MATERIAIS DIDÁTICOS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL: DO CONCRETO À ABSTRAÇÃO

SOUZA, Antonio Carlos Carrera de
MARTOS, Zionice Garbelini

RESUMO: Este trabalho apresenta o resultado de uma reflexão acerca das idéias de J. Piaget na tentativa de relacioná-las com o uso de materiais didáticos no ensino Fundamental. Para tratar destes conhecimentos, utilizaremos, primeiramente, a abordagem cognitivista, desenvolvida por Piaget e seus colaboradores. A seguir, um dos autores aponta algumas abordagens acerca dos sensos matemáticos e da teorização, os quais fazem parte de sua pesquisa de doutorado. Será tratado também o conceito de construto reflexivo. E, ainda, que a problematização (Cf. Mendonça, 1993) é vista como uma das forma de utilização de MDP (materiais didáticos pedagógicos).

PALAVRAS-CHAVE: Material didático. Educação matemática. Piaget. Ensino fundamental. Problematização.

INTRODUÇÃO

O embasamento teórico dessa investigação, na parte psicológica, foi fundamentado nos trabalhos de Jean Piaget (1977) e Constance Kamii (1985), tomando como referência os estudos desenvolvidos com relação à abstração reflexiva, a partir do uso de materiais didáticos para o ensino de Matemática no ensino fundamental.

A abordagem cognitivista, sob o ponto de vista piagetiano, enfatiza a necessidade da interação com o meio, onde se enfatiza a capacidade do aluno para integrar informações e processá-las. Piaget reconheceu fontes internas e externas de conhecimento, pois para ele existem duas situações básicas: desequilibração (quando as estruturas cognitivas ficam desorganizadas) e equilibração (quando as estruturas cognitivas se organizam a partir da desequilibração das estruturas lógicas iniciais, favorecendo então a criação de esquemas lógicos novos e mais abrangentes). Quando a estrutura lógica entra em equilibração é chamada de majorante.

Na teoria de Piaget, em particular, nos estudos referentes às estruturas lógico-matemáticas, existem dois tipos de abstração: i.) pseudo-empírica – apóia - se sobre os objetos, mas constatando propriedades introduzidas pela ação do sujeito; ii.) réfléchissante - envolve a construção de uma relação entre os objetos. Relação esta, que não tem uma existência na realidade externa. Na abstração réfléchissante ou abstração construtiva - indica que é uma construção verdadeira, pela mente, e não uma construção sobre algo que já existe no objeto - temos, por exemplo, a construção da idéia de número.(PIAGET, 1977)

Segundo Kamii, para Piaget, o principal objeto da educação é a autonomia. Autonomia significa o direito de governar por si mesmo. É o oposto de heteronomia, que quer dizer, ser governado por outra pessoa. A autonomia possui independência moral e intelectual.

Acreditamos que uma das formas para o desenvolvimento da autonomia seja a interação com outras pessoas. Neste sentido, o trabalho em grupo, certamente, contribuirá para que o indivíduo possa desenvolver-se mentalmente, e consiga criar condições para que os outros indivíduos, participantes do grupo, também se desenvolvam.

As crianças adquirem valores morais não absorvidos do meio ambiente, mas construído de seu próprio interior, interando - se com outras pessoas. Sob o ponto de vista social, as questões que aparecem são de certo e errado, tomadas aqui como juízo de valor. De forma análoga, a autonomia intelectual constitui-se a partir das experiências lógico - matemáticas que formam estruturas cognitivas que permitem ao indivíduo, a utilização de critérios de verdadeiro ou falso, tomados aqui como juízos passíveis de julgamento pelo critério científico, através de estruturas cognitivas construídas pelo sujeito.

Convém salientar que, para Piaget, esses dois tipos de autonomia estão relacionados e, vale dizer, são interdependentes, pois a *abstraction réfléchie* ocorre quando, em níveis cognitivos superiores, há uma tomada de consciência pelo sujeito, tanto do ponto de vista cognitivo, como do ponto de vista moral. Heteronomia, no campo intelectual, é seguir a escolas de hoje, de uma ma-neira lamentável, impedem as crianças de desenvolverem a autonomia, reforçando a heteronomia. É importante que o professor evite rotinas, fixação de respostas e que se pro-ponha a orientar os seus alunos sem lhes oferecer soluções prontas; cabendo, por sua vez, aos alunos atividades que deverão consistir em observar, relacionar, comparar, levantar hipóteses, argumentar.

Como salienta (MENDONÇA,1993), o educador J. Dewey valoriza o ato de perguntar para levar à compreensão e, ainda o aprender fazendo, a partir da pesquisa do meio, o trabalho cooperativo, a relação entre teoria e prática e o método de iniciar o trabalho educativo pela **fala** dos alunos.

Piaget não formulou nenhum modelo pedagógico, mas, sim, toda uma teoria de conhecimento e de desenvolvimento cognitivo humano que trouxe implicações para o ensino. E, uma das implicações fundamentais é a de que a inteligência se constrói a partir da troca do organismo com o meio, através das ações do indivíduo. Este deverá ser inserido em um ambiente que promova desequilíbrios, pois, desta forma, far-se-á presente a motivação. Consideramos, para a Educação Matemática, como fundamental, que se utilizem materiais didáticos, no processo de ensino - aprendizagem, por entender que os procedimentos didáticos que estes permitem, facilitam não só as questões relativas à abstração reflexiva como as relativas à autonomia e heteronomia.

Em nossa pesquisa de doutorado (CARRERA DE SOUZA, 1992) estudamos as *sensos matemáticos* e o *constructo reflexivo matemático*. Este trabalho teve como apoio a história da construção do conhecimento matemático pelo homem e estudos sobre a abstração reflexionante. O constructo reflexivo matemático, por nós estruturado, contém dois movimentos que são complementares: os *sensos matemáticos* e a *teorização*.

Nesta pesquisa, estudamos, detalhadamente, o movimento dos *sensos matemáticos*, a partir de reflexões teóricas e de um trabalho de campo, onde entrevistamos vinte e quatro sujeitos, entre escolarizados e não - escolarizados, formalmente. Objetivamos verificar a importância da *prática humana* e da *argumentação* como constituintes do movimento dos *sensos matemáticos*.

Em um ponto mais avançado do estágio de desenvolvimento cognitivo, as etapas que formam os *sensos matemáticos* evoluem para o ato humano de intervenção no real, na busca de transformar a realidade, a partir da intencionalidade humana. A intencionalidade é a característica básica do conhecimento reflexivo, marcado pela prática humana como raiz de um saber que, já em outro nível, retorna a essa prática pela ação mental da abstração do homem, em relação a essa mesma prática. A intencionalidade e o conhecimento reflexivo são caracterizados pela redução simbólica do real, o que possibilita o surgimento de um pensamento relacional.

O conhecimento incorpora, então, não só as questões relativas ao ser coletivo como também o relacionamento do homem com a realidade, à medida que é socialmente elaborado e organicamente concebido com a finalidade de prover a produção da existência do ser humano, a partir da *prática humana*.

A *argumentação* surge como o primeiro momento em que o homem reflete criativamente sobre sua prática, aproximando-se, assim, de uma leitura mais crítica do real. Essa etapa torna clara a necessidade de o homem estabelecer um conjunto de provas, ainda estreitamente ligadas à experiência, que dêem conta do movimento dos fenômenos na natureza. Essa *argumentação* é, inicialmente, uma explicação fundamentada nos dados históricos e sensoriais que lentamente vão sendo substituída por outras justificativas baseadas na abstração gerada pelos processos mentais que utilizam imagens do real, isto é, símbolos que representam a realidade. Esse momento, por nós denominado *algoritmo*, pretende a sistematização, ainda que primitiva, da experiência e da prática humana e é, objetivamente, o grande passo rumo à internalização de processos cognitivos superiores.

A formação dos *algoritmos* é favorecida pelo movimento dos *sensos matemáticos*, que fornecem um primeiro modelo de explicação dos fenômenos existentes na realidade, através dos procedimentos simbólicos emergentes. Objetivamente, nessa etapa, surgem as primeiras representações do real e o homem passa a trabalhar com imagens e símbolos, isto é, surge a necessidade de um *modelo* que dê conta do real e de seus movimentos.

Essa interação sugere a criação de um *modelo* para interpretar o real, a partir de um corpo de conhecimentos organizados, passíveis de demonstração e de validação na realidade, ou seja, sugere a criação de modelos matemáticos que dêem conta da explicação dos fenômenos e de sua própria validade.

O constructo reflexivo matemático surge, então, como o movimento que une a *prática humana* ao *modelo* - passando pela *argumentação* e pelo *algoritmo*. Para tanto, utilizamos a interação da *totalidade* e da *ideação reflexiva* com o conceito de *abstração reflexionante*, conforme o proposto [por uma da vertentes da Epistemologia Genética, a psico-social,] pela Epistemologia Genética criada por Jean Piaget e colaboradores. Buscamos explicar o movimento dentro do real no qual o homem, a partir da prática, vai se encaminhando para procedimentos intelectuais cada vez mais poderosos, para dar conta da imensa rede de fenômenos da realidade circundante.

Procuramos, então, cunhar a expressão *constructo reflexivo* para significar a construção social do conhecimento, dialeticamente concebido como superação da relação sujeito-cognoscente e realidade. O *constructo reflexivo matemático* tem raiz historicamente concebida a partir das relações entre a prática humana, a argumentação, o algoritmo e o modelo, que tornam o homem um ser consciente de sua possibilidade histórica - e, portanto, dependente da educação como possibilidade cultural de reafirmação social - e que criam estruturas lógicas, na mente humana, através da ação intencional do homem no meio físico. O reconhecimento dos fatores culturais e sociais torna-se uma evidência através dos mecanismos que operam a criação da fala e dos instrumentos de percepção do mundo (VYKOTSKI, 1989).

Nesse contexto, o *constructo reflexivo* significa, em primeira aproximação, o *modelo* pelo qual o homem cria a estrutura cognitiva a partir do movimento da *teorização*. Essa construção do conhecimento pelo sujeito possui determinantes culturais, sociais e econômicos e é condicionada pela atividade prática na realidade objetiva. O modelo teórico dos *constructos reflexivos* busca desvelar como o homem toma consciência da rede de fenômenos que a realidade lhe apresenta na multiplicidade de fatores que a constituem. A ação intencional do sujeito, na realidade, sofre reflexivamente a ação condicionante da totalidade concreta[1]. (KOSIK, 1976).

Na formação de um conhecimento, o ato intencional da aprendizagem é permeado por fatores sociais, culturais, econômicos e políticos, sendo, portanto, determinado ideologicamente. Nesse contexto, o *constructo reflexivo* supera a dicotomia da relação sujeito/realidade à medida que o homem, reconhecendo-se produto social, insere-se historicamente na sociedade.

A análise da história do conhecimento humano mostra que, na busca de novas sínteses, o homem utiliza-se de movimentos qualitativos que vão superando e aperfeiçoando os anteriores. O movimento inicial, raiz do conhecimento, tem origem na *prática humana* empírica ou intelectual e dirige-se a uma *argumentação* elementar ou lógica.

A partir dessa reflexão, o movimento seguinte une o *algoritmo* ao *modelo*, e é por nós denominado de *teorização*. Esse momento é caracterizado pela existência de uma solução - primitiva ou elaborada - que responde aos problemas propostos pela ação do homem no real. Nesses dois movimentos - o dos *sensos matemáticos* e o da *teorização* – está fundamentada a idéia do *constructo reflexivo* como modelo teórico que busca a explicação epistemológica da raiz do conhecimento matemático. Nessa inter-relação ocasionada pelos movimentos descritos, localizamos como fundamentais não só a dependência entre o empírico e o teórico, mas também, vale dizer, a aproximação entre o intuitivo e o formal.

A vinculação entre o pensamento e a realidade tenta superar a divisão entre o teórico e o prático através da intencionalidade do sujeito à procura do desvelar da realidade e à procura de modelos teóricos, cada vez mais refinados que dêem conta da rede de fenômenos proposta pelo real. Podemos, pois, afirmar que os *constructos reflexivos* constituem um modelo teórico que

[1]O conceito de totalidade concreta é trabalhado de maneira análoga ao de realidade concreta.

busca revelar como o homem, através de suas ações intencionais sobre a realidade, cria a possibilidade da existência do conhecimento.

Os *constructos reflexivos* pretendem dar conta dos procedimentos pelos quais o ser humano aprende a partir da prática. Pretende, também, desvelar as formas como se estabelecem as transferências dos conhecimentos de ordem empírica aos de ordem cognitiva. Não se trata de separar o homem do mundo, mas de uni-los, pois são os *constructos reflexivos* os organizadores das formas empíricas e teóricas existentes no conhecimento dos processos da natureza e da sociedade.

Os *constructos reflexivos matemáticos* constituem-se em um modelo e, portanto, em uma redução - de cunho intelectual - que busca abranger a totalidade dos fenômenos e processos sensorialmente perceptíveis que existem no ato de criação da Matemática e sua aprendizagem. Esse modelo pretende representar e refletir, de forma organizada e concreta, a totalidade de fenômenos existentes na Educação Matemática.

O cérebro do homem, através de *algoritmos* e *modelos*, propõe a representação do real e da multiplicidade de fenômenos propostos pela realidade. Os *constructos reflexivos matemáticos* desvelam como o conhecimento humano cria níveis de consciência diante da rede de fenômenos que o homem tem diante de si. A redução simbólica do real torna-se, o motor pelo qual o ser humano pretende um movimento de aproximação sucessiva da realidade em suas múltiplas determinações.

Essa elaboração gera transformações de ordem qualitativa, nas quais, a partir do movimento dos *sensos matemáticos*, o complexo gera o abstrato que, por sua vez, explica o complexo e é por ele explicado, a partir do movimento de *teorização* . Sugerimos como primeira aproximação dos *constructos reflexivos matemáticos* e de seus movimentos - os *sensos matemáticos* e a *teorização* - o diagrama abaixo:

SOCIEDADE	
MODELO	PRÁTICA HUMANA
ALGORITMO	ARGUMENTAÇÃO
MATEMÁTICA	

A análise do gráfico revela como o homem, enquanto ser social, tem uma *prática humana* no real que, objetivamente, o conduz a uma *argumentação* sobre essa prática; com isso, ele cria uma aproximação inicial com o real, procurando resolver os problemas propostos pela prática, no sentido lógico-matemático do termo. Esse movimento em direção à Matemática incorpora de uma forma objetiva os dados culturais, sociais e econômicos e, recebendo o nome de *senso matemático*. O movimento seguinte, o da *teorização*, parte da Matemática em direção à Sociedade. Após a formação de uma argumentação lógica, primitiva e inicial, partindo do movimento dos *sensos matemático*s, o sujeito, com a utilização da estrutura cognitiva, constrói um *algoritmo* - muitas vezes rudimentar - que sugere um *modelo* matemático de intervenção na realidade. Este *modelo*, criado inicialmente *ad hoc*, evolui para uma prática matemática aceita, após um refinamento provocado não só pela freqüência do uso, mas pela necessidade de responder a várias situações, quando o *modelo* inicial não dá conta dos problemas propostos pelo real, obrigando, a estrutura inicial do *modelo* a dar saltos qualitativos. Verificamos, assim, que, em relação à Matemática, o *constructo reflexivo* possui dois movimentos: o senso matemático e a teorização.

A *teorização*, objeto primordial de nossa pesquisa, constitui-se no momento de apropriação do saber matemático pelo sujeito, a partir da prática empírica na realidade concreta, através da elaboração de modelos matemáticos que permitam a leitura do real. Quanto a esse aspecto, é fundamental a percepção de como determinadas populações produzem o saber matemático tendo como ponto de partida sua prática social. O movimento da *teorização* e sua importância no *constructo reflexivo matemático*, fica evidenciado na elaboração de modelos matemáticos cada vez mais poderosos.

As relações entre os *sensos matemáticos* e a *teorização* são explicitadas nas propostas da Modelagem Matemática e da Etnomatemática e ficam, de certa forma, clarificadas, no momento em que tomamos como básicas, na Educação Matemática, as idéias de retomada dos princípios culturais e sociais dos grupos diferenciados que constituem nossa sociedade, aliadas à necessidade de retomarmos, nesta Educação Matemática, a possibilidade empírica ligada à necessária matematização dessa possibilidade.

Os *sensos matemáticos* e a *teorização* apontam para uma proposta em Educação Matemática onde os fundamentos básicos da pedagogia localizam-se na prática humana; assim, o enquadramento da educação é a questão sócio-cultural. Assim também, o surgimento da *argumentação* deve coincidir com o início do raciocínio matemático que vai estender-se ao *algoritmo* e ao *modelo,* através do movimento de *teorização*. Essa proposta tem, portanto, nos *sensos matemáticos,* fundamentos muito próximos da Etnomatemática e, na *teorização*, princípios teóricos que sugerem uma aproximação com a Modelagem Matemática.

Nesta proposta de trabalho, objetivamos um estudo da elaboração de *algoritmos* e *modelos* a partir da pesquisa dos procedimentos utilizados na Modelagem Matemática, em particular na Biomatemática. A escolha da Modelagem Matemática, como procedimento pedagógico, em Educação Matemática, está explicitada pelo próprio objeto da pesquisa; porém, é necessário explicitar as razões pelas quais optamos por Modelagem Matemática em Biomatemática e, nesta, em particular, a temática ambiental, sua importância no contexto desta pesquisa. Consideramos que a questão ambiental tem uma abordagem interdisciplinar e, com isso, facilita a criação de modelos teóricos a partir de procedimentos empíricos obtidos na prática humana. Essa abordagem sugere a existência de algoritmos - no sentido lato do termo - que resolvam, em parte, problemas propostos pelo real.

Ressaltamos, ainda, que a situação de degradação ambiental, vivida por diferentes sociedades, no mundo contemporâneo, tem originado em diferentes setores sociais expectativas de ordem científica e, ao mesmo tempo, políticas. Os meios de comunicação de massa divulgam, cotidianamente, questões de ordem ambiental, fornecendo dados e estimativas. Propostas científicas para solucionar essas questões são divulgadas pela mídia utilizando-se de instrumentos matemáticos como, por exemplo, porcentagens, estatísticas e gráficos. Entretanto, verifica-se que a escola não incorporou, em seus procedimentos pedagógicos, a utilização do instrumental matemático como possibilidade para o tratamento da questão ambiental.

Identificamos uma procura, hoje, no sentido de entender a escola como um espaço onde a contradição se faz presente e, por isso mesmo, com possibilidades de contribuir para a formação do cidadão, no sentido de sua participação e transformação da sociedade 8. No caso do ensino Fundamental , retoma-se, hoje, o seu papel, na formação do cidadão, que deve se utilizar do conhecimento apreendido como um instrumento para a interpretação do mundo.

Nesse contexto, entendemos que a escola deve proporcionar ao aluno situações em que se efetuem análises e interpretações da questão ambiental. Localizamos como uma possibilidade pedagógica, adequada à formação para a cidadania, a utilização, na Educação Matemática, da Modelagem Matemática. E, vale dizer, se, nos modelos desenvolvidos, a questão ambiental for enfocada, obteremos modelos interpretativos do real de ordem interdisciplinar, pois, dada a complexidade da temática ambiental, é consenso que nenhuma área do conhecimento humano teria por si só condições, tanto teóricas como metodológicas, de dar um encaminhamento mais efetivo às questões de natureza diversa que são colocadas pela mesma.

Apesar do enfoque, acima exposto, verificamos que, na Educação Matemática proporcionada pela escola de ensino Fundamental, algumas práticas, lamentavelmente, são enfatizadas: a memorização, os aspectos descritivos da realidade concreta, o distanciamento cada vez maior do cotidiano e do interesse do aluno, gerando, portanto, um conhecimento científico, desligado das questões que envolvam a realidade.

Assumimos uma perspectiva de que o processo educativo pode contribuir para a superação do quadro atual de degradação da natureza. É necessário que a escola, enquanto instituição, esteja preparada para incorporar a temática ambiental de forma interdisciplinar. O desenvolvimento de atividades dessa natureza é, hoje, uma exigência para que a escola cumpra sua função social.

Porém, o que se percebe, no entanto, é que na prática muito pouco tem sido feito em termos de trabalhos interdisciplinares na escola e, em particular, na Educação Matemática. Essas práticas, quando realizadas, acabam ocorrendo sem o mínimo de objetividade e organização que lhe dê retorno em termos de ensino e aprendizagem. Procuramos, neste trabalho, unir à Educação Matemática, através da Modelagem Matemática, as questões geradas dos estudos de Biomatemática. Estudaremos modelos matemáticos originados da questão ambiental com o objetivo de investigar como esses *modelos* são elaborados partindo de *algoritmos*. Como ponto de partida desta pesquisa algumas interrogações precisam ser melhor exploradas e estudadas, tais como:

Os cursos de formação e atualização de professores em todos os níveis {graus} têm enfrentado um desafio constante, para que se possa produzir uma modificação estável nas salas de aula de Matemática. No sentido de propostas de melhoria ou transformação desse ensino, duas estratégias de ação vêm sendo tentadas:

i. Intervir na sala de aula: Como tática exemplar, dessa estratégia de ação, identificamos a intervenção dos dirigentes do sistema escolar através de órgãos como CENP e FDE que promovem, dentro do amplo espectro possível de ações possíveis que têm à disposição, cursos de "atualização" docente, propostas curriculares e textos metodológicos. Aqui o problema, básico, localizado neste tipo de ação é a dificuldade de obter o compromisso do professor com as propostas apresentadas nas ações propostas.

ii. Atrair o professor: Aqui duas táticas têm sido utilizadas ao atrair o professor para cursos ou ações pedagógicas. Uma é problematizar (Mendonça, 1993) preferencialmente a própria formação matemática do professor e visar, indiretamente, o aluno. Outra, tematizar, preferencialmente, a formação do aluno e visar, indiretamente, a do professor. Como dificuldade central para esta ação, localizamos o fato de envolver poucos docentes, diante da quantidade de professores da rede de ensino.

Nas formas de intervenção apresentadas encontramos, como invariante a inexistência de uma proposta conseqüente que envolva as questões didático - metodológicas referentes à Educação Matemática, praticada no dia a dia escolar, uma vez que não contempla, de maneira satisfatória, a construção do conhecimento a partir do aluno e das relações mentais por ele estabelecidas nesta construção. A questão da construção do conhecimento leva-nos a discutir a importância do material didático – pedagógico, na Educação Matemática, como facilitadores da aprendizagem em situações concretas de sala de aula.

Os pressupostos teóricos que embasam a necessidade da utilização dos materiais didático-pedagógicos (MDP) podem ser assim explicitados:

i. O MDP desequilibra o saber mecânico repetitivo do fazer sem saber por quê, mostrando que este saber se revela impotente para reconhecer, na situação posta pelo MDP, problemas que o sujeito resolve rapidamente de uma forma alienada do real.

Por exemplo: “adicione 1/5 a 1/12” é imediatamente resolvido, do ponto de vista de aplicações de regras préestabelecidas, no contexto teórico da Matemática escolar aplicando-se a regra prática do MMC. Porém, quando o sujeito tem que responder a mesma operação utilizando-se das barrinhas de Cuisenaire, as regras anteriores não permanecem, ficando evidente que o MMC não se mantém operacional diante de tal deslocamento para a realidade concreta.

Esta função dos MDP consiste na quebra de um estereótipo e a desmistificação da superioridade das “regras práticas” no ensino de Matemática. Evidencia-se a necessidade de fundar a abstração operatória a partir de representações do real.

ii. O MDP faz parte do mundo da criança duplamente, não só como representante simbólico do real, mas também como objeto da realidade efetiva do cotidiano escolar. Funciona como abstração inicial, selecionando variáveis relevantes sem, contudo, eliminar as demais, que são afastadas para serem recuperadas depois, no momento em que a aprendizagem se torna significativa.

Exemplificando, sugerimos o uso de MDP para o ensino de Geometrias não euclidianas, em particular a geometria esférica, com base em uma intervenção em sala de aula, usando esferas de acrílico[2], isopor, canetinhas, elásticos, régua esférica, de que resultou em nossa pesquisa de mestrado. Objetivamos, desta forma, que o aluno e o professor possam construir modelos para a representação do mundo que está à sua volta.

Não é com as situações do mundo que a criança trabalha, mas com representações dessas situações. Por exemplo, uma criança que opera com feijões em um ábaco, ao iniciar seus estudos do sistema de numeração decimal, ancora, nas trocas efetuadas, a representação gráfica deste e, posteriormente, quando opera na adição com o "transporte" de dezenas, fá-lo com a notação convencional dos algoritmos, uma vez que, as trocas com feijões cederam lugar a estas.

iii . Ao enunciar e justificar a solução da situação-problema, o MDP funciona como significante de um código lingüístico provisório e intermediário entre a lógica da ação e o código definitivo usual da Matemática, ponto de chegada necessário.

Por exemplo, uma placa de madeira significa provisoriamente a fração "um terço", função que, posteriormente, será desempenhada pelo significante gráfico "1/3".

iv. O MDP torna a ação objetiva, passível de observação, questionamento, verificação e questionamento. Torna a ação do sujeito passível de explicitação, simbolização e, finalmente, decodificação. O MDP permite controlar a passagem da ação à operação, funciona como significante provisório a ser inserido no código lingüístico tradicional da Matemática.

v. O MDP pode estimular, alunos do ensino fundamental, a fazer conjecturas no mundo real, a partir de manipulações. Por exemplo, ao trabalhar com esferas poderá ampliar seu conhecimento de plano e fazer relações com conceitos da Geografia.

REFERÊNCIAS

BALDINO, R.R. et al. **Games for integers:** conceptual or semantic fields? (Submetido ao PME-19). 1995.

[2] Lénárt (1996) "LÉNÁRT I. Euclidean and non- euclidean geometries. Keypress academy, 1996.
_______, Alternative models on the drawing ball, educational Studies In: Mathematics teacher 24 (1993), 277-312.

CARAÇA, B. J., **Conceitos fundamentais da matemática**, Lisboa: Sá de Costa, 1984

CARRERA DE SOUZA, A. C.; EMERIQUE, P.S. Educação matemática, jogos e abstração reflexiva. **BOLEMA.** Rio Claro: SBEM, n 11, 1995.

CARRERA DE SOUZA, A. C., **Matemática e sociedade:** um estudo das categorias do conhecimento matemático. Campinas: FE/UNICAMP,1986. Dissertação (Mestrado),). Faculdade de Educação. Universidade de Campinas.

CARRERA DE SOUZA, A. C., **Sensos matemáticos:** uma abordagem externalista da matemática, Campinas: FE/UNICAMP, 1992. Tese (Doutorado). Faculdade de Educação. Universidade de Campinas.

CURY, C. R. J., **Educação e contradição, elementos metodológicos para uma teoria crítica do fenômeno educativo**, São Paulo: Cortez: Autores Associados, 1985.

GRAMSCI, A. **Concepção dialética da história.** Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1984.

KAMII, C e DE CLARK, G. **Reinventando a aritmética:** implicações da teoria de Piaget. Trad. de Elenisa Curt. Campinas: Papirus,1988.

KAMII, C.. **A Criança e o número.** Campinas: Papirus, 1985.

KAMII, C.. **Reinventando a aritmética.** Campinas: Papirus, 1986.

KAMII, Constance ; DEVRIES, R. **Jogos em grupo**. São Paulo: Trajetória Cultural, 1991

KOSIK, K. **Dialética do concreto.** Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1976.

LEFEBVRE, H., **Lógica formal/lógica dialética**, Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1983.

MARTOS Zionice G. Geometrias não - euclidianas: uma proposta metodológica para o ensino de Geometria no ensino fundamental. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4. **Anais...** Rio Claro, 2000. p. 210-216.

________. Utilizando materiais didático pedagógico para a aprendizagem de geometrias não-euclidianas In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA , 6. **Anais...**, Londrina: UEL, 2000 pg 210

MEIRA, L. O “Mundo Real” e o dia-a-dia no ensino de Matemática. **Educação Matemática em Revista,** SBEM , ano 1, n. 1, 1993.

PIAGET, J. **A Formação do símbolo na criança**. trad. de Álvaro Cabral. Rio: Zahar, 1971

PIAGET, J.; SZEMINSKA, A., **The Child’s conception of geometry**, New York: Harper Torchbooks, 1964.

PIAGET, J. e*t al.* , **La Enseñanza de las matemáticas.** Madrid: Aguilar, 1968.

PIAGET, J. **Recherches sur l'abstraction réfléchissante**, Paris: PUF, 1977

PIAGET, J.; INHELDER, B. **Gênese das estruturas lógicas elementares.** Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

PIAGET, J.; SZEMINSKA, A. **A Gênese do número na criança**, Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

PIAGET, J.; INHELDER, B. **Gênese das estruturas lógicas elementares.** Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

PIAGET, J. **Recherches sur l' abstraction réfléchissante**, Paris: Presses Universitaires de France, 1977.

PONTE, J. P. da *et al.* **Viver a inovação, viver a escola. actividades de um grupo de professoras de matemática**. Lisboa: Projeto DIC, 1993.

UCHÔA, A. M. R., **A Constituição do sujeito por reconstrução endógena das interações**: um estudo sobre a abstração reflexiva. São Paulo: USP, 1988. Dissertação (Mestrado). Instituto de Psicologia. Universidade de São Paulo.

VYGOTSKY, L. S. **A Formação social da mente**, São Paulo: Martins Fontes, 1989.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**, São Paulo: Martins Fontes, 1989.