IMPORTANCIA DE LA DISTRIBUCION BINOMIAL Y DE POISSON

MILLER RODRIGUEZ RODRIGUEZ

El contenido de este ensayo fue redactado por el estudiante Miller Rodriguez Rodriguez bajo la tutoría del docente Ing. Ramiro Polanco pertenecientes a la escuela de ingenierías de la Corporación Universitaria del Meta, el autor reside en la ciudad de Cumaral Meta (Colombia) en la calle 13 # 12-31(Los Moriches) con dirección de corre electrónico milleradrian31@hotmail.com.

DISTRBUCION BINOMIAL.

A menudo cuando nos encontramos estudiando una carrera universitaria somos bombardeados con mucha información por parte de la academia, sin embargo no hallamos conciencia de la importancia de dicha información menospreciando la aplicación de estos conocimientos al igual atacamos sin misericordia al docente cuando por no prestar atención a la clase, no entendemos lo enseñado y para escudar la falta de atención expresamos comentarios como: “¿para que me va ha servir esto en mi vida laboral?”.

Bien ahora los invito a reflexionar sobre lo siguiente: será que la distribución bionomíal nos puede servir para algo, para averiguarlo debemos entender de que estamos hablando comencemos por estudiar la historia de este tipo de distribución fue desarrollada por Jakob Bernoulli (Suiza, 1654-1705) es la principal distribución de probabilidad discreta.

Una distribución de probabilidad ampliamente utilizada de una variable aleatoria discreta es la distribución binomial. Esta describe varios procesos de interés para los administradores. Describe datos discretos, resultantes de un experimento denominado proceso de Bernoulli en honor del matemático suizo Jacob Bernoulli, quien vivió en el siglo XVII.

Empleo del proceso de Bernoulli. Podemos servirnos de los resultados de un número fijo de lanzamientos de una moneda como ejemplo de un proceso de Bernoulli. Este proceso lo describimos así:

1. Cada ensayo (cada lanzamiento, en nuestro caso) tiene sólo dos resultados posibles: lado A o lado B, sí o no, éxito o fracaso.

2. La probabilidad del resultado de cualquier ensayo (lanzamiento) permanece fija con el tiempo. Tratándose de una moneda la probabilidad de que salga del lado A sigue siendo de 0.5 en cada lanzamiento, cualquiera que sea el número de veces que la moneda sea arrojada.

3. Los ensayos son estadísticamente independientes, es decir, el resultado de un lanzamiento no afecta al de cualquier otro lanzamiento.

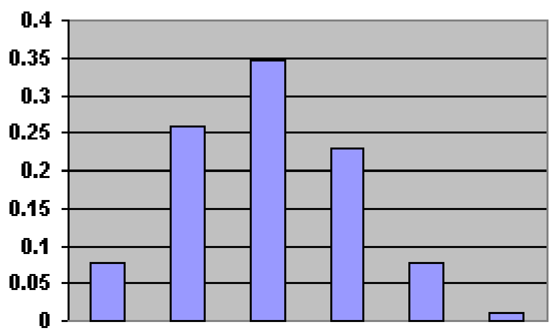
Cada proceso de Bernoulli tiene su propia probabilidad característica. Pongamos el caso en que siete décimas partes de las personas que solicitaron cierto tipo de empleo pasaron la prueba. Diremos entonces que la probabilidad característica fue de 0.7 pero podemos describir los resultados de la prueba como un proceso de Bernoulli sólo si tenemos la seguridad de que la proporción de

los que fueron aprobados permaneció constante con el tiempo. Desde luego, la otra característica del proceso de Bernoulli también deberá ser satisfecha. Cada prueba deberá arrojar tan sólo dos resultados (éxito o fracaso y los resultados de las pruebas habrán de ser estadísticamente independientes. En un lenguaje más formal, el símbolo **p** representa la probabilidad de un éxito y el símbolo q (1- p) representa la probabilidad de un fracaso. Para representar cierto número de éxitos, utilizaremos el símbolo **r** y para simbolizar el número total de ensayos emplearemos el símbolo **n.** para ilustrar de una manera más sencilla lo dicho anteriormente analicemos el siguiente ejemplo Supongamos que un experimento aleatorio tiene las siguientes características: En cada prueba del experimento sólo son posibles dos resultados: el suceso A (éxito) y su contrario □ (fracaso). El resultado obtenido en cada prueba es independiente de los resultados obtenidos anteriormente. La probabilidad del suceso A es constante, la representamos por p, y no varía de una prueba a otra. La probabilidad de es 1- p y la representamos por q. El experimento consta de un número n de pruebas. Todo experimento que tenga estas características diremos que sigue el modelo de la distribución Binomia**l**. A la variable X que expresa el número de éxitos obtenidos en cada prueba del experimento, la llamaremos variable aleatoria binomial. La variable binomial es una variable aleatoria discreta, sólo puede tomar los valores 0, 1, 2, 3, 4,..., n suponiendo que se han realizado n pruebas. Como hay que considerar todas las maneras posibles de obtener k-éxitos y (n-k) fracasos debemos calcular éstas por combinaciones (número combinatorio n sobre k).La distribución Binomial se suele representar por *B*(n,p*)* siendo n y p los parámetros de dicha distribución. El anterior fue un ejemplo de la forma que menos nos gusta con términos enredados y con poca aplicabilidad pero ahora vamos a analizar y a demostrar con el siguiente ejemplo que la distribución binomial es fácil de entender y es importante en nuestra vida cotidiana imaginemos una escuela primaria donde los alumnos llegan tarde a menudo. Cinco alumnos están en el jardín de niños. La directora lleva tiempo estudiando el problema, habiendo llegado a la conclusión de que hay una probabilidad de 0.4 de que un alumno llegue tarde y de que los alumnos lleguen independientemente uno de otro ¿Cómo trazamos una distribución binomial de probabilidad que ilustre las probabilidades de que 0,1,2,3,4 ó 5 estudiantes lleguen tarde simultáneamente? Para hacerlo necesitaremos utilizar la fórmula binomial donde:
P= 0.4
Q= 0.6
N= 5

P	Probabilidad de éxito.
Q	Probabilidad de fracaso.
r	Número de éxitos deseados.
n	Número de ensayos efectuados.

Existe una fórmula binomial: Probabilidad de r éxitos en n ensayos es : N! / R! (N-R)! P^R Q^{N-R} Recordemos que el símbolo factorial! Significa por ejemplo que es 3! = 3*2*1 =6 Los matemáticos definen 0! = 1. Realicemos el cálculo de cada valor de R: Para R= 0 obtenemos que:

$P(0) = 5!/\ 0!\ (5-0)!\ (0.4)^0\ (0.6)^5$
$P(0) = 0.07776$
Para R= 1 obtenemos que :
$P(1) = 5!/\ 1!(5-1)!\ (0.4)^1\ (0.6)^4$
$P(1) = 0.2592$
Para R=2 obtenemos que:
$P(2) = 5!/\ 2!(5-2)!\ (0.4)^2\ (0.6)^3$
$P(2) = 0.3456$
Para R= 3 obtenemos que :
$P(3) = 5!/\ 3!(5-3)!\ (0.4)^3\ (0.6)^2$
$P(3) = 0.2304$
Para R= 4 obtenemos que :
$P(4) = 5!/\ 4!(5-4)!\ (0.4)^4\ (0.6)^1$
$P(4) = 0.0768$
Para R= 5 obtenemos que:
$P(5) = 5!/\ 5!(5-5)!\ (0.4)^5\ (0.6)^0$
$P(5) = 0.01024$
Representando estos resultados en una gráfica:



DISTRIBUCION DE POISSON

En teoría de probabilidad y estadística, la distribución de Poisson es una distribución de probabilidad discreta. Expresa la probabilidad de un número k de eventos ocurriendo en un tiempo fijo si estos eventos ocurren con una frecuencia media conocida y son independientes del tiempo discurrido desde el último evento. Fue descubierta por Siméon-Denis Poisson, que la dio a conocer en 1838 en su trabajo Recherches sur la probabilité des jugements en matières criminelles et matière civile (Investigación sobre la probabilidad de los juicios en materias criminales y civiles). La función de densidad de la distribución de Poisson es

$$f(k;\lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!},$$

Donde λ es un parámetro positivo que representa la frecuencia esperada del fenómeno modelado por la distribución. Tanto el valor esperado como la varianza de una variable aleatoria con distribución de Poisson son iguales a λ. Los momentos de orden superior son polinomios de Touchard en λ cuyos coeficientes tienen una interpretación combinatoria. De hecho, cuando el valor esperado de la distribución de Poisson es 1, entonces según la fórmula de Dobinski, el n-ésimo momento iguala al número de particiones de tamaño n. La moda de una variable aleatoria de distribución de Poisson con un λ no entero es igual a $\lfloor\lambda\rfloor$, el mayor de los enteros menores que λ (los símbolos $\lfloor\rfloor$ representan la función parte entera). Cuando λ es un entero positivo, las modas son λ y λ − 1. La función generadora de momentos de la distribución de Poisson con valor esperado λ es

$$\mathrm{E}\left(e^{tX}\right) = \sum_{k=0}^{\infty} e^{tk} f(k;\lambda) = \sum_{k=0}^{\infty} e^{tk} \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} = e^{\lambda(e^t-1)}.$$

Las variables aleatorias de Poisson tienen la propiedad de ser infinitamente divisibles. La divergencia Kullback-Leibler desde una variable aleatoria de Poisson de parámetro λ_0 a otra de parámetro λ es

$$D_{\mathrm{KL}}(\lambda||\lambda_0) = \lambda\left(1 - \frac{\lambda_0}{\lambda} + \frac{\lambda_0}{\lambda}\log\frac{\lambda_0}{\lambda}\right).$$

La distribución de Poisson, se aplica a varios fenómenos discretos de la naturaleza (esto es, aquellos fenómenos que ocurren 0, 1, 2, 3, ... veces durante un periodo definido de tiempo o en un área determinada) cuando la

probabilidad de ocurrencia del fenómeno es constante en el tiempo o el espacio. Ejemplos de estos eventos que pueden ser modelados por la distribución de Poisson incluyen:
El número de autos que pasan a través de un ciertopuntoenunaruta (suficientemente distantes de los semáforos) durante un periodo definido de tiempo.
El número de errores de ortografía que uno comete al escribir una única página.
El número de llamadas telefónicas en una central telefónica por minuto.
El número de servidores web accedidos por minuto.
El número de animales muertos encontrados por unidad de longitud de ruta.
El número de mutaciones de determinada cadena de ADN después de cierta cantidad de radiación.
El número de núcleos atómicos inestables que decayeron en un determinado periodo de tiempo en una porción de sustancia radiactiva. La radiactividad de la sustancia se debilitará con el tiempo, por lo tanto el tiempo total del intervalo usado en el modelo debe ser significativamente menor que la vida media de la sustancia.
El número de estrellas en un determinado volumen de espacio.
La distribución de receptores visuales en la retina del ojo humano.
La inventiva de un inventor a través de su carrera. La distribución de Poisson, según hemos señalado, se refiere a ciertos procesos que pueden ser descritos con una variable aleatoria discreta. La letra X suele representar esa variable y puede además asumir valores enteros (0,1,2,3 etc..) . Utilizamos la letra X mayúscula para representar la variable aleatoria y la x minúscula para designar un valor específico que puede asumir la X mayúscula. La probabilidad de exactamente x ocurrencias en una distribución de Poisson se calcula mediante la fórmula:
P(x) = l x * e-l / x!
l x = Lambda (número medio de ocurrencias por intervalo de tiempo) elevada a la potencia x.
e-l = e= 2.71828 elevado a la potencia de lambda negativa.
x! = x factorial.
Ejemplo: Supóngase que estamos investigando la seguridad de un crucero muy peligroso. Los archivos de la policía indican una media de cinco accidentes por mes en él. El número de accidentes está distribuido conforme a la distribución de Poisson, y la división de seguridad en carreteras quiere calcular la probabilidad de exactamente 0, 1, 2,3 y 4 accidentes en un mes determinado.
Aplicando la fórmula anterior:
P(0) = (5)0 (e-5) /0! = 0.00674
P(1) = (5)1 (e-5) /1! = 0.03370
P(2) = (5)2 (e-5) /2! = 0.08425
P(3) = (5)3 (e-5) /3! = 0.14042
P(4) = (5)4 (e-5) /4! = 0.17552
Para saber cual es la probabilidad en 3 o menos, sumaremos las probabilidades de 0,1,2,3 lo que será igual a :
P(0) = 0.00674
P(1) = 0.03370
P(2) = 0.08425
P(3) = 0.14042
P(3 o menos) = 0.26511
Dado que la probabilidad de que haya 3 o menos accidentes es de 0.26511 entonces la probabilidad de que ocurran más de tres debe ser = 1 –0.26511 = 0.73489.
La distribución de Poisson como una aproximación a la distribución binomial.
Algunas veces, si se desea evitar el tedioso trabajo de calcular las distribuciones

binomiales, se puede usar a cambio la de Poisson, pero debe cumplir con ciertas condiciones como :
n=>20
p=<0.05
En los casos en que se satisfacen tales condiciones, podemos sustituir la media de la distribución binomial en lugar de la media de la distribución de Poisson de modo que la fórmula quedaría así:
P(x) = (np) X * e-np /x!
Teniendo en cuenta todo lo anteriormente dicho podemos llegar a la conclusión que si ponemos en práctica los conocimientos aprendidos en la academia serán de gran provecho en nuestra vida laboral

REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

1.↑ Hamza, K. (1995). The smallest uniform upper bound on the distance between the mean and the median of the binomial and Poisson distributions. Statist. Probab. Lett. 23 21–25.

2. Obtenido de "http://es.wikipedia.org/wiki/Distribuci%C3%B3n_binomial"

Categoría: Distribuciones discr etas

3. Recherches sur la probabilité des jugements en matières criminelles et matière civile (Investigación sobre la probabilidad de los juicios en materias criminales y civiles).