

## Modelo de solución al problema de transporte de múltiples productos con multiatributo

(1) JOSÉ G. HERNÁNDEZ R. Y (2) MARÍA J. GARCÍA G.

(1) Escuela de Ingeniería de Sistemas

Universidad Metropolitana

Distribuidor Universidad, Terrazas del Ávila

Caracas, Venezuela

(2) Minimax Consultores C.A.

Gerencia General

Caracas 1074. Apartado 78239. Venezuela

### Resumen

Aunque el problema de transporte es quizás uno de los problemas de investigación de operaciones más estudiado, y que existe una vasta serie de modelos, para resolver el problema de un solo producto, no sucede lo mismo con el caso de múltiples productos.

Si bien se ha estudiado el caso donde, asimilando el problema de múltiples productos al de un solo producto, se ha centrado la investigación en un planteamiento formal del problema de transporte múltiple, y sólo se han sugerido algunos métodos de solución, para casos especiales, que permitan alguna simplificación.

Ubicados en esta situación, en esta investigación se persigue como objetivo, presentar un modelo de solución al problema de transporte de múltiples productos, donde no se limite sólo a casos especiales, sino que sea capaz de resolver el problema considerando diferentes factores, y donde se haga uso de las técnicas multiatributo.

**Palabras clave:** Modelos de transporte, transporte múltiple, multiatributo, sistemas de apoyo a la toma de decisiones.

### Abstract

Although the transportation problem is perhaps one of the problems, of research operations, more studied, and than exists a plenty quantity of models, to solve the problem of just one product, does not happen the same with the case of multiples products.

It had studied the case where, assimilating the multiple product problem to the one of a single product, the investigation has been centered in a formal exposition of the problem of multiple transport, and only have been

suggested some methods of solution, for special cases, that they allow some simplification.

Located in this situation, the objective of this investigation it is to present a model of solution to the multiple product transportation problem, where it is not limited just in special cases, but that will be capable to resolve the problem considering different factors, and where use the Multiattribute technique.

**Keywords:** Transportation models, multiple transportation, Multiattribute, systems of support to the decision making.

## Introducción

Aunque en el quehacer empresarial, es posible que se encuentre con más frecuencia el problema del transporte de múltiples productos, en todos los libros de texto y literatura especializada sobre modelos de transporte, se hace referencia al problema de un solo producto, y muy pocas veces se menciona el caso de múltiples productos.

Por esta razón, muchos empresarios y sus asesores desde el punto de vista de modelos matemáticos, que tienen que trabajar con el transporte de múltiples productos, deben hacer simplificaciones, tales como considerar todos sus productos como uno solo, lo que en muchas ocasiones no tiene ningún sentido práctico.

Por este motivo, ha surgido la inquietud de investigar sobre este tema, con el objetivo final de conseguir una solución sencilla, que pueda ser llevada a la práctica. En este aspecto, ya se han hecho algunos avances, como es el planteamiento formal del problema y, el ofrecer algunas soluciones, sobre todo, cuando es permitida alguna simplificación, que pueda convertir el problema en un caso particular.

Pero sigue sin tenerse una solución que sea capaz de resolver el problema en cualquier momento y contemplando la presencia de diferentes factores, que puedan afectar la solución.

Por otra parte, dado que se tiene cierta experiencia con el manejo de modelos multiatributos, y conocida su sencillez, se planteó la posibilidad de darle una solución a este interesante problema haciendo uso de las técnicas multiatributo, quedando así definido el objetivo de esta investigación, el cual se puede enunciar: crear un modelo para resolver el problema de transporte de múltiples productos, contemplando la presencia de diferentes factores que puedan afectar la solución y haciendo uso de la técnica multiatributo.

Con el enunciado del objetivo general, se llevan implícitos los objetivos específicos de la investigación, que son: realizar el planteamiento del modelo del transporte de múltiples productos incluyendo dentro de las variables relevantes otros factores, además de los diferentes tipos de productos en sí, que puedan

afectar su solución, y analizar los modelos multiatributos, para finalmente, haciendo uso de ellos, resolver el problema planteado.

La metodología para alcanzar este objetivo será el método científico aplicado a la investigación de operaciones, donde lo primero es definir el problema, tal como se enunció en los objetivos, que se acaban de presentar. Seguidamente se hará la búsqueda de datos, para establecer los criterios y atributos a ser usados, esto llevará a definir alternativas, que consistirá en buscar las ponderaciones y escalas de valores, que puedan ayudar a resolver el problema del transporte de múltiples productos.

Siguiendo lo establecido en los objetivos, se completarán las últimas etapas que son: evaluar las alternativas y seleccionar la mejor, para luego presentarla en sus detalles y analizar sus posibles soluciones, lo que sería equivalente a establecer controles.

Con respecto a las limitaciones, en cierta manera ya quedaron establecidas al presentar los objetivos, ya que se desea un modelo con sentido práctico, que facilite, a quienes tengan que trabajar con el transporte de múltiples productos, el manejo del problema, que los ayude en su toma de decisiones, aunque se presenten diferentes factores que la afecten, y que haga uso de la técnica multiatributo. Pero sabiendo que la función principal, de la técnica multiatributo, es el ordenamiento de las variables, en este trabajo, no se contemplará la segunda fase, la de asignar las cantidades de producto que manejaría cada una de dichas variables.

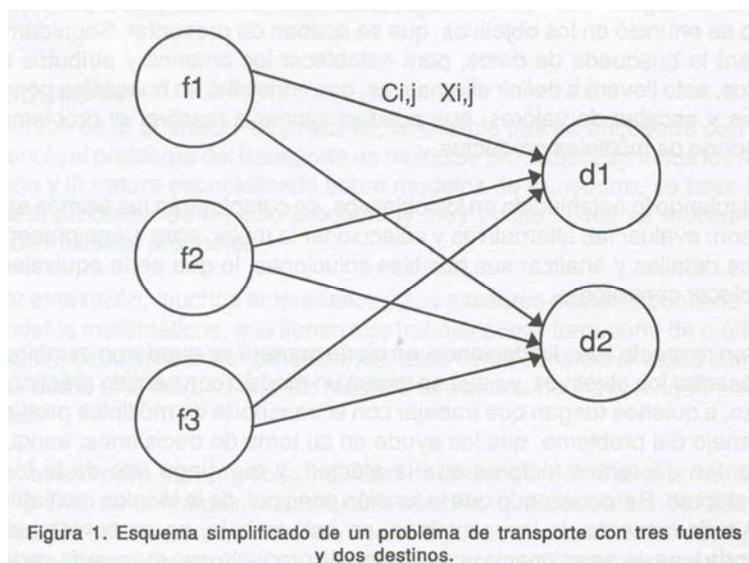
Adicionalmente, como es premisa del grupo de investigación, el producto a obtener debe tener como característica su sencillez, de manera tal que no sea necesario ser un experto en modelos matemáticos, para su manejo.

### **El modelo de transporte de múltiples productos**

Al hablar del modelo de transporte, sólo se tratará de establecer un lenguaje común, en cuanto a nomenclatura y por supuesto se partirá de la referencia que representa el transporte de un solo producto, cuyo esquema se presenta en la figura 1.

En esta figura 1, sólo se han representado tres fuentes, que son capaces de producir, respectivamente,  $f_1$ ,  $f_2$  y  $f_3$  unidades del producto en estudio, y dos destinos que necesitan o demandan  $d_1$  y  $d_2$  unidades de ese mismo producto.

Aun que cada autor usa su respectiva nomenclatura, el esquema presentado es similar al encontrado en la vasta literatura sobre este tema (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10), la cual, como se puede observar data desde hace varias décadas, sin que se presenten cambios mayores.



El esquema de la figura 1 implica que se disponen de seis (3 x 2) variables ( $X_{11}$ ,  $X_{12}$ ,  $X_{21}$ ,  $X_{22}$ ,  $X_{31}$ ,  $X_{32}$ ) y cada una de ellas con un costo asociado ( $c_{11}$ ,  $c_{12}$ ,  $c_{21}$ ,  $c_{22}$ ,  $c_{31}$ ,  $c_{32}$ ).

Estas variables y estos costos se han representado en forma genérica, a través de  $X_{i,j}$  y  $c_{i,j}$ , las cuales se leerían, cantidad de mercancía que se despacha de la fuente  $i$  al destino  $j$ , y costo unitario de la mercancía que va desde la fuente  $i$  al destino  $j$ .

Dicho lo anterior, se deduce el modelo general de transporte, para un solo producto, el cual persigue como objetivo minimizar los costos. Resultando para  $n$  fuentes y  $m$  destinos:

$$\text{Min } \sum_{i=1,n} \sum_{j=1,m} c_{ij} * X_{ij} \tag{Ec. 1}$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1,m} X_{ij} = f_i \quad \text{con } i = 1,n \tag{Ec. 2}$$

$$\sum_{i=1,n} X_{ij} = d_j \quad \text{con } j = 1,m \tag{Ec. 3}$$

$$\sum_{i=1,n} f_i = \sum_{j=1,m} d_j \tag{Ec. 4}$$

$$X_{ij} \geq 0, \text{ para toda } i, \text{ y toda } j. \tag{Ec. 5}$$

La ecuación uno (Ec. 1), expresa el objetivo de minimizar los costos totales de transportar la mercancía desde las distintas fuentes a los diferentes destinos. Las ecuaciones dos (Ec. 2) y tres (Ec. 3), representan el equilibrio en las fuentes y los

destinos respectivamente, es decir de una fuente sale lo que se produce, y a un destino llega lo que se demanda.

La ecuación cuatro (Ec. 4) representa que el problema está balanceado, es decir el total que se produce en las fuentes es igual, a todo lo demandado en los destinos. Y la expresión cinco (Ec. 5), simplemente garantiza que todas las variables tienen un sentido físico real, al ser todas positivas.

Como se puede notar del modelo, el problema de transporte es un problema de programación lineal, y por lo cual se puede resolver a través de las tablas del Simplex. Pero, dado que se genera una matriz esparcida, es decir densa en ceros, pero además densa en unos, no es eficiente resolver, el problema de transporte de un solo producto, con el Simplex, y por ello han surgido una gran cantidad de métodos que permiten resolver dicho problema de manera óptima.

Atendiendo al modelo previamente presentado, es más eficiente representar el problema de transporte de un solo producto a través de la tabla del modelo de transporte, tal como se ilustra en la Tabla I.

En esta Tabla, se considera una primera fila para identificar los destinos, y sus respectivas demandas,  $d_j$ , y cada una de las siguientes filas representarán las fuentes y su capacidad de producción,  $f_i$ , las cuales se muestran en la primera columna. En las cuadrículas centrales de la matriz, cada galera estará formada por dos elementos:  $X_{ij}$  y  $c_{ij}$ , es decir la cantidad de mercancía que sale de la fuente  $i$  al destino  $j$ , y su costo unitario

Tabla I. Tabla del problema de transporte para un solo producto.

	$d_1$	$d_2$	... $d$	$m$
$f_1$	$X_{11}$ $c_{11}$	$X_{12}$ $c_{12}$	...	$X_{1m}$ $c_{1m}$
$f_2$	$X_{21}$ $c_{21}$	$X_{22}$ $c_{22}$	...	$X_{2m}$ $c_{2m}$
...	...	...	...	...
$f_n$	$X_{n1}$ $c_{n1}$	$X_{n2}$ $c_{n2}$	...	$X_{nm}$ $c_{nm}$

Como, a la hora de resolver el problema, se tendrán  $n * m$  variables, donde sólo  $m + n - 1$  de ellas serán variables básicas, los métodos para resolver el problema

son métodos de dos fases, pero dado que están ampliamente discutidos en la literatura (2, 3, 4, 5, 7, 9, 10, 11, 12, 13 y 14), no se comentarán en este trabajo, y a continuación se pasará a revisar el modelo de múltiples productos.

Haciendo analogía con el esquema de la figura 1, se muestra la figura 2, donde se representa el problema de múltiples productos.

En la figura 2, se visualiza que las fuentes (1, 2, ..., i, ...,n), que, en forma independiente, pueden enviar los productos a, b, ..., k, a ser recibidos por los diferentes destinos (1, 2, ..., j, ..., m).

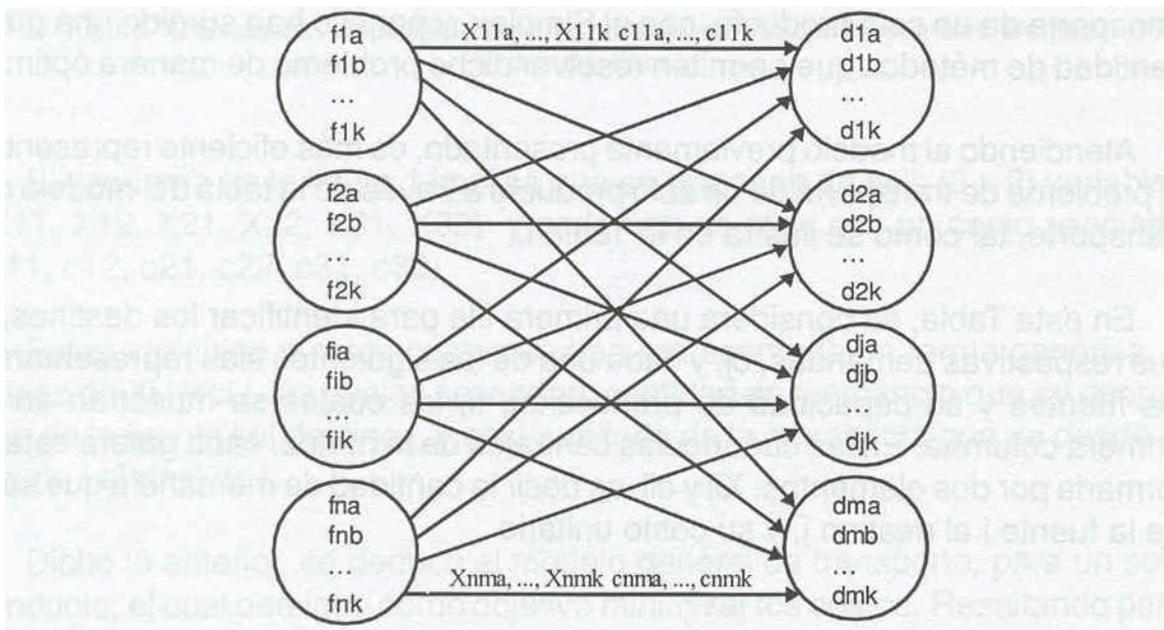


Figura 2. Esquema simplificado para el problema del transporte de múltiples productos.

El problema del transporte múltiple quedaría reducido a calcular el costo mínimo total, bajo el cual se pudiese satisfacer todos los destinos en cada uno de los productos demandados, de acuerdo a lo que recibirían desde cada fuente.

Y de nuevo haciendo analogía con el problema de transporte de un solo producto, y tal como se ha presentado en trabajos anteriores [15, 16, 17 y 18], se llegaría al modelo general:

$$\text{Min } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^K c_{ijk} * X_{ijk} \tag{Ec. 6}$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^m X_{ijk} = f_{ik} \quad \text{con } k = a, \dots, K, \text{ para } i = 1, n \tag{Ec. 7}$$

$$\sum_{i=1, n} X_{ijk} = d_{jk} \quad \text{con } k = a, \dots, K, \text{ para } j = 1, m \quad \text{Ec. 8}$$

$$\sum_{i=1, n} f_{ik} = \sum_{j=1, m} d_{jk} \quad \text{para } k = a, \dots, K \quad \text{Ec. 9}$$

$$X_{ijk} \geq 0, \text{ para toda } i, \text{ toda } j, \text{ y toda } k. \quad \text{Ec. 10}$$

En este caso, como se ilustró en la figura 2, se tienen K productos: a, b, ..., K, y en forma genérica, desde las n fuentes i, se enviarán los K productos k, a los m destinos j. Lo que permite que la estructura del modelo de transporte de un solo producto se mantenga, sólo que en la ecuación seis (Ec. 6), de los costos, las variables tienen un subíndice adicional el k, que representa a los distintos productos, así como los costos unitarios que ahora serán cijk, representando el costo de enviar el producto k, desde la fuente i al destino j.

Con respecto a las ecuaciones siete (Ec. 7) y ocho (Ec. 8), cada una de ellas, ahora, representa una agrupación mayor de ecuaciones, así Ec. 7, representa n \* K ecuaciones, que sería la multiplicación de las K ecuaciones que produce cada uno de los productos k, por las n ecuaciones al repetirse la misma situación en las n fuentes i.

Y la Ec. 8, representaría m \* K ecuaciones, de nuevo la multiplicación de las K ecuaciones que produce cada uno de los productos k, pero ahora, por cada una de los m destinos j.

Igualmente, la ecuación nueve (Ec. 9), representa K ecuaciones, ya que sería el balance para cada uno de los k productos en forma independiente. En cuanto a la ecuación diez (Ec. 10), excepto el nuevo subíndice k, sigue teniendo el mismo sentido, de mantener positivas las diferentes variables.

Este modelo, se puede llevar a una tabla de transporte, muy similar a la del transporte de un solo producto, presentada en la Tabla I, donde de manera intencional, se había conservado el espacio, que ahora se usará para visualizar los distintos productos, tanto en las fuentes, como en los destinos, como se muestra en la Tabla II.

Aquí, sobre cada una de las columnas, se han colocado las demandas d<sub>ja</sub>, d<sub>jb</sub>, ..., d<sub>jk</sub>, e igualmente con las fuentes, en cada fila se ha colocado la capacidad de producción de la respectiva fuente en de cada uno de los productos f<sub>ia</sub>, f<sub>ib</sub>..., f<sub>ik</sub>. Y en el cuerpo de la matriz, no aparece un solo costo unitario y una sola variable, sino que para cada galera, se tendrá un conjunto de variables X<sub>ija</sub>, X<sub>ijb</sub>, ..., X<sub>ijk</sub>, y sus costos asociados c<sub>ija</sub>, c<sub>ijb</sub>, ..., c<sub>ijk</sub>.

Tabla II. El problema de transporte para múltiples productos.

	d1a	d2a	...	dma
	d1b	d2b	...	dmb
	...	...	...	...
	d1k	d2k	...	dmk
f1a f1b ... f1k	\c11a, c11b, ...,c11k X11a, X11b, ..., X11k	\c12a, c12b, ...,c12k X12a, X12b, ..., X12k	...	\c1ma, c1mb, ...,c1mk X1ma, X1mb, ..., X1mk
f2a f2b ... f2k	\c21a, c21b, ...,c21k X21a, X21b, ..., X21k	\c22a, c22b, ...,c22k X22a, X22b, ..., X22k	...	\c2ma, c2mb, ...,c2mk X2ma, X2mb, ..., X2mk
...	...	...	...	...
fna fnb ... fnk	\cn1a, cn1b, ...,cn1k Xn1a, Xn1b, ..., Xn1k	\cn2a, cn2b, ...,cn2k Xn2a, Xn2b, ..., Xn2k	...	\cnma, cnmb, ...,cnmk Xnma, Xnmb, ..., Xnmk

Ahora bien, aunque las estructuras son equivalentes, es evidente, dado que no se dispone de una función que relacione los distintos costos, ni una función que relacione las diferentes variables de una galera, que no se puede resolver el problema de transporte de múltiples productos, con los mismos algoritmos que se usan para resolver el problema de un solo producto.

Sin embargo, si se observan los detalles del modelo expresado por las ecuaciones, seis a diez (Ec. 6 a Ec. 10), se notará que sigue siendo un problema de programación lineal, por lo cual se debe poder resolver el mismo, con el uso del método Simplex. El cual, tal como se dijo para un solo producto, pudiese resultar no eficiente.

Esta ineficiencia percibida del método Simplex, inspira que se busquen otros métodos, que pudiesen permitir una buena solución, como es el caso de los modelos multiatributo, que son muy sencillos de manejar, y pudiesen permitir una primera aproximación a la solución de un problema de cierta complejidad como lo es el de transporte de múltiples productos.

**El modelo multiatributo con factores multiplicativos**

En trabajos previos (19, 20, 21 y 22), se han definido los modelos multiatributo o modelos de utilidad multiatributo (MAU), como aquellos que están diseñados para obtener la utilidad de alternativas a través de los atributos valiosos, que deben ser evaluados como componentes de los criterios.

De esta manera, para construir un modelo multiatributo se debe: identificar criterios y restricciones relevantes, listar los atributos pertinentes, realizar las ponderaciones de los criterios, determinar las ponderaciones proporcionales de los atributos, determinar para cada atributo la escala o rango de medición, identificar las restricciones posibles y aplicar el modelo MAU a las alternativas factibles.

En todo caso el resultado final será un modelo aditivo:

$$Pts = \sum_i pc_i * (\sum_j pa_jc_i * va_jc_i) \quad \text{Ec. 11}$$

Donde el subíndice  $i$  representa el criterio y el subíndice  $j$  el atributo, por lo tanto  $pc_i$  será el puntaje asignado al criterio  $i$ ,  $pa_jc_i$  será el puntaje al atributo  $j$  del criterio  $i$ ,  $va_jc_i$  corresponderá al valor asignado al atributo  $j$  del criterio  $i$ , y  $Pts$  será el valor total alcanzado por la variable en estudio.

Por su manera de operar los modelos multiatributos son de gran utilidad cuando se debe escoger entre diferentes alternativas, o cuando se deben jerarquizar las mismas. Sin embargo, lo que es su mayor fortaleza, la aditividad, que los hace muy sencillos de operar, se convierte en su principal debilidad.

Esta debilidad que se manifiesta cuando hay distintas escalas de evaluación, o valores en rangos muy distantes, puede ser corregida a través de los factores multiplicativos (19, 20 y 21), los cuales transforman el modelo en:

$$Pts = \sum_k fg_k * (\sum_i f_i * pc_i * (\sum_j pa_jc_i * va_jc_i)) \quad \text{Ec. 12}$$

Que mantiene todas las variables anteriores además del uso de los factores multiplicativos  $fg_k$  y  $f_i$ , donde  $k$  contabiliza el número de factores de corrección, que operan para todo el modelo, los cuales serán llamados factores generales, los  $fg_k$ , y  $f_i$  representaría el factor de corrección que opera para el criterio  $i$ .

Estos factores multiplicativos, normalizados entre cero y uno, que pueden ser continuos, entre 0 y 1, o discretos, es decir, 0 ó 1, dan mayor flexibilidad al modelo multiatributo, que con esta corrección deja de ser un modelo sólo aditivo.

### **Modelo multiatributo del problema de transporte múltiple**

Conociendo que el modelo multiatributo se manejará a través de criterios, atributos, pesos y valores, se debe proceder a ubicar cada uno de estos factores en el problema de transporte múltiple.

En el caso de los criterios y atributos, igual que los factores multiplicativos se suelen normalizar a cero uno, es decir la suma total de los pesos de los criterios, así como la suma de los pesos de los atributos de un criterio, deben sumar uno.

Por otra parte, los valores de cada variable a evaluar, aunque se pueden usar otras escalas, en este caso se asignarán entre cero y cinco, que es una de las escalas usadas con mayor frecuencia.

En cuanto al modelo en sí, entre los principales criterios que se pueden tomar en consideración se tienen: los productos, los almacenes, los costos, las demandas, los clientes, y las ofertas. Como los clientes se podían manejar a través de las demandas y con los factores multiplicativos, se dejaron sólo cinco criterios para el modelo: Producto, Fuente, Almacén, Destino y Costo.

Para cada uno de estos se creó un factor de criterio, y adicionalmente se crearon dos factores generales.

De esta manera para Producto, se manejaron los atributos: Peso, Peso que soporta, Volumen que ocupa y Beneficio que genera, y el factor, Importancia, que es un factor continuo, que representa lo importante que es dicho producto para la compañía, de ser uno (1), tendrá máxima importancia, y entre más cercano a cero (0), su importancia será menor.

Para Fuente, los atributos son: Capacidad global, referida a la fuente, y Capacidad para producir el producto, también referida a la fuente, y el factor del criterio, Interesante, está relacionado con el menor o mayor interés de producir ese respectivo producto en esa fuente específica, e iría desde cero (0) si no desea usar la fuente, hasta uno (1), cuando se prefiere usarla.

En cuanto a Almacén, sus atributos son similares a los de Fuente: Capacidad global, referida al respectivo almacén, y Capacidad para el producto, también en el respectivo almacén, en este caso el factor de criterio, Condiciones, es un factor continuo, donde cero (0) representa que no se tienen las condiciones para manejar el producto y entre más cercano a uno (1), que estas condiciones son las ideales.

Con respecto a Destino, los atributos manejados son: Demanda para el producto, Demanda global del cliente e Importancia global del cliente, en este caso el factor de criterio, No demanda, será discreto, con valor cero (0), cuando no hay demanda del producto y uno (1) en cualquier otro caso.

Finalmente el criterio Costo, tiene como atributos: De producción, De almacenaje y De transporte de  $i$  a  $j$ , entendiendo  $i$  como la fuente y  $j$  como el destino. En este caso el factor del criterio, Total, iría desde cero (0), cuando el costo total, o de uno de los tres renglones resulte muy oneroso, y se acercará a uno (1), a medida que no suceda ninguno de estos dos casos.

En resumen, en la tabla III, se presentan todos estos criterios con sus respectivos atributos e igualmente, en la tabla IV, se incluyen los distintos factores de criterio, así como su simbología, significado y su rango. También se incluyen en

esta tabla los dos factores generales, No producto, cuyo significado es que en esa fuente no se puede producir el respectivo producto, en cuyo caso su valor será cero (0), y se irá acercando a uno (1), a medida que se pueda producir sin ninguna dificultad. Y el otro factor general, Exigencia, que es un factor discreto, que depende del cliente, y está relacionado con la fuente, y tomaría el valor cero (0), si no desea que el producto le venga de esa fuente, valdría cero cinco (0,5) si hay otra fuente preferencial o específica, adquiriría el valor cero ocho (0,8) si es una de las fuentes preferenciales y tomaría el valor uno (1), si es una fuente específica.

**Tabla III. Criterios y atributos del modelo.**

<b>Criterios</b>	<b>Atributos</b>
Producto	Peso
	Peso que soporta
	Volumen que ocupa
	Beneficio que genera
Fuente	Capacidad global
	Capacidad para producir el producto
Almacén	Capacidad global
	Capacidad para el producto
Destino	Demanda para el producto
	Demanda global del cliente
	Importancia global del cliente
Costo	De producción
	De almacenaje
	De transporte de i a j

**Tabla IV. Factores de criterio y factores generales.**

<b>Factor</b>	<b>Tipo</b>	<b>Símbolo</b>	<b>Significado</b>	<b>Rango</b>
Importancia	Criterio Producto	$(f_{11})$	Importancia para la compañía	Continuo 0 a 1
No interesante	Criterio Fuente	$(f_{21})$	Interés de producir el producto en esa fuente	Continuo 0 a 1
Condiciones	Criterio Almacén	$(f_{31})$	Las condiciones para almacenar ese producto	Continuo 0 a 1
No demanda	Criterio Destino	$(f_{41})$	Si el destino demanda o no el producto	Discreto 0 ó 1
Total	Criterio Costo	$(f_{51})$	Si un costo parcial o el costo total es excesivo	Continuo 0 a 1
No producto	Factor general	$(f_{91})$	Posibilidades de obtener el producto en la fuente	Continuo 0 a 1

Exigencia	Factor general	$(f_{g2})$	Preferencia del cliente por la respectiva fuente	Discreto 0, 0.5, 0.8 ó 1
-----------	----------------	------------	--	-----------------------------

Para terminar de ilustrar el modelo y visualizar su funcionamiento, en la tabla V, se ilustran los criterios y atributos, con sus respectivos pesos y se hace la evaluación ficticia, para una de las variables  $X_{iajk}$ , la cual representaría un producto  $k$ , que sale del almacén  $a$ , de una fuente  $i$ , y va a un destino  $j$ . Es evidente, que para la evaluación de las distintas variables se debe recurrir a expertos en la respectiva organización, que puedan manejar la importancia de cada uno de los criterios, factores y atributos del modelo, así como la relación de las respectivas variables con los mismos, aspecto, sin embargo, fácil de realizar, por lo altamente flexible que resulta el modelo.

En cuanto a los valores que se asignan a las variables  $X_{iajk}$ , como se puede observar en la tabla V, los hay directos, se obtiene una mayor valoración a medida que el valor del atributo es mayor e indirectos, que sería el caso contrario.

En los directos se tienen: Peso que soporta, Beneficio generado, Capacidad global –tanto en la fuente como en el almacén–, Capacidad para producir el producto, Capacidad para el producto, Demanda para el producto, Demanda global del cliente e Importancia global del cliente.

Y para los indirectos: Peso, Volumen que ocupa y los costos: De producción, De almacenaje y De transporte de  $i$  a  $j$ .

**Tabla V. Modelo multiatributo para el transporte de múltiples productos.**

criterio	Peso	Atributos	Peso	X <sub>ij</sub> k
Producto	0,23	Peso	0,26	4
		Peso que soporta	0,28	2
		Volumen que ocupa	0,24	4
		Beneficio que genera	0,22	4
Importancia	(f <sub>11</sub> )		0,90	
Fuente	0,19	Capacidad global	0,25	3
		Capacidad para producir el producto	0,75	4
Interesante	(f <sub>21</sub> )		1,00	
Almacén	0,16	Capacidad global	0,20	4
		Capacidad para el producto	0,80	5
Condiciones	(f <sub>31</sub> )		1,00	
Destino	0,27	Demanda para el producto	0,35	5
		Demanda global del cliente	0,10	3
		Importancia global del cliente	0,55	3
No demanda	(f <sub>41</sub> )		1,00	
Costo 0,15		De producción	0,30	4
		De almacenaje	0,20	4
		De transporte de i a j	0,50	5
Total	(f <sub>51</sub> )		1,00	
No producto	(f <sub>91</sub> )		1,00	
Exigencia	(f <sub>92</sub> )		1,00	
			<b>Pts =</b>	<b>3,867</b>

Como se puede ver en esta tabla V, para cada variable a evaluar se obtendrá un puntaje (Pts), lo que sería el objetivo del modelo multiatributo, y lo que permitiría jerarquizar a todas las variables, realizado este ordenamiento, se haría la asignación de los productos (k), desde cada almacén (a), correspondiente a la fuente (i), hacia el destino (j), y aunque esta asignación escapa de los alcances de este trabajo, se puede resumir que la misma se hará asignando a la variable que esté a la cabeza de la lista, la máxima cantidad posible, lo que vendrá dado por el mínimo, entre la demanda remanente del destino y la disponibilidad actual del almacén, en la fuente.

La solución del problema se tendrá cuando no se tengan variables a asignar, o no existan productos en las fuentes, o cuando todos los destinos tengan satisfechas sus demandas, que en el caso del problema ser balanceado, ocurrirá simultáneamente.

Concluida la presentación del modelo, y habiéndose explicado su funcionamiento, se pasará a continuación a ofrecer las conclusiones y recomendaciones.

## Conclusiones y recomendaciones

La primera conclusión es relativa a los objetivos, los cuales fueron alcanzados a plenitud, ya que se pudo presentar un modelo, que basado en la técnica de multiatributo, permite resolver el problema de transporte de múltiples productos.

Igualmente se puede concluir, que el problema del transporte de múltiples productos es muy complejo, dado que abarca una gran cantidad de variables, que no sólo están referidas a la cantidad o variedad de productos que maneje una organización desde sus diferentes fuentes, sino que pudiesen estar ligadas a factores tales como la capacidad y condiciones de almacenamiento, las exigencias específicas de los diferentes clientes, el grado de importancia de estos clientes e incluso de los productos.

Otro aspecto a destacar es la amplitud de campos de aplicación que ofrecen los modelos multiatributo, donde se puede ver que a través de un modelo sencillo, puede ayudar a resolver un problema sumamente complejo, como lo es el transporte de múltiples productos.

Mención aparte merece el uso, de los factores multiplicativos dentro de los modelos multiatributo, que permite eliminar alternativas, no válidas en una manera directa, a la vez que le dan una mayor flexibilidad a los modelos.

En el caso particular del modelo desarrollado, los factores multiplicativos de los criterios: Importancia, controla la producción de un producto, a lo igual que Interesante, lo hace para la correspondiente fuente, similarmente, Condiciones lo hace para el almacén respectivo favoreciendo o no su almacenaje, No demanda, permite que no se le envíe un producto a cliente que no lo está demandando, y Total, evitaría el envío de un producto desde una fuente a un determinado destino, si sus costos no son atractivos. De la misma forma los factores multiplicativos generales: No producto y Exigencia, definirían si se produce o no un producto y si se envía o no a un determinado cliente.

Aunque del modelo desarrollado en este trabajo se presentó una evaluación hipotética, la cual permite ver la aplicabilidad del mismo, se debe recomendar una evaluación más profunda del mismo, en lo posible aplicándolo a un caso real.

Los comentarios de estos dos últimos párrafos hacen pensar que queda mucho por hacer, con los modelos multiatributos y los factores multiplicativos, por lo cual se recomienda su uso en otros campos, donde sea necesario jerarquizar variables o condiciones.

Y finalmente se recomendaría continuar las investigaciones acerca del problema del transporte de múltiples productos, con el objetivo de mejorar el modelo encontrado, primero adaptándolo a situaciones del acontecer empresarial diario, y por otra parte completando la asignación de la cantidad de mercancía

desde cada fuente a cada destino y además, analizar que se puedan incorporar y manejar, simultáneamente, otras variables y restricciones.

### **Agradecimientos**

Este trabajo no hubiese sido posible sin el apoyo brindado por la Universidad Metropolitana, en especial el Decanato de Investigación y Desarrollo, y el Decanato de Ingeniería, a través de la Escuela de Ingeniería de Sistemas. Y a Minimax Consultores, C.A., a través de su gerencia de investigación.

### **Referencias bibliográficas**

- (1) GARFINKEL, Robert S. & Nemhauser, George L. (1972). *Interger Programming U.S.A.*: John Wiley & Sons.
- (2) HILLIER, Frederick S. & Lieberman, Gerald (1997). *Introducción a la Investigación de Operaciones (4a. ed)* (Marcia González; José Cantú; Perla Fernández & Marco Montúfar, Traductores) México: McGraw-Hill (edición inglés, 6a, 1995).
- (3) LEVIN, Richard I. & Kirkpatrick, Charles A. (1985). *Enfoques cuantitativos a la administración (1a. ed., 2a imp.)*. (José R. Sánchez P., Traductor) México: Compañía Editorial Continental, S.A. (edición inglés, 4a. 1995).
- (4) MATHUR Kamlesh & Solow Daniel (1996). *Investigación de Operaciones, el arte de la toma de decisiones (1a edición)* (Joaquín Ramos S. & Carlos Talancón E., Traductores) México: Prentice Hall (edición inglés 1994).
- (5) MOSKOWITZ, Herbert & Wright, Gordon P. (1982). *Investigación de Operaciones (C. Franco & F. Valencia, Traductores)* Colombia: Prentice Hall Internacional (edición inglés, 1979).
- (6) MURTY, Katta G. (1976). *Linear and combinatorial programming*. U.S.A.: John Wiley & Sons.
- (7) PHILLIPS, Don T.; Ravindran, A. & Solberg, Jamei. (1976). *Operations Research principles and practice*. U.S.A.: John Wiley & Sons.
- (8) TAHA, Hamdy A. (1998). *Investigación de operaciones una introducción (6a ed)*. (Meza S.; Ricardo C. & Fernández G., Traductores) México: Prentice Hall (edición inglés, 6a. 1997).
- (9) THIERAUF, Robert & Grosse, Richard A. (1981). *Toma de decisiones por medio de Investigación de Operaciones*. (José Meza N. & German S. Monroy A., Traductores) México: Limusa (edición inglés 1970)

- (10) WINSTON, Wayne (1994). Investigación de operaciones: Aplicaciones y algoritmos (V. González, traductor) México: Grupo Editorial Iberoamérica. (edición inglés 1991).
- (11) BORJAS, Marianela & Chiaruttini, Leticia (2001). Manejador de algoritmos alternos para la solución de problemas de redes. Trabajo especial de grado en Ingeniería de Sistemas no publicado, Universidad Metropolitana, Caracas.
- (12) GOMES, Francisco A. (2001). Fluxos em redes en: <http://www.ime.unicamp.br/~chico/ms528/index.html> Consultada: (02/04/2001).
- (13) LARRAÑETA, Juan (1977). Programación Lineal y grafos. Sevilla, España: Publicaciones de la Universidad de Sevilla.
- (14) TAHA, Hamdy A. (1994). Investigación de operaciones. (5a ed). (José De la Cera Alonso, Traductor) México: Alfaomega (edición inglés, 5a. 1992).
- (15) CARTUSCIELLO, Patricia & Díaz, María (2001). Herramienta para el manejo del transporte de múltiples productos. Trabajo especial de grado en Ingeniería de Sistemas no publicado, Universidad Metropolitana, Caracas.
- (16) HERNÁNDEZ R., José G. & García G. María J. (2001, Junio). Aproximación al transporte de múltiples productos en ICSE (I Congreso Internacional de Ingeniería de Sistemas, Trujillo, Perú), págs. 168 a 174.
- (17) HERNÁNDEZ R., José G. & García G. María J. (2002, Febrero). Hacia la resolución del problema de transporte de múltiples productos. Curso corto dictado en el XIII International Symposium on Mathematical Methods Applied to the Sciences San José, Costa Rica.
- (18) HERNÁNDEZ R., José G. & García G. María J. (2002, Marzo). Problema de transporte de múltiples productos, una solución con programación meta. Documento presentado en la 5th International Conference on Operations Research La Habana, Cuba.
- (19) HERNÁNDEZ R., José G. & García G., María J. (1998). Una mejora a los modelos multiatributo: los factores multiplicativos. Anales de la Universidad Metropolitana, N° 5. 27 – 33.
- (20) HERNÁNDEZ R., José G. & García G., María J. (1998). Aplicaciones de un modelo multiatributo a la distribución de productos refrigerados. Información Tecnológica, 9, N° 4. 325 – 329.
- (21) HERNÁNDEZ R., José G. & García G., María J. (2000 Septiembre). Rutas turísticas y factores multiplicativos. Documento presentado en el X

Congreso Latino-iberoamericano de Investigación de Operaciones, Ciudad de México, México.

(22) HERRERA, Juan & Sánchez, Rafael (1997). Modelo para el control de inventarios múltiples aplicando la técnica de multiatributos. Tesis de Maestría en Ingeniería Gerencial no publicada, Universidad Metropolitana, Caracas.