



## REVISTA AMBIENTE CONTÁBIL

<http://www.ccsa.ufrn.br/ojs/index.php/ambiente>  
<http://www.periodicos.ufrn.br/ojs/index.php/ambiente>  
<http://www.atena.org.br/revista/ojs-2.2.3-06/index.php/Ambiente>

ISSN 2176-9036

### CÁLCULO DO CUSTO DE CATÁSTROFES: PROPOSTA DE ABORDAGEM

### CALCULATION THE COST OF DISASTERS: AN APPROACH PROPOSED.

#### **Autores:**

#### **Luiz Panhoca**

Doutor em Contabilidade pela FEA-USP  
Prof. do Departamento de Contabilidade da UFPR  
E-mail: [panhoca@ufpr.br](mailto:panhoca@ufpr.br)

#### **Olga Maria Panhoca da Silva**

Doutora em Saúde Pública pela FSP-USP  
Pós doutoranda da Geografia da UFPR  
Prof. Licenciada da UDESC  
E-mail: [ompanhocas@yahoo.com.br](mailto:ompanhocas@yahoo.com.br)

#### **Lauro Brito de Almeida**

Doutor em Contabilidade pela FEA-USP  
Prof. do departamento de Contabilidade da UFPR  
E-mail: [gbrito@uol.com.br](mailto:gbrito@uol.com.br)

#### **Resumo**

Este trabalho propõe um método para o cálculo dos custos de catástrofes naturais e o custo do atendimento após a ocorrência do fato. As questões de pesquisas, os custos de catástrofes naturais e os custos de atendimento *ex-post facto* permitem a verificação da ação orçamentária e do emprego das verbas destinados a este fim. Salienta-se que a dinâmica social que força a situação da catástrofe é a territorialização dos empobrecidos, portanto social e de importância para a contabilidade de custos. O potencial de risco associado às catástrofes é crescente e a questão do planejamento e da gestão de custos é fundamental e pertinente. Para o equacionamento aplicam-se técnicas econométricas e contabilométricas na busca de soluções *ex-post* do problema. O equacionamento do custo e do atendimento é matematicamente descrito como sistema. O custo da distribuição de recursos é um problema de *allocation of resources*. O custo das atividades pós-catástrofes representam uma sequência de ações com solução do problema do caminho ótimo, *routing problem*, ou de menor custo. Supõe-se que essas atividades são representadas por um sistema descrito por uma variável escalar discreta. Verifica na prática das ações de grupos de atendimento que existe um controle das operações.

Considerou-se o exercício do controle para se ter o mínimo custo nas operações “observação – controle” onde o controle tem um custo que deve ser considerado. Observa-se, portanto um processo de decisão seqüencial com solução de mínimo.

**Palavras-chave:** Contabilidade de Custo. Econometria. Contabilometria. Catástrofes naturais.

### Abstract

This work purposes a method to calculate the costs of natural catastrophes and services after these happenings. The questions of researches, the costs of natural catastrophes and services ex-post facto allow the verification of the budget action and the application of the available amounts on Cost Accountability. It can be pointed out that the social dynamics, which forces the catastrophe situation, is the territorialization of the ones who became poor. So, this is social and there is such an importance to the Cost Accountability. The potential of risk associated to the catastrophes is increasing and the issue of scheming and management of costs is fundamental and relevant. For the calculus, it is applied through econometrics and accountability metric techniques in order to search for ex-post solutions of the problem. The calculus of the cost and services are mathematically described as systems. The cost of resource distribution is an allocation of resources problem. The cost of the post-catastrophical activities represents a sequence of actions with the solution of routing problem, or the one with minor cost. It is supposed that these activities are represented by a system described by a discrete scalar variable. It is verified in the practice of the actions of services groups that there is some control of the operations “observation – control”, in where this control has a cost which must be considered. Thus, it can be observed a solution to minimum forwarding a process of sequential decision.

**Keywords:** Cost Accountability. Catastrophe costs. Accountability Metrics. Natural catastrophes.

## 1 INTRODUÇÃO

São poucos os meses onde a Defesa Civil não interfere em alguma região do país (VALÊNCIO, 2010). A previsão do Painel Intergovernamental Sobre Mudança do Clima (IPCC, 2007) é que a região sudeste do Brasil sofra com um aumento de descargas elétricas, tornados, ventos e volume pluviométrico afirmando um potencial de risco crescente para as catástrofes. Quarantelli já discutia, em 1997, a importância de se gerir e se lidar com situações de desastres afirmando que geralmente as ações demandadas são desestruturadas e não se tem um padrão de atuação muito menos a preocupação com a gestão das conseqüências do fenômeno.

A questão do planejamento e da gestão não é importante “per se”, mas é necessário ser abordada mesmo para as situações que parecem à primeira vista eventuais. Em dois artigos, Barro (2006 e 2009) mostrou que a ocorrência freqüente de catástrofes tem custos econômicos e sociais muito maiores do que as flutuações econômicas. Barro estimou que para uma economia avançada, o custo social associado a grandes catástrofes econômicas, como aquelas experimentadas no século XX (guerras, depressões econômicas, crises financeiras) ascendeu a cerca de 20 por cento do PIB anual, enquanto a volatilidade do ciclo normal de negócios ascendeu apenas para um substancial valor de 1,5 por cento do PIB. Para os países em

desenvolvimento, que geralmente sofrem catástrofes naturais mais frequentes, e de todos os tipos e magnitudes maiores do que nas economias avançadas, esses eventos têm um efeito ainda maior sobre o bem-estar do cidadão comum.

No trabalho de Sen de 1981, e em outros que lhe seguem (SEN, 1982a; 1982b), a ênfase central é que os custos associados com o que definimos como as catástrofes naturais são largamente determinados pelas forças econômicas, em vez de pré-determinados pela observação de eventos naturais. Verifica-se que não são os eventos naturais que causam a vulnerabilidade, mas toda uma dinâmica social que força essa situação (VALÊNCIO, N.; SIENA, M.; MARCHESINE, V.; GONÇALVES, J. C., 2008). Acsegrad (2002) mostra também que, em um desastre natural, o ponto de partida é sempre a territorialização dos empobrecidos, existindo toda uma transferência de custos ambientais. Sen (1981) observou que a inanição é a característica de algumas pessoas não terem comida suficiente para comer e não é a característica de não haver comida suficiente para comer.

Para citar a desigualdade social perversa nos impactos e custos que uma catástrofe causa, pode-se lembrar o furacão Ike que atingiu o Haiti e Cuba em setembro de 2008 (CAVALLO; NOY, 2009). O Ike atingiu ambas as ilhas com uma ferocidade semelhante. Em Cuba ele passou sobre a terra firme, em uma área maior e mais populosa de Havana, enquanto no Haiti, ele contornou a costa perto de Gonaives. No entanto, o impacto imediato da catástrofe foi muito diferente, com sete mortos em Cuba e várias centenas de mortos no Haiti. Claramente, estes resultados desiguais originam-se de diferentes políticas, arranjos institucionais e das condições econômicas. O mais óbvio é que, se o furacão Ike atingisse uma ilha deserta, não teria sido considerado uma catástrofe natural.

Cardoso (2006) diz que o uso de instrumentos científicos como o cálculo do custo, resulta do discurso científico originário da representação dos riscos, que raramente inclui os pobres. Salienta-se, portanto, que não são os eventos naturais que causam a vulnerabilidade, mas toda uma dinâmica social que força essa situação, ainda a causa sendo a territorialização dos empobrecidos, portanto social, é de importância para a contabilidade de custos.

Skoufias (2003) distingue entre situações de prevenção *ex-ante* e *ex-post*, ao lidar com os choques de catástrofes naturais. A literatura que se refere à redução de impactos é extensa, principalmente aquela originada a partir de outras disciplinas que não as Sociais Aplicadas. No entanto, o enfoque *ex-ante* claramente foca os custos dos recursos e, portanto, é necessário proceder a uma cuidadosa avaliação dos prováveis impactos *ex-post* e a probabilidade de ocorrência de catástrofes. Pelling et al. (2002) e ECLAC (2003) introduziram a tipologia dos impactos das catástrofes que adotamos aqui.

A partir da escassez de estudos financeiros sobre as catástrofes constatada pela Defesa Civil e dos abusos orçamentários e desvios de verbas para este fim noticiados na imprensa, somados às questões implicantes sobre a pobreza e a desigualdade social, os autores se desafiaram a propor um modelo. Este trabalho propõe, portanto, um método para o cálculo dos custos de catástrofes naturais e o custo do atendimento após a ocorrência do fato

## 2 PROPOSIÇÃO DO MÉTODO DE CÁLCULO

Em pesquisa, a direção melhor e mais palpável de qualquer abordagem é “solução => problema” e não “problema => solução”. Isto é, a solução de alguns problemas cria novos problemas, cuja resolução pode ser tentada por meio de métodos que deram resultado favorável. É um processo importante de trabalho: a ida e o retorno entre método e problema. (BAZARAA, et al. 2006; BELLMAN, 1972)

As questões de pesquisas - objeto deste artigo, os custos de catástrofes naturais e os custos de atendimento *ex-post facto* permitem a verificação, a ação orçamentária e a

verificação do emprego das verbas destinadas a este fim. Quando se pensa em termos de custos de catástrofes, um tema sempre recorrente é “o custo e controle”.

Emprega-se neste trabalho a palavra “sistema” num sentido amplo. Ela indica um sistema biológico, contábil, econômico, físico, informação e outros. Ao utilizar esta metodologia, na descrição e controle de sistemas, têm-se alguns benefícios (BELLMAN, 1972; HILLIER, F. S.; LIEBERMAN G. J, 2005), pois:

- Utiliza toda a matemática clássica: análise, álgebra, topologia, probabilidade, análise numérica e outros;
- Utiliza o computador na solução dos problemas;
- Utiliza-se dos princípios da contabilidade de custos e da contabilidade geral para a uniformização de procedimentos e valoração das soluções;
- A maior parte dos problemas não está resolvida.
- A natureza da vida é uma complexa e inesgotável fonte de problemas.

Um sistema pode ser matematicamente descrito segundo vários pontos de vista. Em cada descrição matemática perde-se algo do sistema, pois ela só é possível com hipóteses simplificadoras. Cada descrição matemática é um modelo do sistema original. Modelo é uma projeção do sistema real e serve a algum propósito.

Não existe um critério para dizer qual é a melhor descrição matemática de um sistema. Quanto mais sabemos a respeito de um sistema, melhor será o modelo que o representa. Existe, portanto, um tanto de arte na elaboração de um modelo representativo de um sistema.

Os problemas de análise de catástrofes exigem a análise do comportamento do sistema no tempo, ou uma descrição do processo de variação do sistema. Matematicamente e em termos de custos e valoração, um sistema pode ser descrito em qualquer instante  $t$  por meio de um conjunto finito de variáveis reais  $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ . Estas variáveis, denominadas variáveis de estado constituem as componentes de um vetor  $x(t)$ , o vetor de estado.

Em muitos casos é suficiente supor  $x(t)$  unidimensional. Assim,  $x(t)$  pode representar a quantidade de itens em estoque, o valor dos ativos, o valor do capital circulante e outros. Em geral, porém  $x(t)$  será multidimensional, como por exemplo, no estudo de custo das atividades de um processo produtivo, o valor agregado em um projeto, o resultado de um programa, o custo de uma enchente, o custo de uma catástrofe. As componentes  $x$  são pontos no espaço das fases (posições e velocidades), ou as componentes  $x$  podem indicar suprimento, demanda, estocagem, capacidade de produção, entre outros.

O tipo mais simples de variação de um sistema é o processo de variação seqüencial discreto e determinístico. Um processo é dito discreto quando as variações do sistema se realizam em um número finito ou no máximo enumerável de vezes. Admite-se, portanto, que o sistema sofre variações discretas e que elas podem ser caracterizadas por meio de uma transformação  $T$  que atua sobre o vetor de estado do sistema nos instantes  $t = 1, 2, 3, \dots, N$ . Supõem-se ainda o processo como determinístico, isto é, dado o vetor de estado  $x$ , a transformação  $T$  determina um único resultado  $T(x)$ .

O processo se desenvolverá da seguinte forma: O sistema parte de um estado inicial  $p$  e a transformação  $T$  é aplicada sucessivamente aos vetores de estado sistema, dando origem a seqüência  $p_i$  de vetores de estado.

$$p_1 = T(p_0); \quad p_2 = T(p_1); \quad p_3 = T(p_2); \quad \dots \quad p_N = T(p_{N-1});$$

Esta seqüência de vetores de estado constitui a trajetória generalizada do sistema, o seu conhecimento descreve a história da variação do sistema, a trajetória generalizada

representa um processo descritivo, ou seja, apura-se o custo de uma seqüência de ações e decisões. Esse processo de variação chama-se de Multi - Stage Process (Figura 1).

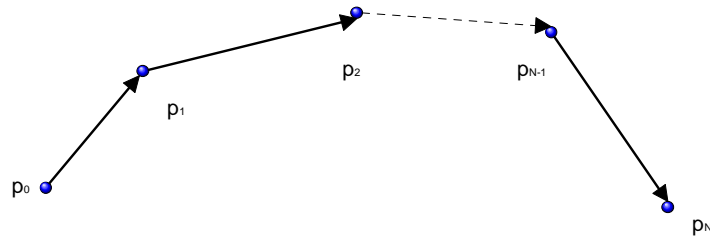


Figura 1 – Processo de decisão sequencial

Suponha agora que existe a possibilidade de escolha da transformação a ser aplicada em cada instante. Isto equivale a podermos controlar a variação do sistema mediante convenientes escolhas de transformações.

Esta suposição é razoável pois modernamente podemos controlar os sistemas. Em linhas gerais, o controle equivale à escolha de uma transformação entre os elementos de uma família de transformações que podem atuar sobre o sistema em cada instante.

Consideremos uma família de transformações  $T(p, q)$ , onde  $q$  representa um vetor variável que especifica uma particular possibilidade de intervenção. Chamamos  $q$  de vetor de decisão.

Seja  $S$  um domínio onde varia o vetor de estado  $p$  e seja  $D$  um domínio (espaço das decisões) onde se varia o vetor de decisão  $q$ . Escolher  $q$  é escolher uma transformação. Os substantivos “decisão” e “transformação” serão utilizados como sinônimos.

As decisões que se seguem à catástrofe são, portanto um processo de escolhas determinísticas. Processo determinístico significa que escolhida a decisão  $q$  e dado o estado  $p$  obtêm-se um único resultado  $T(p, q)$ . Então, um sistema num instante inicial parte de um estado inicial  $p_0 \in S$  e é tomada uma decisão inicial  $q_1$ . O resultado será um novo estado  $p_1$ , dado pela relação:

$$p_1 = T(p_0, q_1) \quad [1]$$

Neste ponto, é tomada uma nova decisão  $q_2$ , cuja conseqüência será um novo estado  $p_2$ , determinado pela relação:

$$p_2 = T(p_1, q_2) \quad [2]$$

O processo continua desta maneira. Obtemos para uma decisão  $N$  qualquer:

$$p_N = T(p_{N-1}, q_N) \quad [3]$$

Resumindo, partindo-se de um estado inicial  $p_0 \in S$ , e dada uma seqüência de vetores de decisões  $q_i \in D$ , a família de transformações  $T(p, q_i)$ , que leva  $S$  em si mesmo, dá origem à seqüência de vetores de estado:

$$p_1 = T(p_0, q_1); \quad p_2 = T(p_1, q_2); \quad \dots \quad p_N = T(p_{N-1}, q_N) \quad [4]$$

Este processo de variação pode ser controlado por meio da escolha dos vetores decisões  $q_i$ , e denomina-se de Multi - Stage Process. Ele tem o propósito de controlar o

comportamento de sistema de uma determinada maneira desejada. O Controle do sistema consiste na escolha das decisões  $q_i$ , de modo que o comportamento do sistema tenha um resultado favorável desejado, no nosso estudo de redução das perdas, redução de danos.

A questão que se propõe agora é saber o que determina a escolha dos  $q_i$ . Para tanto, associamos ao processo descritivo uma função escalar  $R(p_0, p_1, p_2, \dots, p_N); q_1; q_2, \dots, q_N$ , que se usa para avaliar uma seqüência particular de decisões  $q_1; q_2, \dots, q_N$  e os estados  $p_0, p_1, \dots, p_N$ .

Esta função mede a eficiência do controle no processo de variação do sistema; ela é denominada função de critério ou função objetivo e depende da história do processo, isto é, do conhecimento das seqüências  $p_i, q_i$ .

Admitimos que a finalidade do processo de decisão fosse escolher os  $q_i$  a fim de maximizar (minimizar) esta função. Chamamos de controle ótimo ou operação eficiente a escolha das decisões  $q_i$  que maximizem (minimizem) a função critério.

A realização do controle-ótimo equivale a pesquisar:

$$\max_{q_1, q_2, \dots, q_N} R(p_0, p_1, \dots, p_N; q_0, q_1, \dots, q_N) \quad [5]$$

O conceito de controle-ótimo põe algumas questões gerais, tais como:

- Existência de unicidade de controle-ótimo;
- Estrutura do controle-ótimo;
- Determinação efetiva (solução numérica para problemas com dados numéricos);
- Aproximação efetiva.

O adjetivo “efetiva” é função do tempo; ele depende em cada momento dos instrumentos de cálculo à nossa disposição. Existe também o problema do controle em tempo hábil onde o tempo para a obtenção da resposta é fundamental. No caso de valores é o valor do dinheiro no tempo.

No problema da maximização da função objetivo supõem-se, por simplicidade, as variáveis escalares e uma forma simples (ocorre em inúmeros processos) para a função objetivo:

$$R = g(p_0, q_1) + g(p_1, q_2) + \dots + g(p_{N-1}, q_N) + h(p_N) \quad [6]$$

Deve-se caminhar no sentido de determinar as variáveis de decisão  $q_i$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ) que maximizam  $R$ . Existem muitas dificuldades na solução deste problema aparentemente simples.

Como  $p_0$  é dado e os  $p_i$  são relacionados aos  $q_i$  pelas expressões  $p_i = T(p_{i-1}, q_i)$ ,  $i=1, 2, \dots, N$ , podemos, se desejarmos, exprimir a função critério em termos das decisões  $q_i$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ).

O problema da determinação de um conjunto de  $N$  valores  $q_1, q_2, \dots, q_N$  que maximiza  $R$  pode ser, então, considerado como um caso particular do problema geral de maximização de uma função de  $N$  variáveis.

Contudo este não é o caminho mais adequado, pois em muitos problemas reais sua aplicação é totalmente impossível. Veja-se que a razão disto, sob o ponto de vista da análise clássica, é que os valores de  $q_i$  extremantes de  $R$  encontram-se entre as raízes do sistema:

$$\frac{\partial R}{\partial q_i} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad [7]$$

A solução do sistema [7], a menos que  $g$  e  $h$  sejam funções particularmente simples, é impossível por métodos analíticos. Em geral, o sistema [7] deve ser resolvido por meio de algum “processo de busca” (*search process*). Porém para  $N$  grande, mesmo com os mais aperfeiçoados computadores, esta tarefa é inviável, já que mesmo supondo encontradas as soluções de [7] surgem dificuldades.

Infelizmente, o anulamento das derivadas parciais é apenas uma condição necessária, mas não suficiente para a existência de um extremo relativo nos pontos internos ao domínio  $D$ . As derivadas parciais podem ser nulas em pontos que não são extremidades relativas. Já no caso unidimensional  $N = 1$ , a função  $R(q_1)$  pode admitir pontos ( $c$ ) de inflexão (Figura 2).

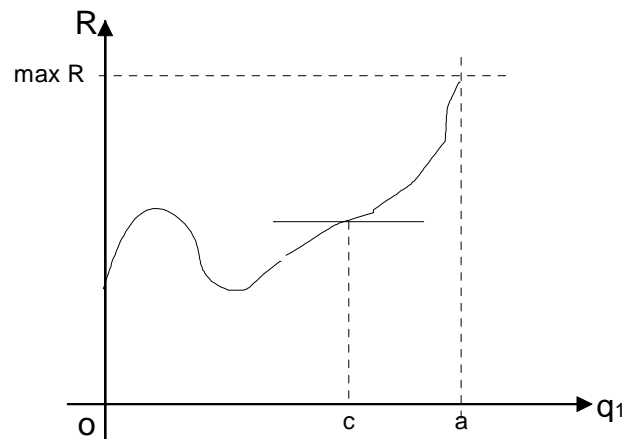


Figura 2 – Ponto de inflexão de não extremidade relativa

Estas dificuldades trazem complicações em se tratando de funções de uma variável. Na verdade é uma barreira insuperável para o uso de cálculo em problemas de maximização a várias dimensões. Mesmo supondo a determinação dos pontos estacionários  $q_1; q_2, \dots, q_N$  soluções de [7] há ainda o problema da determinação  $d_p$ , ponto onde se dá o maior máximo relativo.

As variáveis decisões  $q_i$  estão sujeitas à restrição de pertencerem a um domínio  $D$ . As equações [7] se resolvidas, podem nos dar somente máximos locais, mas se desejarmos o máximo absoluto nós devemos considerar também os máximos valores de  $R$  nos pontos da fronteira de  $D$  e compará-los com os máximos internos. Por exemplo: para uma função de uma variável  $R(q_1)$ , como a da Figura 2, o máximo ocorre no ponto  $x=a$ .

É claro que o cálculo clássico não é aplicável se  $D$  é um conjunto discreto.

Há casos concretos em que as funções  $g_i$  são funções escadas e podem ocorrer que nos pontos maximizantes a função  $R$  não admita derivadas. Então, a equação [7] não determina a decisão ótima. Ainda, as funções  $g_i$  podem, praticamente, provirem de experimentos e serem dadas por pontos isolados e imprecisos.

A representação destas “funções físicas” é a de uma pequena curva (**Erro! Fonte de referência não encontrada.**), e não temos elementos para avaliar a imprecisão das derivadas em cada ponto. É claro, por isso, a impossibilidade de utilizarmos as relações [7] para estas funções.

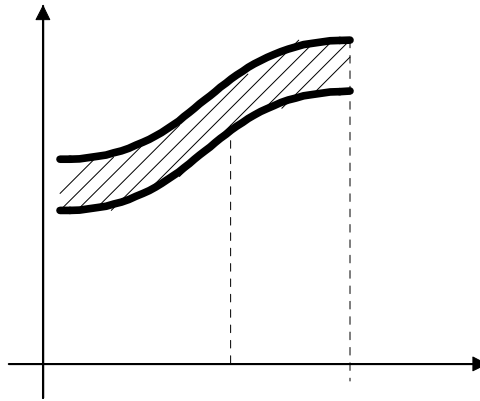


Figura 3 – Representação das “funções físicas”

O que se deseja são os métodos que considerem a ocorrência das dificuldades citadas e outras que realmente surgem em problemas concretos de aplicação de uma maneira tal que a existência de eventuais restrições (que são informações adicionais) indiquem caminhos mais simples para se obter a solução de problemas de maximização. Devemos estar aptos a usar as incertezas do problema para aprender mais sobre ele (WOO, G. 1999). A questão que se põe é: existe algum método que sobrepuje todas as dificuldades ocorrentes num problema de maximização?

A resposta é não. Nenhum método sobrepuja todas as dificuldades, mas existem métodos que superam as regras do cálculo diferencial clássico. Tal método intitula-se “Programação Dinâmica”.

Suponha um sistema  $\Sigma$  descrito em cada instante por um vetor de estado  $p \in S$  (espaço de vetores de estado), e uma família de transformações  $T(p, q)$ ,  $q \in D$  (espaço das decisões) que leva  $p \in S$  em  $T(p, q) \in S$ . Seja  $g(p, q)$  uma função utilidade ou função de ganho, que mede a retribuição proveniente do sistema, estando  $\Sigma$  no estado  $p$  escolhemos então, um vetor de decisão  $q$ .

O processo ao longo de sua evolução é descrito pelas operações:

- Observar  $p$  (estado inicial);
- Tomar uma decisão  $q_1$  (escolher uma transformação);
- Avaliar o retorno  $g(p, q_1)$ ;
- Observar  $p_1 = T(p, q_1)$  (novo estado), e outros ...

Admitamos após  $N$  estágios a redistribuição total:

$$RN = g(p, q_1) + g(p_1, q_2) + \dots + g(p_{N-1}, q_N) + h(p_N) \quad [8]$$

Onde  $h(p_N)$  mede a retribuição devida ao estado final  $p_N$ . O Nosso problema é escolher a seqüência de decisões  $q_1, q_2, \dots, q_N$  a fim de maximizar  $R_N$ . Ele é, portanto, um problema clássico: Maximizar uma função de  $N$  variáveis.

O particular problema de maximizar a função  $R_N$  vai ser analisado através da idéia de Imersão (*imbedding*). Essencialmente, é uma idéia de comparação explorada em outros setores do conhecimento, como a anatomia, a filosofia, a religião comparada. A ideia é imergir o sistema  $\Sigma$  numa família de sistemas  $\Sigma_i$  relacionados com ele (Figura 4).



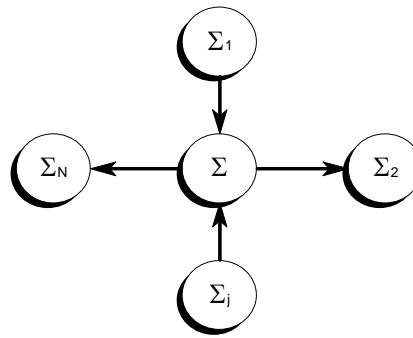


Figura 4 – Imersão do sistema  $\Sigma$  numa família de sistemas  $\Sigma_i$  relacionados

Por exemplo, na contabilidade, nós introduzimos o tempo  $t$  e a continuidade e imergimos um sistema físico dado  $\Sigma$  numa família  $\Sigma_i$ , cujo objetivo é conseguir informações sobre as relações entre dois estados sucessivos  $\Sigma$  e  $\Sigma_t$  do sistema (**Erro! Fonte de referência não encontrada.**).

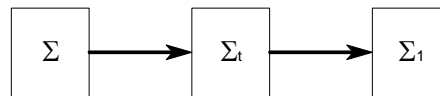


Figura 5 – Relações entre dois estados sucessivos

A teoria clássica considera o problema da maximização estaticamente, ou seja, considera  $q_1, q_2, \dots, q_N$  como um espaço  $N$ -dimensional.

O propósito da Programação Dinâmica tem o propósito de reduzir o problema  $N$  dimensional de maximização a uma seqüência de problemas unidimensionais por razões conceituais computacionais. A ideia básica é pensar no problema como imerso numa família de processos de maximização.

Pode ocorrer que, apesar de membros isolados da família serem de tratamento difícil, existam relações simples unindo vários membros desta família. Se então pudermos encontrar um membro da família de processos de maximização que tenha uma solução simples, podemos empregar as relações que ligam vários membros da família para obter por via indutiva a solução geral do problema.

Para especificar uma família de processos de maximização, devemos notar que o valor máximo da função  $R_N$  depende de duas variáveis: (1) da variável  $p$  do estudo inicial, (2) do número  $N$  de etapas do processo de decisão seqüencial.

Variando  $p$  e  $N$ , isto é, supondo que  $p$  varia num certo domínio de valores e que  $N$  pode tomar os valores  $1, 2, \dots$ , onde temos uma família de problemas de maximização na qual nosso problema está imerso.

Nestas condições geramos uma seqüência de funções  $f_N(p)$  definidas pela relação:

$$f_N(p) = \max_{\{q_i\}} R_N \quad \text{onde } N=1, 2, \dots, \text{ e } p \in S \quad [9]$$

Temos aí a nossa família de problemas; o problema original resulta ao fixarmos  $p$  e  $N$ , coincidindo com os dados iniciais.

Esse procedimento tem uma desvantagem no fato que ele gera novos problemas e pode-se perguntar se alguém deseja estas informações adicionais da resolução da família de problemas.

Por outro lado ele é um método de solução e possui a vantagem de que muitas pessoas desejam conhecer estas informações adicionais (pois elas propiciam conclusões sobre a “estabilidade” das soluções).

Inicialmente observemos que um membro desta seqüência de funções é relativamente fácil de obter, isto é, a função  $f_I(p)$ , pois a mesma é dada pela relação:

$$f_1(p) = \max_{\{q_1\}} [g(p, q_1) + h(p_1)] = f_1(p) = \max_{\{q_1\}} [g(p, q_1) + h(T(p, q_1))] \quad [10]$$

Adotamos neste ponto o procedimento seguinte: inicia-se a resolução de um problema de  $N$  estágios pela resolução de um problema com apenas 1 estágio. A seguir desejamos obter as relações que liguem os vários elementos da seqüência  $f_N(p)$ .

Para tanto lembremos que pela imersão:

$$f_N(p) = \max_{\{q_1\}} R_N f_N(p) \quad \text{onde } N=1, 2, \dots, \text{ e } p \in S, N=1, 2,$$

..., que após a decisão  $q_1$ , o vetor de estado e o número de estágios alteram-se de acordo com o esquema:

$$p \rightarrow q_1$$

$N \rightarrow N - 1$ , e que temos o mesmo tipo de processo para os restantes  $N-1$  estágios.

Façamos neste ponto um raciocínio baseado apenas no “bom senso”; o máximo de retribuição em um processo de  $N$  estágios é obtido, maximizando a soma da retribuição do primeiro estágio com o máximo de retribuição dos  $N-1$  estágios restantes. Resulta assim a equação funcional:

$$f_N(p) = \max_{\{q_1\}} g(p, q_1) + f_{N-1} T(p, q_1) \quad [10]$$

O problema ficou reduzido à resolução da seqüência de equações funcionais:

$$f_N(p) = \max_{\{q_1\}} g(p, q_1) + f_{N-1} T(p, q_1); N \geq 2 \quad [11]$$

$$f_1(p) = \max_{\{q_1\}} [g(p, q_1) + h(T(p, q_1))] \quad [12]$$

Observamos que a **Erro! Fonte de referência não encontrada.**2 pode ser demonstrada analiticamente; é suficiente que usemos a comutatividade do operador max:

$$\begin{aligned} f_N(p) &= \max_{[q_1, \dots, q_N]} [g(p, q_1) + \dots + g(p_{N-1}, q_N) + h(p_N)] \\ &= \max_{q_1} \max_{[q_2, \dots, q_N]} [g(p, q_1) + \dots + g(p_{N-1}, q_N) + h(p_N)] \\ &= \max_{q_1} g(p, q_1) + \max_{[q_2, \dots, q_N]} [g(p_1, q_2) + \dots + g(p_{N-1}, q_N) + h(p_N)] \end{aligned}$$

Ora, por definição:

$$f_{N-1}(p) = \max_{[q_2, \dots, q_N]} [g(p_1, q_2) + \dots + g(p_{N-1}, q_N) + h(p_N)]$$

E então:

$$f_N(p) = \max_{\{q_1\}} g(p, q_1) + f_{N-1}T(p, q_1) \quad [12]$$

O resultado obtido ao se usar o bom senso é a rigor o produto da utilização de um princípio bastante simples, mas poderoso. Para enunciá-lo numa forma bastante geral, introduz-se uma nova terminologia.

Denomina-se política uma sequência de decisões permissíveis  $q_1, q_2, \dots, q_N$ . Neste artigo específico é uma política a  $N$  estágios. Uma política que conduz ao máximo da função objetivo  $R_N$  será chamada de política ótima. É, portanto, uma política que produz  $f_N(p)$ .

A propriedade fundamental da política ótima é expressa, pelo seguinte princípio: Uma política ótima tem a propriedade que quaisquer que sejam o sentido e a decisão inicial. As decisões restantes constituem uma política ótima relativamente ao estado resultante da primeira decisão. A demonstração é feita por contradição.

Este princípio pode ser anunciado numa forma mais compacta por meio do conceito de sub-política. Dada uma política  $q_1, q_2, \dots, q_N$ , qualquer subsequência de decisão permissíveis consecutivas da sequência dada denomina-se sub-política.

Então, de maneira mais sintética, podemos enunciar o princípio da otimidade: Uma política ótima não pode ser formada senão de sub-políticas ótimas. A demonstração é feita por contradição.

Usando-se o princípio anterior, derivemos outra vez a **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, por meio de uma argumentação puramente verbal, que é essencialmente aquela já utilizada.

Suponha que se tome uma decisão inicial  $q_1$ . O resultado desta decisão é o de transformar  $p$  em  $T(p, q_1)$ , e de reduzir o processo com  $N$  estágios a um processo com  $N-1$  estágios. Em virtude, o Princípio da Otimidade, a contribuição, para o resultado máximo, destes últimos  $N-1$  estágios será  $f_{N-1}(T(p, q_1))$ . Então, para algum  $q_1$ , temos:

$$f_N(p) = g(p, q_1) + f_{N-1}(T(p, q_1)) \quad [13]$$

É evidente que  $q_1$  deve ser escolhido de maneira a maximizar o segundo membro da **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, o que implica a equação final:

$$f_N(p) = \max_{q_1} [g(p, q_1) + f_{N-1}(T(p, q_1))] \quad [14]$$

Este método permite obter a solução do problema na forma  $q_1, q_2, \dots, q_N$ , exatamente na mesma forma que obteríamos usando o cálculo, porém, neste caso, a solução é obtida por estágios: primeiro a escolha de  $q_1$ , depois a escolha de  $q_2$ , e assim por diante.

A utilidade deste princípio de otimidade decorre das vantagens analíticas na formulação matemática do problema computacional, na rapidez de cálculo conceitual, por evidenciar a estrutura da política ótima.

### 3. CÁLCULO DO CUSTO

#### 3.1 Custo da distribuição de recursos

O Problema da distribuição de recursos (*Allocation of resources*) é um problema típico no estudo da otimização. O problema pode ser posto na seguinte forma:

Deseja-se aplicar uma quantia  $x$  em  $N$  atividades. Cada atividade  $i$  dá uma retribuição medida por uma função de utilidade  $g_i(x_i)$  dependente da quantia  $x_i$  aplicada.

Escolher as quantias  $x_i \geq 0$  de maneira que a retribuição total ao investimento:

$$R_N = \sum_{i=1}^N g_i(x_i) \quad [15],$$

seja a maior possível. Matematicamente trata-se de maximizar:

$$R_N = \sum_{i=1}^N g_i(x_i) \text{ com as restrições: } \sum_{i=1}^N g_i(x_i) = x; \quad \text{e} \quad x_i \geq 0$$

Observa-se que na prática as funções  $g$ , em geral, são dadas por pontos, e as variáveis  $x$  são discretas. Os métodos de análise clássica são inaplicáveis.

Considerando-o como um processo de decisão seqüencial, seja  $f_N(x) = \max_{x_i} R_N$ .

Escolhemos inicialmente  $x_N$ , a seguir  $x_{N-1}$ , e outros. Então, a aplicação do princípio de otimicidade, nos dá a equação funcional:

$$f_N(x) = \max_{0 \leq x_N \leq x} [g_N(x_N) + f_{N-1}(x - x_N)]; \quad N \geq 2 \quad [17]$$

$f_1(x) = g_1(x)$  que resolve o problema.

### 3.2 Custo das ações *ex-post*

A resolução do custo das atividades pós-catástrofes representa uma seqüência de ações que se remete ao problema do caminho ótimo, *routing problem*, ou de menor custo. Suponhamos  $N$  pontos do plano (cidades) numeradas de 1 a  $N$ . A cada par  $(i, j)$  de pontos associemos um número  $t_{i,j} \geq 0$ , o qual representa o tempo necessário para se ir da cidade  $i$  à cidade  $j$ ,  $t_{i,i} = 0$ . Pede-se determinar o caminho que vai do ponto 1 ao ponto  $N$  que minimiza o tempo de percurso.

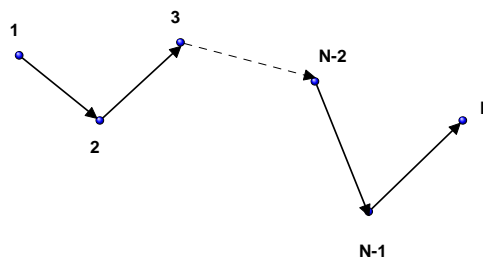


Figura 6 – Relações entre dois estados sucessivos

Observemos que se  $N$  é grande, soluções baseadas em enumerações diretas são impraticáveis, mesmo com o auxílio de computadores. De fato o número de possibilidades é igual a  $(N-1)!$

- $10! = 3.628.800$
- $20! = 2.432.902.008.176.640.000$
- Examinar 1.000.000 caminhos por segundo levará 78.200 anos para se avaliar todas as possibilidades.

Nota-se que:

O tempo mínimo exigido para irmos de  $i$  a  $N$  é uma função de  $i$ . Designemo-lo por  $f_i(1, 2, \dots, N-1)$  e  $f_N=0$ . Estando em  $i$ , nós devemos, para atingir  $N$ , chegar a um ponto  $j \neq i$ . A seguir, devemos ir de  $j$  a  $N$  em um tempo mínimo (princípio da otimidade).

Tem-se, portanto, um processo de decisão sequencial e, assim posto, um problema de imersão que resulta na equação Funcional:

$$f_i = \min_{j \neq i} g [t_{i,j} + f_j], \quad i=1, 2, \dots, N-1. \quad [18]$$

Sendo Funcional, admite-se evidentemente ao menos uma solução, já que o problema é discreto.

Determinados os valores de  $f_i$  e os de  $j$  que realizam o mínimo de  $(t_{if} + f_i)$ , definem a melhor política possível para a escolha do caminho de 1 a  $N$ .

Suponhamos um sistema descrito por uma variável escalar discreta. Seja  $v_n$  uma variável escalar que representa uma força de controle aplicada ao sistema. De modo que a variável  $u_n$  se aproxime das condições ideais de funcionamento,  $u_n = 0$ .

Admitamos que as variáveis  $u_n$  e  $v_n$  sejam relacionadas pelas equações lineares:

$$u_{n+1} = a u_n + v_n, \quad u_0 = c \quad [19]$$

sendo que  $a$  e  $c$  são constantes, e que o custo das operações observação - controle do sistema seja dado pela somatória:

$$\sum_{n=0}^N (u_n^2 + v_n^2), \quad [20] \quad \text{após } N \text{ estágios.}$$

Deseja-se exercer o controle para se ter o mínimo custo nas operações observação – controle. Matematicamente, o problema se escreve:

$$u_{n+1} = a u_n + v_n, \quad u_0 = c \quad [21]$$

$$\min_{(v)} \sum_{n=0}^N (u_n^2 + v_n^2) \quad [22]$$

A somatória exprime o custo das operações observação-controle do sistema.  $v_n^2$  é o custo do controle e  $u_n^2$  é o custo do desvio das condições ideais de funcionamento. Se não existir controle,  $v_n = 0$  e  $u_n = a^n c$ .

Se o controle não custar nada, podemos impor  $v_n = -a^n u_n$ , o que daria uma solução ótima. Contudo, o controle tem um custo. Temos então um processo de decisão sequencial.

O mínimo custo da operação é:

$$f_N(c) = \min_{\{v_i\}} \sum_{n=0}^N u_n^2 + v_n^2 \quad [23]$$

Portanto, resulta do princípio de otimidade a equação funcional:

$$f_N(c) = \min_{v_0} [c^2 + v_0^2 + f_{N-1} a \cdot c + v_0], \quad N \geq 2 \quad [24]$$

e

$$f_1(c) = \min_{v_0} [c^2 + v_0^2] \quad [25] \quad \text{que permite a obtenção da solução do problema.}$$

#### 4. CONCLUSÃO

As questões de pesquisas - objeto deste artigo, os custos de catástrofes naturais e os custos de atendimento *ex-post facto* permitem a verificação, a ação orçamentária e a verificação do emprego das verbas destinadas a este fim.

Salienta-se, ainda, que não são os eventos naturais que causam a vulnerabilidade, mas toda uma dinâmica social que força essa situação, ainda a causa sendo a territorialização dos empobrecidos, portanto social e de importância para a contabilidade de custos.

O potencial de risco associado às catástrofes é crescente, a questão do planejamento e da gestão de custos, fundamental e pertinente.

A contabilidade e a economia precisam se engajar com outras disciplinas e elaborar trabalhos práticos e estudos teóricos neste tópico eminentemente multidisciplinar, prioritariamente em estudos de avaliação dos prováveis impactos *ex-post* para se valorizar, em todos os sentidos desta palavra, as ações de prevenção de risco à pessoa humana.

A aplicação de técnicas econométricas e contabilométricas, sobrepuja as da estatística em termos de busca de soluções *ex-post* como o do problema apresentado.

O atendimento a catástrofes e desastres naturais é um problema de alocar recursos, minimizar custo e maximizar resultado. As vidas humanas não têm preço, mas o planejamento é elaborado com base em cenários de risco com a limitante dos recursos.

Todo equacionamento do custo e do atendimento a uma catástrofe pode ser matematicamente descrita como um sistema. É evidente que a cada aproximação matemática perde-se algo do sistema, pois ela só é possível com hipóteses simplificadoras. Não existe um critério para dizer qual é a melhor descrição matemática de um sistema.

O custo da distribuição de recursos é um problema de clássico de *allocation of resources* típico no estudo da otimização. Observou-se que essas funções são dadas por pontos, e as variáveis, são discretas.

O custo das atividades pós-catástrofes representam uma sequência de ações. Neste caso, a solução que se apresentou foi a do problema do caminho ótimo, *routing problem*, ou de menor custo. Supôs-se, nesta análise, que essas atividades são representadas por um sistema descrito por uma variável escalar discreta. A variável escalar representa a força de controle aplicada ao sistema para que este se aproxime das condições ideais de funcionamento.

Observaram-se as variáveis relacionadas às equações lineares, o que se verifica na prática das ações de grupos de atendimento, e que existe um controle das operações. Considerou-se o exercício do controle para se ter o mínimo custo nas operações “observação – controle” e que o controle tem um custo que deve ser considerado. Observa-se, portanto, um processo de decisão sequencial com solução de mínimo.

## REFERÊNCIAS

ACSELRAD, H. Justiça Ambiental e Construção Social do Risco. In: XIII Encontro Nacional De Estudos Populacionais, 13, 2002, Ouro Preto. **Anais ...** Ouro Preto: ADEP, 2002.

BARRO R. Rare Disasters and Asset Markets in the Twentieth Century. **Quarterly Journal of Economics**, 121, 2006, p. 823-866.

BARRO R. Rare Disasters, Asset Prices, and Welfare Costs. **American Economic Review** 99(1), 2009, p.243–264.

BAZARAA, M. S. et al. **Nonlinear programming: Theory and algorithms**. 3<sup>th</sup>. New York: John Wiley and Sons, 2006.

BELLMAN, R. E. **Dynamic programming**. Princeton, N.J.: Princeton Univ. Press, 1972.

CARDOSO, A. L. Risco urbano e moradia: A construção social do risco em uma favela do Rio de Janeiro. **Cadernos IPPRU/UFRJ**. v. 20, n. 3, pp.23-42, 2004.

CAVALLO, E. A.; NOY, I. The economics of natural disasters: a survey. **IDB working paper series**, n. 124, Washington - DC: Inter-American Development Bank, 2009.

ECLAC. **Handbook for Estimating the Socio-economic and Environmental Effects of Disasters**. Santiago de Chile: United Nations Economic Commission for Latin America and the Caribbean, 2003.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN G. J. **Introduction to operations research**. 8th ed. Boston : McGraw-Hill Higher Education, 2005.

IPCC - Painel Intergovernamental Sobre Mudança do Clima. **Mudança do Clima 2007: a Base das Ciências Físicas**. Sumário para os Formuladores de Políticas. 10a sessão do Grupo de Trabalho I do IPCC. Paris: OMM/PNUMA, fev., 2007.

PELLING, M., A. et al. The Macroeconomic Impact of Disasters. **Progress in Development Studies** 2(4), 2002, p. 283–305.

QUARANTELLI, E. L. Research Based Criteria for Evaluating Disaster Planning and Managing. **Preliminary Paper n. 247**. Delaware: Disaster Research Center, 1997. Disponível em: <http://dspace.udel.edu:8080/dspace/handle/19716/136>. Acesso em 19/mar./2010.

SEN, A. **Poverty and famines an essay on entitlement and deprivation**. Oxford, UK: Clarendon Press/Oxford University Press, 1981.

SEN, A. **Utilitarianism and beyond**. Cambridge: Cambridge University Press, 1982.

SEN, A. **Choice, welfare and measurement**. Oxford: Blackwell, 1982.

SKOUFIAS, E. Economic Crises and Natural Disasters: Coping Strategies and Policy Implications. **World Development**, 31(7), 2003, p. 1087–1102.

VALÊNCIO, N. Falta seriedade e transparência ao gestor brasileiro. **Época**, 12/02/2010. Disponível em: <http://contasabertas.uol.com.br/WebSite/Midias/DetalheMidias.aspx?>. Acesso em 19/mar./2010.

VALÊNCIO, N.; SIENA, M.; MARCHESINE, V.; GONÇALVES, J. C. **Sociologia dos desastres: Construção, interfaces e perspectivas no Brasil**. São Paulo: Roma Ed., 2009.

WOO, G. **The Mathematics of Natural Catastrophes**. London: Imperial College Pr, 1999.