Aula inaugural do ano lectivo 2011/2012

Alguns equívocos sobre a matemática

Uma conversa informal

Ema Maia

Dedicado à Manuela Almeida

A relação da vida com a matemática, tantas vezes ignorada, esquecida, menosprezada tanto no ensino como nas políticas educativas e, quase sempre, pela sociedade em geral, será o objecto destas reflexões.

Num percurso de trinta e seis anos a ensinar matemática, foram necessariamente muitas e diversas as observações, reflexões, experiências, crenças ou dúvidas em práticas e caminhos que se afiguravam como mais ou menos promissores. Aconteceu sobretudo um longo processo de compreensão da natureza da matemática, cada vez sob mais e diferentes perspectivas, na empolgante aventura de aprendizagem que o ensino oferece.

A relação com o outro – o aluno, na maior parte do tempo – é fundamental para a reflexão sobre os conceitos, relações e procedimentos matemáticos. Ao contrário do que é frequentemente afirmado, a matemática é uma ciência com muito de concreto e de social. Não só pela sua aplicação nas questões da vida, também pela carga histórica, de costumes, de convenções, de rituais, de procedimentos que são manifestamente reveladores das culturas que lhes deram origem ou os suportam; pela lógica, herdada da filosofia, logo necessariamente de uma dada compreensão do universo e da sua organização; pela evolução de metodologias intimamente associadas a épocas e correntes de pensamento; até – e aqui mais uma vez em oposição à crença comum – pela constante mudança, pela construção am acção, tanto no âmbito global, como individual. O aluno está num processo de construção de conhecimento matemático; os seus colegas e o professor, na interacção com esse aluno, expandem de alguma forma a sua compreensão matemática; em múltiplos locais do mundo, escolas, institutos, universidades e não só, matemáticos descobrem novas relações ou resultados; pessoas aparentemente alheias à actividade matemática vão tomando, no dia a dia, consciência de factos novos ligados à geometria, ao cálculo...

A vida é indissociável da matemática.

1. Não gosto de matemática!

Qualquer professor de matemática já ouviu esta declaração nas suas aulas, não uma, inúmeras vezes. Dita com desalento, com desespero, ou como a indiferente constatação de um facto, ela surge ciclicamente, ano após ano, a cada geração de alunos. Porquê?

Existe indubitavelmente, na nossa cultura, inapetência pela disciplina e pelo conhecimento matemático. A incompetência matemática é socialmente bem aceite – é considerada uma característica "herdada", não necessariamente censurável. É comum ouvir-se, para factos tão básicos como dividir a despesa de um almoço pelos comensais: "Ora ainda bem que temos aqui um matemático para fazer a conta…" Dir-se-á, no caso de ter de se deixar um aviso para alguém ausente: "Ora ainda bem que está aqui alguém de letras para escrever o bilhete?" Certamente que não.

Quando um aluno tem mau desempenho a matemática, não é responsabilizado pela família do mesmo modo que o seria se se tratasse de outra disciplina do currículo (com excepção, talvez, da Educação Física) – diz-se que "não tem jeito", ou "sai ao pai"... E assim se vai incutindo em gerações sucessivas a ideia de que mesmo os conhecimentos matemáticos mais elementares são domínio de "iluminados", uns excêntricos que foram bafejados por um qualquer dom genético que os tornou aptos para resolverem questões matemáticas com facilidade.

Ora, aqui reside o primeiro equívoco:

a) por um lado, as competências matemáticas básicas são acessíveis a qualquer aluno;

b) por outro, também os alunos com gosto pela matemática adquirem as competências esforçando-se, tal como acontece para qualquer área do conhecimento.

Uma consequência desta atitude é uma enorme falta de sentido crítico no que respeita à matemática – qualquer frase com conteúdo matemático ouvida ou lida nos meios de comunicação social é aceite sem qualquer análise. Os próprios comunicadores parecem não dominar bem as notícias em que têm de lidar com grandes números ou tirar ilações de estatísticas, falseando com frequência conclusões, invertendo o sentido dos resultados ou confundindo falácias com silogismos, em atropelo às leis da lógica. Até nos debates da Assembleia da República são patentes essas dificuldades e incorrecções e, no entanto, aí se discutem e decidem os destinos da nação.

Mas esta aceitação sem crítica, por uma grande maioria dos cidadãos, de notícias, opiniões e conclusões que implicam numeracia, traduz-se afinal numa delegação cega em terceiros no que respeita à resolução dos problemas nacionais, logo que os afectam directamente. Há falta de intervenção política económica informada e fundamentada por parte do cidadão comum, que acaba por resultar em menoridade democrática.

Assim, poder-se-á afirmar que a competência matemática básica (literacia matemática[1]) é componente indispensável da cidadania.

Regressando à frase inicial, o mesmo aluno que a profere é capaz de dizer também: "só gostei da matéria de tal ou tal capítulo!" ou "desta aula até gostei". Isto é, quando um aluno consegue ultrapassar o seu próprio preconceito e abrir-se a uma actividade matemática significativa, experimenta prazer e é capaz de resolver situações problemáticas ou argumentar validamente, surpreendendo o professor e até a si próprio.

2. Para que me serve isto?

Eis outro dos desabafos que frequentemente surge nas aulas de matemática. Se o ponto anterior ainda não constituiu resposta suficiente a esta questão, até porque, em geral, ela surge após alguma luta com procedimentos para os quais os alunos não vêem utilização próxima e que entendem demasiado abstractos para qualquer relação com a sua vivência ou projectos de futuro, pensemos como tudo começou.

Convém, no entanto, ponderar que o conhecimento, seja ele qual for, nunca é inútil, mesmo que à partida não pareça ter aplicação visível. Quanto mais dilatado é o conhecimento, mais diversidade de utilidades se lhe descobrem, porque se multiplicam as relações que é possível estabelecer entre factos diversos, e mais global resulta a compreensão das situações. Como tão bem está expresso num filme de Indiana Jones[2], é uma citação de Carlos Magno que vai fornecer a salvação para um momento crítico. E assim, podem um poema, um quadro, um facto histórico, a imagem de um objecto, misturar-se para nos fornecerem uma estratégia para um problema… Seria desejável que as capacidades do nosso cérebro cooperassem e se desenvolvessem, em vez de interferirem e estarem em conflito, em resultado de uma educação imbuída de preconceitos.

Curiosamente, são aqueles que menos conhecem os que, em geral, menos disponibilidade manifestam para aprender mais.

A matemática nasceu certamente da necessidade: de contar objectos, animais, população, de repartir, de medir e dividir a propriedade, de construir, etc., acompanhando a evolução do Homem. Teve assim uma função claramente utilitária nas primeiras civilizações da Antiguidade, surgindo então os primeiros sistemas de numeração, formas de cálculo aritmético, conceitos de Geometria e Medida. É o caso da matemática do

Antigo Egipto: a descoberta do papiro de Rhind, datado de 1650 A.C., contendo um texto matemático destinado provavelmente à instrução de um jovem escriba, revelou uma matemática prática, com problemas bastante semelhantes aos que ainda hoje constam dos manuais do ensino básico.

Com o milagre grego deu-se o grande salto para a abstracção e a sistematização. Na Grécia Antiga, a demonstração matemática emergiu, reflectindo o contexto social, político e cultural. A matemática grega estava incluída na Filosofia, era uma das faces do conhecimento global do universo, que abrangia todas as áreas do conhecimento e artes. As suas abordagens reflectiram as sucessivas correntes filosóficas do pensamento grego. Os filósofos gregos eram matemáticos, os matemáticos gregos eram filósofos. Ainda hoje resta, dessa inseparabilidade, o facto de a Lógica ser um capítulo da Matemática e também da Filosofia. O raciocínio dedutivo, explicitado e sistematizado pelos gregos antigos, foi a génese do pensamento matemático ocidental. Por exemplo, Euclides, no sec. III A.C., partindo de um número restrito de axiomas e definições aceites como evidências, e utilizando apenas o raciocínio dedutivo, estabeleceu e organizou em treze livros toda a matemática conhecida na época. Os *Elementos* de Euclides formataram até hoje a nossa visão comum do espaço e formas e permanecem, ao fim de vinte e três séculos, a quase totalidade da Geometria elementar do ensino básico.

Mas, regressando ao mote deste ponto, qual a utilidade da Matemática?

É evidente que ninguém contesta que toda a estrutura funcional e tecnológica que suporta a vida civilizada actual tem na sua base a matemática, desde a economia familiar e privada ao próprio fabrico e até utilização dos objectos e infraestruturas que já nos parecem indispensáveis. Porém, a questão inicial posta pelo aluno significa: “sim, a sociedade e o progresso dependem da matemática, mas não sou eu que vou trabalhar nesses assuntos, para mim bastam-me conceitos elementares e não sei para que me vai servir todo este formalismo que me obrigam a aprender…”.

Ora esta opinião revela que a aprendizagem que este aluno experimentou pode estar muito afastada da actividade matemática e, provavelmente, mais tarde irá esquecer até as elementares competências que teve de adquirir para percorrer a sua escolaridade.

As relações entre a abstracção e a aplicabilidade na actividade matemática podem ser compreendidas a partir do esquema seguinte:

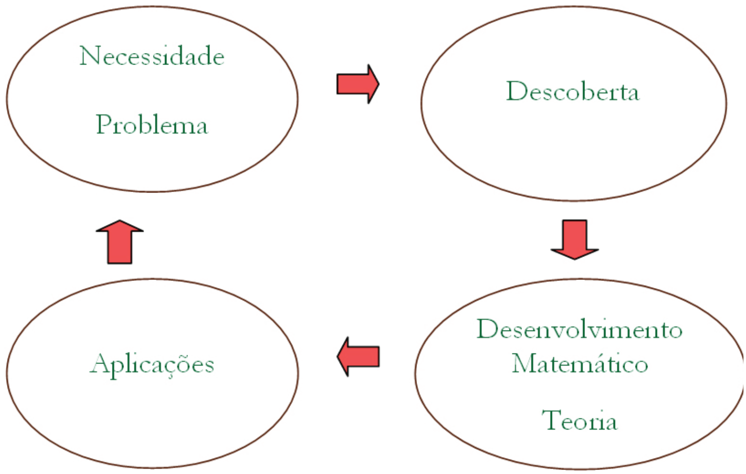


Fig.1 – Actividade matemática

A actividade matemática surgiu inicialmente da necessidade de resolver problemas do dia a dia. Quando se encontram estratégias para a resolução de determinados problemas, descobrem-se práticas ou procedimentos que se vão aperfeiçoando para que, sempre que surjam problemas do mesmo tipo, seja mais fácil e rápida a sua solução. Esse desenvolvimento conduz necessariamente a generalizações, à reflexão sobre os conceitos envolvidos, à construção de modelos abstractos que representam tipos de situações. Assim surgiu, por exemplo, a Geometria, assim surgem as teorias matemáticas. O desenvolvimento das teorias vai mais longe do que as necessidades que lhes deram origem, porque os matemáticos rapidamente põem novas questões a partir dos resultados obtidos, encontram relações, analogias, sistematizam. E, por causa dessa ampliação, para além dos casos concretos originais, são possíveis novas aplicações da teoria, quantas vezes em campos inesperados e bem longe dos primeiros contextos. Porém, estas aplicações gerarão novos problemas que a teoria ainda não resolve, fechando-se o ciclo, ou partindo-se para outro: uma necessidade, um problema, a descoberta da solução, o desenvolvimento teórico, as novas aplicações, e assim sucessivamente…

E como é ensinada a matemática? Tradicionalmente, como um produto acabado, aparentemente imutável e compacto, uma espécie de receituário para utilização. Muitas vezes, pelo menos até recentemente, o ensino da matemática processava-se como se representa a seguir:

Fig.2 – Ensino tradicional da matemática

O professor transmite os factos matemáticos, valha a verdade que por vezes contextualizados numa situação prática – que serve apenas de contexto e a qual o aluno pode nem ser convidado a resolver -- em seguida fazem-se exercícios como aplicação dos conceitos e procedimentos aprendidos, supostamente com um grau progressivo de dificuldade e, finalmente, surgem problemas sobre o tema (raramente relacionando diferentes capítulos) que exigem uma abordagem menos rotineira. Esta organização continua bastante visível na generalidade dos manuais de matemática do ensino básico.

Comparando os esquemas das figuras 1 e 2, vemos que o percurso do segundo é uma espécie de inversão do percurso do primeiro, sendo o problema o ponto de partida da actividade matemática e, pelo contrário, o ponto de chegada do ensino tradicional.

Assim, não é de admirar que o aluno, ao ser confrontado com um problema, esteja desprovido de estratégias que implicam todo o tipo de articulação de raciocínios (dedutivo, indutivo, holístico, generalização, comparação, heurístico, etc.) e de processos mentais mais ou menos complexos que não foi habituado a desenvolver, e deseje ancorar-se em território conhecido, com a inevitável pergunta: "Professor, qual é a operação? Qual é a regra? Qual é a fórmula?"

Então, cada aluno, na sua aprendizagem, deverá reinventar toda a matemática, em vez de capitalizar o esforço de séculos? Claro que não! Mas deverá ser-lhe dada oportunidade de experimentar a actividade matemática tal como os matemáticos o fizeram ao longo da História, deverá sentir a motivação e a necessidade de descobrir estratégias e a utilidade de procedimentos que um problema com significado para ele pode colocar, deverá conhecer os contextos históricos em que surgiram determinados resultados e as questões que lhes deram origem, deverá compreender que a verdade matemática é relativa e situada num tempo, numa localização geográfica, numa cultura. Ou seja, ao aluno deve ser permitido manipular materiais, experimentar, conjecturar e testar, argumentar, concluir e errar sem conotação negativa, mas antes como degrau para uma compreensão mais aprofundada, como etapa de aprendizagem. Precisamente, o medo de errar pode ser impeditivo da evolução: quantas vezes o professor se antecipa na ajuda ao aluno, impedindo-o de se confrontar verdadeiramente com a dificuldade e se desenvolver matematicamente? E acontece ainda que aquilo que o professor antecipa como difícil, nem sempre coincide com o que o aluno sente como tal.

As baixas expectativas sobre os alunos acabam por se reflectir na escolha das tarefas que lhes são propostas e reproduzem-se em baixas expectativas dos próprios alunos. Ora, como já atrás foi referido, alunos considerados como tendo fraco desempenho a matemática podem surpreender positivamente na resolução de tarefas não rotineiras e desafios.

3. A matemática é uma disciplina abstracta. Basta papel e lápis!

Esta é a mais generalizada concepção sobre a matemática, tão tacitamente admitida que nunca se põe a questão de que a sala de aula de matemática tenha qualquer equipamento específico ou seja, ela própria, uma sala específica para o efeito. Basta uma sala comum, e aos alunos basta papel e lápis e, eventualmente, calculadora. Fala-se muito de material manipulativo – e por vezes até existe algum nas escolas – mas raramente é utilizado, sendo a desculpa mais comum para a sua não utilização a falta de tempo. Mas será realmente uma perda de tempo o trabalho com materiais?

Em qualquer manual, ficha de trabalho ou caderno de actividades, por exemplo do 2ºciclo, lá aparecerá uma questão do tipo:

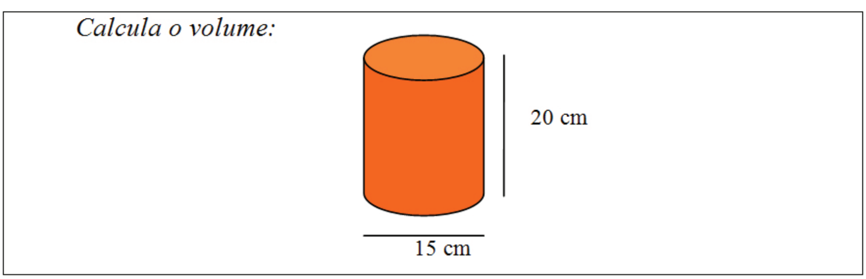


Fig. 3

Será esta tarefa suficiente para trabalhar as competências que estão envolvidas na determinação do volume de um cilindro?

Para começar, estamos perante uma representação bidimensional, em que são já fornecidas as medidas necessárias ao cálculo do volume do cilindro e apenas essas. Basta que o aluno tenha memorizado a fórmula e nela introduza os dados fornecidos.

O que acontece quando se põe um cilindro nas mãos de um aluno e se pede para ele determinar o seu volume? Fiz essa experiência com alunos muito mais velhos que os do 2ºciclo, na sua formação para professores. A primeira reacção é de alguma perplexidade: é-lhes dado um objecto e é-lhes pedido um número. Como passar do concreto para o abstracto? Sim, é preciso medir o diâmetro e a altura do cilindro, isto supondo que o aluno retém a utilização da fórmula num contexto que não lhe é familiar. Aí começam as dificuldades, porque se a medição da altura é relativamente simples, já a medição do diâmetro da base não é tanto, e logo vem a interrogação: como é que eu sei que a régua está a passar pelo centro? Efectivamente, nas figuras dos manuais, o centro está cuidadosamente assinalado no círculo, quando é necessário distinguir se um dado segmento é diâmetro, ou raio, ou corda. Porém o cilindro concreto não tem nenhum ponto de referência. O aluno terá de desenvolver uma estratégia que lhe permita medir o diâmetro e, para isso, terá de fazer relações e usar propriedades que estão invisíveis, completamente omissas, na questão do manual. Por exemplo, se traçar duas rectas paralelas tangentes à base do cilindro, a distância entre elas é a medida do diâmetro. Terá de perceber que essa distância é o comprimento de um qualquer segmento de recta perpendicular a ambas as tangentes. Ou compreender que o diâmetro da base é igual ao lado do quadrado que circuncreve a circunferência da base. (Fig. 4):

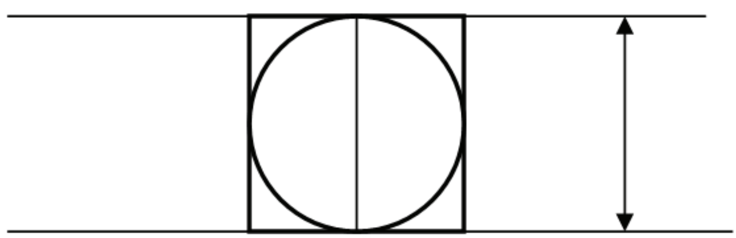


Fig. 4

Esta tarefa tão simples e facilmente realizável sem necessidade de grandes recursos, é muito mais rica, desenvolverá muito mais competências e ficará muito mais presente, como modelo, na aprendizagem do aluno, do que sucessivas questões do manual que implicam a mera mecanização da fórmula. Isso não significa que o aluno vá apenas calcular os volumes de cilindros concretos e se exclua definitivamente da sua aprendizagem o tipo de exercício da Fig. 3. Mas a experiência prévia com o concreto faz com que esse exercício adquira significado e o aluno, na representação, veja efectivamente o cilindro, e todas as outras relações que lá não estão explícitas.

Essa falta de trabalho concreto e o excessivo peso da representação bidimensional explicam a pergunta que fez uma aluna de onze anos: “Eu sei que o decímetro cúbico é equivalente ao litro. E o decímetro quadrado também é?” Para ela litro, decímetro cúbico e decímetro quadrado eram designações abstractas sem significado físico, cujas relações era necessário memorizar, num divórcio total da matemática com a realidade.

4. Um problema tem sempre solução…

Aos alunos, na sua aprendizagem, são propostos problemas engenhosamente elaborados de modo a ser sempre possível encontrar uma solução, de preferência usando todos os dados fornecidos (que não estão lá por acaso, dirá o professor), e correspondendo perfeitamente ao tema tratado nas aulas precedentes. Quase nunca é solicitado ao aluno que seja ele próprio a pesquisar e seleccionar os dados de que vai precisar (como no exemplo da determinação do volume de um cilindro concreto, do ponto anterior) e nem passa pela cabeça deste que um problema possa não ter solução.

Contudo, alguns dos progressos e novos domínios da matemática ficaram a dever-se a problemas que não tinham solução, como é o caso da Teoria de Grafos. Este ramo da matemática tem aplicação em áreas tão variadas como a gestão de recursos, os transportes, a física das partículas, a medicina, a criação de modelos de optimização em economia, etc. e surgiu de um problema aparentemente fútil e sem solução: o problema das pontes de Königsberg.

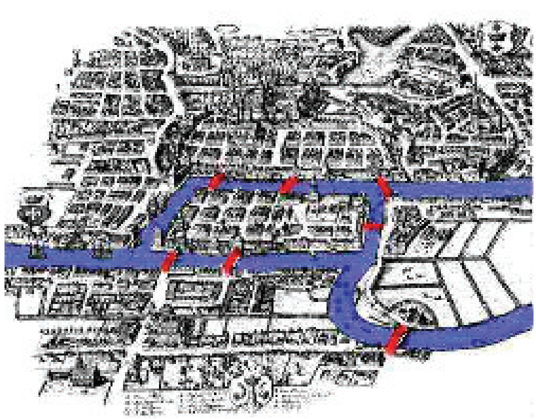


Fig. 5 – As pontes de Königsberg

A cidade de Königsberg, na Prússia Oriental, era atravessada por um rio sobre o qual sete pontes se dispunham como na Fig. 5. Alguém se interrogou se seria possível um passeio que permitisse voltar ao ponto de partida depois de passar por todas as pontes uma e uma só vez. Este problema acabou por ser popular na cidade e, assim, os habitantes foram experimentando vários pontos de partida e inúmeros circuitos distintos, sem que ninguém tivesse conseguido resolver o problema.

Decidiram então consultar o matemático Leonhard Euler (1707-1783), na altura a trabalhar na Academia de São Petersburgo. Este, a partir de um mapa que representava a cidade e as suas pontes, verificou a inexistência de solução. Porém, o estudo deste problema levou-o, a partir dos esquemas que tinha feito, a desenvolver os primeiros trabalhos sobre redes e grafos.

Fig. 6 - Leonhard Euler (1707-1783)

O que aconteceu para que um problema sem solução tivesse originado uma teoria? O facto de a inexistência de solução motivar de imediato uma importantíssima questão: em que casos é que seria possível uma solução para um problema deste tipo?

O mesmo pode acontecer numa sala de aula, ao ser colocado um problema em que o aluno se depara com uma impossibilidade, por exemplo:

-- *Como distribuis igualmente quinze ovos por duas caixas?*

Se os ovos estiverem crus, este problema não poderá ser resolvido de acordo com o pedido, mas pode ser um ponto de partida para várias aprendizagens e introdução ou reflexão sobre conceitos:

a) por que é que o problema não tem solução? – números ímpares e pares, divisibilidade por 2;

b) quanto seria preciso juntar ou tirar para que o problema tivesse solução? – noção de “quase dobro” ou “quase metade”;

c) se os ovos estivessem cozidos, a divisão seria possível? – conceito de metade da unidade.

Estes são apenas alguns dos caminhos de uma exploração que pode mobilizar diferentes conceitos e obrigar a uma reflexão sobre eles que seria menos eficaz a partir de problemas sempre com solução. E é importante que as crianças se apercebam de que, a par de situações para as quais temos solução, existem outras para as quais ela não é viável, mas que estas são susceptíveis de nos abrir novos caminhos e conhecimentos.

5. ... a solução é única...

A maior parte dos problemas de contexto escolar são problemas de UMA solução. Por exemplo:

-- *Distribui 12 lápis por duas caixas de modo que uma tenha o dobro dos lápis da outra.*

Quando um aluno encontra uma solução para um problema proposto, em geral fica satisfeito e não se preocupa em verificar se outras são possíveis e mais ou menos convenientes para a questão que está a ser tratada. No entanto, são comuns as situações do dia a dia ou de contexto escolar em que várias respostas se apresentam como viáveis. Por exemplo:

-- *Compõe a quantia de dois euros utilizando dez moedas.*

Podemos juntar:

1€ + 20cent + 20cent + 20cent + 20cent + 10cent + 5cent + 2cent + 2cent + 1cent.

ou

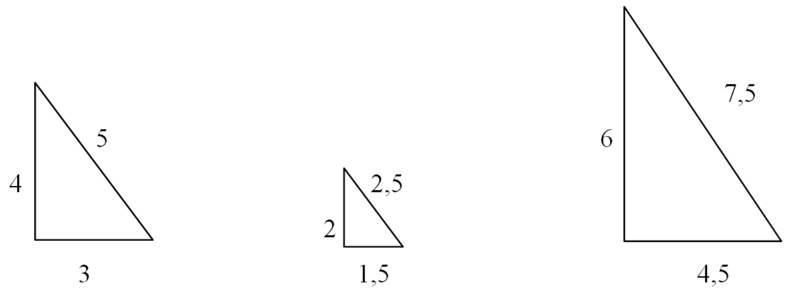
50cent + 50cent + 20cent + 20cent +20 cent + 10cent + 10cent + 10cent + 5cent + 5cent

ou várias outras combinações.

Um problema pode mesmo ter uma infinidade de soluções, como é o caso de:

-- *Desenha um triângulo rectângulo em que um cateto tenha ¾ do comprimento do outro.*

As medidas dos catetos poderão ser, por exemplo, 3cm e 4cm, respectivamente, bem como quaisquer medidas proporcionais a estas, correspondendo a ampliações ou reduções deste triângulo de partida:



$3^2 + 4^2 = 5^2$ $\quad$ $2^2 + 1{,}5^2 = 2{,}5^2$ $\quad$ $6^2 + 4{,}5^2 = 7{,}5^2$

Fig. 7 – Triângulos em que a relação dos comprimentos dos catetos é ¾ .

Há uma infinidade de triângulos que satisfazem o pedido do problema proposto.

O aluno deve, pois, estar familiarizado com todo o tipo de problemas:

- sem solução
- com solução única
- com várias soluções
- com uma infinidade de soluções

e, nos casos em que há mais do que uma solução, ser capaz de avaliar se algumas são mais favoráveis do que outras para a situação proposta, ou se é indiferente optar por qualquer delas.

6. … e há uma maneira "correcta" de chegar à solução.

Muitos alunos acreditam que o professor espera que eles resolvam um problema de determinada forma e que, se usarem estratégias próprias, a sua resolução será penalizada ou considerada menos correcta, mesmo que cheguem à solução. Essa crença impede-os muitas vezes de tentarem uma abordagem que lhes pareça divergente dos hábitos da sala de aula e torna-os menos confiantes no seu poder matemático.

Pelo contrário, numa cultura de sala de aula em que há comparação dos resultados obtidos e das diferentes estratégias usadas na resolução de problemas, em que os alunos são convidados a explicarem os seus raciocínios e a discutirem procedimentos, é alcançada uma maior profundidade na compreensão dos conceitos e os alunos adquirem uma maior bagagem de estratégias para a resolução de problemas futuros.

Por outro lado, diferentes abordagens dos alunos, com diferentes representações, são janelas que permitem ao professor ver os tipos de raciocínio que eles usaram, a sua forma de pensar, as boas ou más concepções que têm acerca dos factos e procedimentos, ajudando-o a melhor compreender as dificuldades particulares de cada aluno e a etapa de desenvolvimento em que se encontra.

Sem mais comentários, apresentam-se diferentes resoluções do mesmo problema, por alunos do 1ºCiclo do E.B. (do Programa Nacional de Formação Contínua em Matemática), em que é perfeitamente visível o pensamento de cada um dos alunos envolvidos:

-- *Na biblioteca da aula da Teresa há 24 livros. Para as férias grandes a professora distribuiu-os todos, dando 3 livros a cada aluno. Quantos alunos levaram livros?*

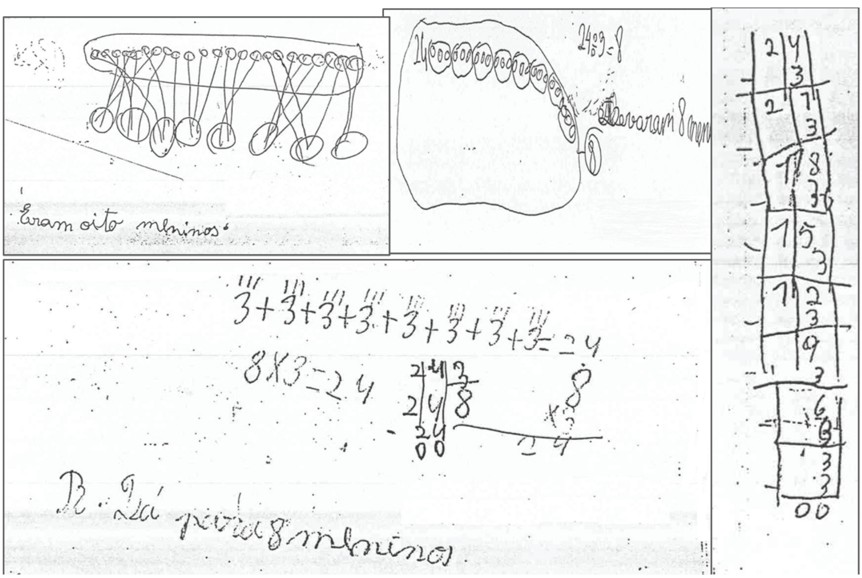


Fig. 7 – Primeira abordagem da divisão por alunos do 3ºano do E.B.

7. A matemática é uma linguagem universal

Em primeiro lugar, esta frase, que é ouvida com alguma frequência, é tão obviamente redutora no entendimento do que é a matemática, que vamos passar à frente esse aspecto conceptual de linguagem e debruçar-nos apenas sobre a classificação de universal.

Os textos dos matemáticos das várias épocas atestam que houve evolução nas ideias matemáticas dentro da mesma época ou ao longo do tempo. Ainda hoje, comparando livros de texto matemático de diferentes autores, somos confrontados com discrepâncias nas definições dos conceitos e no formalismo usado. Não há de modo nenhum consenso quanto ao significado de determinados objectos matemáticos, por isso cada autor se preocupa em começar por definir os "seus" conceitos, antes do desenvolvimento do texto.

Pensando na ideia bastante elementar de ângulo, como exemplo, é difícil encontrar duas definições coincidentes. A ideia de ângulo de Descartes (1596 – 1650), no seu Discours de la Méthode, pode ser agora surpreendente para nós. Descartes concebeu um baralho de cartas com a função pedagógica de facilitar a aprendizagem da Geometria. Nessas cartas eram representados os objectos geométricos e ensinadas construções de figuras. Uma das cartas (Fig. 8) apresenta a classificação dos ângulos segundo Descartes e aí podemos ver que ele considerava a possibilidade de os lados de um ângulo (um ou ambos) poderem ser curvos...

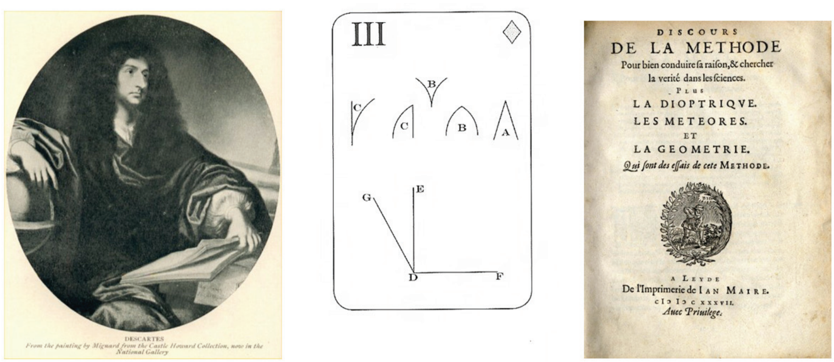
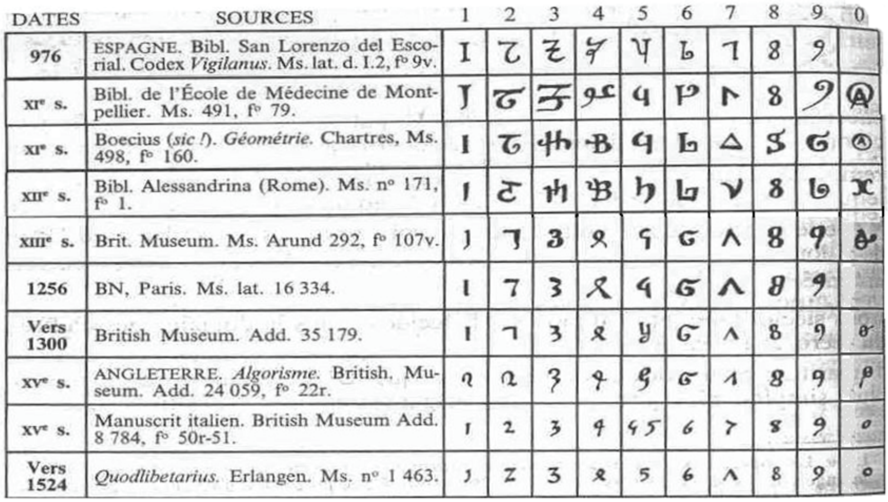


Fig. 8 – Descartes (1596 – 1650); carta de ouros; Discours de la Méthode.

Quanto aos símbolos mais elementares usados em matemática -- os algarismos – podemos ver a sua evolução gráfica em documentos históricos a partir da Idade Média até aos nossos dias (Fig. 9).



DATES	SOURCES
976	ESPAGNE. Bibl. San Lorenzo del Escorial. Codex *Vigilanus*. Ms. lat. d. I.2, f° 9v.
XI^e s.	Bibl. de l'École de Médecine de Montpellier. Ms. 491, f° 79.
XI^e s.	Boecius (*sic !*). *Géométrie*. Chartres, Ms. 498, f° 160.
XII^e s.	Bibl. Alessandrina (Rome). Ms. n° 171, f° 1.
XIII^e s.	Brit. Museum. Ms. Arund 292, f° 107v.
1256	BN, Paris. Ms. lat. 16 334.
Vers 1300	British Museum. Add. 35 179.
XV^e s.	ANGLETERRE. *Algorisme*. British. Museum. Add. 24 059, f° 22r.
XV^e s.	Manuscrit italien. British Museum Add. 8 784, f° 50r-51.
Vers 1524	*Quodlibetarius*. Erlangen. Ms. n° 1 463.

Fig. 9 – Escrita dos algarismos em diferentes épocas

As diferentes culturas da Antiguidade usaram diferente simbologia para a representação dos números (Fig. 10). Mesmo actualmente, a numeração oriental (chinesa) não usa os algarismos indo-árabes (Fig. 10). Também a forma de operar em aritmética – os algoritmos das operações – varia conforme a cultura, por exemplo o procedimento para o cálculo da divisão não é igual na Alemanha, na Rússia ou em Portugal, embora os três sejam países europeus.

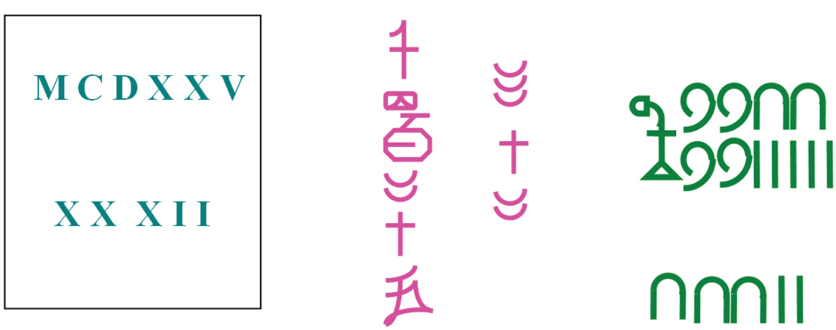


Fig. 10 – Os números 1425 e 32 em numeração romana, chinesa e egípcia antiga, respectivamente.

No entanto, apesar dessa variabilidade formal, há efectivamente alguma universalidade da matemática, como podemos observar nas representações da Fig.10. Apesar de tão díspares na sua forma que parecem não ter qualquer ligação entre elas, depois de conhecido o código, isto é, o valor dos símbolos e a forma como se articulam, vemos que estas exprimem as quantidades de uma maneira muito semelhante:

- em todas, os símbolos correspondem a agrupamentos de potências de 10 (base da numeração): 1, 10, 100, 1000;
- em todas, esses agrupamentos se articulam para formar a quantidade representada, num processo que implica uma ideia de repetição (explícita ou implícita): por exemplo, 1000 + 100 + 100 + 100 + 100 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1, na numeração egípcia, ou 1000 + 4 x 100 + 2 x 10 + 5, na numeração chinesa.

Quer dizer, há uma lógica inerente à matemática que, essa sim, é reconhecível por qualquer cultura, em qualquer localização geográfica ou em qualquer época. Essa lógica é universal, porque as suas raízes são as mesmas: a morfologia do Homem (os agrupamentos de 10 são a consequência natural de termos dez dedos nas mãos, constituindo o recurso mais imediato para a contagem), a relação com os mecanismos da linguagem, a observação do mesmo universo (se o mundo fosse contínuo, não havendo objectos distintos, não se poria a questão da contagem, por exemplo) e, no fim de tudo, a natureza humana, pois vemos, ouvimos, sentimos e até pensamos de forma semelhante. Logo, os objectos matemáticos que traduzem a realidade são compreensíveis universalmente.

Consideremos os números primos. Todos aprendemos certamente que um número é primo se os seus divisores forem apenas 1 e o próprio número. Mas qual é o verdadeiro sentido desta definição?

Tomemos como exemplo o número primo 13. Imaginemos que temos treze bolas e queremos com elas formar grupos idênticos. Experimentando juntar as bolas duas a duas, ou três a três, ou quatro a quatro, etc., haverá sempre um grupo que fica incompleto. As únicas possibilidades de obtermos grupos idênticos são, ou formar grupos unitários, ou constituir um único grupo com as treze bolas (Fig. 11).

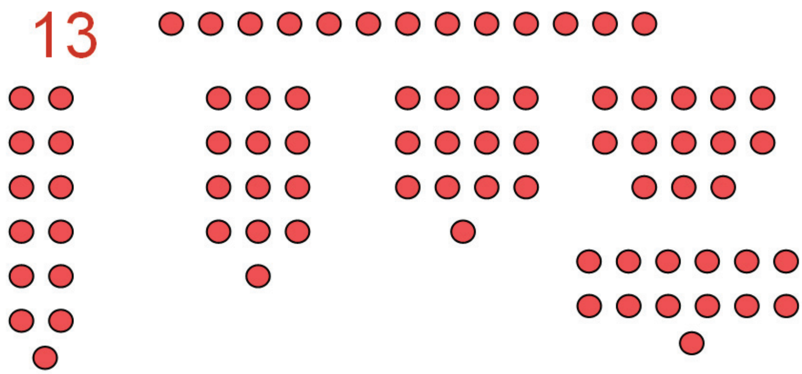


Fig. 11 – 13 é um número primo

Então 13 é um número primo, como são primos todos os números que apresentam esta característica. Dizem-se "primos" no sentido de primeiros, pois todos os outros números (ditos compostos), são agrupamentos destes, como se os números primos fossem os geradores de toda a numeração.

Este é um facto real, mesmo uma criança que ainda não conte é capaz de verificar, por correspondência um a um, se consegue ou não fazer grupinhos iguais com um conjunto de bolas. A primalidade é uma ideia que ultrapassa qualquer tipo de formalismo ou definição, é um facto concreto! E tem todo o sentido, quando associada ao mundo real, esta ideia matemática.

8. Conclusão

Para terminar, apenas duas recomendações, que de algum modo sintetizam a intenção de tudo o que para trás está dito.

Aos professores de matemática: deixem a vida entrar na matemática!

A todos os outros que não são professores de matemática: deixem a matemática entrar nas vossas vidas!

Bibliografia

Aboe, Asger. (1984). *Episódios da História Antiga da Matemática*. Sociedade Brasileira de Matemática.

Bell, E.T. (1952). *La magie des nombres*. Paris: Payot.

Caraça, B.J. (1941). *Conceitos fundamentais da matemática.* Lisboa: Edições Cosmos.

Davis, P. J. & Hersh, R. (1995). *A experiência matemática*. Lisboa: Gradiva.

Ferreira, M. (2007). Aprender geometria… Jogando às cartas. (2007). *Educação e Matemática,* 95, pg 45-51.. Lisboa: APM.

Katz, V.J. (1993). A history of mathematics: an introduction. London: Harper Collins College Publishers.

Saraiva, M. J. (2008). Raciocinar em Matemática com imagens visuais vagas e com intuição. *Educação e Matemática,* 100, pg 29-32. Lisboa: APM.

Silva, José Sebastião (2000). *A Matemática na Antiguidade*. Lisboa: SPM.

Struik, D. (1992). *História Concisa das Matemáticas*. Lisboa: Gradiva.

Notas

1. Não cabe aqui a discussão do conhecimento envolvido no que se designa como literacia matemática.

2. Indiana Jones e a Última Cruzada: “As minhas armas serão as rochas, as árvores e as aves do céu”.