



TESIS DOCTORAL.

Análisis experimental de tensiones en piezas dentarias con diversas preparaciones y desgastes.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO
Facultad de Odontología | Cátedra Clínica de Prostodoncia Fija

Doctorando: Od. Eduardo M. Vitantonio
Directora: Prof. Dra. Agustina C. Reynoso
Co-Director: Prof. Dr. Rodolfo J. Rasia

AÑO 2003

Recibido: Mayo 2011 | Aceptado: Sep. 2011

ÍNDICE

Capítulo I.	
Abreviaturas y Signos	897
Introducción	898
Capítulo II.	
Reseña Bibliográfica	905
Capítulo III	
Elasticidad.....	909
Capítulo IV.	
Fotoelasticidad	924
Capítulo V.	
Objetivos	940
Capítulo VI.	
Materiales y Métodos.....	941
Capítulo VII.	
Resultados	947
Capítulo VII.	
Discusión y conclusiones.....	969
Bibliografía	973

CAPÍTULO I

ABREVIATURAS Y SIGNOS

σ : Tensión normal

T: Tensión de corte

Σ : Sumatoria

sen: seno

cos: coseno

E: módulo de elasticidad

σ_1 : tensión máxima principal

σ_2 : tensión mínima principal

$\sigma_1 - \sigma_2$: diferencia de tensiones principales.

kg/cm²: kilogramo por centímetro cuadrado

v: Coeficiente de Poisson

G: módulo elástico de corte

He Ne Tem₀₀: Láser Helio Neón Modo de Emisión Transversal 00

Δe : variación de espesor

e: espesor

S/P: Sin Perno

S/H: Sin Hombro

C/P: Con Perno

C/H: Con Hombro

V-P: Vestíbulo-Palatino

O.M: Oclusión Máxima

T: Mordida de Trabajo

F: Cúspide fundamental

NF: Cúspide No Fundamental

1. INTRODUCCIÓN

El problema de las preparaciones de las piezas dentarias que deben recibir una corona como restauración definitiva y la conveniencia o no de colocar un perno muñón o refuerzo intrarradicular en las piezas con tratamiento de conducto, ha sido causa de innumerables opiniones, a veces muy antagónicas, durante muchos años.

El modo de realizar el presente estudio fue organizado y revisado, para incluir el examen de nuevos materiales y técnicas para enfatizar el progreso en métodos de procedimientos establecidos.

Se ha mantenido una filosofía y enfoque conservadores (aunque amplios y diversificados) respecto de operaciones clínicas que satisfarán las necesidades de los odontólogos en el ejercicio de su profesión y de los pacientes en la durabilidad de sus restauraciones.

La odontología es una de las ciencias de la salud que abarca el estudio de una terapéutica determinada destinada a prevenir el deterioro del aparato dentario y el uso de los procedimientos clínicos pertinentes que sirvan para el mejoramiento de la salud de los pacientes. Entre sus muchas ramificaciones están el alivio del dolor, el tratamiento de las enfermedades bucales, el mantenimiento de la eficacia masticatoria y la conservación o restauración de las cualidades estéticas bucal y facial de la persona. Una de las funciones de la práctica dental, que se omite frecuentemente, es la de combinar y coordinar los esfuerzos de investigación y docentes, de prevención y clínicos para que un número cada vez mayor de personas reciba tratamientos condicionados por los mejores diseños.¹

Es bien sabido que, en los últimos cincuenta años, la odontología ha ampliado de forma notable sus programas tanto a nivel teórico como práctico.

La preparación dental constituye, en realidad, uno de los actos más importantes que realiza cotidianamente quien se dedica a la odontología restauradora: no solamente es digna de toda atención y reflexión, sino que requiere un constante esfuerzo de perfeccionamiento de habilidad clínica. Tampoco se ha de pasar por alto la gran carga de responsabilidad que conlleva dicha preparación, que se expresa entre otras cosas y por citar solo un ejemplo incontestable, en el hecho de que la operación de reducción de los tejidos dentales produce resultados irreversibles, ya que los mismos no tienen la capacidad regenerativa que se puede encontrar en la mayor parte de las demás zonas del organismo. Además en el ámbito de la terapia protésica restauradora, es la calidad de la preparación dental, la que, con incomparable claridad, revela al observador experto el cuidado, la habilidad y los criterios del clínico, que debe poner notable atención y cuidado en los más mínimos detalles.²

Si tenemos en cuenta que en cada afirmación, con respecto a una preparación determinada, pueden entrar en juego principios biológicos, mecánicos y/o estéticos,

encontraremos que la discrepancia de opiniones, puede surgir de acuerdo al principio que tome como fundamental quien emita el juicio.

Las técnicas de procedimiento y concepto de forma se han modificado un tanto desde el advenimiento de velocidades aceleradas en el desgaste dentario, sin que se hayan alterado los requisitos de retención y estabilidad de restauraciones y prótesis. Estos no cambiarán aunque se alteren ligeramente algunos contornos en la forma del diente preparado con el fin de facilitar el manejo de nuevos instrumentos y técnicas. Es inevitable comprender y aceptar tales adelantos.¹

Se define como margen de acabado o línea de acabado, el punto de paso entre la parte intacta del diente y el espacio más apical de la preparación del pilar. Sobre éste se ajusta el margen de la prótesis o borde protésico. A dicho nivel, altamente crítico, el borde protésico encaja con el diente natural. El margen comprende por tanto dos componentes: uno dental (margen del muñón protésico) y uno protésico (margen del borde protésico).²

Por su parte, el margen de acabado del muñón protésico ideal, con el fin de favorecer un correcto cumplimiento de los requisitos propios del borde protésico ideal, debería tener las siguientes características:

- a) ser nítido y lineal.
- b) facilitar el espacio suficiente para los materiales de restauración.
- c) garantizar la economía de la estructura dental.
- d) ser sencillo en su ejecución.

Las diferentes terminaciones de preparaciones dentarias para recibir una corona varían, fundamentalmente, según los distintos autores que traten el tema, y principalmente de acuerdo a los materiales que se van a utilizar para conformar la restauración. Las variaciones en sí, van desde una terminación en filo de cuchillo hasta un hombro puro, pasando por las intermedias de "chamfer" y hombro y bisel con las distintas angulaciones de éste.²⁻¹⁰

El diseño del margen de acabado esta en estrecha interdependencia con el tipo de restauración planificado; aquel deberá por tanto, ser calculado con esmero en el momento del plan de tratamiento protésico y no constituir nunca el fruto de la aproximación y la superficialidad. No existe un diseño marginal que sea preferible en absoluto, así como no existen márgenes que se pueden proscribir dogmáticamente. Los odontólogos nos vemos inducidos a elegir el mismo tipo de preparación del margen bien por costumbre, bien por comodidad o bien, quizás, para satisfacer la demanda del técnico dental. En realidad, hay indicaciones para cada tipo de preparación, así como existen las contraindicaciones respectivas. Un diseño del margen se manifiesta mejor que otros siempre en un contexto específico, si bien es cierto que las condiciones clínicas son muy diversas y varias las soluciones protésicas.²

Los pasos del desgaste se tornan críticos a nivel gingival o cervical donde la variación en dicha terminación es muy amplia y disímil. Se requiere redondear los ángulos diedros con el objeto de que la restauración colada tenga espesores uniformes, y la línea de terminación cervical debe ajustarse a la configuración de la cresta gingival.¹

El margen gingival debe ser preciso y no un bisel indefinido, de manera que pueda tallarse luego la cera respectiva con exactitud y el colado termine en forma muy precisa a ese nivel.

Dicho margen gingival debe ser la zona de mayor diámetro de la corona clínica, y al mismo tiempo no se deben formar en esa zona socavados retentivos, todo ello sin que resulte un diente demasiado expulsivo, lo cual disminuiría la retención.

El tallado del hombro en sí, ni facilita la toma de la impresión, ni el ajuste o calce de una restauración colada, ni el sellado periférico, ni el pulido de la restauración colada. La única ventaja de tan extensa reducción dentaria estriba en el hecho de que asegura la profundidad correcta del tallado para la instalación de una corona con frente estético o una corona funda.¹

La restauración únicamente puede sobrevivir en el medio ambiente biológico de la cavidad oral si sus márgenes están perfectamente adaptados a la línea de terminación del desgaste. La configuración de la línea de terminación dicta la forma y el grueso del oro del margen de la restauración y puede afectar el ajuste.¹¹

La terminación en chamfer o chaflán curvo ha sido demostrada experimentalmente como el tipo de línea de terminación que produce menos sobreesfuerzos.

El hombro puro o junta tope es la menos deseada de las terminaciones desde el punto de vista de la adaptación de la restauración a la preparación.

La otra línea de terminación que permite obtener un margen agudo de metal, el borde en filo de cuchillo. Podría parecer desde un punto de vista teórico una línea de terminación ideal, pero su empleo puede dar lugar a problemas. A no ser que se talle con mucho cuidado, la reducción axial se difumina en lugar de terminar en una línea bien definida. El delgado borde de la restauración es difícil de encerar y colar y es más susceptible de sufrir distorsiones cuando, en boca es sometido a fuerzas oclusales.¹¹

La resistencia mecánica, duración, sencillez y excelente potencial estético son virtudes tradicionalmente asociadas a las restauraciones de metal-cerámica. Aunque la preparación dentaria puede no ser tan exigente como en las coronas de cerámica, una reducción dentaria insuficiente produce de manera invariable opacidad y sobrecontorneado. Para conseguir una tonalidad adecuada, la reducción dentaria puede llegar a ser invasiva y provocar un traumatismo pulpar o precisar tratamiento endodóntico.¹²

Las coronas totalmente de cerámica presentan un potencial estético máximo debido a la ausencia de cofia de metal.¹³

Los sistemas cerámicos existentes difieren significativamente en términos de sensibilidad técnica, resistencia a la flexión y translucidez. Para conseguir la máxima previsibilidad, la mejor indicación de las coronas totalmente de cerámica en el momento actual son los incisivos superiores con indicación adecuada, ya que conllevan peligro de fractura y fracaso en pacientes con parafunciones o sobremordida vertical. La reducción dentaria es ligeramente más conservadora que en las restauraciones metal-cerámica, pero debe ser precisa ya que los requisitos de espesor de la corona son exigentes.¹²

La evaluación final de las coronas incorrectas se realiza a nivel gingival. Los contornos gingivales pueden requerir alteración para: a) eliminar defectos periodontales residuales, b) mejorar la simetría entre los incisivos centrales superiores, c) mejorar la proporción dentinaria, d) conseguir un contorno gingival agradable, e) reducir una excesiva exposición gingival y f) facilitar el proceso restaurador.¹²

Se han definido distintos diseños para las preparaciones dentarias de coronas de metal-cerámica anteriores, pero en un estudio sobre 51 escuelas dentales llevado a cabo en Estados Unidos se comprobó que no existe consenso en la actualidad, en lo que se refiere a la línea de finalización: en el 38% de las instituciones se enseña el hombro liso, en el 24% el hombro biselado de 45°; en el 15%, el hombro de 135°; en el 10% el chamfer, y en el 6% el chamfer profundo con bisel.¹⁴

El diseño del hombro con bisel se defendió en el desarrollo inicial de las restauraciones de metal cerámica (Silver M, Klein G, Howard MC. Platinum Porcelain restorations. *J Prosthet Dent* 1956; 6:695). Después de que Rosner (Rosner D. Function, placement and reproduction of bevels for gold castings. *J Prosthet Dent* 1960; 13:1161), demostraron matemáticamente que la apertura marginal de los colados podía reducirse empleando una finalización biselada, este diseño se popularizó durante más de dos décadas para las restauraciones de metal cerámica. Sin embargo, de acuerdo con el mismo tratado el ángulo del bisel debe ser menos de 45° para ser eficaz y solo los biseles que exceden de 70° tienen un efecto clínico significativo en la reducción de las filtraciones.¹⁵ Además, un bisel tan largo finalizaría sobre la base del surco gingival y no podría acomodarse en el surco superficial típico de los dientes anteriores.¹⁶ Además, las coronas completas construidas sobre preparaciones biseladas pueden mostrar mayores discrepancias marginales tras la cementación que los hombros rectos, posiblemente porque la presión hidrostática y la presión del cemento aumentan al asentar la corona sobre la preparación biselada.^{16,17} El chamfer con bisel es una variación del hombro biselado defendida por Stein y Kuwata¹⁸

El hombro liso es fácil de identificar por el técnico y permite un buen espesor de porcelana en el margen. Puede usarse igualmente en combinación con un diseño de metal o un margen-tope de porcelana. La línea ángulo axial debe redondearse, pues esto permite reducir el factor de concentración de tensiones hasta un 50% en

comparación con las líneas ángulo internas afiladas.⁵ Las ventajas que se asocian a las preparaciones con hombro redondeado internamente son la facilidad de preparación, un mínimo potencial de zonas retentivas, una resistencia a la distorsión marginal y una transición conveniente a un chanfer lingual.¹⁹

El hombro con pendiente de 135° permite una preparación más conservadora, especialmente sobre la estructura radicular, pero requiere un diseño de metal con borde en filo de cuchillo o un collar metálico. En los hombros con pendiente no se recomienda un margen-tope de porcelana.²⁰

El chamfer es la línea de finalización en la mayoría de las restauraciones tipo Venner.¹¹ Puede prepararse muy bien con fresas torpedo y tiene menor potencial de zonas retentivas que la preparación en hombro. Además es más conservador que la preparación en hombro y produce menos concentración de tensiones sobre cemento. Pero esta preparación no se recomienda con margen de porcelana, porque esta carece de resistencia mecánica y produce translucidez.¹²

La terminación en filo de cuchillo ha sido también descripta como "formación triangular",²¹ o en "línea de cabello",²² situación en la que metal opaquer y porcelana se encuentran simultáneamente en el borde externo de la preparación dentaria. Aunque esto es atractivo, este diseño es técnico-sensible y difícil de conseguir y la finalización y el pulido son difíciles, y microscópicamente la superficie queda rugosa.¹²

Por otra parte los dientes que hayan perdido mucha dentina por caries y/o tratamiento de endodoncia, requieren además medios de restauración adicionales.¹

Después de la preparación de la estructura dentaria remanente, el muñón dentario se reconstruye de forma tal que la restauración que lo reciba tenga soporte adecuado, y también para asegurar la integridad de la estructura coronaria del diente.¹

Un diente desvitalizado resistirá mejor a la fractura (según algunas bibliografías tradicionales) si la restauración y la estructura se refuerzan mediante un perno que se extienda dentro del conducto radicular a una distancia equivalente por lo menos a la longitud coronaria, o a los dos tercios de la longitud radicular. Aunque el diente desvitalizado haya conservado intacta su pared vestibular y ángulos incisales, algunos endodoncistas y protesistas opinan que se requiere insertar un perno en el conducto radicular que se extienda por lo menos hasta la mitad de la distancia de la apertura de la cámara pulpar al ápice. A pesar de que se ha insistido bastante en que los dientes desvitalizados no son más frágiles que los vitales, los autores han comprobado en la práctica clínica, que se fracturan con mayor facilidad a menos que se los refuerce por dentro con un perno.¹

Los dientes que han sido sometidos a tratamiento endodóntico, presentan para su restauración, un problema algo especial. Si bien algunas piezas posteriores depulpadas tienen suficiente estructura sana para ser restauradas con un onlay M.O.D., están en una clara minoría. La mayoría están tan mutiladas por caries, restauraciones previas y por el acceso endodóntico, que queda poco de la corona clínica para retener la restauración final. Con frecuencia, solo quedan las raíces para retener la corona protésica. En algún sitio hay que buscar la retención que habitualmente ofrecen las paredes axiales supragingivales y los otros tallados auxiliares. Aún cuando haya estructura coronaria disponible, lo que resta de diente necesita especiales medidas para prevenir su ulterior destrucción.¹¹

Se pueden utilizar distintas técnicas para reforzar una pieza depulpada de modo que sea capaz de retener la restauración colada final. En las piezas en que queda poca o ninguna corona clínica, pero que tengan raíces de longitud apropiada, gruesas y resistentes, se puede hacer un muñón artificial, con espiga. También se pueden utilizar los pernos para pernos cementados con composite y reconstruido sus muñones. En las posteriores con menos destrucción de sus estructuras coronarias, o en las que tengan una raíz menos favorable, se puede construir un muñón artificial de amalgama o composite retenido por pins. También se pueden utilizar para conseguir la retención necesaria unas gruesas espigas roscadas (Kurer Crown Anchor). Después de preparar el canal de modo usual con los ensanchadores de Peeso, se rosca y su boca se ensancha, hasta formar un alojamiento cilíndrico para el muñón. La retención es excelente pero hay que tener cuidado durante la instrumentación y la inserción. Se han señalado una gran concentración de sobre esfuerzos, si los machos de roscar no se limpian continuamente y sobre todo luego de la instalación por los esfuerzos a los que quedan expuestos.

Con la designación de "análisis experimental de estructuras" se entiende el conjunto de técnicas que, por medio de estudios experimentales o teórico experimentales, permiten obtener los datos necesarios para realizar el análisis o el proyecto de cualquier construcción que tenga un cometido resistente o este sometido a fuerzas o presiones. Se refiere, pues, tanto a las estructuras civiles, como a las construcciones mecánicas, en la parte que interesa a la resistencia mecánica.

Dichas técnicas deben presentar muchas variantes, a veces fundamentales, porque muchas son también las diferencias de requerimientos que presentan los distintos tipos de estructuras, aunque hay un conjunto de métodos que tienen un campo de aplicación muy amplio y cuya elección depende no solo del tipo de estructura, sino del tipo de problema que se quiere resolver.

Es claro que en definitiva, y en todos los casos, la solución del problema se encuentra en la comparación de los valores característicos de las tensiones y/o deformación que se producirán en la estructura bajo un sistema de cargas dado que podría ser el de utilización o el crítico según sea el criterio de seguridad que se adopte, con las propiedades límites del material utilizado en las condiciones que se presentan en la estructura. La profundidad, extensión y variedades de ambos

estudios dependen tanto del material en sí mismo, por una parte, como de la forma de la estructura y del tipo de carga por otra, ya que todos estos factores se interconectan estrechamente por medio de criterios de resistencia.

El estudio de las características del material es netamente experimental, como lo es también en gran parte del estudio de los criterios de resistencia, pero su técnica tiene cierto carácter especial y en muchos casos recurre a las técnicas de "Análisis Experimental de Estructuras" para la interpretación de los resultados.

Los estudios biomecánicos en sistemas biológicos son considerados laboriosos dentro la mecánica experimental. Los factores variables que hacen este análisis científico poco convincente son las variadas características de los materiales en las estructuras biológicas, su complejidad geométrica, la naturaleza de las fuerzas actuantes, las dificultades para fabricar modelos a escala anatómica, la no disponibilidad de una técnica sensitiva que puede interpolar o multiplicar los datos existentes en un experimento clínico relacionado.

La fotoelasticidad es una técnica experimental establecida para comprender los principios biomecánicos subyacentes de las estructuras biológicas. Los experimentos fotoelásticos tienen la ventaja importante de proveer información en la totalidad del campo bajo estudio. Los experimentos fotoelásticos tradicionales en odontología fueron hechos para identificar los factores de concentración de tensiones. Ha habido pocos intentos por estudiar la naturaleza de la distribución de tensiones utilizando esta técnica experimental. Estos estudios pueden proveer una mirada más profunda en la conducta del sistema restauración – preparación bajo función masticatoria, además proveen fundamentos en los requisitos funcionales que deberían considerarse durante los tratamientos rehabilitadores.²³

CAPÍTULO II

2. RESEÑA BIBLIOGRÁFICA

La fotoelasticidad²⁴⁻²⁶ y la óptica coherente^{27,28} nos ofrecen métodos experimentales de análisis de piezas dentales sometidas a esfuerzos externos, con la posibilidad de percepción visual en forma panorámica de la distribución de tensiones, como así también sus gradientes, puntos de concentración y orientación interna.

Kanetaka Torizuka²⁹ sugiere que el uso de los valores de rugosidad son esenciales para una adecuada evaluación de las líneas de terminación, y recientemente³⁰ ha crecido el interés de los prostodoncistas en como se distribuyen las fuerzas en las prótesis y en los tejidos subyacentes; y la fotoelasticidad es un método que nos permite analizar, e inclusive visualizar, esta distribución de fuerzas.

La adecuada distribución de las fuerzas funcionales aplicadas por la prótesis en el diente pilar es un tema importante para el mantenimiento a largo plazo de la salud de los tejidos intraorales. Para mantener esta integridad a largo plazo, la distribución apropiada de las fuerzas funcionales de la masticación en el diente pilar debe ser considerada.³¹

Una adecuada reducción dentaria es necesaria para minimizar el fracaso potencial, y las preparaciones deberán satisfacer requerimientos específicos para asegurar el espacio para la rehabilitación. Las preparaciones dentarias deben ser llevadas a cabo sin comprometer la pulpa o las estructuras de soporte.³² Existen controversias acerca de la configuración de la línea de terminación, sin embargo es recomendable una combinación de las mismas.³³

Si las condiciones que contribuyen al fracaso de la prótesis y los tejidos de soporte son ignoradas o no comprendidas, es imposible diseñar una prótesis predeciblemente exitosa. Para asegurar una performance a prueba de fractura, las fuerzas oclusales distribuidas a los pilares y la prótesis deberían limitarse a la capacidad de aceptación de las mismas por parte de la prótesis.³⁴

Dado que los dientes con endodoncia presentan un riesgo de fracturas radiculares tres veces mayor que los dientes vitales, y para reducir el riesgo de fracturas radiculares longitudinales, Nyman y Lindhe³⁵ aconsejan obturar el conducto radicular con espigas lo más largas y finas posible. Además podemos dar forma circular al muñón desvitalizado, disminuyendo hasta diez veces el riesgo de fractura.³⁶

Cuando un sistema con componentes de diferentes rigidez es sometido a fuerzas, el componente más rígido es capaz de resistir fuerzas mayores sin distorsión, a medida que la carga continua las fuerzas son transferidas al componente menos rígido causándole distorsiones.³⁷

Las técnicas de análisis de la tensión de las fuerzas por elementos finitos bi y tridimensionales han sido utilizadas extensamente en odontología. El análisis de elemento finito tridimensional es preferido a las técnicas bidimensionales porque ellos son una representación real de la conducta de las fuerzas en el hueso de soporte.³⁸

Los valores de fuerzas que ocasionan cambios biológicos reales tales como reabsorción y remodelación en el hueso no son conocidos aún.³⁹ En la construcción de modelos de prototipos tridimensionales para el estudio de elementos finitos es importante simular la verdadera situación clínica. Aunque en algunos estudios previos de elementos finitos^{40,41} se utilizó una base de sujeción rígida, en este estudio bidimensional de fotoelasticidad se realizó el montaje semejando la realidad biológica.

Una adaptación marginal precisa es esencial para una rehabilitación, porque la degradación intraoral de los cementos puede resultar en una pérdida del sellado marginal y promover la retención de placa. La adaptación marginal de los colados es un factor que puede llevar directa o indirectamente a caries secundarias, reacciones pulpares adversas y enfermedad periodontal.⁴²

Siempre que sea posible la terminación gingival de la preparación deberá realizarse supragingivalmente para facilitar la preparación y las pruebas clínicas de adaptación.⁴³

Una condición de fundamental importancia que determina una relación bio-protética adecuada con los componentes biológicos del sistema masticatorio es la adaptación del límite cervical, denominado clínicamente adaptación marginal. Esta es verificada apenas por la presencia de una línea que ha de considerarse clínicamente imperceptible, condición que tanto desde un punto de vista clínico como de laboratorio, se torna impracticable debido al proceso de obtención de la rehabilitación que posibilita la introducción de una sumatoria de errores, desde la toma de impresión, obtención de modelos, encerado, colado y pulido final.⁴⁴

En cuanto al problema de la determinación de tensiones y deformaciones de la estructura puede resolverse, en principio, por medios teóricos, utilizando la resistencia de Materiales o la Teoría Matemática de la Elasticidad. La primera sin embargo debe limitarse a resolver con cierta exactitud las estructuras a fibra media en las cuales el valor y distribución de aquellos parámetros fluyen directamente del conocimiento de las solicitaciones globales correspondientes a cualquier sección transversal genérica. Todo otro caso que no caiga dentro de esta categoría restringida de estructuras debe volverse entonces para su resolución a la Teoría de la Elasticidad, la cual puede encarar en principio todos los problemas de la mecánica de los sólidos, pero cuyas posibilidades prácticas no están de acuerdo con la generalidad de su planteo debido a la insuficiencia de la herramienta matemática de que se dispone para resolver las ecuaciones planteadas.

Es entonces, cuando han fallado una y otra de esas ciencias teóricas, que se hace necesario pedirle a los métodos experimentales la colaboración indispensable para resolver los problemas. Esa colaboración puede ser necesaria, en los casos más complejos, para resolver totalmente el problema planteado con carácter más o menos particularizado, llegando experimentalmente hasta la determinación completa de tensiones y deformaciones, pero en muchos otros puede limitarse a guiar o indicar el camino del tratamiento teórico mediante resultados de carácter genérico como ofrece especialmente la fotoelasticidad o bien mediante la resolución de algunas regiones críticas. Otras veces, caso muy común con los procesos de medida de deformaciones, colaboran con la resolución de algunos casos particulares que permiten comprobar la validez de tratamientos teóricos aproximados.

Finalmente hay otro campo de utilización de métodos experimentales de gran utilidad práctica, que consiste en la resolución de problemas, que aunque perfectamente tratables por métodos teóricos son de un manejo muy pesado y laborioso, como en el caso de estructuras hiperestáticas de grado muy elevado. El análisis experimental es un problema de comodidad pero no de imposibilidad.

Los métodos experimentales que son utilizados para el análisis de estructuras se refieren casi unánimemente a sollicitaciones comprendidas dentro del período elástico de los materiales, restricción que no les quita nada de interés pues sea cual sea el criterio de seguridad adoptado, las tensiones de trabajo estarán generalmente comprendidas dentro de ese período. Por otra parte el mayor caudal de conocimientos teóricos existentes actualmente, con el cual deben proyectarse e interpretarse los estudios experimentales necesita también del período elástico, dentro del cual son válidos todos los conceptos de similitud o teoría de las escalas que deben emplearse.

Vemos pues que todos estos problemas significan en esencia la necesidad de conocer las tensiones elásticas producidas, mediante diversos procesos de características y resultados ampliamente diferentes.

Tenemos en un extremo los casos que exigen un estudio detallado y minucioso de las tensiones individuales en todos los puntos, realizado mediante la utilización de los métodos más especializados y delicados del análisis experimental, debido a que la distribución de tensiones no sigue ninguna ley simple que permita su conocimiento total mediante su acotado con algún valor característico. Estos casos constituyen especialmente el grupo de estructuras cuya forma y sollicitación provocan en general estados tensionales muy complejos, muchas veces a tres dimensiones, alejados totalmente de los estados puros de la Resistencia de Materiales.

A ello se suma el problema de la fatiga y de los choques o condiciones ambientales anormales que alteran fundamentalmente las características resistentes de los materiales, fragilidad, fluencia deformabilidad, cuya consideración adecuada exige, a su vez, el conocimiento detallado de las tensiones con sus concentraciones, por limitadas que ellas sean.

En el otro extremo tenemos por el contrario el estudio de estructuras que no necesitan en general nada más que el conocimiento de la distribución general de las tensiones mediante la determinación de su efecto integral, podremos utilizar las fórmulas simples de la Resistencia de Materiales. Pertenecen a este grupo las estructuras civiles prácticamente en su totalidad.

Tenemos así que los métodos experimentales pueden dividirse en dos grandes grupos basados en conceptos netamente diferentes:

- a) Aquellos que utilizan la misma estructura o modelos geoméricamente similares a ella, en forma más o menos rigurosa según los casos pero, por lo menos, en su aspecto general, sometidos a acciones exteriores similares a las reales y que permiten determinar los parámetros que interesan operando sobre magnitudes relacionadas elásticamente a las mismas.
- b) Aquellos que utilizan la observación de otro fenómeno físico diferente al buscado pero que está regido por ecuaciones matemáticamente iguales a las que rigen las magnitudes elásticas, operando sobre objetos similares o no a la estructura dada. Son los métodos designados como "analogías", que utilizan también problemas elásticos, eléctricos o hidrodinámicos, etc.

La importancia relativa de estos grupos es muy diferente, predominando netamente los del primero por la generalidad de los estudios que pueden ser encarados y por su mayor valor objetivo, aunque hay problemas que solamente pueden ser atacados en forma de analogías.

CAPÍTULO III E L A S T I C I D A D

3.1 Introducción a la teoría de elasticidad

Históricamente, la teoría ha sido desarrollada ya en el siglo XIX y a principios del XX su estructura se hallaba prácticamente terminada. Las contribuciones posteriores se encaminaron principalmente hacia el campo de aplicación a problemas prácticos o a ciertos refinamientos de la teoría.²⁴⁻²⁵⁻²⁷

Se han desarrollado métodos aproximados y se usan cada vez más los métodos experimentales. Estos últimos no deben considerarse como sustitutos de las soluciones teóricas sino como complementarios de aquellas.

La teoría de elasticidad ha dominado completamente por un espacio de aproximadamente un siglo, el campo de la ingeniería, por haber formalizado el conocimiento sobre el comportamiento de los materiales.

Con el desarrollo de la tecnología de los materiales, fue necesario extender los conocimientos más allá del comportamiento elástico y nace la teoría de plasticidad, que es producto del siglo XX (Freudenthol, Bandtl, Sachs, Illiouchine, Hill, Nadai, Prager).

Como más del 90% de los materiales conocidos son de tipo viscoelástico, surge la teoría de la viscoelasticidad y nace una disciplina nueva que es la Reología.

Primero se presentan los conceptos básicos, a continuación se investigan las tensiones bidimensionales seguidas por su aplicación a problemas en coordenadas rectangulares y circulares. Después se trata el problema de torsión y finalmente se presentan las teorías de rotura.

3.2 Conceptos básicos

La teoría de la elasticidad tiene ciertas limitaciones tanto matemáticas como mecánicas y se basan en las suposiciones con respecto al carácter del material que seguidamente enunciaremos. Ningún material real cumple estrictamente estas exigencias, pero muchos lo hacen con buena y aceptable aproximación, por lo menos dentro de cierto rango de deformaciones.

Para determinar este rango en los distintos materiales tenemos que recurrir al ensayo de los mismos. Este nos muestra la relación entre las tensiones y deformaciones tanto en el rango elástico como más allá del mismo, cuando debe esperarse rotura y nos da la base para investigaciones adicionales (teoría de plasticidad, teorías de rotura).

3.3 Hipótesis

a) Perfecta elasticidad, quiere decir que el cuerpo al ser descargado, luego de un proceso de carga, vuelve a su estado original de antes de ser cargado.

b) Homogeneidad, significa que el material sea distribuido en forma continua en el cuerpo (no se considera la estructura molecular del mismo) tal que cada elemento del mismo tenga las mismas características físicas.

Isotropía, significa que las propiedades elásticas son iguales en todas las direcciones dentro del cuerpo. (Esta suposición de la teoría clásica reduce a dos las constantes elásticas necesarias para discutir los fenómenos elásticos. En el caso de anisotropía intervienen treinta y seis constantes y en el caso de ortotropía - propiedades distintas en tres direcciones específicas - se reducen a nueve. Aún así las dificultades son enormes).

c) Ley de Hooke, especifica una relación lineal entre tensiones y las correspondientes deformaciones.

d) Igualdad de propiedades mecánicas en tracción y compresión.

Los materiales reales generalmente no cumplen todas las suposiciones citadas. Por ejemplo, el acero bajo el microscopio exhibe cristales de distintos tipos y orientaciones.

No es homogéneo, sin embargo la experiencia demuestra que las soluciones de la teoría de elasticidad pueden ser aplicadas a estructuras de acero con gran exactitud. Esto se explica por la pequeña dimensión de estos cristales en relación a la estructura y la orientación arbitraria de los mismos. Procesos tecnológicos como el laminado pueden cambiar esta orientación y el material exhibe propiedades en la dirección del laminado distintas a las correspondientes a las direcciones normales (ortotropía).

Generalmente se exige que las deformaciones sean pequeñas (teoría de 1er. orden - validez del principio de superposición), aunque existen aplicaciones donde no se considera esta exigencia (teoría de 2do. orden - generalmente en problemas de estabilidad).

3.4 Tensión

Consideremos un elemento extraído de un cuerpo tal como lo representa la Fig. 3.1.

Actúa sobre la sección dA una fuerza externa que suponemos distribuida continuamente sobre dA y cuyo resultante sea el vector dP , que tiene una dirección distinta de la normal \bar{X} a la sección dA . Si reducimos el área infinitesimal, o en otras palabras si tomamos el límite de la siguiente expresión:

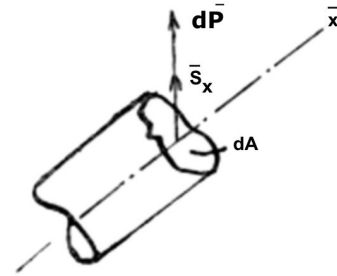


Fig. 3.1

$$\bar{S}_x = \lim_{dA \rightarrow 0} \frac{dP}{dA} \quad (1.1)$$

obtenemos el vector \bar{S}_x' cuyas componentes son la tensión normal σ_x y las tensiones de corte τ_{xy} y τ_{xz} .

Para describir el estado completo de tensiones en un punto, tendríamos que proceder en igual forma para las direcciones \bar{y} y \bar{z} . Los tres vectores que constituyen el Tensor son:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_x: & (\sigma_x, \tau_{xy}, \tau_{xz}) \\ \mathbf{S}_y: & (\tau_{yx}, \sigma_y, \tau_{yz}) \\ \mathbf{S}_z: & (\tau_{zx}, \tau_{zy}, \sigma_z) \end{aligned} \quad (1.2)$$

Las nueve escalares necesarias para describir el tensor se reducen a seis por simetría: ($\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ y $\tau_{zy} = \tau_{yz}$)

Para el estado bidimensional de tensiones, el tensor se reduce a:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{zx} & \sigma_y \end{bmatrix} \dots (1.3)$$

3.5 Tensiones Bidimensionales

3.5.1 Igualdad de tensiones de corte

Consideremos el equilibrio de un elemento infinitesimal que muestra la Fig. 3.2

$$\sum M_A = \tau_{xy} dx dy - \tau_{yx} dy dx = 0$$

$$\therefore \tau_{xy} = \tau_{yx} \dots (2.1)$$

Las otras ecuaciones de equilibrio son cumplidas en forma idéntica. Consecuentemente, el tensor de tensiones bidimensionales está dado por las tres escalares σ_x , σ_y y τ_{xy} .

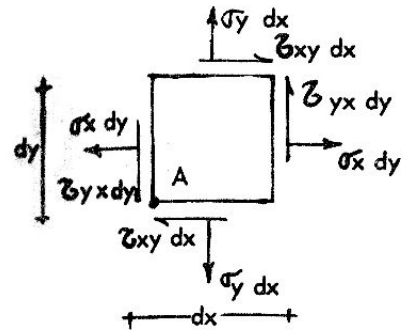


Fig. 3.2

3.5.2 Tensiones en un punto

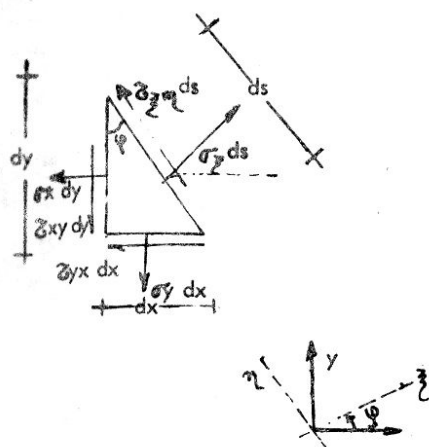


Fig. 3.3

Considerando las tensiones en un punto según direcciones fijadas (Fig. 3.2), cabe preguntarse cuáles serían las tensiones para otras coordenadas. Determinaremos el equilibrio para un elemento infinitesimal de forma triangular, como lo muestra la Fig. 3.3

a) equilibrio en dirección xi:

siendo: $dx = ds \cos \varphi$, $dy = ds \sin \varphi$
 $\sigma_x dx + \tau_{xy} dy = \sigma_n ds \cos \varphi + \tau_{xy} ds \sin \varphi$
 $\sigma_x ds \cos \varphi + \tau_{xy} ds \sin \varphi = \sigma_n ds \cos \varphi + \tau_{xy} ds \sin \varphi$

Tomando en cuenta las siguientes propiedades trigonométricas:

- $2 \sin \varphi \cos \varphi = \sin 2 \varphi$
- $\cos^2 \varphi = \frac{1}{2} (1 + \cos 2 \varphi)$
- $\sin^2 \varphi = \frac{1}{2} (1 - \cos 2 \varphi)$; y eliminando ds obtenemos:

$$\sigma_{\xi} = \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2} (\sigma_x - \sigma_y) \cos 2 \varphi + \tau_{xy} \sin 2 \varphi \quad (2.2)$$

b) equilibrio en dirección η :

$$\tau_{\xi\eta} ds = -\sigma_x ds \cos \varphi \sin \varphi - \tau_{xy} ds \sin^2 \varphi + \sigma_y ds \sin \varphi \cos \varphi + \tau_{xy} ds \cos^2 \varphi$$

Utilizando la propiedad $\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi = \cos 2 \varphi$; y eliminando ds obtenemos:

$$\tau_{\xi\eta} = \tau_{xy} \cos 2 \varphi - \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \sin 2 \varphi \dots \quad (2.3)$$

Para obtener σ_{η} y $\tau_{\eta\xi}$ solo es preciso sustituir en ecuaciones ^(2.2) y ^(2.3) **$[\varphi + \pi/2]$** en lugar de φ y obtenemos:

$$\sigma_{\eta} = \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y) - \frac{1}{2} (\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\varphi - \tau_{xy} \sin 2\varphi \dots \quad (2.4)$$

Si sumamos las ecuaciones (2.2) y (2.4) obtenemos un resultado interesante; la suma de tensiones normales no varía, y esto es un invariante:

$$\sigma_{\xi} + \sigma_{\eta} = \sigma_x + \sigma_y \dots \quad (2.5)$$

La tensión de corte es:

$$\tau_{\eta\xi} = -\tau_{xy} \cos 2\varphi + \frac{1}{2} (\sigma_x - \sigma_y) \sin 2 \varphi \dots \quad (2.6)$$

Los valores absolutos de las tensiones de corte $[\tau_{\xi\eta}]$ y $[\tau_{\eta\xi}]$ son iguales, cosa que ya hemos visto en la ecuación (2.1). El signo negativo significa que la dirección de $\tau_{\eta\xi}$ es opuesta a la positiva supuesta en Fig. 3.3. Al dibujar la Fig. 3.2, ya habíamos tomado en cuenta el sentido correcto de las tensiones de corte. En una esquina solo pueden juntarse las puntas o las colas de las flechas que representan las tensiones de corte.

3.5.3 Tensiones principales

Siendo las tensiones en un punto una función de la orientación de las coordenadas elegidas (representado por el ángulo φ en las ecuaciones deducidas en el capítulo 2.5.2), interesa determinar los valores máximos y mínimos de las mismas. Estos se obtienen fácilmente derivando las tensiones con respecto a φ e igualando esta expresión a cero. Los ángulos así obtenidos nos determinarán la dirección de los valores extremos de tensión.

$$\frac{d\sigma_{\xi}}{d\varphi} = -\frac{2}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\text{sen}2\varphi + 2\tau_{xy}\cos 2\varphi = 0$$

$$\therefore \text{tg} 2\varphi_1 = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \dots(2.7)$$

Y

$$\frac{d\tau_{\xi\eta}}{d\varphi} = -2\tau_{xy} \cdot \text{sen}2\varphi - \frac{2}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \cdot \cos 2\varphi = 0$$

$$\therefore \text{tg} 2\varphi_2 = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}} \dots(2.8)$$

Comparando las ecuaciones (2.7) y (2.8) observamos que una es la negativa inversa de la otra. Sabemos del cálculo diferencial (o consideraciones geométricas) que en un cruce de dos funciones $y_1(x)$ e $y_2(x)$ las tangentes a ambas son normales entre sí:

$$y'_1 = -\frac{1}{y'_2}$$

Y consecuentemente:

$$2\varphi_2 = 2\varphi_1 + \frac{\pi}{2}$$

Las direcciones para máximas tensiones normales y máximas tensiones de corte forman un ángulo de 45°.

Substituyendo ecuaciones (2.7) y (2.8) en las (2.2) y (2.3) respectivamente y utilizando las propiedades trigonométricas:

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1+\text{tg}^2 \alpha}} ; \text{sen} \alpha = \frac{\text{tg} \alpha}{\sqrt{1+\text{tg}^2 \alpha}}$$

Obtenemos ($\varphi = \varphi_1$)

$$\sigma_1 = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\tau xy}{\sigma_x - \sigma_y}\right)^2}} + \frac{\frac{2\tau xy^2}{(\sigma_x - \sigma_y)}}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\tau xy}{\sigma_x - \sigma_y}\right)^2}}$$

$$\sigma_1 = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau xy^2} \quad (2.9)$$

$$\tau \eta^\xi = \frac{\frac{\tau xy}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\tau xy}{\sigma_x - \sigma_y}\right)^2}} - \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)}{\frac{2\tau x}{\sigma_x - \sigma_y}} \equiv 0$$

$$\tau^\xi \eta \equiv 0 \quad (2.10)$$

La tensión máxima σ_1 , es la única que actúa y es llamada tensión principal. La correspondiente tensión de corte es cero. ($\phi = \phi_2$):

$$\tau_{\max} = \frac{\frac{\tau xy}{\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau xy}\right)^2}} - \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)}{\frac{-\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau xy}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau xy}\right)^2}}}$$

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau xy^2} \quad (2.11)$$

La correspondiente tensión normal es:

$$\sigma_{\xi(2)} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)}{\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau xy}\right)^2}} - \tau xy \frac{\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau xy}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau xy}\right)^2}}$$

$$\sigma_{\xi(2)} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) \neq 0 \quad (2.12)$$

La tensión normal es solo igual a cero si $\sigma_x = -\sigma_y$ (caso de corte puro).

Finalmente, podemos escribir las expresiones para las tensiones principales en forma abreviada:

$$\sigma_1 = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \tau_{\max}$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) - \tau_{\max} \quad \dots \quad (2.13)$$

$$\tau_{\max/\min} = + / - \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2 xy}$$

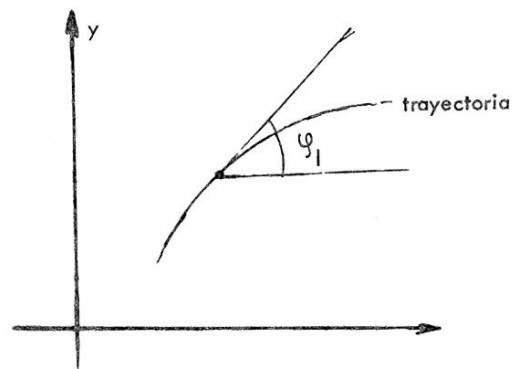
3.5.4 Ecuación diferencial de las trayectorias de las tensiones principales

Si determinamos en cada punto de un cuerpo la dirección de una de las tensiones principales obtenemos una familia de trayectorias. Para la otra tensión principal las trayectorias serán ortogonales a las primeras. La ecuación (2.7) nos había dado la dirección de una de las tensiones principales.

$$\operatorname{tg} 2\varphi_1 = \frac{2\operatorname{tg} \varphi_1}{1 - \operatorname{tg}^2 \varphi_1} = \frac{2\tau xy}{\sigma x - \sigma y} \quad (2.7)$$

referido al sistema de coordenadas x - y

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{dy}{dx} = y'$$



Podemos describir la ecuación (2.7) en la siguiente forma:

$$\frac{2y'}{1 - y'^2} = \frac{2\tau xy}{\sigma x - \sigma y}$$

Fig. 3.4

de lo que resulta la siguiente ecuación diferencial de la trayectoria:

$$y'^2 + \frac{\sigma x - \sigma y}{\tau xy} \cdot y' = 1 \quad (2.14)$$

Las direcciones de las tensiones de corte tendrán una inclinación de 45° con respecto a las direcciones de las tensiones principales. La ecuación diferencial puede obtenerse de la ecuación (2.8) en forma similar como se hizo con la ecuación (2.14), obteniéndose la siguiente expresión:

$$y'^2 + \frac{4\tau xy}{\sigma x - \sigma y} \cdot y' = 1 \quad (2.15)$$

3.6 Isostáticas

Las líneas que unen los puntos en los cuales las tensiones principales normales tienen la misma dirección, se denominan isostáticas. Dado que en cada punto hay dos tensiones principales normales, habrá dos isostáticas que serán normales entre sí. La red de isostáticas es, en consecuencia, una red de líneas ortogonales. Las isostáticas se clasifican en S_1 , correspondientes a las tensiones σ_1 (máxima en valor absoluto y signo) y S_2 correspondientes a las tensiones σ_2 (mínima en valor absoluto y signo).

3.7 Relaciones entre deformaciones y tensiones (Ley de Hooke)

Hasta ahora hemos considerado solamente las tensiones en un punto, sin referencia alguna de las deformaciones que aquellas producen en un cuerpo elástico. Sin embargo, los métodos experimentales permiten la medición de deformaciones, siendo la magnitud de tensiones deducidas de las deformaciones. La suposición importante de la teoría clásica es que la relación entre tensión y deformación es lineal. (Ley de Hooke).

a) Estado Uniaxial: Por ejemplo el caso de tracción uniforme (Fig. 3.5)

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} \quad (2.16)$$

donde E es el módulo de elasticidad [kg /cm²]

Pero tenemos también una contracción transversal.

$$\epsilon_y = -\nu \frac{\sigma_x}{E} \quad (2.17)$$

donde ν es el Coeficiente de Poisson

El módulo E puede ser determinado mediante un ensayo de tracción, donde se mide



FIG. 3.5

$$\sigma_x = \frac{P}{A} \quad \begin{array}{l} P = \text{carga aplicada} \\ A = \text{sección transversal de la probeta} \end{array}$$

Y $\epsilon_x = \frac{l - l_0}{l_0}$ es la elongación media unitaria, σ_x no produce distorsión de ángulos de un elemento rectangular (fig. 3.5).

b) Estado bidimensional: Si las deformaciones unitarias son pequeñas, puede ser usado el principio de superposición, aplicando las ecuaciones 2.16 y 2.17. Así resulta:

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y) & (2.18) \\ \epsilon_y &= \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x) \end{aligned}$$

Resolviendo las ecuaciones (2.18) en términos de tensiones resulta:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1-\nu^2} \cdot (\epsilon_x + \nu \epsilon_y) \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\nu^2} \cdot (\epsilon_y + \nu \epsilon_x) \end{aligned} \quad (2.19)$$

Para las tensiones de corte se halla empíricamente una relación similar a la ecuación (2.16).

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = G\gamma_{xy} \quad (2.20)$$

Donde G es el módulo elástico de corte (kg/cm²) y γ_{xy} la deformación de corte.

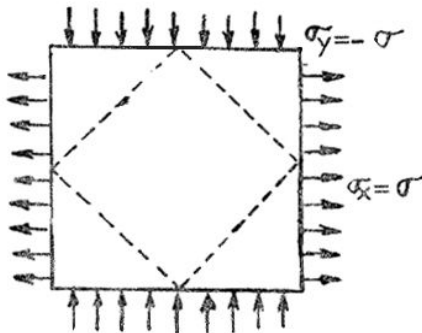


Fig. 3.6

es llamado de tensión de corte pura, porque en planos de 45° las tensiones normales desaparecen y actúan sólo las tensiones máximas de corte (véase ecuación 2.12).

Notamos que la tensión de corte solamente depende de la deformación de corte. Las ecuaciones (2.19) y (2.20) expresan la ley de Hooke para el estado bidimensional. Pero el módulo G no es una constante elástica independiente, sino, como lo demostraremos a continuación, depende de E y ν . Son estas dos las constantes elásticas independientes para material homogéneo e isotrópico.

Consideremos un estado bidimensional como lo muestra la fig. 3.6. Este estado

Consideremos las deformaciones que sufrirá un elemento de la placa, cuya diagonal por conveniencia de cálculo tenga la dimensión de doble unidad. El cuadrado se transformará en un romboide, tal como lo muestra la Fig. 3.7.

La variación de los ángulos, originalmente de 90°, es γ , deformación de corte. El nuevo medio ángulo con respecto a la diagonal horizontal es de:

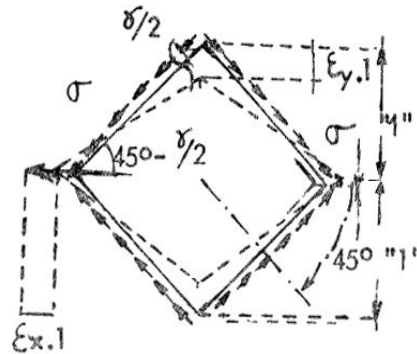


Fig. 3.7

Utilizando la siguiente relación trigonométrica:

$$\operatorname{tg}\left(45^\circ - \frac{\gamma}{2}\right) = \frac{1 - \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}}{1 + \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}} = \frac{1 - \frac{\gamma}{2}}{1 + \frac{\gamma}{2}}$$

y expresando la tangente del mismo ángulo, por las deformaciones unitarias:

$$\operatorname{tg}\left(45^\circ - \frac{\gamma}{2}\right) = \frac{1 - \epsilon_y}{1 + \epsilon_x} = \frac{1 - \frac{1}{E}(\sigma + \nu\sigma)}{1 + \frac{1}{E}(\sigma + \nu\sigma)}$$

Combinando las dos expresiones y escribiendo para:

$$\frac{\gamma}{2} = \frac{\tau \max}{2G} = \frac{\sigma}{2G}$$

obtenemos:

de lo que deducimos que:

$$\frac{1 - \frac{\gamma}{2}}{1 + \frac{\gamma}{2}} = \frac{1 - \frac{\sigma}{2G}}{1 + \frac{\sigma}{2G}} = \frac{1 - \frac{\sigma}{E}(1 + \nu)}{1 + \frac{\sigma}{E}(1 + \nu)} \qquad \frac{\sigma}{2G} = \frac{\sigma}{E}(1 + \nu)$$

Y finalmente:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \qquad (2.21)$$

3.8 Equilibrio y compatibilidad

Suponemos un campo de tensiones variables en forma continua. Ya no estamos considerando solo las condiciones de tensiones en un punto, sino las variaciones de las mismas a medida que cambiamos la posición del punto. En este caso debemos también tomar en cuenta las fuerzas de masa del elemento (gravedad e inercia) ya que estos no son a priori despreciables (aunque en muchos casos prácticos, pueden serlo) porque son del mismo orden de magnitud que los cambios de tensiones. En lo que sigue nos limitaremos al caso bidimensional y consideraremos un cuerpo plano de espesor unitario. El mismo está en estado de equilibrio con respecto a las fuerzas externas y consecuentemente cada elemento debe estar en equilibrio con respecto a todas las fuerzas internas. Pero no solo cada elemento debe estar en equilibrio, sino que unidos uno a otro deben formar un cuerpo continuo. En otras palabras, las deformaciones de los elementos deben ser compatibles entre sí.

a) Equilibrio: Consideremos un elemento infinitesimal como lo muestra la Fig. 3.8

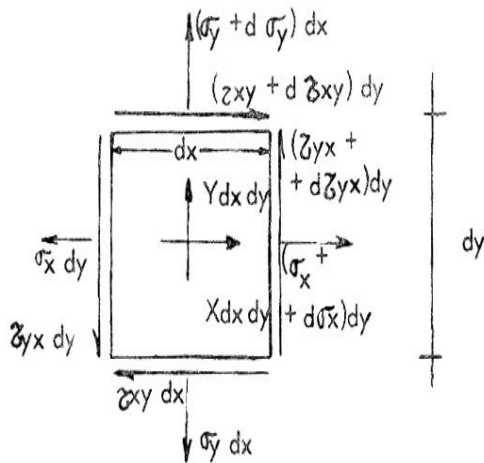


FIG. 3.8

Designamos a las fuerzas de masa por unidad de volumen con X e Y. Las fuerzas internas las obtenemos multiplicando el valor de las tensiones en el centro de cada lado del elemento por la dimensión del mismo. Si desarrollamos la expresión mediante la serie de Taylor podemos escribir:

$$(\sigma_x + d \cdot \sigma_x) = \sigma_x + \frac{\delta \sigma_x}{\delta x} \cdot dx + \dots$$

Suprimiendo términos de orden superior de la serie podemos formular la ecuación de equilibrio, por ejemplo en la dirección x:

$$(\sigma_x + \frac{\delta \sigma_x}{\delta x} \cdot dx) \cdot dy - \sigma_x dy + (\tau_{xy} + \frac{\delta \tau_{xy}}{\delta y} dy) dx - \tau_{xy} dx + X dx dy = 0$$

Una expresión similar obtenemos para la dirección y. Estas ecuaciones se reducen a:

$$\frac{\delta \sigma_x}{\delta x} + \frac{\delta \tau_{xy}}{\delta y} + X = 0 \quad (2.22)$$

$$\frac{\delta \sigma_y}{\delta y} + \frac{\delta \tau_{xy}}{\delta x} + Y = 0$$

Las ecuaciones (2.22) son las ecuaciones parciales de equilibrio para problemas bidimensionales en coordenadas rectangulares.

b) Condiciones de contorno: Las ecuaciones deben cumplirse en todos los puntos del cuerpo y consecuentemente también en los ubicados en el contorno. Un elemento ubicado en el contorno, sobre el cual actúan componentes X_c e Y_c de fuerzas externas por unidad de superficie se puede ver en Fig. 3.9

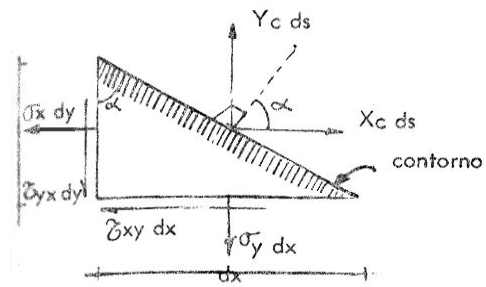


FIG. 3.9

Tomando $dy = ds \cos \alpha$; y $dx = ds \sin \alpha$

Obtenemos para equilibrio en dirección X:

$$\begin{aligned}
 X_c ds &= \sigma_x ds \cos \alpha + \tau_{xy} ds \sin \alpha \text{ y finalmente:} \\
 X_c &= \sigma_x \cos \alpha + \tau_{xy} \sin \alpha \\
 Y_c &= \sigma_y \sin \alpha + \tau_{xy} \cos \alpha
 \end{aligned}
 \tag{2.23}$$

En el caso especial de contorno paralelo al eje x, obtenemos:

$$\begin{aligned}
 \cos \alpha &= 1 & \sin \alpha &= 0 \\
 X_c &= \sigma_x & Y_c &= \tau_{xy}
 \end{aligned}$$

El signo positivo o negativo depende si consideramos el contorno

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \quad \text{ó} \quad \alpha = \frac{3\pi}{2}$$

En el contorno los componentes de las tensiones son iguales a las fuerzas unitarias aplicadas al mismo.

c) Desplazamientos y deformaciones: Si un cuerpo elástico es restringido en un movimiento (traslación o giro), los desplazamientos de sus puntos no son posibles sino por deformaciones del mismo. De acuerdo con nuestras suposiciones iniciales estos desplazamientos deben ser pequeños y continuos; sus componentes en las direcciones X e Y, las designamos con u y v respectivamente.

Las deformaciones unitarias dependerán de los desplazamientos relativos de los puntos. Consideramos un elemento infinitesimal en estado inicial (A, B, C, D) y desplazado (A', B', C', D') (Véase Fig. 3.10).

El desplazamiento del punto A a su nueva posición A' está dado por sus correspondientes u y v. El punto B se ha desplazado a la posición B' (existe un desplazamiento relativo entre A' y B').

Las componentes de este desplazamiento (desarrollándolas por la serie de Taylor) y despreciando los términos de orden superior son:

$$\begin{aligned} \text{Punto B'}: \quad & u + \frac{\delta u}{\delta x} dx \\ & v + \frac{\delta v}{\delta x} dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Punto D'}: \quad & u + \frac{\delta u}{\delta y} dy \\ & v + \frac{\delta v}{\delta y} dy \end{aligned}$$

La componente de desplazamiento relativo en dirección x entre A' y B' es:

$$\frac{\delta u}{\delta x} dx \quad \text{y en la dirección y} \quad \frac{\delta v}{\delta y} dy$$

La deformación unitaria es consecuentemente:

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\delta u}{\delta x} \quad (2.24a) \\ \epsilon_y &= \frac{\delta v}{\delta y} \end{aligned}$$

Consideremos ahora la distorsión de ángulo en el punto A' que originalmente era recto. La tangente del ángulo que forma la línea A' B' con la horizontal está dado por:

$$\frac{\delta v}{\delta x}$$

(véase Fig. 3.10).

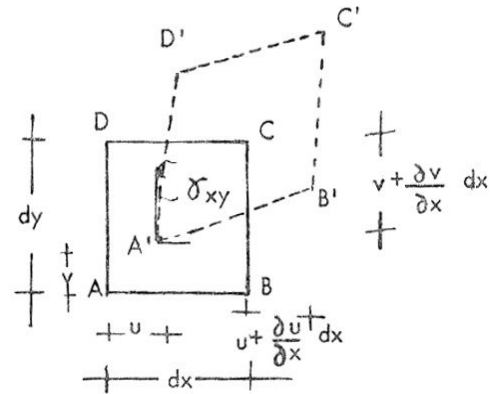


FIG. 3.10

La tangente del ángulo que forma A'D' con respecto a la vertical está dado por:

$$\frac{\delta u}{\delta y}$$

Dichas tangentes de los ángulos pueden ser reemplazadas por los ángulos mismos, ya que se trata de muy pequeñas deformaciones.

La suma de ambos ángulos nos da la deformación de corte γ_{xy} que ha sido definida como la distorsión angular.

$$\gamma_{xy} = \frac{\delta u}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta x} \quad (2.24b)$$

Las ecuaciones (2.24) expresan las componentes de deformaciones unitarias (correspondiente con el tensor de tensiones existe un tensor de deformaciones, cuyas componentes vienen dadas por:

$$\epsilon_x, \epsilon_y \quad \text{y} \quad \frac{\gamma_{xy}}{2}$$

Para los materiales homogéneos e isotrópicos las direcciones principales de tensiones y deformaciones unitarias coinciden.

d) Compatibilidad: El equilibrio es condición necesaria pero no suficiente para solucionar problemas de elasticidad. Los cuerpos elásticos son hiperestáticos en alto grado y en consecuencia las deformaciones de sus elementos deben ser compatibles. La formulación matemática de esta condición de compatibilidad requiere la suposición de funciones continuas que expresen los desplazamientos u y v . Las tres componentes de las deformaciones unitarias son expresados por derivadas de estas funciones de desplazamiento. Consecuentemente debe existir una cierta relación entre aquellos, que pueden obtenerse fácilmente por doble derivación de la primera ecuación (2.24a) con respecto a y , de la segunda dos veces con respecto a x y de la ecuación (2.24b) una vez con respecto a x y una vez con respecto a y .

Resulta la siguiente identidad que es condición necesaria de compatibilidad entre deformaciones unitarias:

$$\frac{\delta^3 u}{\delta x \delta y^2} + \frac{\delta^3 v}{\delta y \delta x^2} \equiv \frac{\delta^3 u}{\delta y^2 \delta x} + \frac{\delta^3 v}{\delta y \delta x^2}$$

$$\frac{\delta^2 \epsilon_x}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 \epsilon_y}{\delta x^2} = \frac{\delta^2 \gamma_{xy}}{\delta x \delta y} \tag{2.25}$$

Expresando la condición de compatibilidad en términos de tensiones utilizando ecuaciones (2.18), (2.20) y (2.22) obtenemos:

$$\left(\frac{\delta^2}{\delta x^2} + \frac{\delta^2}{\delta y^2}\right)(\sigma_x + \sigma_y) = -(1 + \nu)\left(\frac{\delta X}{\delta x} + \frac{\delta Y}{\delta y}\right) \tag{2.26}$$

Si las fuerzas de masa son constantes (ej. peso propio) la ecuación (2.26) se reduce a:

$$\Delta(\sigma_x + \sigma_y) = 0 \tag{2.26a}$$

Donde Δ es el operador de Laplace

$$\Delta = \frac{\delta^2}{\delta x^2} + \frac{\delta^2}{\delta y^2}$$

Las ecuaciones de equilibrio (2.22) junto con las condiciones de contorno (2.23) y la condición de compatibilidad (2.25 a 2.26) nos dan un sistema de ecuaciones que generalmente es suficiente para la determinación completa de la distribución de tensiones en un problema bidimensional (si las condiciones de contorno, son dadas por deformaciones en lugar de tensiones, son insuficientes las ecuaciones mencionadas).

En el caso de fuerzas de masa constantes, no intervienen en las ecuaciones las constantes elásticas. Consecuentemente la distribución de tensiones es igual para todos los materiales homogéneos e isotrópicos (importante para uso de los modelos).

CAPITULO IV

4. FOTOELASTICIDAD

El principal valor e importancia de la fotoelasticidad reside en su carácter panorámico, su capacidad de suministrar medidas cuantitativas a través de regiones extendidas en lugar de datos puntuales.²⁵⁻²⁶⁻²⁷⁻²⁸

4.1. Naturaleza de la luz: Se explica por la teoría de los cuantos.

Un átomo energizado y excitado hace girar los electrones de la capa exterior en una órbita de mayor radio. Al cesar la excitación en forma espontánea o estimulada los electrones vuelven a su órbita normal emitiendo un quantum de energía denominado fotón, el que se traslada en el espacio con movimientos ondulatorios caracterizados por una frecuencia (ν) constante, en tanto que su amplitud (a) su velocidad lineal (v) y su longitud de onda λ pueden variar según el medio que atraviese el fotón (Fig. 4.1). Es una onda electromagnética caracterizada por dos campos perpendiculares entre sí: un campo eléctrico E y un campo magnético B. Es decir que el fotón está animado de un movimiento combinado constituido por una vibración armónica simple y una translación lineal simple de dirección perpendicular a la dirección de vibración.

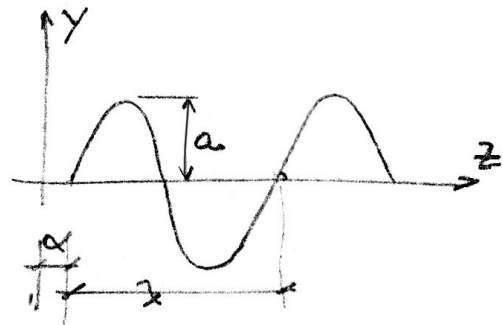


Fig. 4.1

Estos dos movimientos responden a las ecuaciones $y = a \text{sen}(\omega t + \alpha)$

$$z = vt + e$$

Por lo tanto

$$y = a \text{sen} \frac{2\pi}{\lambda} (z - e)$$

$$e = \frac{\alpha}{2\pi} \lambda$$

que puede ser expresado en forma exponencial

$$y = a e^{-ik(z-e)}$$

La fuente luminosa está constituida por grandes cantidades de átomos que emiten fotones sin ningún orden, es decir, cada uno tendrá distinta amplitud, frecuencia, dirección y fase, resultando en total un movimiento caótico variable en el tiempo (Fig. 4.2).

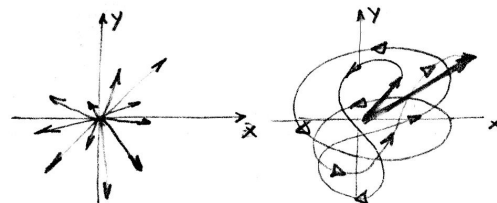


FIG. 4.2

Cuando por diferentes técnicas se logre mantener el valor de la frecuencia de los distintos átomos dentro de entornos reducidos, tendremos luz monocromática (un solo color). Cuando todas las frecuencias están presentes, tendremos luz blanca.

4.2. Velocidad de la luz. Índice de refracción

Haciendo incidir un rayo de luz (I) sobre la superficie plana (S), que separa dos medios transparentes de distinta densidad óptica, vemos que ese rayo se descompone en dos:

- un rayo M reflejado que vuelve al medio n_0 , con un ángulo i con respecto a la normal a la superficie, igual al de incidencia (ley de reflexión).
- un rayo R refractado que ingresa al medio n_1 con un ángulo r con respecto a la normal tal que

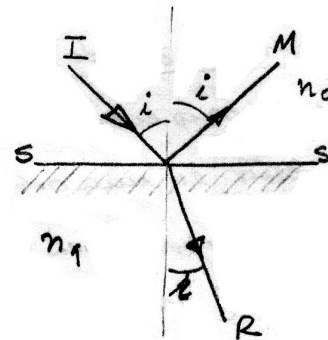


FIG. 4.3

$$\frac{\text{sen } r}{\text{sen } i} = \frac{n_1}{n_0} = n$$

N	=	índice de refracción relativo entre ambos medios
n_1	=	índice de refracción absoluto del medio (1)
n_0	=	índice de refracción absoluto del medio (0)

Si el medio (0) es el vacío o el aire, su índice de refracción absoluto vale 1 y $n = n_1$. I, M y R están contenidos en un plano.

El rayo M y el rayo R emergen parcialmente (o totalmente) polarizados, es decir vibrando perpendicular a la dirección de propagación y paralelos al plano S (el plano de vibración es perpendicular al plano que contiene a los tres rayos M, I, R).

El índice de refracción absoluto de un medio transparente vale

$$n_i = \frac{c}{v_i}$$

C	=	velocidad de la luz en el vacío.
v_i	=	velocidad de la luz en el medio considerado.

4.3 Birrefringencia.

Las sustancias cristalinas en su mayoría y algunos sintéticos, poseen la propiedad de ser birrefringentes, lo que se define como que poseen dos índices de refracción diferentes en cada punto. Esto sucede excepto en la dirección del eje óptico, para la cual existe un solo índice de refracción.

Si la incidencia es oblicua con relación al eje óptico, el rayo incidente se separa en dos rayos refractados que adoptan direcciones diferentes.

Estos dos rayos son el ordinario y el extraordinario. El rayo ordinario está polarizado linealmente y es perpendicular al plano determinado por el eje óptico del cristal y por la dirección de propagación. Este rayo se propaga en todas las direcciones con la misma velocidad:

$$v_0 = \frac{c}{n_0}$$

El rayo extraordinario también está polarizado linealmente pero vibra en un plano perpendicular al del rayo ordinario y su velocidad (v_e) depende de la dirección de propagación variando entre v_1 y v_2 (correspondientes a los índices de refracción máximos y mínimos). En consecuencia en una dirección de incidencia existen dos velocidades v_0 y v_e tales que $v_0 \leq v_e$. Cuando la luz cambia de velocidad, al ingresar a un medio, como su frecuencia es constante, implica variar su longitud de onda. Por lo tanto los rayos ordinarios y extraordinarios emergen del medio birrefringente con un desfase mutuo que depende del espesor atravesado. Además los dos rayos emergen vibrando cada uno en un plano perpendicular al del otro.

El desfase se expresa:

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} (n_0 - n_e) d \quad d = \text{espesor atravesado}$$

Como sabemos, la LUZ BLANCA es producida por el efecto combinado de todos los colores, o sea, por la acción simultánea de todas las longitudes de onda del espectro visible, correspondiéndole a cada color una longitud de onda (o frecuencia) distinta.

Llamamos LUZ MONOCROMÁTICA a la que tiene una única longitud de onda o frecuencia. Utilizando las radiaciones de una lámpara de sodio se puede obtener prácticamente luz monocromática con propósitos experimentales limitados.

Cuando se quiere extender el análisis experimental es necesario agregar coherencia. En ese caso se utiliza como fuente de luz un LASER de onda continua preferiblemente gaseosa de Helio-Neón T.E.M.₀₀

4.4 Luz polarizada.

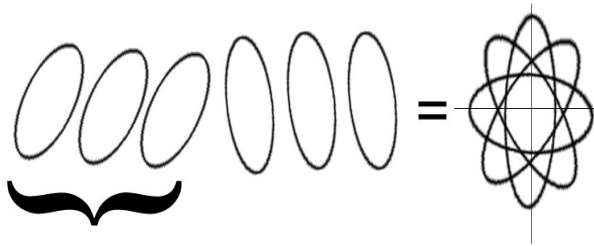


Fig. 4.4
Tren de ondas
~ 10⁶ elipses idénticas x 10⁹ trenes / segundo

Se vio que la luz natural esta constituida por una vibración electromagnética de carácter caótico.

Si por algún método logramos ordenar ese movimiento de manera de hacerlo simétrico con respecto a un plano, a dos o a la recta de propagación, habremos obtenido luz polarizada (Fig.4.4).

Es decir, la luz natural se expresa:

- $X = a \cos (\omega t - \varphi)$
- $Y = b \cos (\omega t - \psi)$

Para luz monocromática (ω igual para X e Y) donde a, b, φ, ψ cambian 10⁸ veces por segundo.

Si logramos que $\psi = \varphi + 2\pi\delta$, tendremos:

- $X = a \cos \alpha \cos (\omega t - \varphi)$
- $Y = a \sen \alpha \cos (\omega t - \varphi - 2\pi\delta),$

que es la expresión de la simetría biaxial, es decir, luz polarizada elíptica.

Evidentemente esta situación tiene dos extremos:

$$\left. \begin{matrix} \alpha = 45^\circ \\ \delta = \pm 1/4 \end{matrix} \right\} \left. \begin{matrix} X = a' \cos (\omega t - \varphi) \\ Y = a' \sen (\omega t - \varphi) \end{matrix} \right\} \text{ luz polarizada circular}$$

$$\left. \begin{matrix} \alpha = 0 \\ \delta = \text{entero} \end{matrix} \right\} Y = a \cos (\omega t - \varphi) \left. \right\} \text{ luz polarizada rectilínea}$$

En estos casos el vector luminoso avanza perpendicularmente a su dirección, mientras gira alrededor de su eje de propagación, manteniendo su extremo sobre un cilindro de sección elíptica en el 1er caso, circular en el 2do y aplastado en el 3ro (plano) (Fig. 4.5)

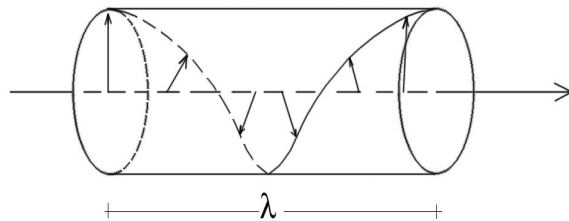


FIG. 4.5

4.5 Elementos polarizadores.

Se ha visto que las láminas birrefringentes tienen, excepto para el eje óptico, dos índices de refracción que corresponden a dos direcciones, perpendiculares entre sí y paralelas a las caras de la lámina. Estas dos direcciones son las mismas en cualquier punto de la lámina mientras la luz incide en ellos con la misma oblicuidad. Una de las direcciones corresponde a n_o (v_o) es el eje lento y la otra a n_e (v_e) es el eje rápido. Estas direcciones son los ejes de la elipse de índices de la lámina y como son las mismas en toda ella se puede considerar a ésta como una gran elipse.

Prisma de Nicol: Uno de los cristales más birrefringentes es el cristal de espató de Islandia el cual elimina el rayo extraordinario y deja pasar solo el ordinario, obteniendo así luz polarizada rectilínea.

4.6 Dicroísmo.

Cuando un cristal es birrefringente, pero al mismo tiempo absorbe totalmente el rayo extraordinario, se lo denomina dicroico. Entre las sustancias dicroicas más conocidas está la tuornalina. Pero una de las más utilizadas en fotoelasticidad es la herapathita (sulfato periódico de quinina) con la que se fabrican unas láminas dicroicas, denominadas Polaroid.

Veremos que estas láminas son mucho más convenientes para obtener luz polarizada, por su tamaño, lo cual hace innecesario el uso de lentes expansoras y colimadoras, porque son mucho más baratas que un Nicol y no son frágiles como éste.

4.7 Luz Polarizada circular

Si hacemos incidir luz polarizada rectilínea sobre la cara de una lámina birrefringente que contiene su eje óptico, emergen dos ondas armónicas simples perpendiculares entre sí. La onda resultante depende del retardo δ y del ángulo β que forman las direcciones privilegiadas de la lámina, con el plano de vibración de la luz incidente.

Si $\beta = 45^\circ$ y $\delta = \lambda/4$, el movimiento resultante es circular y la luz se encuentra polarizada circularmente (Fig. 4.6).

Si se superponen dos láminas $\lambda/4$ con sus ejes lentos en coincidencia determinan una lámina $\lambda/2$, emerge luz polarizada lineal con plano de vibración girado de 90° con respecto al incidente. Si el eje lento de una coincide con el eje rápido de la otra, la luz polarizada lineal permanece in cambiada [$\lambda/4 + (-\lambda/4) = 0$]

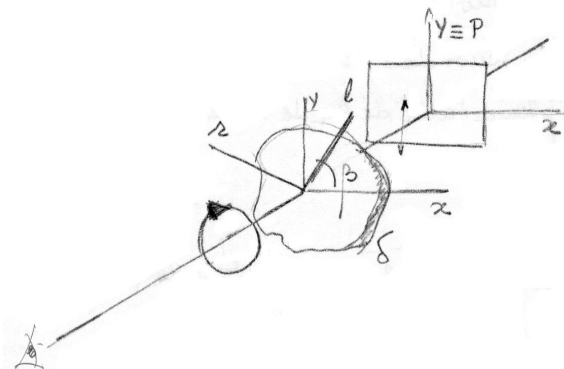


Fig. 4.6

4.8 Análisis de una lámina cristalina birrefringente

La luz polarizada lineal que incide en la lámina se expresa $Y = a \text{ sen } \omega t$.

Al entrar en la lámina se descompone en dos vibraciones (V_1 y V_2) (Fig. 4.7).

$$V_1 = a \text{ sen } \beta \text{ sen } \omega t$$

$$V_2 = a \text{ cos } \beta \text{ sen } \omega t$$

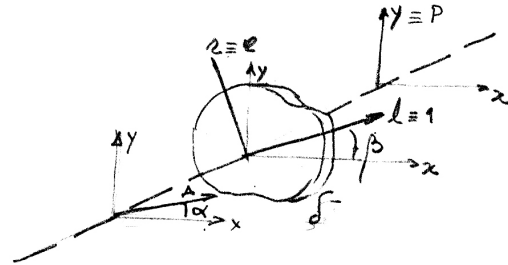


FIG. 4.7

Al salir de la lámina se estableció una diferencia de fase entre ambas vibraciones:

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= a \text{ sen } \beta \text{ sen } (\omega t - 2\pi\delta) \\ V_2 &= a \text{ cos } \beta \text{ sen } \omega t \end{aligned} \right\} \text{ elíptica}$$

Hasta aquí la intensidad $I = a^2 \text{ sen}^2 \beta + a^2 \text{ cos}^2 \beta = a^2$ no varía.

Si se coloca un analizador (polarizador) cuyo plano de polarización forma un ángulo α con el eje de abscisa, la vibración resultante

$$V_A = V_1 \text{ cos } (\beta - \alpha) - V_2 \text{ sen } (\beta - \alpha)$$

Y la intensidad: $I = a^2 [\text{sen}^2 \alpha + \text{sen } 2\beta \text{ sen } 2(\beta - \alpha) \text{ sen}^2 \pi\delta]$

Si $\alpha = 0$ polarizador y analizador cruzados:

$$I_c = a^2 \text{ sen}^2 2\beta \text{ sen}^2 \pi\delta \quad \left. \begin{aligned} \delta &= \text{entero} & I_c &= 0 \\ \beta &= 0 \text{ o } \pi/2 & I_c &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Para $\beta = 45^\circ$ $I_c = a^2 \text{ sen}^2 \pi\delta$ $I_c = 0$
 Para $\delta = 0, 1, 2, \dots$ entero.

Si $\alpha = \pi/2$ polarizador y analizador paralelos:

$$I_p = a^2 [1 - \text{sen}^2 2\beta \text{ sen}^2 \pi\delta] = a^2 - I_c$$

para $\beta = 45^\circ$ $I_p = a^2 \text{ cos}^2 \pi\delta$ $I_c = 0$
 Para $\delta = 1/2, 3/2, \dots$ $2n+1/2$

4.9 Luz blanca – polarización cromática

Siendo la intensidad resultante: $I = a^2 [\text{sen}^2\alpha + \text{sen} 2\beta (2\beta - 2\alpha) \text{sen}^2 n\delta]$ (Fig.4.8)

- $\alpha = 0 \quad \beta = 45^\circ$ distinta A_1 de intensidad máxima
- $\alpha = 90^\circ \quad \beta = 45^\circ$ distinta A_2 complementaria de A_1 de intensidad máxima
- $\alpha = 0 \quad \beta = 0$ extinción total
- $\alpha = 90^\circ \quad \beta = 0$ blanco máximo

Pues δ es función de la longitud de onda (color) $\delta = \delta/\lambda (n_1 - n_2)$

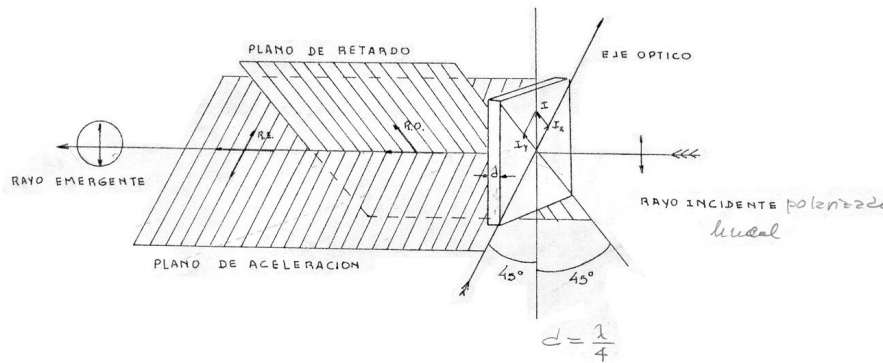


FIG. 4.8

4.10 Polarizador y analizador circulares

La luz circular tiene un sentido de giro; cuando lo hace en sentido horario se denomina dextrógira y levógira en antihorario. El sentido de giro está dado por la rotación más corta que lleva la dirección de polarización a coincidir con el eje lento de la lámina $\lambda/4$, observada en dirección opuesta a la trayectoria de la luz. Así los polarizadores y analizadores circulares pueden ser izquierdos o derechos según el giro sea en sentido horario o antihorario. Un polarizador circular derecho constituye un analizador circular izquierdo, y un polarizador circular izquierdo es un analizador circular derecho (Fig. 4.9).

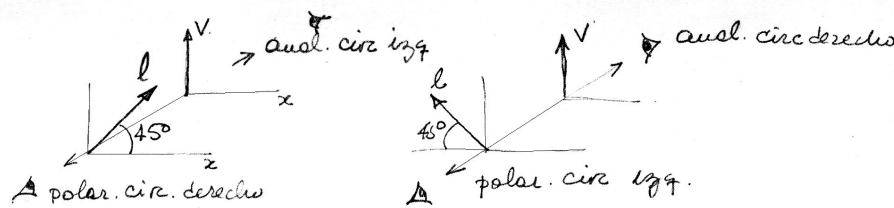


FIG. 4.9

4.11 Examen de una lámina cristalina entre polarizador y analizador circulares

Haciendo un análisis similar al del punto 4.8 se llega a

$$I = a [\text{sen}^2 (\alpha - \pi\delta) \cos^2 \beta \text{sen}^2 (\alpha - \pi\delta \text{sen}^2 \beta)]$$

para $\alpha =$ (polarizador y analizador del mismo sentido)

$$I_1 = a^2 \text{sen}^2 \pi\delta \quad I_2 = 0$$

para $\delta = 0, 1, 2, 3 \dots$ entero.

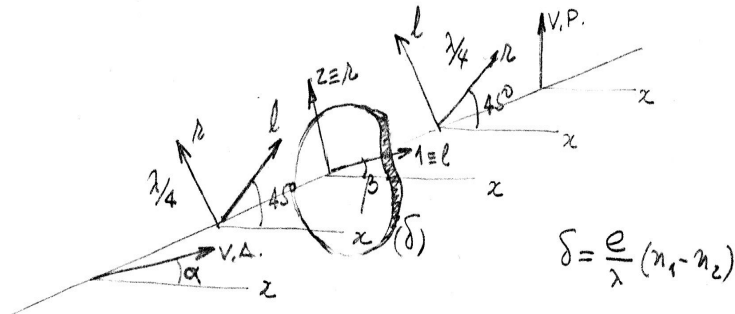


FIG. 4.10

Con relación a luz polarizada rectilínea el resultado es el mismo salvo que se ha eliminado la influencia de orientación para $\alpha = 90^\circ$ (polarizador y analizador de sentido opuesto). $I_2 = a^2 \cos^2 \pi\delta \quad I_1 = 0$ para $\delta = 1/2, 3/2, 5/2 \dots (2k+1)/2$

se constata que $I_1 + I_2 = a^2$

4.12 Birrefringencia accidental

Toda sustancia isotrópica y transparente sometida a un estado de cargas exteriores, adquiere anisotropía óptica, es decir, se torna birrefringente. A esta birrefringencia se la denomina accidental puesto que desaparece al cesar el estado de carga que la produjo.

Bajo esas circunstancias, el índice de refracción n_o , único para el sólido descargado, se desdobla en n_1 y n_2 .

Ley cualitativa de la Fotoelasticidad: La isostática S_1 corresponde al eje lento de la birrefringencia accidental.

Esto nos indica que, normalmente, la birrefringencia accidental no es uniforme en todo el cuerpo y que por el contrario, varía punto a punto.

Un modelo fotoelástico es la reproducción a escala del elemento estructural o pieza mecánica (prototipo), recortándolo de una placa plana de material transparente con birrefringencia accidental.

El método fotoelástico consiste en analizar ese modelo plano (bidimensional) sometido a cargas aplicadas perpendicularmente en los bordes, entre polarizador y analizador fotoelásticos. Debido a que las trayectorias de las tensiones son independientes de las constantes elásticas del material y sólo dependen de la ubicación e intensidad relativa de las

cargas aplicadas (que deben ser similares a las del prototipo), este método permite estudiar y transferir los resultados de la distribución interna de tensiones.

Las tensiones internas no sólo se manifiestan en birrefringencia, sino que hacen variar el espesor del modelo plano.

Un modelo bidimensional, en estado plano de tensiones, al ser atravesado por una onda polarizada, descompone la vibración incidente en dos vibraciones ortogonales que se propagan en el espesor del modelo con velocidades diferentes, emergiendo con una diferencia de fase, función del espesor atravesado y de la diferencia de λ generada por las tensiones. El camino óptico recorrido es $m = e_0 n_0$ (Fig. 4.11)

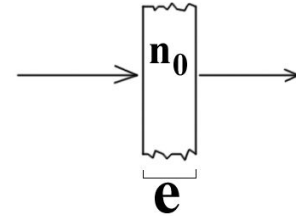


FIG. 4.11

Al cargar el modelo varían, el espesor $e = e_0 + \Delta e$ y los índices $n_1 = n_0 + \Delta n_1$; $n_2 = n_0 + \Delta n_2$

$$n_1 = c/v_1 \rightarrow \text{corresponde a vibraciones } V_1 \text{ según } S_1$$

$$n_2 = c/v_2 \rightarrow \text{corresponde a vibraciones } V_2 \text{ según } S_2$$

El camino óptico para las nuevas vibraciones:

$$m_1 = (e_0 + \Delta e)(n_0 + \Delta n_1) \rightarrow \delta_1 = \frac{m_1 - m_0}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} = [(e_0 + \Delta e)(n_0 + \Delta n_1) - e_0 n_0]$$

$$m_2 = (e_0 + \Delta e)(n_0 + \Delta n_2) \rightarrow \delta_2 = \frac{m_2 - m_0}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} = [(e_0 + \Delta e)(n_0 + \Delta n_2) - e_0 n_0]$$

finalmente: $\delta_1 = 1/\lambda (n_0 \Delta e + e_0 \Delta n_1)$; $\delta_2 = 1/\lambda (n_0 \Delta e + e_0 \Delta n_2)$; de donde surge la ley cuantitativa de la fotoelasticidad.

Ley cuantitativa de la fotoelasticidad

$$\Delta n_1 = n_1 - n_0 = C_1 \sigma_1 + C_2 \sigma_2$$

$$\Delta n_2 = n_2 - n_0 = C_2 \sigma_1 + C_1 \sigma_2$$

Adoptamos la constante $C = C_1 - C_2$ que se mide en brewsters prácticos (br) o en brewsters teóricos (Br)

$1 \text{ br} = 10^{-7} \text{ cm}^2/\text{kg}$ $1 \text{ Br} = 10^{-13} \text{ cm}^2/\text{dina}$

La variación de espesor del modelo por efecto de las tensiones se obtiene de la teoría de la elasticidad

$$\Delta e = \frac{-\rho}{E} (\sigma_1 \sigma_2) e_0$$

Donde
P = al coeficiente de Poisson,
E = módulo de elasticidad,
e₀ = espesor libre de tensiones.

Los retardos sufridos por las componentes de la onda electromagnética se expresan en función de las tensiones principales.

Adoptamos dos nuevas constantes

$$D_1 = C_1 - \frac{pn_0}{E} \quad \delta_1 = \frac{e_0}{\lambda} \left[\left(C_1 - \frac{pn_0}{E} \right) \sigma_1 + \left(C_2 - \frac{pn_0}{E} \right) \sigma_2 \right]$$

$$D_2 = C_2 - \frac{pn_0}{E} \quad \delta_2 = \frac{e_0}{\lambda} \left[\left(C_2 - \frac{pn_0}{E} \right) \sigma_1 + \left(C_1 - \frac{pn_0}{E} \right) \sigma_2 \right]$$

De donde se deduce: $\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2 = \mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2 = \mathbf{C}$

El retardo relativo es entonces

$$\delta = \delta_1 - \delta_2 = \frac{e_0 C}{\lambda} (\sigma_1 - \sigma_2)$$

Este retardo cambia punto a punto del modelo pues varía la diferencia de tensiones principales. Esto aparece en el modelo como una variación de intensidades que adopta la forma de franjas

$$I = a^2 \left\langle \left(\sin^2 2\beta \right) \sin^2 \left[\frac{\pi e_0 C}{\lambda} (\sigma_1 - \sigma_2) \right] \right\rangle$$

El $\sin^2 2\beta$ controla las isoclinas, y el $\sin^2 \left[\frac{\pi e_0 C}{\lambda} (\sigma_1 - \sigma_2) \right]$ controla las isocromáticas.

Con luz blanca polarizada linealmente, el segundo término suministra franjas cuyo color es función de $(\sigma_1 - \sigma_2)$ (excepto para $\sigma_1 = \sigma_2 =$ punto isotrópico); en cambio el primer término anulará totalmente la intensidad cada vez que $\beta = 0^\circ$ o $\pm 90^\circ$.

Con luz monocromática polarizada circularmente, el primer término desaparece y la intensidad se ve modulada por el segundo término. Aparecen franjas negras sobre fondo claro, locus de $(\sigma_1 - \sigma_2)$ igual constante

4.13 Obtención de isoclinas: material transparente, trabajable y poco activo (C pequeño).

Luz blanca, polarización lineal, polarizador y analizador cruzados.

Manteniendo la posición relativa de polarizador y analizador (cruzados) se los hace girar simultáneamente de 5° en 5° o de 10° en 10°, mientras se observa o fotografía el modelo cargado. La cota de la isoclina que se observa está dada por el ángulo del plano de polarización del analizador con relación al eje de referencia, que normalmente se torna horizontal. Al realizar ese giro a lo largo de 90°, con el modelo constantemente cargado, pasará por lo menos una isoclina por cada punto del modelo. Habrá puntos por los que pasan todas la isoclinas. Son puntos isotrópicos ($F_1 - F_2 = 0$). Esos puntos son fundamentales y se clasifican en orden 1, 2, 3, . . . según pasen por él una, dos, tres o más isoclinas de cada cota respectivamente. Dentro de cada orden habrá puntos atractivos (A) o repulsivos (R). Además, en cada punto habrá 3 asíntotas, raíces de una ecuación de 3er grado. Se denomina asíntota a la línea que atraviesa un punto isotrópico y que es, simultáneamente, isostática e isoclina. Los puntos isotrópicos presentan así una última clasificación según presenten 3 asíntotas distintas, 2 coincidentes y una distinta o las tres coincidentes. Una sucesión ininterrumpida de puntos isotrópicos constituye una línea singular. Esto sucede normalmente en modelos simétricos o donde se concreta un eje neutro.

4.14 Red de isoclinas y red de isostáticas

Sobre un dibujo del perfil del modelo y proyectando una a una las fotografías de las isoclinas, se pueden trazar todas las isoclinas de 0° a 90° de 5° en 5° o de 10° en 10°.

La figura 4.12 constituye la red de isoclinas. Sobre la base de la red de isoclinas se pueden trazar mediante una simple construcción gráfica las redes de isostáticas o trayectoria de tensiones.

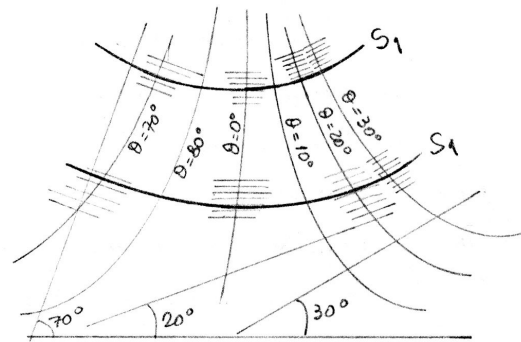


FIG. 4.12

A lo largo de cada isoclina, la cruz de tensiones principales mantiene la misma inclinación con respecto al eje de referencia. Las isostáticas constituyen dos familias de curvas ortogonales.

Una familia es la S_1 correspondiente a las tensiones σ_1 , que se traza en línea llena, la normal a esta es la S_2 y corresponde a σ_2 , que se traza en línea punteada. Se conviene en $\sigma_1 > \sigma_2$.

Ejemplo:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= 2 \text{ (tracción)} \\ \sigma_2 &= -4 \text{ (compresión)} \end{aligned} \right\} \sigma_1 > \sigma_2.$$

En la red de isostáticas los puntos singulares resaltan como estrellas. Los atractivos acercan las isostáticas, los repulsivos las alejan.

4.15 Obtención de isocromáticas

A partir de un material, trabajable, transparente, muy activo (C grande). Luz monocromática (o luz blanca) polarizada circular. Luz monocromática para registrar o fotografiar las franjas. Luz blanca para individualizar los órdenes de franja de bajo valor (0, 1, 2, 3). Sabemos que $(\sigma_1 - \sigma_2) = m \cdot a$

Donde: m = orden de franjas y

$$a = \frac{\lambda}{e_0 C} = \text{equidistancia}$$

Con luz blanca para cada color (λ) tenemos un valor de a y se puede decir que existe una graduación continua de m .

Con luz monocromática también m tiene una graduación continua, pero el ojo distingue netamente los puntos de intensidad nula. Así con analizador y polarizador circulares del mismo sentido

$$I = a^2 \sin^2 \pi \delta \quad (\text{campo oscuro})$$

La intensidad se extingue (franjas negras) para $\delta: 1, 2, \dots$ entero

Con polarizador y analizador circulares de sentido opuesto $I = a^2 \cos^2 \pi \delta$ (campo claro) la intensidad se extingue (franjas negras)

$$\text{Para } \delta = 1/2, 3/2, 5/2, 7/2, \dots (2m + 1) \cdot 1/2 \quad m = \text{entero}$$

Mientras las isoclinas forman una red cualitativa, donde no tiene efecto la intensidad de las cargas ni la constante del material, las isocromáticas forman una red cuantitativa donde influyen la constante del material y la intensidad de las cargas. Para analizarlas hay que conocer la equidistancia a función del espesor e_0 , de la longitud de onda λ y de la constante del material C . Esto se hace mediante un modelo simple, conocido teóricamente, como por ejemplo: viga en flexión pura, disco en compresión diametral, punto comprimido, barra en tracción pura, estribo o herradura.

m es siempre positivo pues lo es a y siendo $\sigma_1 > \sigma_2$, lo es también $\sigma_1 - \sigma_2$. Los tres primeros órdenes de m se reconocen por su color característico en luz blanca circular que corresponden a las llamadas tintas sensibles, colores en los que una pequeña variación del retardo los hace pasar de un extremo a otro del espectro visible.

4.16 Interpretación de los resultados

Al suministrar el valor de C , la calibración nos permite, poder trazar para cualquier sección, el diagrama de $\sigma_1 - \sigma_2$. Al margen de las isocromáticas, las isoclinas nos suministran en cada punto la orientación de la cruz de tensiones principales.

Hay otras situaciones y condiciones que ayudan a determinar el estado de tensiones con más precisión. Por ejemplo, un borde libre es una Isostática S_1 o S_2 , en consecuencia sólo subsiste una de las tensiones principales. Si la Isostática es S_1 , $\sigma_2 = 0$; si la Isostática es S_2 , $\sigma_1 = 0$. En una esquina libre ambas tensiones principales son nulas.

CURVAS C T: En un estado bidimensional pueden existir regiones en que ambas tensiones σ_1 y σ_2 son de compresión (región C C) o ambas de tracción (región T T) y lógicamente regiones en que $\sigma_1 > 0$ y $\sigma_2 < 0$ (región C T). Estas regiones diferentes están limitadas por curvas C T continuas sobre las cuales una de las tensiones principales es nula pues es > 0 hacia un lado y < 0 del otro. Su determinación puede ayudar mucho al análisis del modelo. Es además muy importante determinar y clasificar puntos y líneas singulares, pues de ello se pueden obtener información preciosa para la determinación del estado interno de tensiones.

Otra ayuda muy importante la suministran las ecuaciones de Maxwell

$$\frac{\partial \sigma_1}{\partial S_1} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\rho_2}$$

$$\frac{\partial \sigma_2}{\partial S_2} = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\rho_1}$$

Esta ecuación se aplica a lo largo de cualquier isostática y sus corolarios son muy útiles

Viajando sobre una S_1 al atravesar una S_2 de la convexidad hacia la concavidad σ_1 crece algebraicamente ($\Delta \sigma_1 > 0$)

ρ_i es el radio de curvatura de la isostática S_i

Viajando sobre una S_2 al atravesar S_1 de la convexidad a la concavidad σ_2 decrece algebraicamente ($\Delta \sigma_2 < 0$)

Un borde libre rectilíneo es a la vez isostática e isoclina.

Una sección de simetría de carga y forma es el soporte de $\tau = 0$, es pues isostática e isoclina y las tensiones principales son tangentes y normales a la sección.

Cuando se recorre una isostática S_1 o S_2 , σ_1 o σ_2 varían según la curvatura de la S_2 o S_1 respectiva, que se atraviesa. Cuando esta última (S_2 o S_1) presenta un punto de inflexión o una parte recta σ_1 o σ_2 respectivamente pasan por una máxima o una mínima.

Isostáticas o trayectorias de tensiones:

Una vez obtenida la red de isoclinas, variando por ejemplo de 10° en 10° , se pueden trazar las isostáticas (Fig. 4.13). Comenzamos sobre una isoclina cualquiera, por ejemplo $\beta = 0^\circ$, y sobre ella realizamos una serie de trazos rectos que formen un ángulo de 0° con el eje horizontal de referencia. Prolongamos estos trazos hasta la mitad de la distancia a la isoclina siguiente ($\beta = 0^\circ$) y desde allí, prolongamos los trazos con inclinación 10° respecto a la horizontal, hasta la mitad de la distancia con la isoclina siguiente ($\beta = 0^\circ$) y así sucesivamente.

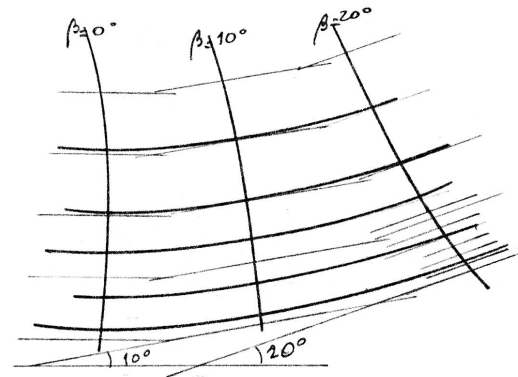


FIG. 4.13

Obtenemos líneas quebradas que luego ajustamos a curvas. Tendremos trazada una familia de líneas que constituyen la mitad de la red de isostáticas. Trazamos ahora una nueva familia de líneas de manera que atraviesen perpendicularmente a las líneas de la familia anterior. Tendremos así la red de isostáticas completa. Una vez que se identifica la clase de isostáticas (S_1 o S_2) en un punto del modelo, las mismas no cambian, excepto cuando atraviesan un punto o línea singular. Esto nos muestra la importancia de determinar bien dichos puntos.

Curvas de inflexión: Rinden servicios utilísimos. Son las curvas que unen los puntos de inflexión de las isostáticas y se clasifican en f_1 la que corresponde a las S_1 y f_2 las que corresponden a S_2 . Como se vio, los puntos de inflexión marcan los máximos y mínimos de las tensiones correspondientes a la isostática que los atraviesa. Sobre estas curvas se encontrarán los máximos maximorum o los mínimos minimorum de σ_1 o σ_2 respectivamente.

Medición de la variación de espesor: Al cargar un modelo plano por sus bordes se produce una variación de espesor Δe que es en cada punto

$$\Delta e = -\frac{\mu}{E} e_0 (\sigma_1 + \sigma_2)$$

Si se logra registrar esta variación en forma panorámica sobre todo el modelo, tendremos la segunda ecuación y el análisis fotoelástico se hará completo.

Existen métodos de óptica coherente que surgieron con la aparición del láser: interferometría, interferometría combinada con moiré y holografía. En ellos la variación de espesor se mide en variaciones de camino óptico y el locus de $(\sigma_1 + \sigma_2) = \text{cte.}$ es el locus de camino óptico constante.

A estas franjas de constancia de variación de espesor se las denomina isopacas. (de paths = recorridos - senderos)

Anamorfosis y recta de contorno: Vimos que calibrando el material, se pueden obtener, a partir de la red de isocromáticas los valores precisos de $(\sigma_1 - \sigma_2)$. En caso de obtener las isopacas, esta red responde a la expresión $(\sigma_1 + \sigma_2) = K m_e + G$; donde K

y G son dos constantes desconocidas a priori y m_e es el orden de las franjas (G se anula en el método holográfico). Para resolver este problema se podría practicar una calibración del material para isopacas, pero aún así, luego, habrá que uniformizar los diagramas de $(\sigma_1 - \sigma_2)$ y de $(\sigma_1 + \sigma_2)$ para poder despejar ambas tensiones en forma gráfica. Existen sin embargo dos métodos que permiten llevar directamente el diagrama de $(\sigma_1 + \sigma_2)$ a partir de m_e a la escala de $(\sigma_1 - \sigma_2)$.

Estos métodos son:

- *Anamorfosis*: pone el diagrama de $(\sigma_1 + \sigma_2)$ en escala $(\sigma_1 - \sigma_2)$.
- *Recta de contorno*: determina la escala que relaciona m_e , $(\sigma_1 + \sigma_2)$ y $(\sigma_1 - \sigma_2)$.

Ambos se basan en el siguiente principio:

Sobre los bordes libres del modelo una de las tensiones principales se anula y subsiste la otra. En consecuencia sobre los bordes libres del modelo $(\sigma_1 - \sigma_2) \equiv (\sigma_1 + \sigma_2)$ si el borde es una S_1 y $(\sigma_1 - \sigma_2) = -(\sigma_1 + \sigma_2)$ si el borde es una S_2 .

La anamorfosis se practica sobre una sección entre dos bordes libres.

La recta de contorno se determina con no menos de dos puntos tomados sobre un borde libre.

Una vez realizado uno de los dos métodos, quedan determinadas K y G y estas son válidas para todo el modelo.

4.17 Transferencia de resultados al prototipo

El modelo tiene dos escalas:

Una según: $x, y \longrightarrow E_L = \frac{L_m}{L_p}$ L_m longitud en el modelo
 L_p longitud en el prototipo

Una según: $Z \longrightarrow E_Z = \frac{Z_m}{Z_p}$ Z_m Espesor en el modelo
 Z_p Espesor en el prototipo

Y existe una tercera escala que es la escala de cargas

$$E_q = \frac{P_m}{P_p}$$

En base a ellas las tensiones en el prototipo valen

$$\sigma_p = \left(\frac{P_p}{P_m} \frac{L_m}{L_p} \frac{Z_m}{Z_p} \right) \sigma_m = \frac{E_L E_Z}{E_Q} \sigma_m$$

4.18 Materiales

En fotoelasticidad clásica bidimensional las placas de material que se usan en la fabricación de los modelos deben presentar las siguientes propiedades en orden prioritario:

- a) Ópticamente muy activa (C grande) (los epóxidos dan $C \cong 50$ br)
- b) Homogéneas e isotrópicas (deben excluir picaduras, burbujas, estrías, etc.)
- c) Planos paralelos (caras planas y alto paralelismo)
- d) Transparentes.
- e) Incoloras (en luz monocromática se acepta una débil coloración)

Cuando sea posible y la simplicidad del diseño lo permita se reservará este tipo de material (C elevada) sólo para las isocromáticas, tallándose un segundo modelo en material de baja constante C (plexiglass $C \cong -2$ br) para la determinación de isoclinas, con lo cual se eliminan las isocromáticas por el hecho de ser débilmente birrefringente. Este mismo modelo puede ser usado luego, como veremos, para determinar las isopacas.

Los materiales fotoelásticos más usados son:

- de alto módulo E : bakelita, Trolón, Dekorita, CR-39, poliéster PSM-1, epóxicos PSM-5 y aralditas B, D y F cuya constante $C \cong 50$ br y cuyo módulo E oscila entre 2×10^4 y 4×10^4 Kg/cm²
- de bajo módulo: (E entre 200 y 300 Kg/cm²) como las resinas poliuretánicas (hules) o la araldita CY-208.

Los primeros son usados en análisis estáticos o dinámicos de baja velocidad, los últimos en análisis dinámicos de alta velocidad. Unos y otros se utilizan simultáneamente o combinados cuando se requieren modelos que representan prototipos con módulos E diferentes por zonas (Fundaciones).

4.19 Maquinado

Cuando se maquina el modelo, las tensiones de corte combinadas con el calentamiento que producen, introducen en el material fenómenos de birrefringencia, denominados tensiones de maquinado, que falsean a posteriori los resultados del experimento.

Para evitarlos se recomienda el siguiente proceso:

- Corte a velocidad de mil metros por minuto con exceso de dos a tres milímetros.
- Acabado lento a lima basta o con fresadora de velocidad entre 20000 y 50000 rpm.

En general herramientas afiladas, altas velocidades y pasadas débiles suministran modelos libres de tensión.

Si al observar el modelo sin cargas, al fotoelasticímetro, se ven franjas de maquinado, se las puede eliminar por un curado a alta temperatura.

Una vez maquinado el modelo, debe ser analizado de inmediato pues envejece con cierta rapidez, debido al intercambio de humedad por los bordes recién cortados. Esto se puede evitar colocando el modelo en un ambiente de balance hídrico o sellando los cortes con un agente hidrófugo como aceite de siliconas.

CAPÍTULO V

5. OBJETIVOS

5.1 Objetivo General:

Observar el comportamiento de las distintas terminaciones gingivales en relación a las posibles variantes que pueden originarse en las tensiones internas de las piezas dentarias comprometidas por una fuerza.

5.2 Objetivos Particulares:

Optimizar el diseño de las distintas reducciones y terminaciones gingivales.

Analizar el significado de las terminaciones gingivales como agentes de soporte, con el agregado o no de refuerzo intrarradicular.

Comparar en los diferentes diseños la variación en la concentración de tensiones, gradientes de tensiones y tensiones de corte y tracción.

CAPÍTULO VI

6. MATERIALES Y MÉTODOS

Se realizó un análisis experimental de tensiones sobre un modelo prototipo confeccionado sobre materiales fotoelásticos específicos para cada estudio; montado en un dispositivo mecánico representando el diente insertado en su alvéolo y en condiciones de recibir cargas controladas en oclusión máxima y en mordida de trabajo, que fueron aplicadas a través de una cara oclusal antagonista ajustable a cada condición de trabajo.

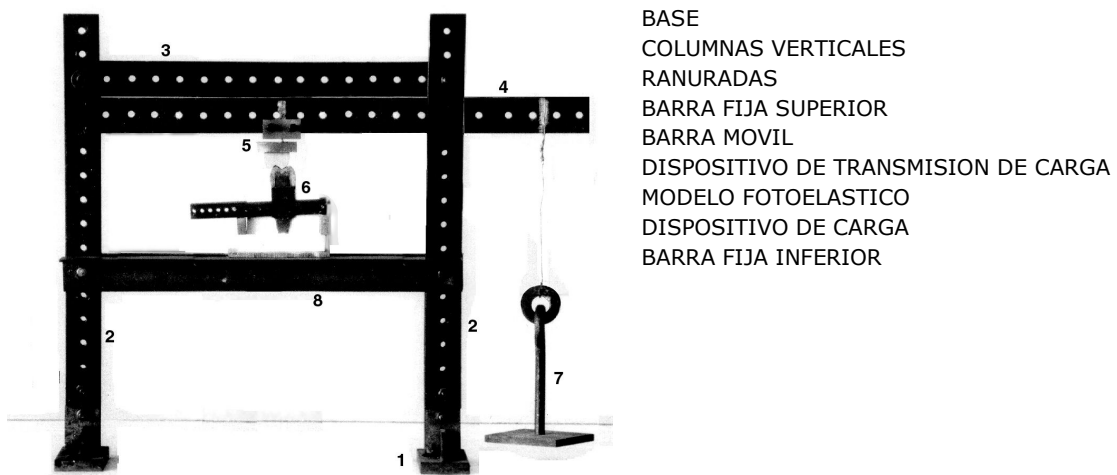


Fig. 6.1

De cada diseño de preparación, con hombro o sin hombro y con perno o sin perno se realizó un solo modelo para cada material y/o técnica realizada.

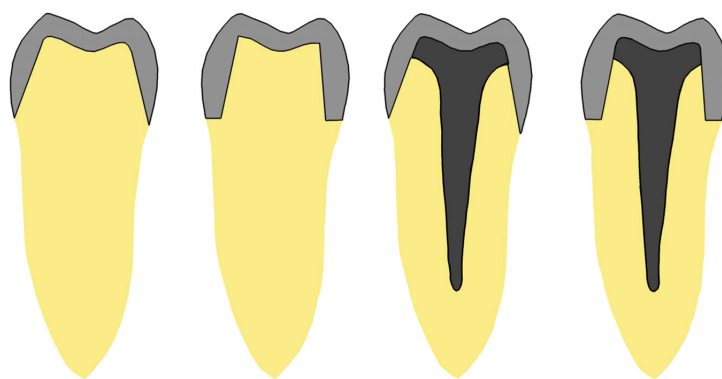


Fig. 6.2

El modelo se construyó en una escala de 5.72 en 1 a partir de un corte V-P de un diente promedio.

Para la confección del modelo se tuvo en cuenta la relación que existe entre el módulo de elasticidad de la dentina, 140.000 kg/cm² y el de un material para restauraciones como el oro, 790.000 kg/cm². Para mantener esta relación se utilizó araldita, como material que representa el diente, la cual tiene un módulo de elasticidad de 30.000 kg/cm², y aluminio para la corona, cuyo módulo de elasticidad es de 165.000 kg/cm².

Estos valores dan las siguientes relaciones entre módulos de elasticidad:

$$\frac{\text{Dentina}}{\text{Oro}} : \frac{140.000 \text{ kg/cm}^2}{790.000 \text{ kg/cm}^2} : \frac{1}{5.6}$$

$$\frac{\text{Araldita}}{\text{Aluminio}} : \frac{30.000 \text{ kg/cm}^2}{165.000 \text{ kg/cm}^2} : \frac{1}{5.5}$$

6.1 Obtención de isocromáticas

La fotoelasticidad suministra el conocimiento de la distribución de tensiones en zonas determinadas de una estructura dada, y en particular los factores de concentración de tensiones, factores que juegan un rol capital.

En la primera parte del trabajo se desarrolló por el método fotoelástico, el estudio de las isocromáticas, que representan el lugar de los puntos de igual tensión de corte máxima o de igual diferencia de tensiones principales ($\sigma_1 - \sigma_2$), que es en cada punto proporcional al orden de franjas.

Para este estudio se realizaron los siguientes diseños:

- Preparación sin perno y sin hombro.
- Preparación sin perno y con hombro.
- Preparación con perno y sin hombro.
- Preparación con perno y con hombro.

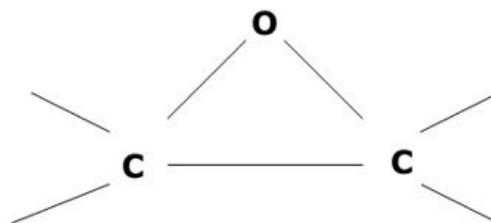
Los diseños se construyeron en araldita de seis milímetros de espesor, material de constante Fotoelástica (C) alta y cada corona y/o perno en aluminio. Para eliminar puntos de concentración de tensiones, se uniformizó el contacto en la unión entre metal y plástico, por medio de un mecanizado óptimo y la incorporación de una delgada capa de masilla epóxica que conjugara ambas superficies.

RESINAS EPOXI

Constitución de las resinas epoxi

Los éter óxidos internos son denominados epóxidos. Un cuerpo químico que contenga un óxido interno, recibe la denominación de epoxi suplementario. Las resinas en cuestión llevan también la denominación de "etoxilinas", denominación dada por el fabricante que no respetó las normas de la La Haya-1930 lo que complicó la terminología.⁴⁵

Los átomos de carbono que llevan el oxígeno-óxido pueden estar en posición 1-2 o más alejados. En el caso de las resinas derivadas de los epoxidos se trata siempre de la posición 1-2



La resina producto final no contiene prácticamente más grupos epóxicos libres. No es pues, sobre esta substancia que se basa la definición sino sobre los productos intermedios, los que son substancias químicas bien definidas o resinas más o menos complejas, las cuales, en ambos casos contienen grupos epoxi.

En la mayoría de los casos, estos intermedios son transformados en resinas generalmente infusibles, haciéndolos reaccionar con un reactivo (cuerpo simple o resina) que se adiciona fácilmente a los grupos epoxi. La resina obtenida carece de grupos epoxi.

Es por lo tanto inexacto denominar o seguir denominando "resina epoxi" a los productos endurecidos.

La araldita está constituida por una sustancia epoxi, como resina, el bisfenol-epicloridina y un reactivo de poliadición, puro, como el anhídrido ftálico, dando lugar así a la araldita B; o sino una sustancia epoxi, mezcla de éter fenilglicídico más resina bisfenol-epicloridina, y un reactivo, puro, como la dietilene triamina, dando lugar en este caso a la araldita D.

Resumiendo: se denomina resina epoxi toda sustancia polímera conteniendo uno o muchos grupos epoxi.

Sin embargo el producto continente del grupo epoxi empleado en la formación de la resina final debe ser líquido o sólido; es decir debe poder manipularse sin grandes dificultades. Así, los productos de gran condensación de óxidos de etileno y de propileno bien que siendo en parte líquidos viscosos o resinas sólidas (detergentes) no caen en la denominación de resinas epoxi puras, endurecidas o modificadas.

El endurecimiento de las resinas epoxi, no es una polimerización (aumento de peso molecular por supresión de ligaduras dobles) ni una policondensación (desprendimiento de substancias subsidiarias). La resina se forma según el principio que semeja mucho a

la preparación de poliuretanos. Por esta razón se ha creado la denominación de poliadición.

Para plastificar a estas resinas se pueden utilizar aquellos que no reaccionan con la resina ni con los reaccionantes, entre estos últimos tenemos a los cauchos, a los polisulfuros, conocidos bajo el nombre de "Thiokol". Cuando se mezcla un plastificante de este tipo y una resina epoxi, se genera una reacción exotérmica entre la terminación mercaptano y el oxígeno epoxi. El endurecimiento se produce a menudo en presencia de una amina.

Características de la resina endurecida y plastificada a los polisulfuros ⁴⁵⁻⁴⁷ (tabla suministrada por CIBA GEYGI).

"Araldita B"

E	Módulo de elasticidad	30.000 kg/cm ²
n_0	Índice de refracción	1,59
ρ	Módulo de Poisson	0,336
	Valor de C (constante fotoelástica)	$54,1 \times 10^{-7}$ cm ² /kg

Cada modelo fue montado en el marco de cargas y colocado en el fotoelastómetro entre polarizador y analizador circulares, con el objeto de obtener una red de isocromáticas, mediante la cual es posible conocer el valor de la diferencia de tensiones principales en cada punto.



Foto 6.1 Fotoelastómetro vista frontal



Foto 6.2 Fotoelastómetro vista lateral

Los modelos fueron sometidos a cargas de valores de 70, 88 y 106 kg, aplicadas mediante un sistema de palanca multiplicadora, en oclusión máxima y en trabajo, esta diferencia de cargas aumentadas se realiza con el objeto de ver progresar el orden de franjas de isocromáticas. Para un cálculo posterior de la escala de tensión a la pieza dental, se considerará que las cargas medias, en distintos individuos, varían de 11 a 125 Kg. (Promedio 78 Kg).

6.2 Obtención de isoclinas e isostáticas

La red de isoclinas se determina usando luz blanca polarizada rectilíneamente entre filtros cruzados y cada isoclina representa la línea que une los puntos en los cuales las tensiones σ_1 y σ_2 tienen una inclinación constante, o sea el lugar de los puntos de igual orientación de las tensiones principales.

El lucite es un material de constante fotoelástica (C) pequeña, y con e1 se obtienen retardos relativos pequeños. Esto nos permite observar las isoclinas sin la perturbación de las isocromáticas.

El Lucite es el nombre comercial de un acrílico cuyas características físicas fundamentales para este estudio son:

E	Módulo de elasticidad	28.000 Kg/cm ²
n_0	Índice de refracción	1,4627
ρ	Módulo de Poisson	0,329
Valor de C (constante fotoelástica)	La calibración de la Lucite ha sido hecha de manera tal que C = 0	

Para conseguir la red de isoclinas se construyeron modelos con las características de los anteriores, utilizando como material, lucite de ocho milímetros de espesor.

Cada modelo fue montado en el marco de cargas e interpuesto en el Fotoelasticómetro entre polarizador y analizador lineales, los que se hicieron girar en conjunto en ángulos predeterminados, obteniendo para cada posición del conjunto polarizador-analizador la isoclina correspondiente al ángulo de giro.

La red de isoclinas es puramente cualitativa y no requiere ninguna calibración del material.

Para este ensayo se seleccionaron los siguientes diseños:

- Preparación sin perno y sin hombro.
- Preparación con perno y sin hombro.
- Preparación con perno y con hombro.

El estudio fotoelástico completo de un modelo demanda un tiempo de trabajo y esfuerzo que no se justifica realizar en el análisis entre dos diseños que presentan similares distribución de tensiones internas, como son los casos de las preparaciones sin hombro y sin perno con respecto a las con hombro y sin perno. Es por ello que el estudio o análisis de isoclinas e isostáticas no se realizó para la preparación con hombro y sin perno. La diferencia más sobresaliente entre estos dos diseños, es que el modelo con hombro y sin perno muestra puntos de concentración de tensiones en la zona del hombro que no aparecen en la preparación sin hombro y sin perno.

Los modelos fueron cargados todos con 106 Kg, ya que para el estudio de las isoclinas se trabaja directamente con la carga máxima con que se realizaron las isocromáticas y ensayados todos en oclusión máxima.

6.3 Obtención de isopacas

Se confeccionó el modelo en acrílico de 4 mm de espesor (material ópticamente inactivo). El modelo se procesó por interferometría utilizando el mismo marco de cargas y un montaje antivibratorio. La fuente de luz la constituyó un láser de He Ne TEM₀₀ cuya longitud de coherencia es del orden del metro.

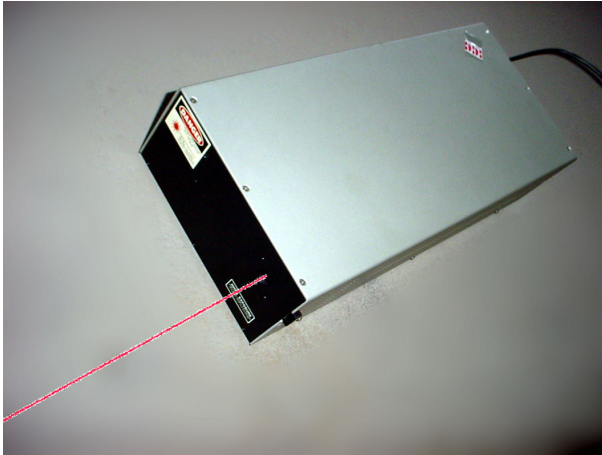


Foto 6.3.
Láser He New TEM₀₀

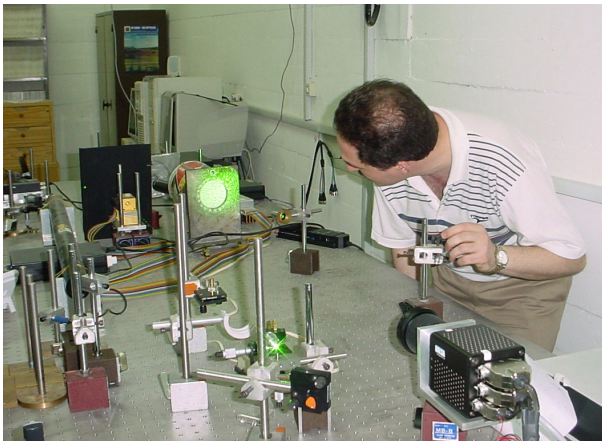


Foto 6.4.
Montaje experimental antivibratorio con fuente láser.

El lugar de puntos que representa una misma variación de espesor por una variación de carga dada, es llamado isopaca y constituye, por consiguiente, en virtud de la relación

$$\Delta e = e \cdot \Sigma_z = \frac{-e \nu (\sigma_1 - \sigma_2)}{E}$$

la línea de puntos de la misma suma de tensiones principales.

De esta forma se obtienen dos redes de isocromáticas e isopacas que representan dos ecuaciones distintas con las mismas incógnitas: las tensiones principales. Esto garantiza un análisis cuantitativo más preciso.

CAPITULO VII

7. RESULTADOS

7.1 Isocromáticas

En las páginas siguientes se presentan las fotografías del modelo sometido a las diferentes cargas y en las distintas posiciones de oclusión máxima y mordida de trabajo.



Foto 7.1
Preparación sin hombro y sin perno. Oclusión máxima.70 Kg

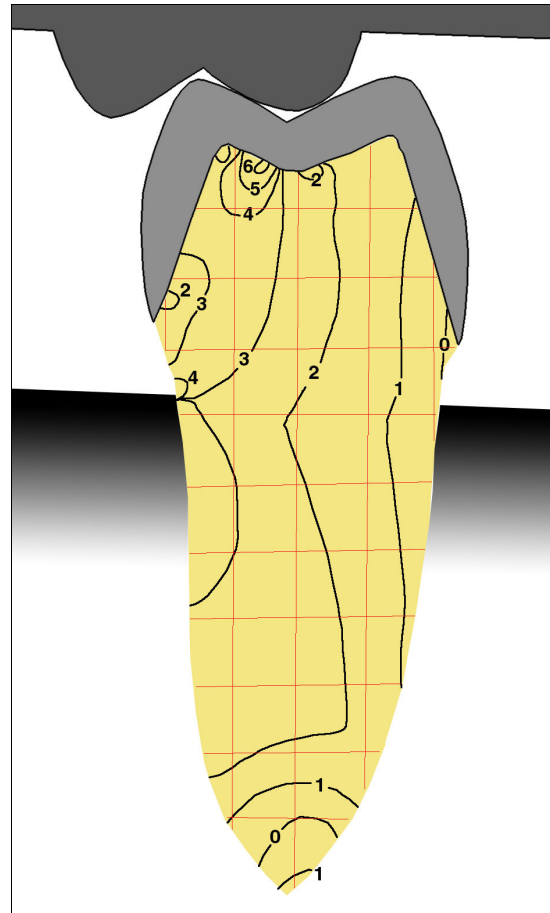


Fig. 7.1
Preparación sin hombro y sin perno. Oclusión máxima.88 kg. Relevamiento de la fotografía correspondiente



Foto 7.2
Preparación sin hombro y sin perno. Oclusión máxima. 106 Kg



Foto 7.3
Preparación sin hombro y sin perno. Mordida de trabajo. 70 Kg



Foto 7.4
Preparación sin hombro y sin perno. Mordida de trabajo. 88 Kg



Foto 7.5
Preparación sin hombro y sin perno. Mordida de trabajo. 106 Kg



Foto 7.6
Preparación con hombro y sin perno.
Oclusión máxima. 70 Kg

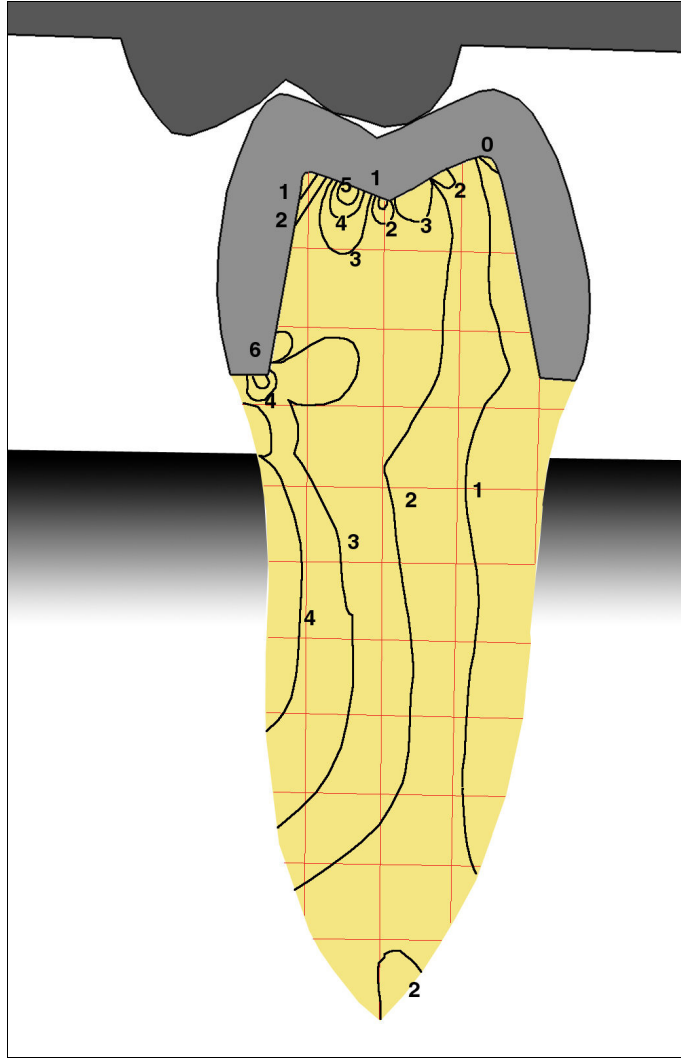


Fig. 7.2
Preparación con hombro y sin perno. Oclusión máxima. 88 Kg
Relevamiento de la fotografía correspondiente

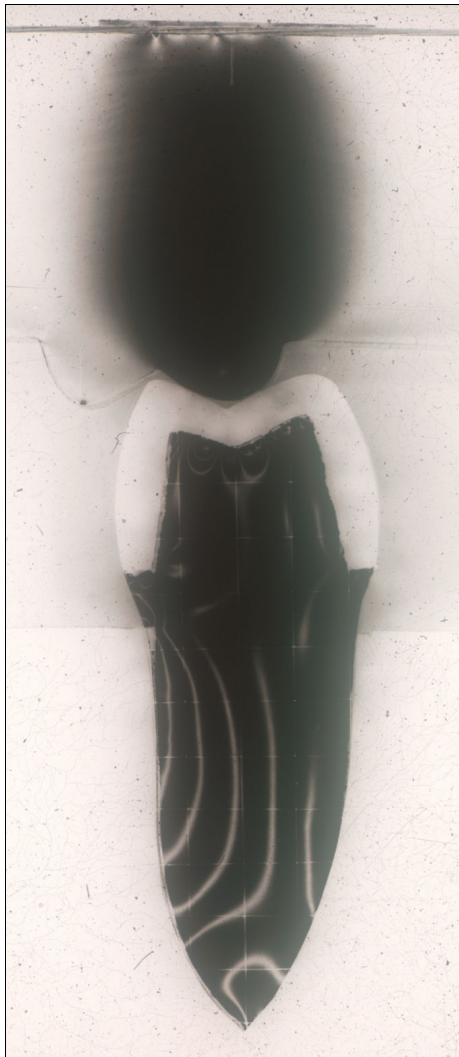


Foto 7.7
Preparación con hombro y sin perno. Oclusión máxima. 106 Kg

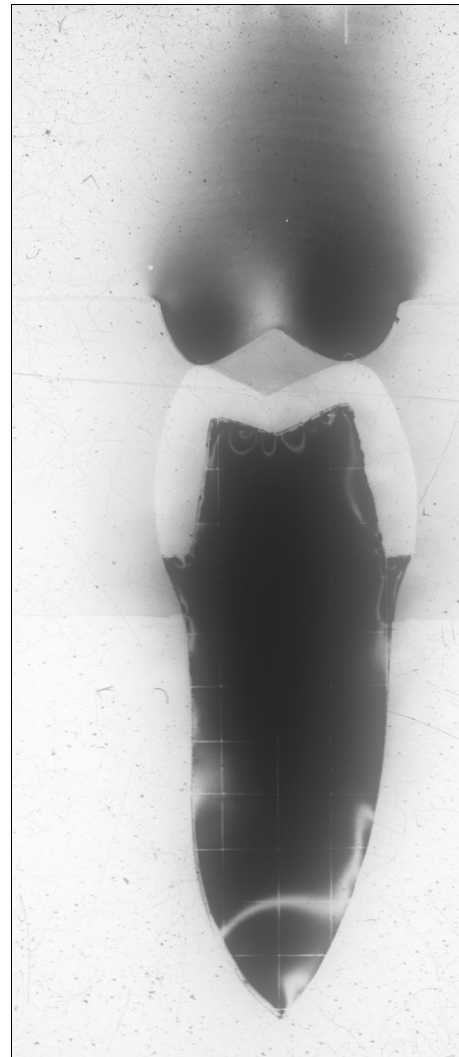


Foto 7.8
Preparación con hombro y sin perno. Mordida de trabajo. 70kg



Foto 7.9
Preparación con hombro y sin perno. Mordida de trabajo.88 Kg



Foto 7.10
Preparación con hombro y sin perno. Mordida de trabajo.106 Kg



Foto 7.11
Preparación sin hombro y con perno.
Oclusión máxima. 70 Kg

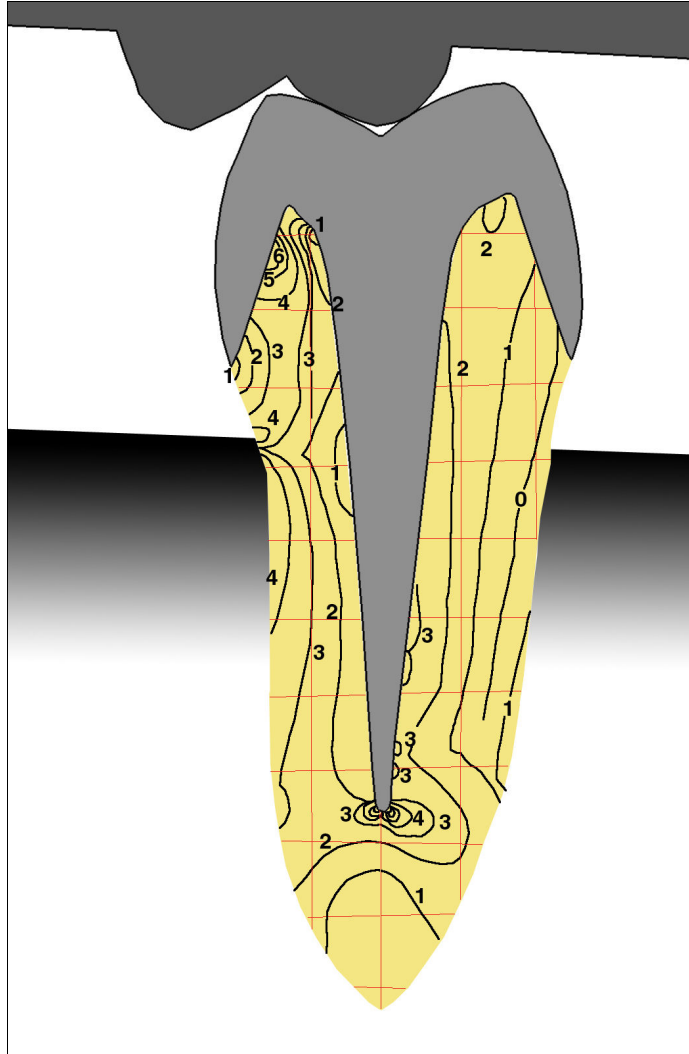


Fig. 7.3
Preparación sin hombro y con perno. Oclusión máxima. 88 Kg
Relevamiento de la fotografía correspondiente

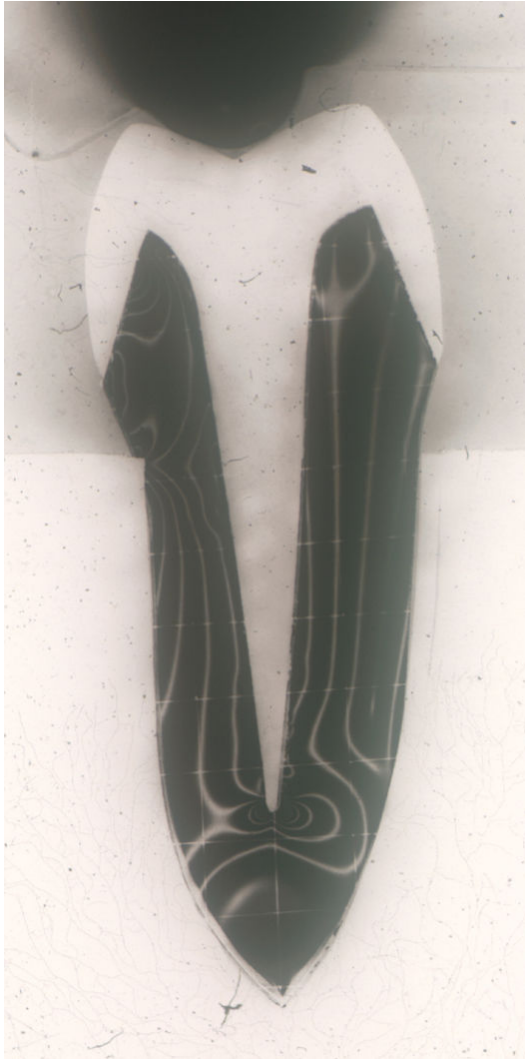


Foto 7.12
Preparación sin hombro y con perno. Oclusión máxima. 106 Kg



Foto 7.13
Preparación sin hombro y con perno. Mordida de trabajo. 70 Kg



Foto 7.14
Preparación sin hombro y con perno. Mordida de trabajo. 88 Kg



Foto 7.15
Preparación sin hombro y con perno. Mordida de trabajo. 106 Kg

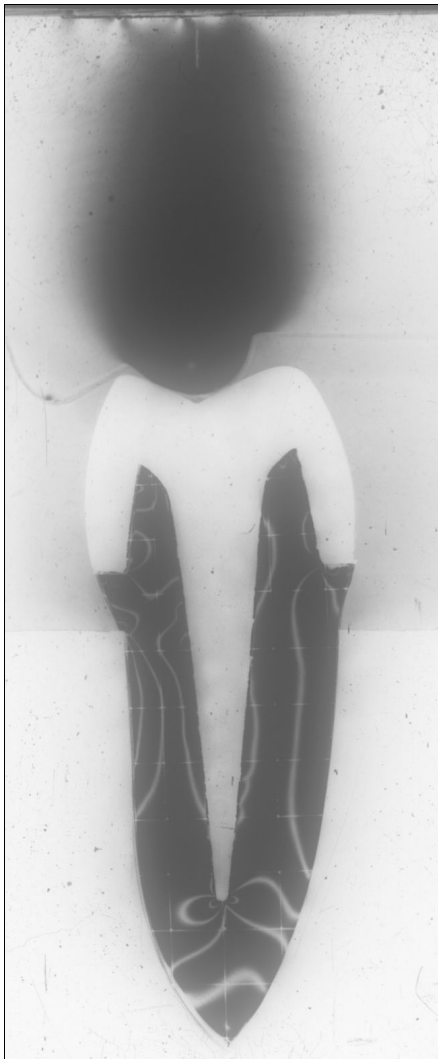


Foto 7.16
Preparación con hombro y con perno. Oclusión máxima.70 Kg

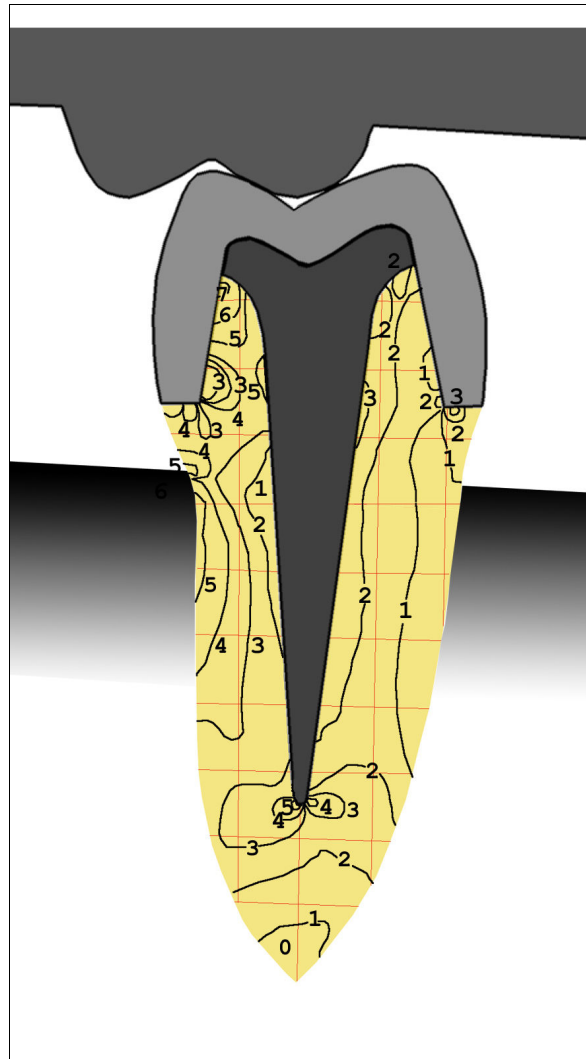


Fig. 7.4
Preparación con hombro y con perno. Oclusión máxima.88 Kg Relevamiento de la fotografía correspondiente

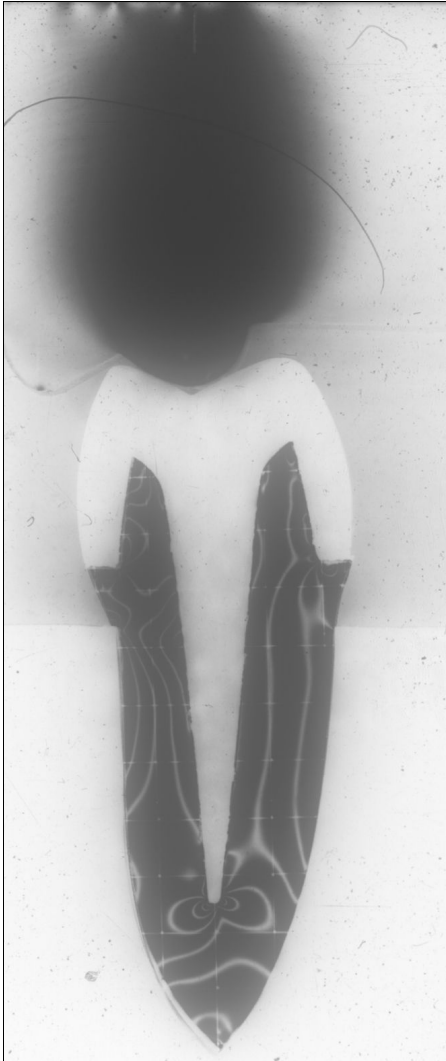


Foto 7.17
Preparación con hombro y con perno. Oclusión máxima. 106 Kg



Foto 7.18
Preparación con hombro y con perno. Mordida de trabajo. 70 Kg

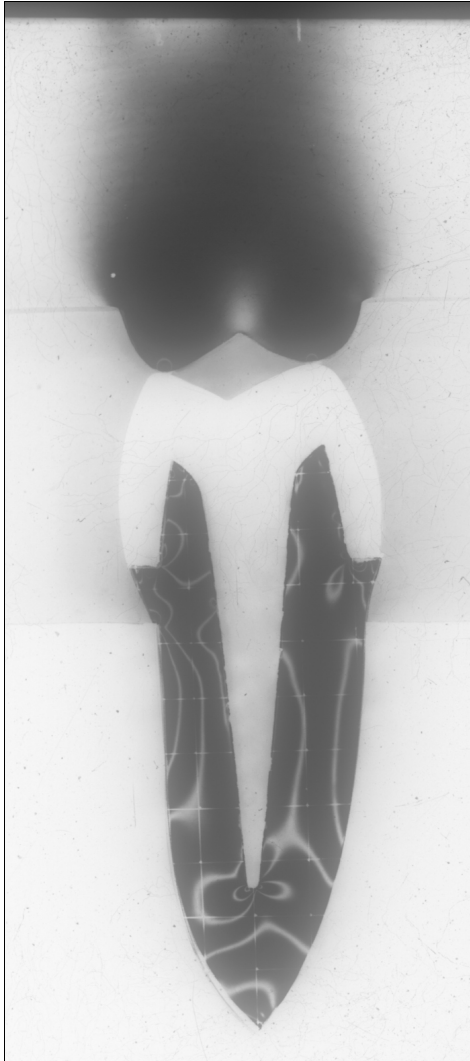


Foto 7.19
Preparación con hombro y con perno. Mordida de trabajo. 88 Kg

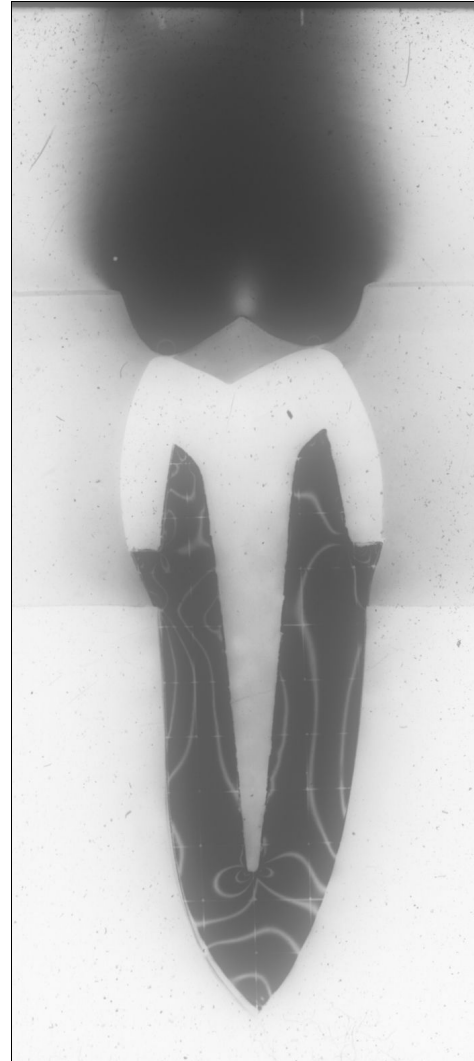


Foto 7.20
Preparación con hombro y con perno. Mordida de trabajo. 106 Kg

Cada modelo ensayado se fotografió con película blanco y negro, con cada una de las cargas que recibió, tanto en oclusión máxima como en trabajo. Estas transparencias fueron proyectadas sobre un dibujo ampliado del modelo, de manera que los bordes de las piezas en la fotografía coincidieran con los bordes del dibujo ampliado. Esto se hizo para relevar las redes de isocromáticas.

7.2 Isoclinas e Isostáticas

Las isoclinas que se observaron en el fotoelasticímetro fueron relevadas sobre un dibujo del modelo ampliado en relación 4/1, con el objeto de tener mayor facilidad para el trazado futuro de las isostáticas.

Se comenzó relevando las isoclinas de cota 0° , marcando cada línea con su número de cota, se hizo girar el polarizador-analizador de 5° en 5° para el modelo sin perno y de 10° en 10° para los modelos con perno, y se relevaron sucesivamente las otras líneas hasta llegar a los 90° , idéntica a la de 0°

Una vez realizado esto con cada uno de los tres modelos, se obtienen las tres redes de isoclinas, una para cada uno de los modelos.

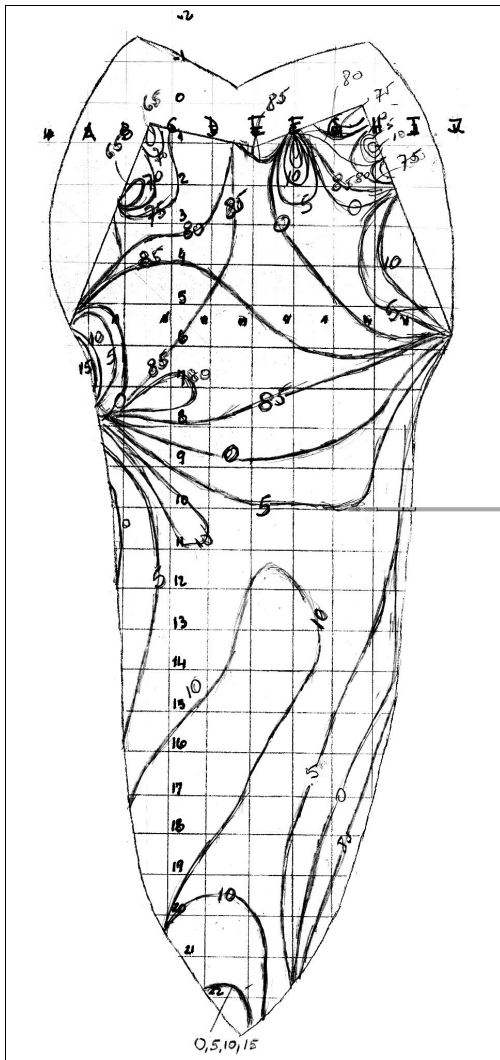


Fig. 7.5
Red de isoclinas. Preparación sin hombro y sin perno.

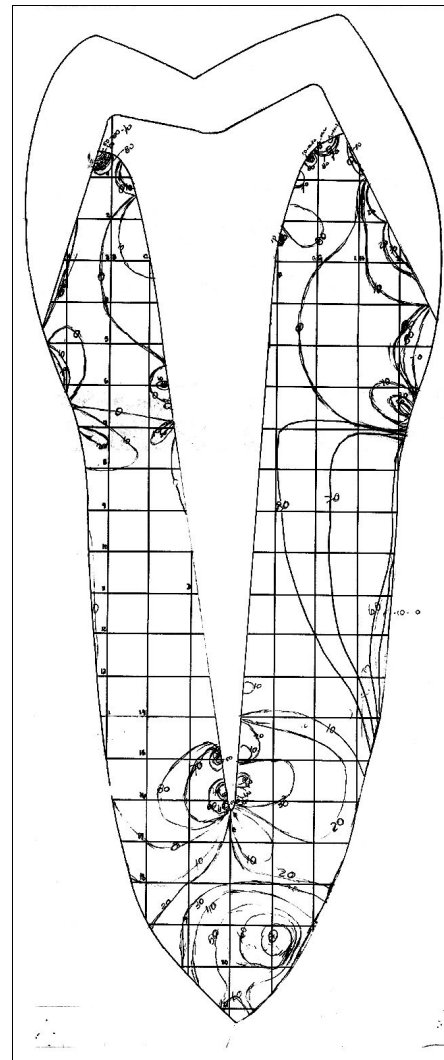


Fig. 7.6
Red de isoclinas. Preparación sin hombro y con perno.

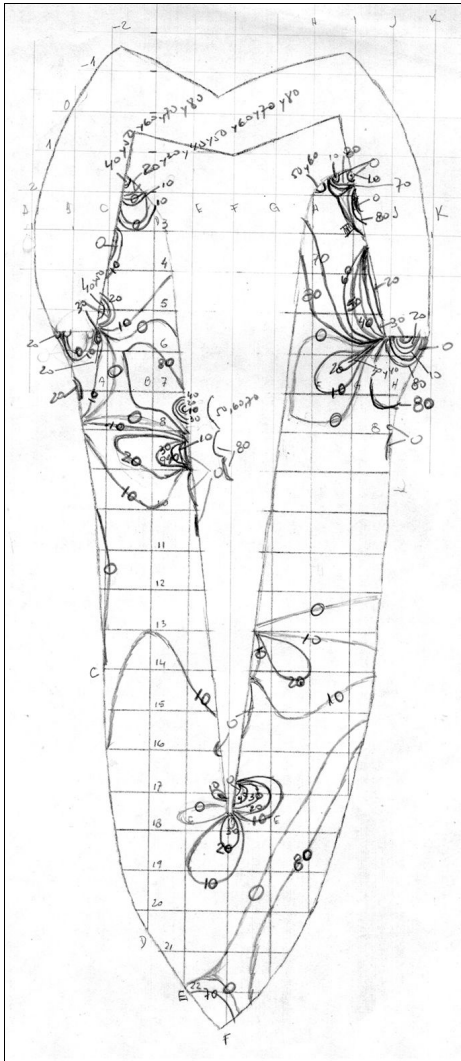


Fig. 7.7
Red de isoclinas. Preparación con hombro y con perno.

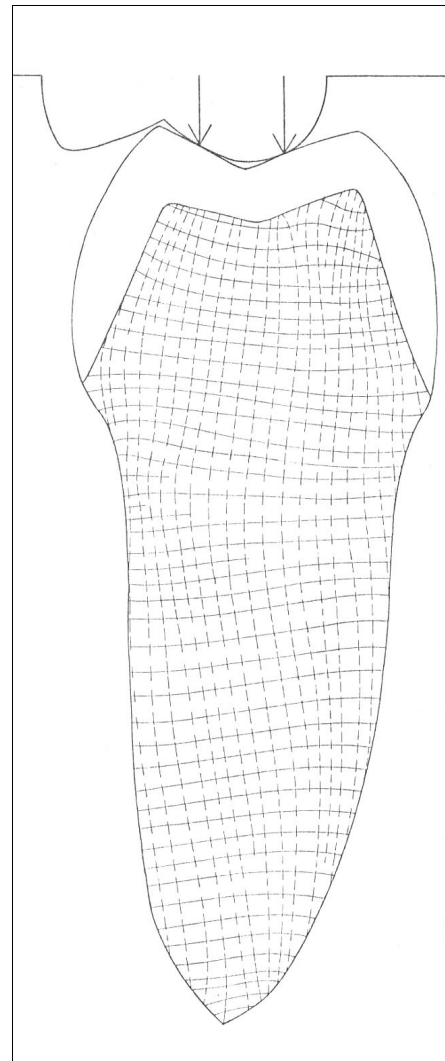


Fig. 7.8
Red de isostáticas. Preparación sin hombro y sin perno.

A partir de cada una de estas redes de isoclinas se obtuvieron las redes de Isostáticas.

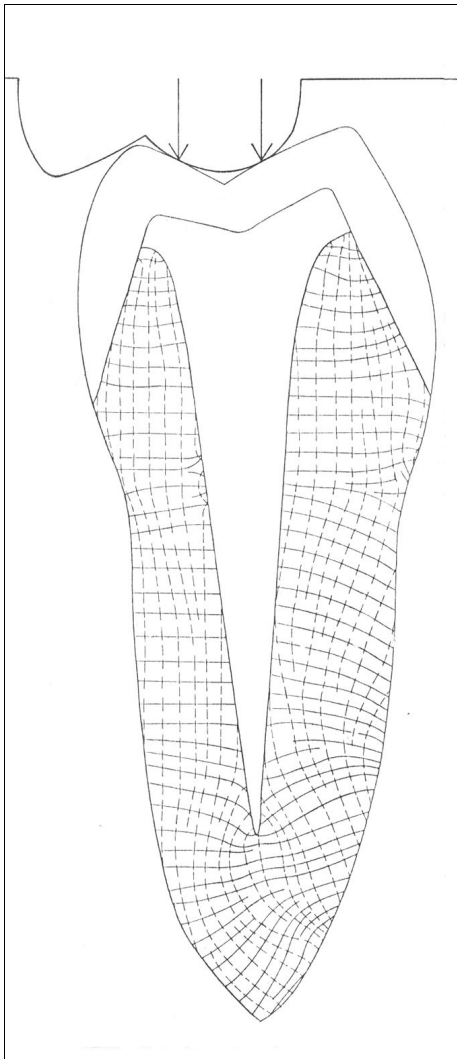


Fig. 7.9
Red de isostáticas. Preparación sin hombro y con perno.

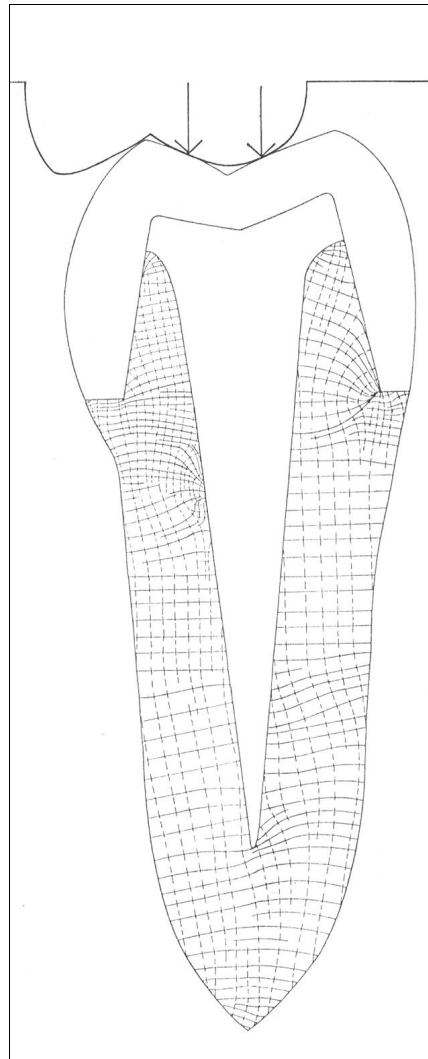


Fig. 7.10
Red de isostáticas. Preparación con hombro y con perno.

La red de isostáticas es cualitativa, y representa la trayectoria de tensiones principales, es decir el recorrido de los esfuerzos internos.

Por la observación de algunas convenciones simples, se puede trazar esta red, que distingue las dos familias de isostáticas designadas por S_1 y S_2 . Esta separación facilita notablemente la puesta en evidencia de zonas traccionadas y de zonas comprimidas. Las de compresión van marcadas en línea punteada y las de tracción en línea llena.

A continuación y a manera de ejemplo se exponen montajes de relevamientos de redes de isoclinas e isostáticas que corresponden a la imagen en espejo de una misma mitad de ambas redes con el objeto de visualizar en un mismo modelo las isostáticas que surgen de sus correspondientes isoclinas.

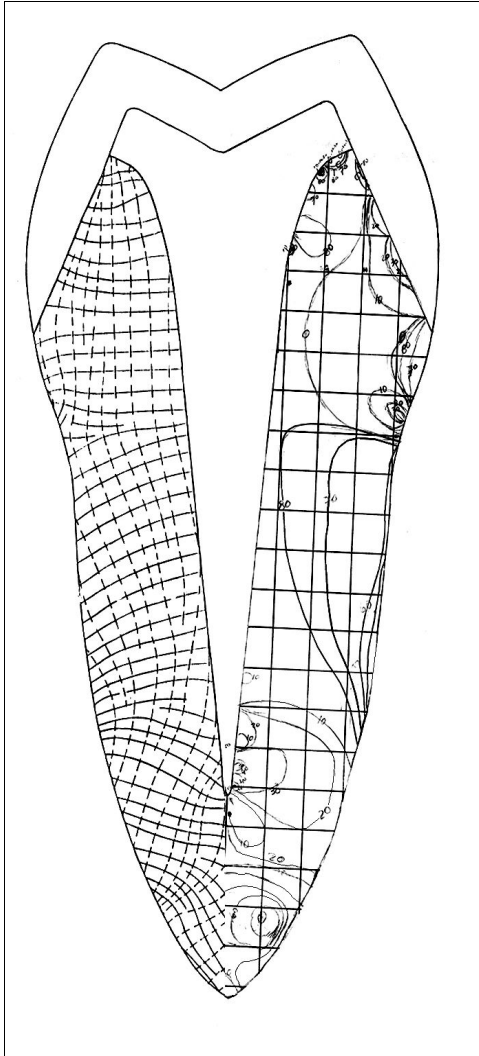


Fig. 7.11
Relevamiento de redes de isoclinas e isostáticas en espejo. Preparación sin hombro y con perno. Lado derecho.

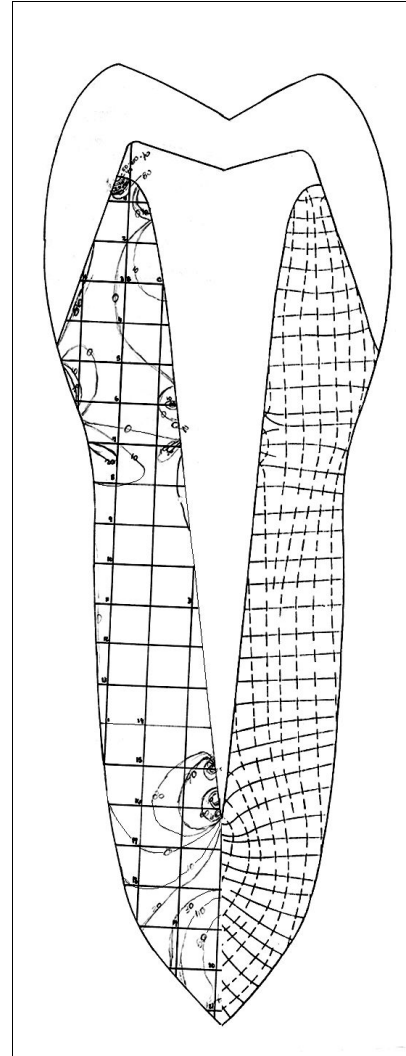


Fig. 7.12
Relevamiento de redes de isoclinas e isostáticas en espejo. Preparación sin hombro y con perno. Lado izquierdo.

7.3 Isopacas

Se obtuvieron con moire substractivo geométrico de dos redes densas.

Estas redes obtenidas por interferometría están constituidas por franjas correspondientes a puntos de espesor constante del modelo.

Esta técnica se aplicó a diseños de preparaciones sin hombro y sin perno, y con hombro y con perno, por considerar a estos dos diseños como los de mínima y máxima tensiones internas, de acuerdo a los estudios cualitativos y cuantitativos de las isocromáticas, analizándolos solamente en OM.

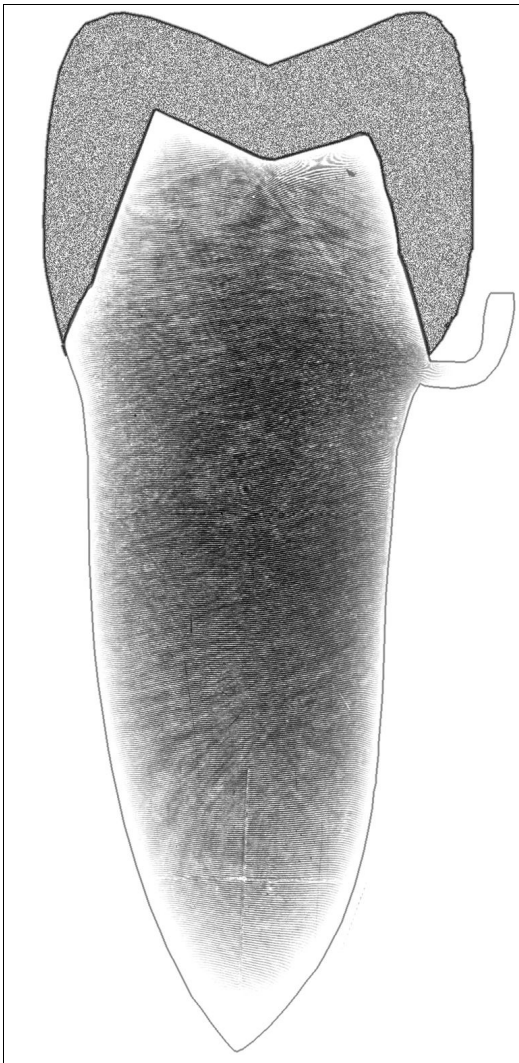


Foto 7.21
Red de isopacas. Preparación sin hombro y sin perno.

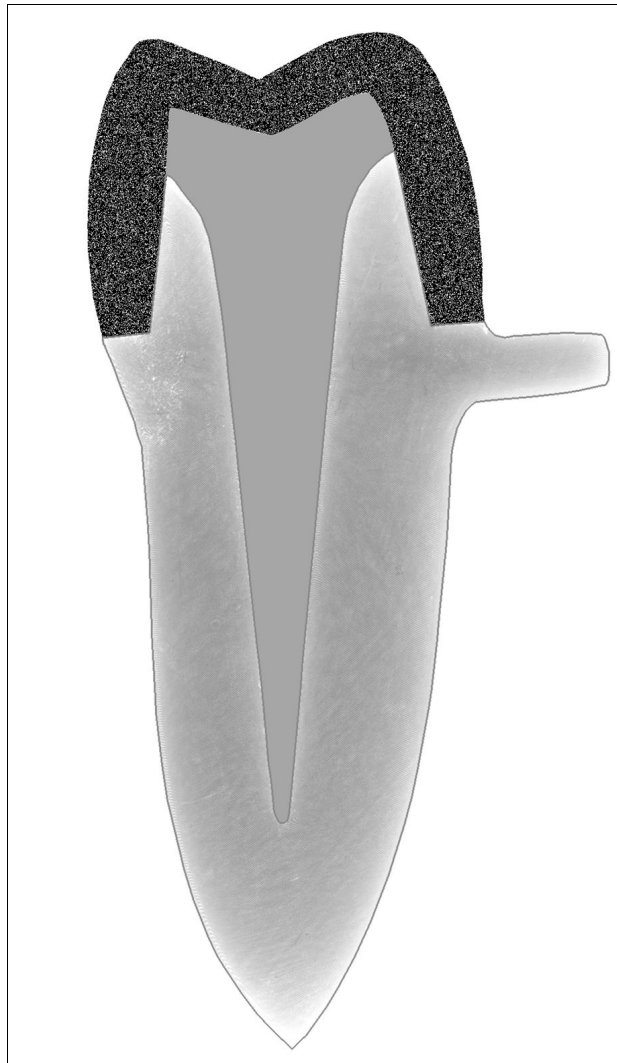


Foto 7.22.
Red de isopacas. Preparación con hombro y con perno.

Cada modelo se fotografió con distintos estados de carga. Se contaron las franjas a partir de un apéndice del modelo, que no recibe cargas y por lo tanto en él las franjas no varían. Se desarrolló el conteo a partir de secciones predeterminadas: 1-1' y 2-2' para la preparación sin hombro y sin perno, y 1-1', 2-2', 3-3' y 4-4' para la corona con perno y con hombro. (Figuras N° 7.13)

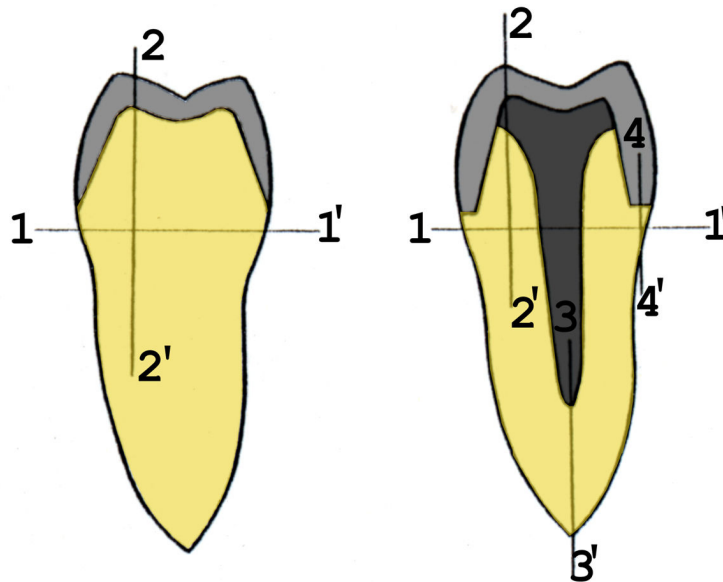


Fig. 7.13
Secciones predeterminadas

Luego se relevaron en cada sección las dos redes de franjas (estado de carga 1 y estado de carga 2), en escala arbitraria pero con valores proporcionales al orden de franja.

Se obtuvieron así dos diagramas cuya diferencia suministra el de $\sigma_1 + \sigma_2$ en escala desconocida. Por procesado gráfico-numérico (recta de contorno-anamorfoxis), se lo transporta a la escala de las isocromáticas, relevadas a escala conocida, con lo que se pueden obtener los valores individuales de σ_1 y σ_2 .

7.4 Análisis de Isocromáticas

La observación de las fotografías y/o relevamientos presentadas en este capítulo nos permite apreciar el gradiente de tensiones, dado por el número de órdenes de franjas de isocromáticas, en determinadas zonas de distintos modelos.

Estos resultados fueron volcados en la tabla N° 7.1

OM: oclusión máxima; **T:** trabajo; **F:** cúspide fundamental; **NF:** cúspide no fundamental; **S/H:** sin hombro; **C/H:** con hombro; **S/P:** sin perno; **C/P:** con perno.

Tabla N° 7.1

Órdenes de franjas clasificadas según las preparaciones y las zonas.

			Zona Media		Cara Oclusal		Hombro		Terminación Apical	
			OM	T	OM	T	OM	T	OM	T
S/P	S/H	F	4	4	7	5	3	3	3	3
		NF	0.4	1	2	2	0	1		
	C/H	F	6	5	6	4	8	9	2	2
		NF	1	2	2	3	0.5	3		
C/P	S/H	F	5	3	7	4	3	1.7	7	5
		NF	2	3	2	4	0.3	1.6		
	C/H	F	6	5	8	5	7	5	7	6
		NF	2	2	3	2	3	5		

7.5 Estudio Estadístico

Análisis de la Variancia

Se realizó un estudio estadístico con el fin de comparar los resultados encontrados.

Para este caso se utilizó una técnica no paramétrica, aplicando para ello el test "Por rangos de Fridman".⁴⁸

Analizadas las diferentes preparaciones en las distintas secciones:

- a- zona media
- b- cara oclusal, y
- c- zona de hombro;

primero para cada posición: oclusión máxima y mordida de trabajo, y luego para cada cúspide: fundamental y no fundamental; se obtienen las siguientes conclusiones:

Aparecen "diferencias significativas" en las posiciones y cúspides que a continuación se detallan:

- a. zona media
 - . en oclusión máxima: entre ambas cúspides ($\chi^2 = 4, p < 0,05$)
- b. cara oclusal
 - . en oclusión máxima: entre ambas cúspides ($\chi^2 = 4, p < 0,05$)
 - . cúspide fundamental: entre oclusión máxima y mordida de trabajo ($\chi^2 = 4, p < 0,05$)
- c. zona de hombro
 - . en oclusión máxima: entre ambas cúspides ($\chi^2 = 4, p < 0,05$)
 - . cúspide no fundamental: entre oclusión máxima y mordida de trabajo ($\chi^2 = 4, p < 0,05$)

7.6 Análisis de Isostáticas

Las figuras 7.8, 7.9 y 7.10 nos muestran la orientación de las tensiones de compresión y de tracción.

La evaluación de estas figuras nos permite enunciar las siguientes observaciones:

En la preparación sin perno y sin hombro, las líneas de compresión (verticales punteadas) y las líneas de tracción (horizontales llenas) manifiestan un flujo uniforme en todo el modelo y son consideradas favorables.

En las preparaciones con perno y sin hombro, se observan las líneas de compresión y las de tracción con el mismo recorrido uniforme de la preparación anterior, salvo en la zona de la terminación apical del perno donde presentan una desviación desfavorable provocada por una mayor rigidez de la zona de apoyo, de aparición accidental.

En la preparación con hombro y con perno se observan las características anteriores pero con marcada desviación desfavorable en la orientación de las tensiones, sobre todo las de tracción (horizontales llenas), en la zona de los hombros (arista y área subyacente).

7.7 Análisis cuantitativo de tensiones principales

Al conseguir tener en una escala conocida y en un mismo diagrama $\sigma_1 - \sigma_2$ y $\sigma_1 + \sigma_2$, por semisuma y semidiferencia se consiguen aislar los valores de σ_1 y σ_2 y calcular el valor del T_{max} .

El resultado total de los valores obtenidos se presenta en la tabla N° 7.2.

	SIN HOMBRO Y SIN PERNO						CON HOMBRO Y CON PERNO													
	Sección 1-1'			Sección 2-2'			Sección 1-1'			Sección 2-2'			Sección 3-3'			Sección 4-4'				
	σ_1	σ_2	τ_{Max}	σ_1	σ_2	τ_{Max}	σ_1	σ_2	τ_{Max}	σ_1	σ_2	τ_{Max}	σ_1	σ_2	τ_{Max}	σ_1	σ_2	τ_{Max}		
1	1.9	-	38.9	0.9	-152	76	-	-120	52.9	7.6	-	45.6	17.1	0.9	-133	66.5	4.7	-	60.8	33.2
2	-0.9	-	35.6	31.3	-	64	-	-	37	5.7	-	41.8	23.2	-	-114	34.2	7.6	-	42.7	17.8
3	7.1	-	32.3	36.1	-	52	-	-	25.1	7.1	-	34.6	20.1	-	-152	53.2	4.2	-	25.6	14.2
4	8.5	-	29.4	31.8	-	45	-	-	16.6	27.6	-	34.2	20.1	-	-114	46.5	-	-	-	-
5	9	-	27.5	27	-	41	-	-	6.6	8.5	-	37	22	-	-115	36.1	-	-	-	-
6	10.4	-	25.6	23.7	-	38	-	-	-	10	-	37	33.2	-	-	27.5	-	-	-	-
7	9.5	-	24.2	22.3	-	36	-	-	-	16	-	27	23.2	2.3	-	3.8	-	-	-	-
8	9.5	-	22.8	16.6	-	34	-	-	-	19	-	19	20.2	69.3	58.9	8.5	-	-	-	-
9	9.5	-	20.4	7.6	-	34	-	-	-	16	-	17	17.5	-	-	-	-	-	-	-
10	9.5	-	19.4	2.3	-	33	-	-	-	19	-	19	17.1	-	-	-	-	-	-	-
11	10.9	-	17.5	0.9	-	32	-	-	25.1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
12	7.6	-	14.7	-1.4	-	31	-	-	20.4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
13	6.6	-	12.8	-6.6	-	29	-	-	15.6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
14	4.7	-	10.2	-9.5	-	28	-	-	11.8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
15	2.8	-	5.6	-28	-	27	-	-	9.5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
16	-	-	-	-	-	25	-	-	9.5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
17	-	-	-	-	-	24	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
18	-	-	-	-	-	24	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabla 7.2

Con los valores de la tabla N° 7.2 se confeccionaron los diagramas de tensiones principales para las preparaciones sin perno y sin hombro, en las secciones 1-1' y 2-2' y para las preparaciones con perno y con hombro en las secciones 1-1', 2-2', 3-3' y 4-4' (figuras 7.14 a 7.19).

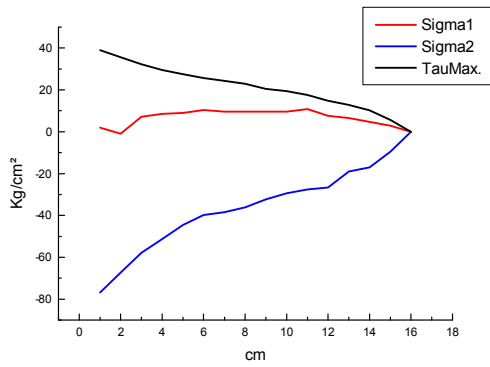


Figura 7.14:
Preparación Sin Hombro y Sin Perno Sección 1-1'

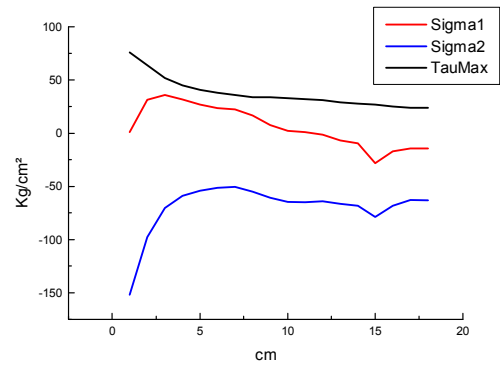


Figura 7.15:
Preparación Sin Hombro y Sin Perno Sección 2-2'

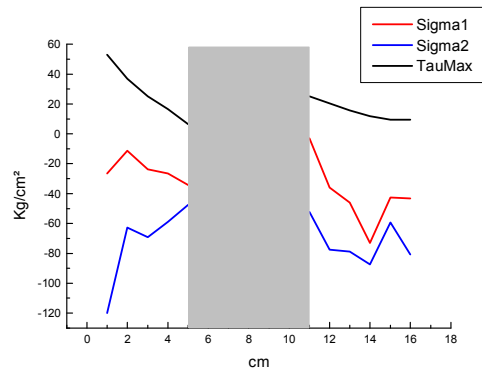


Figura 7.16:
Preparación Con Hombro y Con Perno Sección 1-1'

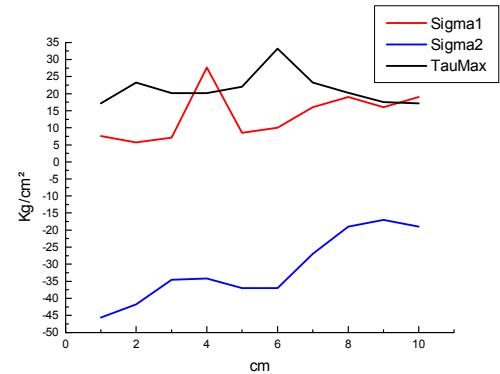


Figura 7.17:
Preparación Con Hombro y Con Perno Sección 2-2'

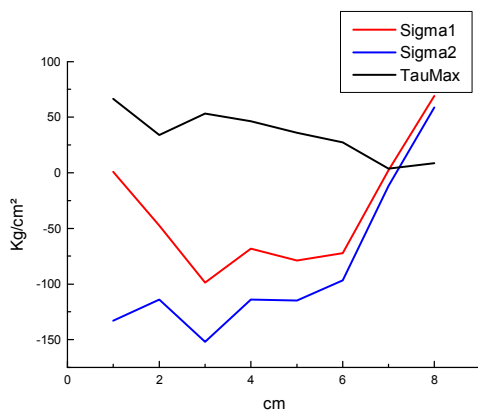


Figura 7.18:
Preparación Con Hombro y Con Perno Sección 3-3'

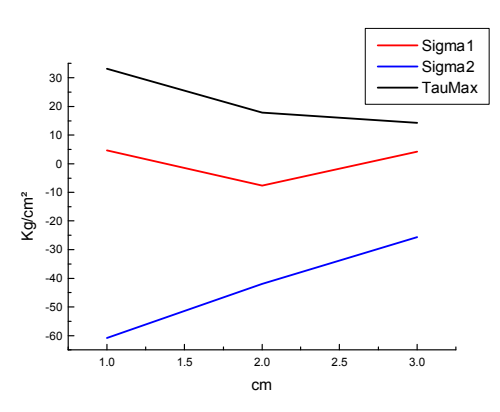


Figura 7.19:
Preparación Con Hombro y Con Perno Sección 4-4'

CAPÍTULO VIII

8. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

En este trabajo de tesis se realizó una investigación experimental del patrón de distribución de tensiones en piezas dentarias con distintas preparaciones y desgastes, sobre modelos a escala, utilizando la técnica fotoelástica.

Las fuerzas que soportan las piezas dentarias, al ejercer las funciones de masticación, aparecen aplicadas con diversas direcciones y a través de distintos planos inclinados, que están representados por las facetas que componen las caras oclusales. Nuestro objetivo fue analizar los estados de tensión interna que soportan las piezas dentarias. Para ello se utilizó un método opto-mecánico conocido como método fotoelástico.

La fotoelasticidad suministra una visión panorámica del estado de tensiones interiores de un modelo bidimensional sometido a cargas por los bordes.

El modelo bidimensional es siempre una lámina plana paralela recortada en un material adecuado, cuyo perfil corresponde al contorno del plano transversal que secciona la pieza, diseñada a escala conveniente (ampliada o reducida). En nuestro caso se trata de un modelo a escala ampliada, correspondiente al plano medio vestíbulo palatino de un premolar.

La simple observación del patrón de franjas, que muestra el modelo fotoelástico analizado, suministra información importante que permite predecir los puntos críticos de la pieza. En efecto, aquellas zonas donde se observa la mayor densidad de franjas isocromáticas, son consideradas zonas críticas, debido a que el gradiente de tensiones es muy elevado. En esas regiones del modelo, se produce una fuerte concentración de tensiones que puede conducir a la falla de la pieza en esas áreas.

El estudio de las isocromáticas sobre los modelos fotoelásticos, con distintos diseños y preparaciones, aplicando cargas crecientes antagonistas, nos permitió observar cómo se distribuyen las tensiones en el interior de la pieza.

En efecto, cuando se analiza un modelo fotoelástico bidimensional sometido a cargas aplicadas perpendicularmente a sus bordes, se observa un conjunto de franjas; a cada una de las cuales le corresponde un orden (número entero). Cuanto mayor es el orden de la franja analizada, tanto más elevadas son las tensiones soportadas por el modelo a lo largo de la misma.

Así, cuando en una región del modelo se observa una elevada densidad de franjas (muchas franjas casi paralelas concentradas en un área reducida) estaremos observando una región que presenta un elevado gradiente de tensiones.

Resulta sencillo deducir, que en esos casos, se produce una fuerte variación de tensiones a lo largo de un corto recorrido. Esto significa que en esas zonas o puntos

del modelo, se presenta una elevada concentración de tensiones. Si en esas zonas existe o aparece una falla o microfisura en la estructura cristalina de la pieza, la elevada concentración de tensiones prolonga la falla o fisura, reduciendo el espacio del gradiente, el cual aumenta correlativamente. Este proceso continúa, conduciendo rápidamente la pieza a la rotura en la zona de alto gradiente.

Conocer esto es muy importante como lo señalan Toyoda, Kasori y Hawa.³⁰ Resulta entonces conveniente, de ser posible, modificar el diseño de la pieza buscando reducir el gradiente de tensiones en esa zona de riesgo.

En este estudio se analizaron cuatro modelos, con cargas paralelas a sus ejes longitudinales, aplicadas en Oclusión Máxima y en Mordida de Trabajo, por ser éstas las fuerzas más fisiológicas que soportan los dientes.

Nuestros resultados confirman que la concentración de tensiones que soportan las piezas dentarias varían significativamente entre las distintas preparaciones y desgastes. Estos resultados concuerdan con los obtenidos por El Ebrashi, Craig y Peyton.⁶

Las distintas preparaciones, bajo estados de carga similares, mostraron diferentes gradientes internos de tensiones, de acuerdo a lo indicado por los órdenes de isocromáticas, índice de la diferente capacidad de transmitir favorablemente los esfuerzos, según el caso.

Las preparaciones que menores órdenes de franjas presentaron para el mismo nivel de fuerzas aplicadas fueron:

1. En la zona media:
 - del lado de la cúspide fundamental, las sin hombro y sin perno junto con las sin hombro y con perno.
 - del lado de la cúspide no fundamental, las preparaciones sin hombro y sin perno.

De tal forma las preparaciones con hombro nos indicaron una mayor concentración de tensiones en la zona media debidas a este diseño, tanto del lado de la cúspide fundamental como del lado de la cúspide no fundamental.

2. En la zona del contacto oclusal de la preparación con la restauración:
 - del lado de la cúspide fundamental, las sin perno y con hombro.
 - del lado de la cúspide no fundamental, las sin perno y sin hombro.

El menor orden de franjas, en estas preparaciones nos indicó que el soporte de la restauración sobre la preparación no sólo está dado por la zona de contacto oclusal, sino también por el área de soporte del hombro.

Por lo tanto las preparaciones sin hombro y sin perno, en esta zona de la cara oclusal, mostraron un estado de tensiones menos favorable.

3. En la zona del hombro:

- del lado de la cúspide fundamental, las con perno y sin hombro.
- del lado de la cúspide no fundamental, las sin perno y sin hombro.

Nuestros resultados concuerdan con los presentados anteriormente por otros investigadores.^{5,6}

4. En la zona de la terminación apical: fueron las preparaciones sin perno y con hombro las que presentaron menores órdenes de franjas.

A partir de la tabla Nº 7.2 se calcularon los valores realmente significativos del gradiente de tensiones.

La comparación de valores de gradientes de σ_1 en ambos modelos, en la sección 1-1', señalaron a la preparación S/H, y S/P como mejor condicionada.

Similar comparación para σ_2 , en sección 2-2', mostraron a las preparaciones con hombro y con perno, como de diseño más favorable. Pero, en cambio, las tensiones fluyeron más uniformemente en la preparación S/H y S/P, como lo mostró el análisis de las isostáticas. Teniendo en cuenta las afirmaciones de Ohyama T³¹, estos diseños y preparaciones deberían ser tenidos en cuenta para una distribución apropiada de las tensiones funcionales. Además estos diseños sin hombro comprometen menos la estructura pulpar sin disminuir el soporte, por lo que concuerdan con Seymour K, Zou L, Samarawickrama DYD y Linch E.³²

En lo que respecta a la sección 3-3', los gradientes resultaron muy elevados para ambas tensiones por lo cual el diseño en esta condición resulta desfavorable.

Similar resultado se observó en la sección 4-4'.

Los hallazgos alcanzados en este estudio indicaron que ciertos diseños optimizan el estado de tensiones. La presencia de perno muñón y de hombro desfavorecen el comportamiento biomecánico de las preparaciones, como se detalla en los párrafos siguientes. Según estos resultados se ordenaron los diferentes diseños, sobre la base de su estado de concentración de tensiones.

Nuestros resultados no son, probablemente, sólo un artificio ligado a la metodología, sin embargo reconocemos que el estudio fue limitado al análisis bidimensional de tensiones. Por lo tanto, dejamos abierta la posibilidad o no de correspondencia entre modelos similares bi y tridimensionales.

Conclusiones:

Las preparaciones sin hombro y sin perno son las más favorables por presentar menor concentración de tensiones internas.

Las preparaciones sin hombro y sin perno son las más favorables por presentar mayor uniformidad en el trazado de las líneas de compresión y de tracción.

Las preparaciones con hombro presentan las tensiones de tracción desfavorablemente orientadas, lo que induce la formación de fisuras.

Las preparaciones sin perno y sin hombro son las que presentan los resultados más favorables en cuanto al gradiente de tensiones.

Dadas las observaciones c y d planteadas en la discusión del análisis cuantitativo de tensiones principales, obligaría a plantearse sumo cuidado en la elección de los diseños con perno y con hombro y controlar su ejecución para alejar toda posibilidad de fisura o hendimiento.

BIBLIOGRAFÍA

- (1) Johnston JF, Phillips RW, Dykema RW. *Práctica moderna de coronas y puentes*. Editorial Mundi SAIC y F 1977
- (2) Atlas-texto de prótesis fija. La preparación de pilares para coronas de metal-cerámica. Castellani Darío. Espaxs, S.A., 1996. Publicaciones Médicas. Barcelona.
- (3) Behsnilian V. "Oclusión y Rehabilitación". Montevideo, R.O. del Uruguay. 1971.
- (4) Camani Altube LA. "El aparato dentario y la mecánica aplicada". Rosario. R.Argentina. 1945.
- (5) Craig RG, El-Ebrashi MR and Peyton FA. Experimental stress analysis of dental restorations. Part III. The concept of the geometry of proximal margins". *J.Prost. Dental* 1969; 22: 333-345.
- (6) Craig RG, El-Ebrashi MR and Peyton FA. Experimental stress analysis of dental restorations. Part IV. The concept of parallelism of axial walls. *J.Prost. Dent* 1969; 22: 346-353.
- (7) Dawson, PE. *Evaluación, diagnóstico y tratamiento de problemas oclusales*. Ed.Mundi S.A. 1977.
- (8) Pameijer CH, Kikutake T. Enhancing esthetics in porcelain fused to metal through technique modifications. *Dent Clin North Am* 1985;29:753-62.
- (9) Roberts, D.H.: "Prótesis Fija". Editorial NI, ~clir-a 1979.
- (10) Skinner Phillips RW. *La ciencia de los materiales dentales*. Ed. Interamericana 7ºEd. 1973.
- (11) Shillingburg HT, Hobo S, Lowell D, Whitset H. *Fundamentos de prostodoncia fija*. Quintessence Publishing Co. Inc 1981. Chicago, Berlin, Rio de Janeiro and Tokyo
- (12) Prótesis fija en dientes anteriores. Gerard J. Chiche, Alain Pinault. Masson, S A. 1998.
- (13) Mc Lean JW, Wilson AD. Butt joins versus beveled gold margin in metal-ceramic crowns. *J Biomed Mater Res* 1980; 14:239
- (14) Butel EM, Campbell JC, DiFiore PM. Crown margin design: A dental school survey. *J Prosthetic Dent* 1991;65:303
- (15) Sozio R. The marginal aspect of the de ceramo-metal restoration: The collarless ceramo-metal restoration. *Dent Clin North Am* 1977; 21:787
- (16) Pascoe D. Analysis of the geometry of finishing lines for full crown restorations. *J Prosthet Dent* 1978; 40:157
- (17) Gavelis JR, Morency JD, Riley ED, Sozio RB. The effect of various finish line preparations on the marginal seat and occlusal seat of full crown preparations. *J Prosthet Dent* 1981; 45:138
- (18) Stein RS, Kuwata M. A dentist and a dental technologist analyze current ceramo-metal procedures. *Dent Clin North Am* 1977; 21:729
- (19) Preston JD. Rational approach to tooth preparations for ceramo-metal restorations. *Dent Clin North Am* 1977;21:683
- (20) Mc Adam DB. Preparation of a 135-degree shoulder for a ceramometal margin using an end-cutting bur. *J Prosthet Dent* 1985;54:473
- (21) Kuwata M. *Theory and Practice for Ceramo-metal Restorations*. Chicago: Quintessence, 1980
- (22) Strating H, Pameijer CH, Gildenhuys RR. Evaluation og marginal integrety of ceramometal restorations. Prt I. *J Prosthet Dent* 1981;46:59
- (23) Kishen A, Asundi A. Stress distribution in the dento-alveolar system using digital photoelasticity. *Proc Inst Mech Eng [H]*. 2000;214(6):659-67.
- (24) Huber AW. *Relación de la teoría de elasticidad con el análisis experimental*. Anal.Acad.Ci.Ex.Fis.Nat. Buenos Aires. Tomo 28. 1976.
- (25) Frocht MM. *Photoelasticity*. Vol. I y 11- New York. USA. 1957.
- (26) Ricaldoni J. *Curso de análisis experimental de estructuras*. Facultad de Ingeniería y Agrimensura. Publicaciones del Instituto de Estática. N'15. Septiembre de 1957. Capítulo IV. Fotoelasticidad Pág. 71-79.
- (27) Pirard A. *Notes du cours de PHOELASTICITÉ*. 1975. Ulq Liege, Bélgica.
- (28) Pflug L *Photo-elasticité*. Cap. III. COURS A V C P. 1982. Laser et applications industrielles. Ed. Ch. Bonjour M.Matthey.
- (29) Torizuka K. A study on methods to evaluate finish line forms on a prepared tooth. *J. Of Nihon University School of Dentistry*. 1995;37(2):119.
- (30) Toyoda M., Kasori T., Hawa A. et al. Changes of stress bearing areas in abutment teeth and denture foundation areas caused by application of impact to different points. *Bulletin of Kanagawa Dental College*. 1995;23(2):87.

- (31) Ohyama T. Stress analysis on removable partial denture. J of Nihon Univ School of Dent. 1995;37(4):242.
- (32) Seymour K, Zou L, Samarawickrama D, Lynch E. Assessment of shoulder dimensions and angles of porcelain bonded to metal crown preparations. J of Prost Dent 1996;75(4):46.
- (33) Hooper SM, Huggett R, Foster LV. Teaching veneer and crown margins in UK dental schools. Dental Update 1993;20:192-6.
- (34) Hong-So Yang, Hyun-Ju Chung, Yeong Joon Park. Stress analysis of a cantilevered fixed partial denture with normal and reduced bone support. J of Prost Dent 1996;76(4):424.
- (35) Nyman S, Lindhe J. A longitudinal study of combined periodontal and prosthetic treatment of patients with advanced periodontal disease. J Periodontal 1979;50:163-169.
- (36) Selva EJ, Oteiza B, Pellicer B, Fernández L, Fons A. Prótesis fija en extensión (Revisión Bibliográfica). Archivos de Odontología. 1997;14(11):661.
- (37) Assif D, Marshak L, Horowitz A. Analysis of load transfer and stress distribution by implant-supported fixed partial denture. J of Prost Dent 1996;75(3):285.
- (38) Darbar UR, Huggett R, Harrison A. Stress analysis techniques in complete dentures. J Dent 1994;22:259-64.
- (39) Serçöz A, Güvener S. Finite element analysis of the effect of cantilever and implant length on stress distribution in an implant-supported fixed prosthesis. J of Prost Dent 1996;76(2):165.
- (40) Rieger MR, Adams WK, Kinzel GL. A finite element survey of eleven endosseous implants. J Prosthet Dent 1990;63:457-65.
- (41) Siegele D, Soltész U. Numerical investigations of the influence of implant shape on stress distribution in the jaw bone. Int J Oral Maxillofac Implants 1989;4:333-40.
- (42) Ushiwata O, Vieira de Moraes J, Bottino MA, Galera da Silva E. Marginal fit of nickel-chromium copings before and after internal adjustments with duplicated stone dies and disclosing agent. J of Prost Dent 2000;83(6):634-43.
- (43) Paraneli CA, Junho de Araujo JE, Nogueira Junior L, Máximo de Araujo MA. Análise da espessura da película de cimentos de ionómero de vidro e fosfato de zinco, empregados na cimentação de coroas totais metálicas, preparadas in vivo. Rev. Odont da UNESP 1997;26(2):401.
- (44) Figueiredo AR, Bottino MA, Jambeiro da Rocha CA. Discrepancia de assentamento ocorridas em coroas totais metálicas, com e sem alívio interno variando se os terminos cervicais os agentes cimentantes. Rev. Odont Da UNESP 1998;27(2):567.
- (45) "Las Resinas Epoxi" Jean Schrade, Pierre Piganiot. Ed Dunot 1975.
- (46) Propriétés et mise en oeuvre des araldites utilisées en photoélasticité M Veaux 1967 EUR 3604 Communauté Européenne de l'Énergie Atomique - Euratom. Centre Commun de Recherche Nucléaire. Etablissement d'Ispra - Italie Métallurgie et Céramique.
- (47) Contribution à l'Étude de la Photoélasticimétrie. Application Aux Structures du Génie Civil. THESE par Jean François Julien. Soutenue le 25 octobre 1974. L'Université Claude Bernard de Lyon.
- (48) Siegel, S.: "Estadísticas no paramétricas" - Ed. Trillas -- México. 1979.