos llegará primero abajo? ¿Cuál será el último en llegar? ¿Tiene importancia el hecho de que los radios sean iguales? [7]

Primero se informa que las masas y radios son iguales y luego se le cuestiona sobre los mismos.

- *Pregunta DE REPASO 6: En la figura, un disco, un anillo y una esfera sólida se hacen girar alrededor de ejes centrales fijos (como un trompo) por medio de cuerdas enrolladas a su alrededor, que producen la misma fuerza tangencial*

constante F en los tres objetos. Estos tienen la misma masa y radio, e inicialmente están en reposo. Clasifique los objetos según a) su momento angular alrededor del eje central y b) la velocidad angular de ellos, la mayor primero, cuando las cuerdas se hayan jalado durante determinado tiempo t. [8]

Otro problema es lo sub-realista de los problemas, para conocer el momento angular no es necesario aplicar fuerzas, si se jalan con el mismo tipo de fuerza, habrá problemas para mantener la fuerza constante, más dificultades experimentales.

- 12. Tres objetos de densidad uniforme -una esfera sólida, un cilindro sólido y un aro- se colocan en la parte superior de un plano inclinado (Fig. P11.12). Si los tres objetos se sueltan desde el reposo a la misma altura y ruedan sin deslizarse, ¿cuál alcanza la parte inferior primero? ¿Cuál llega al último? Experimente esta situación en casa y observe que el resultado es independiente de las masas y los radios [9].

En este caso es evidente que la información sobre la uniformidad de la masa, es irrelevante y en la figura, se presentan a propósito objetos con el mismo radio.

II ANÁLISIS TEÓRICO

Para determinar la aceleración del sistema formado por un aro y un objeto redondo en su interior, rodando en una rampa, formulamos el Lagrangiano del sistema. La energía cinética de traslación del sistema y la energía de rodamiento son:

$$T = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\dot{x}^2 + \frac{1}{2}(I_1\omega_1^2 + I_2\omega_2^2),$$

y la energía potencias es,

$$U = -(m_1 + m_2)g \cdot x \cdot \sin \theta$$

donde $\omega = \frac{\dot{x}}{R}$, I_1 el momento de inercia respecto al eje que

pasa a través del centro del objeto, m_1 y radio R_1 la masa y radio del objeto, I_2 es el momento de inercia respecto al eje que pasa a través del centro del aro, m_2 y R_2 , masa y radio respectivamente.

Denotando como

$$I_1 = cm_1R_1^2$$

Al momento de inercia del objeto colocado en el interior del aro, donde $c = 1, 1/2$ o $2/5$, para un aro, un cilindro o esfera sólida respectivamente.

Se tienen los siguientes casos:

Caso a).- $c=1$ (aro - aro)

$$I_1 = m_1 R_1^2 \quad I_2 = m_2 R_2^2,$$

la Lagrangiana del sistema es:

$$L = (m_1 + m_2) \dot{x}^2 + (m_1 + m_2) g \cdot x \cdot \sin \theta,$$

se obtiene la aceleración,

$$a = \frac{1}{2} g \cdot \sin \theta,$$

aceleración de un aro rodando en un plano con una inclinación θ , resultado que es comprobado con el siguiente experimento y apoya la demostración aplicada para éste trabajo

Caso b).- C=1/2 (cilindro-aro)

$$I_1 = \frac{1}{2} m_1 R_1^2 \quad I_2 = m_2 R_2^2,$$

la Lagrangiana del sistema es:

$$L = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} m_1 + 2m_2 \right) \dot{x}^2 + (m_1 + m_2) g \cdot x \cdot \sin \theta,$$

finalmente se obtiene la aceleración del sistema

$$a = \frac{(m_1 + m_2) g \cdot \sin \theta}{\frac{3}{2} m_1 + 2m_2}.$$

Como se puede ver la aceleración depende de las masas. Sabemos que el momento de inercia de un cilindro o una esfera son menores a la de un aro, esto hace que éste sea siempre acelerado.

III DETALLES EXPERIMENTALES

El cuadro, figura 1(a), del video tomado durante el rodamiento, muestra la posición relativa de cuatro aros durante su rodamiento, se observa que mantienen su posición relativa correspondiente a sus posiciones iniciales en un plano horizontal. Esto muestra que cada uno de los aros se mueve con la misma aceleración. En cambio en la figura 2(b), el cilindro se mantiene adelantado respecto al punto de apoyo del aro, esto hace que el aro se acelere.

En la tabla I se presentan los resultados que muestran la comparación entre los valores teóricos y experimentales de diferentes arreglos de la aceleración de diferentes combinaciones. Se encontró que hay una diferencia del 1%, entre el valor teórico del cilindro. En el caso de los aros contenidos la diferencia fue del 3%, que interpretamos cómo debida a lo in-homogéneo de los materiales y a la fricción de rodamiento [10], mientras que para el caso del aro con un cilindro se encontró la diferencia fue del 6%, éste resultado se interpreta como debido principalmente a que

durante el rodamiento se dan movimientos oscilatorios. En la figura 2, se observa entre la grafica del cilindro (curva superior) y la grafica de los aros contenidos (curva inferior) dos curvas de un aro con un cilindro, éstas varían debido a sus masas relativas.

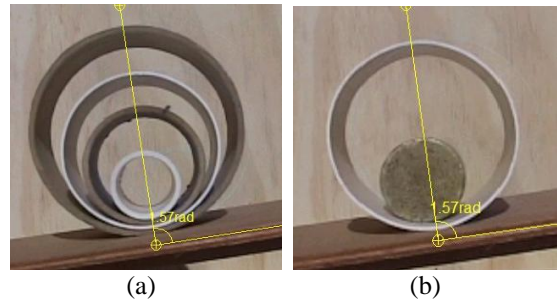


Figura 1. El cuadro del video (a) muestra el comportamiento de un aro con tres aros contenidos durante su rodamiento en un plano inclinado a aproximadamente 9° , mientras que en el cuadro (b), se observa cómo el cilindro rueda adelantado respecto del punto de giro, haciendo que el aro, experimente un movimiento oscilante.

Tabla I. Comparación entre los valores teóricos y experimentales, para un ángulo de 5° de la rampa.

| Objetos | Ac exp (m/s ²) | Ac teo (m/s ²) |
|------------------------|----------------------------|----------------------------|
| 4 aros | 0.414± 0.007 | 0.426 |
| Cilindro | 0.562± 0.005 | 0.568 |
| aro(0.18g) – Cil(0.2g) | 0.486± 0.004 | 0.523 |
| Aro(0.6g) - Cil(0.32g) | 0.437± 0.008 | 0.466 |

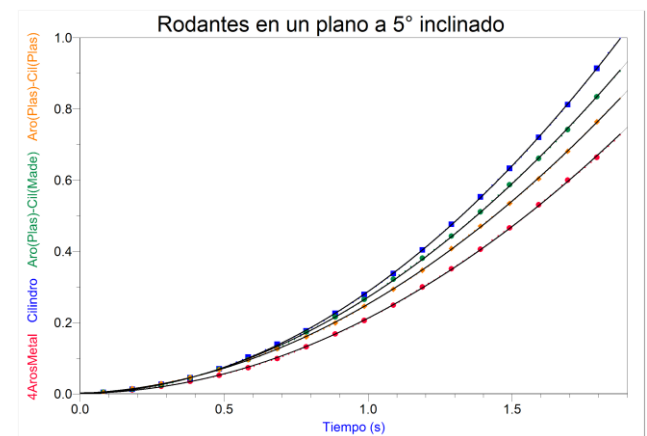


Figura 2. Se muestran las graficas del movimiento de un cilindro (puntos azules); un aro conteniendo un cilindro (puntos verdes); otro aro con un cilindro (puntos naranjas); y la grafica de un conjunto cuatro aros (puntos rojas).

IV. ACTIVIDAD POE

El Aprendizaje Activo, se compone de una variedad de acciones en el aula: “los estudiantes deben pasar más tiempo de clase, haciendo/pensando/hablando de ciencia, que escuchando a otro hablar de ciencia”; “los estudiantes deben intercambiar sus ideas con sus compañeros e instructor” etc. El aprendizaje activo, fundamenta sus

estrategias en la idea de que se debe inducir la capacidad del individuo para predecir resultados, controlar su nivel de dominio y comprensión; indican el grado en que los estudiantes transfieren su aprendizaje a nuevos escenarios, etc. [11, 12]. Las secuencias de enseñanza y aprendizaje predecir-observar-explicar (POE [13]); predecir-discutir-observar-explicar [14], entre otras [15] corresponden a las acciones fundamentales del Aprendizaje Activo.

Haciendo uso de la estrategia POE, se investigó la habilidad de los estudiantes para formular predicciones basadas en las variables de las que depende el movimiento de objetos rodando por una cuesta.

Los estudiantes deben predecir el resultado de un cambio en una situación física y, sobre todo, razonar su predicción. A continuación observan el cambio, describen lo que ven y explican cualquier discrepancia que se haya observado entre la predicción y la observación. Se solicita al estudiante, prediga sobre el orden de llegada de cuerpos rodantes con diferentes radios, masas, formas, etc. Se les plantean preguntas: soltando, sobre una rampa, simultáneamente un conjunto de objetos rodantes, *¿cuál llega primero a la parte inferior del plano?* [16] o bien; *¿qué forma debe tener un cuerpo para llegar a la base primero?* [17]. En otros casos se dispone a los estudiantes diversos materiales para construir objetos, de ésta manera se pretende que el estudiante llegue a construir sistemas complejos donde la asimetría de la distribución de la masa rompa con sus creencias del sentido común [18].

Para determinar o constatar la predicción del estudiante, en lo general se va desde la simple observación; medir el tiempo que le toma a cada objeto llegar al final de la rampa; o en su caso, se captura, por ejemplo, con un sonar, la posición del objeto en cada instante, y ajustando los datos se obtiene el valor de la aceleración.

Lograr que el estudiante, acepte la independencia de la aceleración, del radio del objeto rodante, en lo general es poco convincente para los alumnos. Por esto, se propone un arreglo que se considera ayuda a: i) constatar la independencia de la aceleración del radio de los objetos que ruedan en un plano inclinado, y ii) aplicar dicho concepto. Aros contenidos, uno de menor radio en el interior de otro de mayor radio, se dejan rodar por la rampa simultáneamente con otro aro en paralelo. Si experimentalmente la aceleración con la que un aro baja por una rampa no depende de la masa ni del radio, el sistema debe bajar aumentando la velocidad del centro de masa de cada aro de la misma manera.

V ANÁLISIS DE LAS RESPUESTAS

En esta investigación, se aplicó la actividad a 25 estudiantes de física que tomaban el curso de mecánica básica, inicialmente se les solicita predecir el orden de llegada en una rampa de un carro de baja fricción y un aro. Como resultado se estableció el criterio sobre la diferencia de llegada de los competidores. Después se les dispuso una hoja con las siguientes preguntas. En cada pregunta se presentó el arreglo correspondiente:

Pregunta 1: ¿En qué orden llegarán al final de la rampa los dos aros mostrados en la figura, (los aros difieren en su masa y su radio), si son soltados simultáneamente?

El 16%, consideraron que el aro grande llegará primero. Explican usando ideas basadas en la masa, tamaño, radio y fricción, por ejemplo:

Debido a que es más grande y tiene mayor masa, produce más fuerza al deslizarse por la rampa.

El 72% consideraron que el aro pequeño llegará primero, de estos 53% basaron sus explicaciones en la fricción, con el aire y el plano, el 47% se refieren a la masa, tamaño, y radio, sólo uno cita la distribución de la masa. Ejemplos de sus respuestas:

DEBIDO A QUE EL PEQUEÑO TIENE QUE RECUBRIR MENOS PARA GIRAR Y GIRARA MÁS RAPIDO QUE EL GRANDE YA QUE TAMBIÉN PESA MENOS

El aro grande tiene un mayor peso, lo que hace que la fuerza normal también sea mayor. La fuerza de fricción es mayor si la normal es mayor; así, el aro grande experimenta una fricción mayor que hace que el tiempo sea mayor

Por que tiene menos fricción con el piso y obtiene mayor aceleración

Por que el aro pequeño da más vueltas que el grande y eso hace que se acelere más rápido,

El 8% consideraron que el grande y el pequeño llegarán simultáneamente, y hacen uso de ideas sobre la masa, tamaño y fricción

Sólo el 4%, usaron la opción, “no se puede predecir”, argumentando por ejemplo:

No es necesario conocer todas las magnitudes de las fuerzas que actúan sobre ellos para poder hacer el cálculo de la velocidad con que recorren toda la rampa

Pregunta 2: Si se sustituye el aro de menor radio por un cilindro sólido ¿en qué orden llegarán al final de la rampa, si son soltados simultáneamente?

- El 20% predicen que llegarán iguales; por fricción; por la masa, sólo uno describe y otro hace alusión a la distribución de la masa.
- El 8% dicen que llegara primero el aro, considerando la menor masa y diámetro.
- El 78% predicen que será el cilindro sólido el que llegará primero, mayoritariamente por fricción y por masa, algunos aluden a otras causas.

El cilindro llega primero
ya que tiene una forma
compacta y la fricción con el
aire influye menos que en el
caso del aro

Llegaron los dos al mismo tiempo.
La fuerza de fricción es casi despreciable
para este caso.

Llegan igual
No el cilindro llega primero
porque no hay fricción con el aire.

Pregunta 3: Si dejan rodar por el plano dos aros (uno contenido en uno de mayor radio) ¿cuál supones llegarán, si compiten con otro aro?

- El 21% predijeron que los dos cilindros contenidos llegarán primero. En general explican que el aro interior empuja al grande, el que está dentro ejerce una fuerza sobre el otro.

El que contiene al aro se verá frenado al momento de salir,
por lo tanto generó el aro individual.

- El 58% apuntan que será el aro sólo el que llegará primero, Porque el aro que se encuentra en el interior lo frena.

El aro solito ya que al estar dentro
la fuerza que aplica el que está dentro lo
reduce velocidad.

Los dos aros llegaron después que el aro
solo, debido a que el que va dentro hace más
presión y a que se detiene que avanza normal.

- El 21% dijeron que llegarán iguales, sin embargo sólo describen el evento.

Considerando que la capacidad de los estudiantes para identificar y más ser capaces de decidir si, si o no, una determinada variable, influye en el comportamiento de un sistema, requiere de niveles de pensamiento formal o lógico-matemático [19], los resultados aquí identificados, indican que hay graves deficiencias en el desarrollo de las habilidades de pensamiento de la mayoría de los estudiantes, deficiencias que seguramente impactan la calidad de la formación y en consecuencia en su futuro desarrollo.

VI. CONCLUSIONES

Podría ser sorprendente que los estudiantes no sean capaces de identificar las variables que los docentes consideramos evidentes, si no aceptamos que en lo general no hemos desarrollado tal habilidad, y que en la mayoría de las aulas, la población está compuesta por estudiantes que manifiestan tener aún un nivel de pensamiento concreto. El hecho que

confirma que la mayoría de los estudiantes sólo identifican lo concreto, fue el que la mayoría no se percataron de la distribución de masa, como causa fundamental del evento. De aquí que las acciones que provocan desarrollo de pensamiento, que desarrollan habilidades, son la alternativa que a los docentes les haría más eficiente su trabajo docente y a los alumnos les brindaría un ambiente de aprendizaje significativo y ameno [20]. Respecto a las ideas previas o conocimientos sobre el sistema, como momento de inercia, centro de masa, energías cinética y potencial, considero que si las conocen no saben cómo aplicarlas. Es por eso que sus explicaciones sólo se basaron en los conceptos de; fricción (35%); masa (18%); peso (23%); diámetro (12%) y fuerza (12%). Respecto a los textos, debe ser consistente que ellos, los estudiantes poco o nada puedan aprender debido a que la mayoría están diseñados para ser estudiados por aquellos estudiantes que son capaces de abstraer sus contenidos.

Debo anotar que cuando los estudiantes observaron que los aros contenidos llegaron iguales se asombraron, “no lo podían creer”. Para hacerlo más evidente hice rodar hasta 5 cilindros contenidos vs uno, y siguieron llegando iguales. Ante tal evidente hecho, no fueron capaces de formular alguna hipótesis o dar alguna explicación científica.

REFERENCIAS

- [1] Pietenpol W. B., *Rolling Spheres and Cylinders*, *Am. J. Phys.* **13**, 260-261 (1945).
- [2] Arons, A. B., *A Guide to Introductory Physics Teaching*, (John Wiley & Sons, USA, 1990).
- [3] Campanario, J. M., *¿Por qué se dice que muchos libros de texto transmiten ideas inadecuadas sobre la ciencia y el conocimiento científico?*, <http://www2.uah.es/jmc/webens/198.html>, La Enseñanza de las Ciencias en Preguntas y Respuestas, <http://www.uah.es/otrosweb/jmc>, consultado el 02 de enero 2010.
- [4] Tipler, P. A., *Física para la ciencia y la tecnología* Vol. 1, 4ª edición, (Editorial Reverté, S. A., México, 2004), p. 277.
- [5] Serway R. A. y Beichner R. J., *Física para ciencias e ingeniería*, Tomo 1, 5ª edición, (Mc Graw Hill, México, 2002), p. 332.
- [6] Walter J. S., *Physics*, 3ª Edition, (Pearson, Prentice Hall, USA, 2007), p. 302.
- [7] Sears F. W., Zemansky M. W. y Young H. D., *Física Universitaria*, 6ª edición, (SITESA, Addison Wesley Iberoamericana, México, 1988), p. 239.
- [8] Halliday D., Resnick R., y Walter J., *Fundamentos de Física*, Vol. 1, 6ª edición, (CECSA, México, 2001), p. 294.
- [9] Serway R. A. y Beichner R. J., *Física para ciencias e ingeniería*, Tomo 1, 5ª edición, (Mc Graw Hill, México, 2004), p. 349.
- [10] Xu, Y., Yung, K. L., and Ko, S. M., *A classroom experiment to measure the speed-dependent coefficient of rolling friction*, *Am. J. Phys.* **75**, 571-574 (2007).

- [11] *How People Learn: Brain, Mind, Experience, and School: Expanded Edition*, (National Research Council, National Academy Press, Washington, D.C., 2000).
- [12] Zimmerman, B. J., *Becoming a Self-Regulated Learner: An Overview*, College of Education, The Ohio State University, THEORY INTO PRACTICE **41**, 64-72 (2002).
- [13] White, R. and Gunstone, R., *Probing Understanding*, Chapter 3, Prediction-Observation-Explanation, (The Farmer Press, London, 1992).
- [14] Dykstra, D., *Doing Physics A New Introduction to Motion*, Boise State University.
<http://www.boisestate.edu/physics/dykstra/PSsyl.html> (1999), consultado el 12 de marzo 2010.
- [15] Van Heuvelen, A. and Etkina, E., *The Physics Active Learning Guide*, (Pearson Addison Wesley, San Francisco, CA, 2006).
- [16] Manzur, A. G., *La carrera de los redondos*, *Contacto S* **55**, 63-66, (2005),
<http://www.izt.uam.mx/contactos/n55ne/redondos.pdf>, consultado el 5 de noviembre 2009.
- [17] Sears F. W., Zamansky M. W., Young H. D. y Freedman R. A., *Física Universitaria*, 11ª Vol 1, (Addison Wesley, México, 2004), p. 373.
- [18] Carnevalia, A. and Russell, M., *Rolling motion of non-axisymmetric cylinders*, *Am. J. Phys.* **73**, 909-913 (2005).
- [19] Boudreaux, A., Shaffer, P. S., Heron, P. R. L. and McDermott, L. C., *Student understanding of control of variables: Deciding whether or not a variable influences the behavior of a system*, *Am. J. Phys.* **76**, 163-170 (2008).
- [20] Xiufeng, L., *Elementary School Students' Logical Reasoning on Rolling*, *International Journal of Technology and Design Education* **10**, 3-20 (2000).