



Uma sequência didática: escolhas e decisões de um professor de matemática

Iranete Lima¹

Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brasil (iranetelima@yahoo.com.br)

INTRODUÇÃO

O ensino pode ser visto como uma sequência de tomadas de decisões pelo professor. Segundo Margolinas (2005), o ato de decidir, quer seja no nível das macro-decisões ou das micro-decisões, representa um momento muito importante da atividade do professor. Por esta razão, os pesquisadores em Educação e em Didática da Matemática se interessam, cada vez mais, pela problemática da tomada de decisões.

Vários trabalhos em Didática da Matemática destacam o papel do professor na concepção e desenvolvimento de sequências didáticas porque, nesse momento da sua atividade, ele toma decisões importantes para a aprendizagem do aluno. Estando diante de diversas possibilidades de escolhas, os professores se questionam: Qual é a melhor maneira de abordar um conteúdo? Que problemas escolher? A partir de uma resposta do aluno, qual é a maneira mais pertinente de conduzir o processo de ensino? Para responder essas questões, o professor mobiliza diferentes conhecimentos na sua tomada de decisão em consonância com suas concepções de ensino. É, portanto, a identificação de tais conhecimentos e concepções que abordamos neste artigo.

Antes, porém, de entrar no objeto de estudo propriamente dito, faz-se necessário esclarecer o que compreendemos por “escolha” e “decisão”. Para isto, tomamos o exemplo dado por Margolinas (1993) no qual a autora faz uma distinção entre estes termos.

Exemplo: Se eu digo ao meu vizinho « me passe o sal » e ele executa o que eu digo, ele produziu uma ação, mas não tomou nenhuma decisão. [...] O vizinho educado tinha, no entanto, algumas escolhas diante dele: recusar, pegar o saleiro da direita ou o da esquerda [...]. Recusamo-nos a chamar essas escolhas de decisão. Porém, podemos imaginar algumas situações nas quais uma ação tão banal poderia ter todas as características de uma verdadeira decisão (se essa pessoa sabe que o saleiro da direita está ligado a um detonador

¹ A pesquisa foi financiada pelo CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – Brasil.

e não o da esquerda, por exemplo). Toda decisão é, portanto, ligado à existência de uma escolha. (Margolinas 1993, pp. 110-111).

Dessa citação retemos o fato de que um sujeito toma uma decisão somente se ele identifica algumas escolhas possíveis. Partindo desse princípio, focalizamos nosso estudo sobre a maneira como os professores de matemática tomam suas decisões com a finalidade de levar o aluno a aprender o conceito de simetria axial. Nesse vasto campo de investigação, interrogamo-nos, em particular, sobre a natureza dos conhecimentos que podem influenciar suas decisões didáticas. Para tanto, analisamos diversas sequências didáticas produzidas por professores franceses, construídas com base na análise que eles fizeram da produção de alunos. Neste artigo, apresentamos apenas uma das sequências didáticas construídas por um professor para um aluno específico (Cf. anexo 1).

OBJETO DE ESTUDO

Vários pesquisadores no domínio da Didática da Matemática estudaram os elementos que podem influenciar as escolhas dos professores e, por consequência, suas tomadas de decisões. Dentre eles citamos: Soury-Lavergne (1994), Margolinas et al. (2005) e Bloch (2005). Esses estudos têm em comum o fato de terem levado em conta a classificação de conhecimentos do professor proposta por Shulman (1986). Nesta, o autor identifica três tipos de componentes: o *conhecimento do conteúdo*, o *conhecimento pedagógico* e o *conhecimento pedagógico do conteúdo*. Tal classificação suscitou várias discussões entre os pesquisadores do domínio da Didática da Matemática por considerarem que ela não leva em conta os *conhecimentos didáticos*, sendo este definido como parte do conhecimento do professor que está ligado ao conhecimento matemático a ensinar.

Nessa direção, Bloch (2005) retoma os três componentes da classificação de Shulman (ibid.) e os descreve da seguinte forma:

O domínio das competências matemáticas, um domínio que podemos chamar didática prática ou prática da didática e o domínio pedagógico das regulações na aula. (Bloch, 2005, p.2)

Sustentando essa discussão, apresentamos, a seguir, alguns elementos que podem ser determinantes na tomada de decisões dos professores, à luz desses três domínios:

a) *Domínio das Competências Matemáticas*

Esse domínio tem origem na formação universitária, bem como em outras formações relativas ao domínio da matemática (matemática do ensino elementar, formação

continuada...). Para Bloch (ibid.), as concepções construídas pelo professor durante sua experiência como aluno do que significa ser um bom professor de matemática, podem estar na origem de suas escolhas sobre a maneira como a matemática deve ser ensinada. Segundo a autora, as competências relativas a esse domínio são mais evidentes na prática de um professor iniciante do que na prática de um professor experiente, como mostramos no extrato a seguir:

Os estudantes adquirem na universidade uma concepção muito formal da matemática: o saber declarado é considerado transparente, mais não funcional [...]. Para eles, um teorema tem uma prova, mas não uma justificativa em termos de resolução de problemas porque a teoria matemática é sua própria justificativa [...]. Para os estudantes que saem da universidade, uma boa aula de matemática é uma aula frontal, do tipo aula dialogada, onde o professor dita “a lei matemática”. Eles não imaginam que essa lei possa ser contestada ou não ser compreendida, sobretudo, no nível secundário onde intervém apenas a matemática elementar. (Bloch, 2005. p. 3).

b) *Domínio da Didática Prática ou da Prática da Didática*

Esse domínio está ligado à capacidade do professor “de organizar e gerir a atividade dos alunos na aula, de forma que eles encontrem efetivamente os elementos do saber matemático visado” (ibid. p. 2). Tal capacidade é ligada tanto aos conhecimentos matemáticos e didáticos quanto ao *contrato didático*, na acepção de Brousseau (1990). Portugais (1996) afirma que o saber didático contém o saber matemático, porque os conhecimentos didáticos do professor dependem dos seus conhecimentos matemáticos. Assim, o domínio da didática prática mantém uma estreita relação com o domínio da matemática

De fato, em geral se supõe que todo professor tem uma relação adequada com o saber a ser ensinado, porque para realizar um “bom” ensino de matemática, no caso em estudo, o professor deve ter domínio do objeto matemático. Entretanto, essa competência apenas não é suficiente para garantir um ensino de qualidade. Para que isso aconteça, é necessário, também, que ele seja capaz de identificar quais conhecimentos o aluno tem sobre a noção matemática estudada, além das eventuais fontes dos erros por ele cometidos. É essencial, também, que o professor seja capaz de criar boas situações didáticas com a finalidade de auxiliar o aluno a superar os erros e lhe permitir aprender novos conhecimentos.

c) *Domínio pedagógico*

Esse domínio está ligado à formação profissional. Os conhecimentos subjacentes a ele correspondem aos conhecimentos pedagógicos, como por exemplo, as concepções de ensino e de aprendizagem aprendidas pelos professores nos cursos de formação.

Levando em conta esses elementos, buscamos construir o cenário para a realização do estudo junto aos professores e para isto, como já anunciamos, escolhemos a simetria axial. A seguir explicitamos as razões desta escolha.

A SIMETRIA AXIAL: RAZÕES DA ESCOLHA

A primeira razão para a escolha da simetria axial como noção matemática foi a importância dada ao estudo dessa simetria no ensino do sistema escolar francês, onde foi realizada a pesquisa. Conforme as orientações dos programas escolares em vigor em 2006, quando foi realizado o estudo, os alunos deveriam começar a estudar as primeiras noções de simetria já nas primeiras séries do ensino elementar. Este estudo deveria evoluir de tal maneira que, ao final desse ciclo, o aluno seja capaz de resolver problemas de transformação de uma figura por simetria axial, por translação e rotação.

A segunda razão desta escolha foi o fato desta noção já ter sido amplamente estudada em outras pesquisas (Hart 1981, Grenier 1988, Tahri 1993, Miyakawa 2005, Lima & Tragalová 2005) cujos resultados permitiram a realização da modelização pretendida. Os resultados dessas pesquisas mostram a estabilidade de certas concepções errôneas, como por exemplo, o caso do “paralelismo”. Segundo esta concepção, os alunos constroem a imagem de um segmento com relação a um eixo de simetria, paralelo ao segmento dado, independentemente da orientação do eixo de simetria na folha de papel. Uma explicação dada pelos pesquisadores para esse comportamento dos alunos é o domínio de validade de tal concepção, quer dizer, em muitas situações a sua mobilização conduz o aluno a responder corretamente ao problema.

Tahri (1993) abordou a problemática da construção de um modelo de decisões didáticas sobre a simetria axial, utilizando um ambiente informatizado. Ela estudou, em particular, a problemática da construção da imagem de um segmento com relação a um eixo de simetria. Sendo assim, o modelo de decisão que ela propôs se restringe unicamente a esta problemática. Na nossa pesquisa ampliamos esta problemática, visando estudar as concepções dos alunos na resolução de problemas de simetria com figuras mais complexas. Em outros termos, figuras formadas por segmentos, polígonos, círculos e arcos de círculos. Uma vez trabalhando com essas figuras, nós nos questionamos sobre as variáveis didáticas e as classes de problemas que deveríamos considerar no estudo. A hipótese subjacente a esta pergunta é que outras variáveis inerentes a nova classe de problemas poderiam influenciar a mobilização de outras concepções pelo aluno, além daquelas identificadas na pesquisa de Tahri (Ibid.), que são atreladas à problemática *segmento/eixo*.

Sendo assim, realizamos um estudo com cinquenta e um alunos da escola elementar em Grenoble, França, cujos resultados não apresentamos neste artigo. No entanto, a alusão a este estudo se faz pertinente, na medida em que o mesmo representa o ponto de partida para o estudo das decisões didáticas dos professores. De fato, foi em função da análise que os professores fizeram das respostas dadas pelos alunos, que eles construíram as sequências didáticas na segunda fase da pesquisa.

DECISÕES DIDÁTICAS: CENÁRIO DO ESTUDO

Tendo em vista que o estudo não foi desenvolvido a partir da observação de sala de aula, focalizamos o nosso olhar sobre o momento do planejamento do professor. Segundo Perrin-Glorian (2002), é neste momento da sua atividade que ele é submetido a diversas exigências, dentre elas:

[...] exigências que vêm da instituição escolar (programas, exames, horário previsto...), do estabelecimento de ensino (emprego do tempo na aula, o livro escolar, as outras aulas nas quais ele ensina, os colegas...), as necessidades do ensino (avaliação), os alunos (nível escolar, origem social...), e ele mesmo (sua história, seus próprios conhecimentos sobre o conteúdo que ele deve ensinar, suas preferências, sua tolerância ao barulho...) (Perrin-Glorian 2002, p. 221).

De fato, na elaboração do planejamento, o professor procura antecipar os acontecimentos que podem ocorrer na interação com os alunos. Ele determina, então, os objetivos de ensino e escolhe os meios necessários para atingir tais objetivos. Entre outros aspectos, ele organiza as ações futuras em termos da escolha de problemas e dos recursos que ele julga necessários para desenvolver a situação de ensino, determina o tempo necessário para vivenciá-la e organiza o trabalho dos alunos. Além disso, ele escolhe os instrumentos de avaliação que poderão lhe permitir observar se houve aprendizagem por parte do aluno, como também a pertinência do dispositivo de ensino utilizado.

Partindo dessa premissa, construímos o cenário da pesquisa com vistas a identificar os conhecimentos e concepções que influenciam as decisões dos professores neste momento da sua atividade.

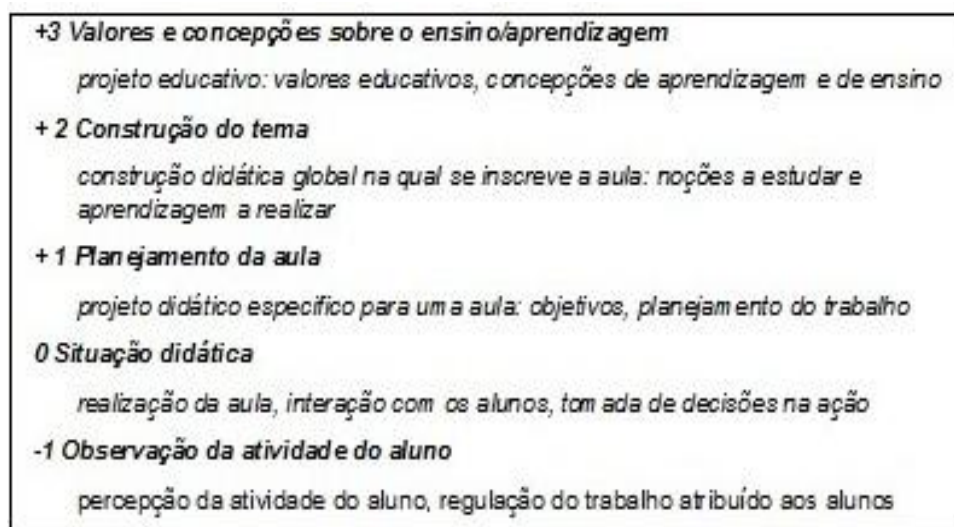
REFERENCIAL TEÓRICO E METODOLÓGICO

O objeto da Didática é a compreensão do processo de aprendizagem na sua totalidade. Ela se interessa pelas relações existentes entre o *professor*, o *aluno* e o *conhecimento* a ser ensinado, o que caracteriza o *triângulo didático* (Brousseau 1990, 1998). Um dos interesses da Teoria das Situações Didáticas – TSD – consiste em *modelizar* os conhecimentos que queremos ensinar ou aqueles que queremos que os alunos aprendam. *Modelizar* conhecimentos consiste na criação de um modelo pelo pesquisador ou observador do comportamento de um sujeito em ação. Uma das ideias fundadoras desta abordagem é que os conhecimentos se manifestam, essencialmente, como instrumentos de controle das situações.

Vários estudos em Didática da Matemática destacam que o interesse pela atividade do professor é ainda recente neste campo de pesquisa (Margolinas, 2005; Kieran, 2007). Apesar

do crescimento visível, as teorias sobre a prática dos professores ainda estão em desenvolvimento. Neste quadro, ancorada na TSD, Margolinas vêm desenvolvendo o *Modelo de Níveis da Atividade do Professor* (Margolinas, 2002, 2005). Este modelo propõe explicar as várias etapas da atividade do professor desde o planejamento, passando pela aula propriamente dita (momento em que ele interage com o aluno), até o momento em que observa o aluno em ação.

Apresentamos, a seguir, de maneira sucinta, a configuração atual do modelo supracitado.



Quadro 1. Modelo de Níveis de Atividade do professor (Margolinas, 2005, p. 13)

Na pesquisa que desenvolvemos, nós nos situamos no *Nível +1*, no qual o professor toma informações sobre a atividade do aluno (*Nível - 1*). Neste nível, ele interage ao mesmo tempo com seu projeto de ensino mais geral, no qual se inscreve a sequência didática (*Nível +2*), como também com as concepções de ensino e aprendizagem relacionadas com o seu projeto educativo (*Nível +3*). Tomamos por hipótese, portanto, que esses elementos são fundadores das decisões didáticas dos professores.

BREVE DESCRIÇÃO DA EXPERIMENTAÇÃO E ALGUNS RESULTADOS OBTIDOS

Como já anunciamos, a primeira etapa da experimentação foi realizada com cinquenta e um alunos do ensino secundário no sistema de ensino francês que resolveram cinco questões contendo problemas de identificação e de construção da imagem de figuras por simetria axial e de problemas de construção de eixos de simetria. A segunda etapa foi realizada com dez professores que atuavam ou já haviam atuado neste nível de escolaridade. O único critério adotado para a escolha dos professores foi que eles tivessem experiência no ensino secundário. Isto se justifica, por um lado, porque supomos que esses professores teriam mais

facilidade e naturalidade para explicitar suas escolhas e decisões. Por outro lado, porque não tínhamos a intenção de comparar a tomada de decisões entre professores experientes e iniciantes e, por isto, evitamos esta variável.

Fornecemos aos professores três produções escritas de alunos com problemas que contemplavam as classes de problemas de simetria acima descritas. Uma das produções fornecidas aos professores era um verdadeiro protocolo coletado na experimentação com os alunos. As outras duas foram construídas com base nas respostas dadas pelos alunos, com a finalidade de ressaltar alguns elementos de concepções sobre a simetria axial. No entanto, os professores não tiveram acesso a estas informações. Desta forma, todos os professores partiram em condição de igualdade para fazerem suas análises e elaborarem as sequências. A tarefa consistiu em descrever o que seria, segundo a concepção de cada um dos professores, a simetria axial para os alunos e, em seguida, propor uma sequência didática que favorecesse a aprendizagem deste conceito por parte dos alunos.

A análise das produções dos professores foi realizada em termos de macro-decisões, quer dizer, das decisões que são tomadas pelo professor na elaboração do seu planejamento quando não estão em interação real com o aluno. Para isto, eles responderam duas questões: a primeira inerente à análise da produção do aluno (O que é a simetria axial para este aluno?) e a segunda relativa à elaboração da sequência didática (elementos levados em conta, razões da escolha de cada problema, instrumentos, técnicas e meios de validação que poderiam ser utilizados pelo aluno...).

Apresentamos a seguir um extrato da análise feita pelo professor, cuja produção abordamos neste artigo, relativa à produção de Cédric (Cf. anexo 1).

<i>Cédric se lembra de uma história de "distâncias iguais", mas para ele se trata de distâncias entre dois pontos, não de distância ponto-reta.</i>
<i>Ele não conhece a definição de distância ponto-reta, a idéia de perpendicularidade aparece apenas no exercício 4 (ver anexo 1), mas nem sempre.</i>
<i>Cédric sabe que um segmento e sua imagem estão situados de um lado e do outro do eixo de simetria.</i>

Quadro 2. Extrato da produção do professor sobre a atividade de Cédric

Com base nesta tomada de informações das respostas dadas por Cédric, o professor propõe a seguinte sequência didática:

Extrato do protocolo do Professor	Problema	Objetivos
<i>Trata-se de mostrar a Cédric que há vários segmentos que ligam um ponto e uma reta, mas somente um de menor comprimento: obtém os este segmento com a perpendicularidade.</i>	Pb 1 (anexo 2)	<p>1ª Etapa: levar o aluno a:</p> <p>Redes cobrir a noção de distância de um ponto e uma reta</p> <p>Identificar a propriedade de perpendicularidade;</p> <p>Distinguir a distância ponto/reta de ponto/ponto;</p> <p>Formular as propriedades de perpendicularidade e igualdade de distância.</p>
<i>Trata-se de consolidar as observações do problema precedente (Pb 1) fazendo bem a distinção entre os dois casos de figuras: (perpendicular equivale à distância ponto-reta) e (não-perpendicular equivale a não distância ponto-reta)</i> <i>Sobre o desenho: d é uma mediana dos segmentos AC, AD, AE e AF, mas é mediatriz somente do segmento AC.</i> <i>Ele deve então compreender que d deve ser perpendicular aos segmentos. Ele deve ser levado a dizer que as duas propriedades são indispensáveis.</i>	Pb 2 (anexo 3)	
<i>Eu o farei retomar o exercício 5c (cf. anexo 1: paralelogramo) para que analise sua construção e encontre o seu erro.</i> <i>Espero que nesse estágio ele compreenda de forma consistente e definitiva que as duas propriedades (perpendicularidade + distâncias iguais) são indissociáveis e as utilize conjuntamente.</i>	Exe 5 « item c »	<p>2ª Etapa – Análise dos erros e tomada de consciência pelo aluno:</p> <p>Levar o aluno a utilizar o conhecimento sobre as propriedades de perpendicularidade e igualdade de distâncias ao eixo, para analisar sua construção anterior.</p>
<i>Cédric vai colocar em prática o que ele acabou de aprender com o Pb 3, parecido com o exercício 4 que ele começou mas não terminou. Os instrumentos (de desenho) serão deixados a escolha do aluno</i>	Pb 3	<p>Levar o aluno a reinvestir os conhecimentos sobre perpendicularidade e igualdade de distâncias para construir figuras simétricas e para analisar a sua produção precedente.</p>
<i>Enfim, eu lhe pedirei para analisar o que ele produziu no exercício 4, e para determinar o que ele fez de correto e de errado.</i>	Exe 3	

Quadro 3. Sequência didática proposta pelo professor para Cédric

Como podemos observar no *Quadro 3*, o professor construiu uma sequência didática dividida em três etapas bem definidas, tendo ele mesmo proposto tal divisão.

Na primeira etapa, ele propõe o problema *Pb 1* (cf. anexo 2) que consiste em encontrar o percurso mais curto. Seu objetivo é mostrar ao aluno que, entre os diversos segmentos que unem um ponto e uma reta, há um segmento de menor comprimento. Com essa escolha o professor busca levar o aluno a relacionar a noção de reta perpendicular com a menor distância entre um ponto e uma reta. Em seguida, ele propõe o problema *Pb 2* (cf. anexo 3) com o objetivo de “consolidar” o conhecimento que o aluno, supostamente, adquiriu na resolução do problema precedente. Com esse problema ele intenciona levar o aluno a fazer a distinção entre

perpendicular (distância ponto/reta) e não perpendicular (não distância ponto/reta). Como ele mesmo afirma (Cf. Quadro 3), o objetivo dessa escolha é levar o aluno a perceber que “*d* é uma mediana de [AC], [AD], [AE] e [AF], mas é mediatriz somente de [AC]”. No entanto, como podemos observar, (Cf. anexo 3), o problema não fornece nenhum triângulo. Fizemos, então, a hipótese que o professor se apoiou sobre triângulos não traçados na figura fornecida para ensinar ao aluno a propriedade de perpendicularidade. Desta maneira, utilizando o termo “mediana”, o professor busca explicar ao aluno que o fato de a reta “*d*” passar pelo ponto médio de alguns dos segmentos citados não quer dizer que ela é perpendicular a todos eles. Por sua vez, quando utiliza “mediatriz”, ficam subentendidas as propriedades de ponto médio e perpendicularidade.

Em resumo, com essa primeira etapa da sequência, o professor espera que *Cédric* tome consciência que as propriedades de perpendicularidade e de igualdade de distâncias dos pontos simétricos ao eixo de simetria são indispensáveis para a compreensão do conceito da simetria axial.

A segunda etapa da sequência tem por finalidade levar *Cédric* a analisar sua construção na atividade 5 (Cf. anexo 1) e identificar os erros cometidos. Como podemos observar, trata-se de um problema de identificação e de construção de eixos de simetria no caso de um trapézio isósceles (atividade 5a), de um retângulo (atividade 5b) e de um paralelogramo (atividade 5c). O professor espera que nesta análise *Cédric* mobilize as duas propriedades da simetria abordadas na etapa anterior, reconhecendo o erro cometido no paralelogramo, tendo em vista que traçou quatro eixos de simetria. Ele tem também a expectativa que, ao realizar esta atividade, *Cédric* compreenderá definitivamente que tais propriedades são fundamentais para a resolução de problemas de simetria axial, o que demonstra a relevância dada pelo professor às propriedades de perpendicularidade e igualdade de distância dos pontos simétricos ao eixo de simetria no ensino do conceito em pauta.

A terceira e última etapa da sequência didática tem por objetivo conduzir *Cédric* a reinvestir os conhecimentos que o professor julga já construídos. Para tanto, inicialmente ele propõe o problema *Pb 3* (Cf. anexo 4). Justifica essa escolha pelo fato do problema ser próximo à atividade 4 (Cf. anexo 1) cuja construção foi abandonada por *Cédric*. Ele espera que a essa altura da sequência o aluno tenha superado os conflitos que o levaram a esse abandono. Assim, ele deixa a cargo do aluno a escolha dos instrumentos de desenho (régua graduada, compasso e esquadros). Essa decisão foi tomada com a intenção de não influenciá-lo nos procedimentos de resolução que, por sua vez, podem ser reveladores das propriedades mobilizadas pelo aluno na resolução do problema. Em seguida, o professor retoma a resposta dada pelo aluno na atividade 4 para que ele analise o que fez de forma correta ou errada na sua construção.

Como podemos observar, para construir a sequência didática o professor se apóia, fortemente, na sua análise da produção de *Cédric*, referindo-se a ela no momento que fixou os objetivos da sequência. Por vezes, ele faz referência às respostas dadas pelo aluno, esperando que por meio da confrontação com o erro ele seja capaz de avançar na sua aprendizagem do conceito de simetria.

Com o intuito de levar o aluno a superar seus erros, o professor se apóia nos conhecimentos que ele já possui. Além disso, conduz claramente o aluno a tomar consciência

da insuficiência de seus conhecimentos antes de levá-lo a aprender novos conhecimentos. Suas escolhas dão indícios que para este professor a aprendizagem da simetria axial passa, necessariamente, pela apropriação das propriedades de perpendicularidade e de igualdade de distâncias ao eixo. Observa-se, por exemplo, que em nenhum momento o professor procurou utilizar a dobradura ou outra técnica usualmente utilizada nos livros didáticos como meio de levar o aluno a reconhecer o seu erro.

Concluindo esta breve análise, apresentamos no *Quadro 4* os conhecimentos e elementos de concepções que podem ter influenciado as decisões didáticas deste professor na elaboração da seqüência didática para *Cédric*:

<i>Conhecimentos do Programa Escolar</i>	Importância do ensino da simetria axial
<i>Conhecimento do aluno</i>	Apoio na análise feita da produção do aluno
<i>Conhecimentos sobre a noção matemática</i>	Propriedades fundamentais para a aprendizagem da simetria axial: 1) Perpendicularidade 2) Igualdade de distância de um ponto e de seu simétrico ao eixo de simetria.
<i>Concepções de Ensino e Aprendizagem</i>	Aprende-se a partir do que já se sabe (apoio nos conhecimentos antigos e corretos). Desestabilizar conhecimentos antigos e errôneos, antes de ensinar novos conhecimentos. Levar o aluno a construir novos conhecimentos que substituirão os incorretos. A formulação favorece a aprendizagem do conceito estudado

Quadro 4. Conhecimentos suscetíveis de terem influenciado as decisões do professor

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apresentamos neste artigo um recorte da pesquisa realizada em Didática da Matemática sobre o estudo de decisões didáticas que são tomadas pelos professores, visando à aprendizagem da simetria axial por alunos de nível secundário. O estudo consistiu na identificação de conhecimentos e concepções de ensino e aprendizagem mobilizadas pelos professores que dão sustentação às suas escolhas e decisões. Para realizá-lo, apoiamo-nos sobre o *Modelo dos Níveis de Atividade do Professor* que serviu de referencial teórico e metodológico para a análise de produções de professores que, no cenário da pesquisa, encontravam-se no Nível +1 do referido modelo, em outros termos, no momento do planejamento, e, mais especificamente, elaborando seqüências didáticas.

Os resultados do estudo mostram que os professores tomaram suas decisões apoiados nos conhecimentos que eles têm dos programas escolares, do conteúdo matemático, bem como no conhecimento que o aluno tenha ou não sobre o conteúdo estudado, segundo seu ponto de vista. No entanto, a mobilização deste ou daquele conhecimento ou concepção variou de professor para professor. A análise da sequência didática que apresentamos neste artigo mostrou que o professor se apoiou, fortemente, sobre a sua análise da produção de Cédric para escolher os problemas com o objetivo de levar o aluno a aprender as propriedades da simetria axial que, para ele, são fundamentais para a aprendizagem desta noção matemática.

O estudo mostrou, ainda, que partindo da mesma condição e analisando as mesmas produções de alunos, os professores fizeram diagnósticos bem diferentes sobre os conhecimentos que os alunos têm da simetria axial e propuseram sequências didáticas, igualmente, diferentes. Alguns professores identificaram conhecimentos corretos mesmo quando as respostas dadas pelos alunos eram erradas e, nestes casos, buscaram apoio nestes conhecimentos na construção da sequência didática. Outros, basearam-se apenas nas respostas corretas ou erradas, sem levar em conta todas as etapas da resolução dos problemas. Nestes casos, partiram do princípio que era necessário começar tudo de novo. Esses resultados dão indícios das concepções mobilizadas pelos professores e o papel que elas exercem sobre suas escolhas e decisões no momento que elaboram uma sequência didática.

REFERENCIAS

- Bloch, I. (2005). Peut-on analyser la pertinence des réactions mathématiques des professeurs dans leur classe ? Comment travailler cette pertinence, en formation, dans des situations à dimension adidactique? In *Actes du Séminaire National des Didactiques des Mathématiques*, Paris.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*, Grenoble: La Pensée Sauvage - Éditions, coll. Recherches en Didactique des Mathématiques.
- Brousseau, G. (1990). Le contrat didactique: le milieu. In *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 9, (3), 309–336.
- Grenier, D. (1988). *Construction et étude du fonctionnement d'un processus d'enseignement sur la symétrie orthogonale en sixième*. Thèse. IMAG, Université Joseph Fourier, Grenoble-França.
- Hart, K. (1981). *Children's understanding of mathematics*: 11-16. Alden Press, Oxford, London.
- Kieran C. (2007). Préface. In L. Trouche, V. Durand-Guerrier, C. Margolinas et A. Mercier (Eds.), *Quelles ressources pour l'enseignement des mathématiques? Actes des Journées mathématiques*. p.5-6. INRP, Lyon: INRP
- Lima, I. (2009). *De la modélisation de connaissances des élèves aux décisions didactiques des professeurs: étude didactique dans le cas de la symétrie orthogonale*. Collection Universitaire. 1^{re} ed. Paris: Edilivre Editions, v. 1. 392 p.
- Lima, I. & Trgalová, J. (2005). Diagnóstico de concepções e decisões didáticas: um estudo de caso no contexto da simetria axial. In *Actes du V CIBEM - Congresso Iberoamericano de Educação Matemática*. Juillet, 2005. Faculdade de Ciências da Universidade do Porto – Portugal.

- Margolinas, C. (2005). La situation du professeur et les connaissances en jeu au cours de l'activité mathématique en classe. In Simmt E. et Davis B. (Ed.), *Actes 2004 de la rencontre annuelle du groupe canadien d'étude en didactique des mathématiques*, CMESG/GCEDM, Edmonton.
- Margolinas, C. (2002). Situations, milieux, connaissances. Analyse de l'activité du professeur. In Dorier, J.-L. et al. (Eds.) *Actes de la 11e École d'Été de Didactique des Mathématiques – Corps*, août 2001, p. 141-156. Grenoble : La Pensée Sauvage – Éditions.
- Margolinas, C. (1993). *De l'importance du vrai et du faux dans la classe de mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage – Éditions.
- Miyakawa, T. (2005). *Une étude du rapport entre connaissance et preuve : le cas de la notion de symétrie orthogonale*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier – Grenoble 1.
- Perrin-Glorian, M. J. (2002). Didactique des mathématiques In Bressoux, P. et al. (Eds.). *Les stratégies de l'enseignant en situation d'interaction. Rapport de recherche pour Cognitique*. Programme École et Sciences Cognitives, Ministère de la Recherche.
- Portugais, J. (1996). Formation des maîtres : des conditions nécessaires et suffisantes à la théorisation des phénomènes de formation. In *Repères – IREM*, n° 23, 109-118.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand. Knowledge growth in teaching, *Educational Researcher*, 15 (2), 4-14.
- Soury-Lavergne, S. (1994). Analyse des décisions de l'enseignant dans une situation de magicien d'Oz. Mémoire de D.E.A., Grenoble: Université Joseph Fourier.
- Tahri, S. (1993). *Modélisation de l'interaction didactique : un tuteur hybride sur Cabri-géomètre pour l'analyse des décisions didactiques*. Thèse. IMAG, Université Joseph Fourier, Grenoble- França.

ANEXO 1: PRODUÇÃO CÉDRIC²

1. Qual a cor da simétrica da flecha preta em relação ao eixo d ? Justifique sua resposta.

Resposta do aluno: “Azul, porque a ponta da flecha preta está a mesma distância da reta d que a ponta que a ponta da flecha azul”

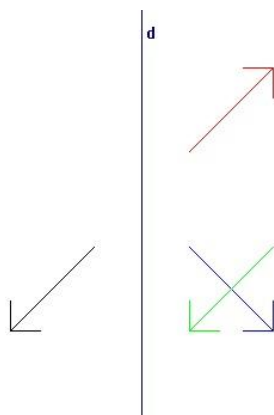


Figura 1. problema fleche

2. Seja um triângulo equilátero ABC . A' é o simétrico do ponto A em relação à reta d . L é o ponto médio de \overline{AB} , M é o ponto médio de \overline{BC} e N é o ponto médio de \overline{AC} . P é a interseção da reta \overline{LM} , com a reta $\overline{CA'}$. O é a interseção da reta \overline{NM} com a reta $\overline{BA'}$. Qual é o simétrico do segmento \overline{NM} em relação à reta d ? Justifique sua resposta.

Resposta do aluno: “O simétrico \overline{NM} é em relação à reta d é o segmento \overline{MO} . Eles estão a igual distância do ponto M .”

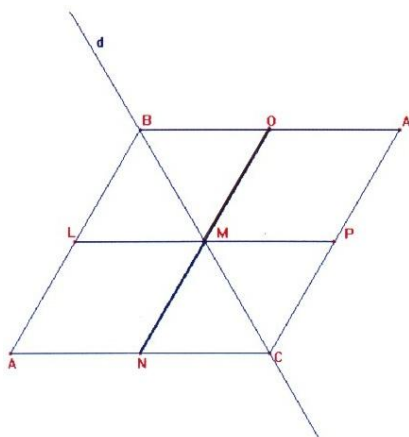


Figura 2. problema segmento-losango

² A produção original é escrita no idioma francês. Para ter acesso a esta versão, consultar o endereço : http://tel.archives-ouvertes.fr/docs/00/20/80/15/PDF/These_IraneteLima.pdf.

3. Construa com os instrumentos de desenho o simétrico do segmento abaixo, em relação ao eixo d. Explique sua resposta.

Resposta do aluno: *Eu construí o simétrico do primeiro ponto em relação à reta d, em seguida construí o simétrico do segundo ponto em relação à reta d e fiz minha construção.*

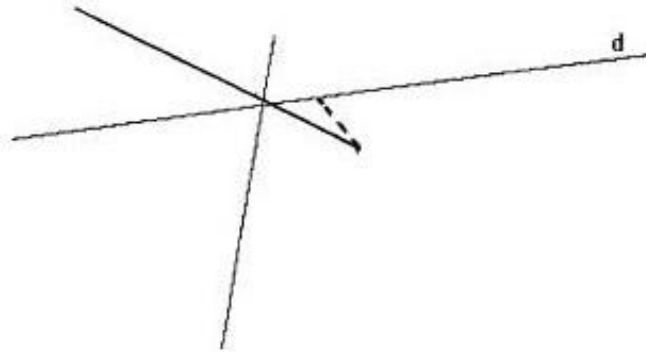


Figura 3. problema segment

4. Construa com os instrumentos de desenho, a simétrica da figura abaixo em relação ao eixo d. Explique sua construção.

Resposta do aluno: *Desculpe, não encontrei.*

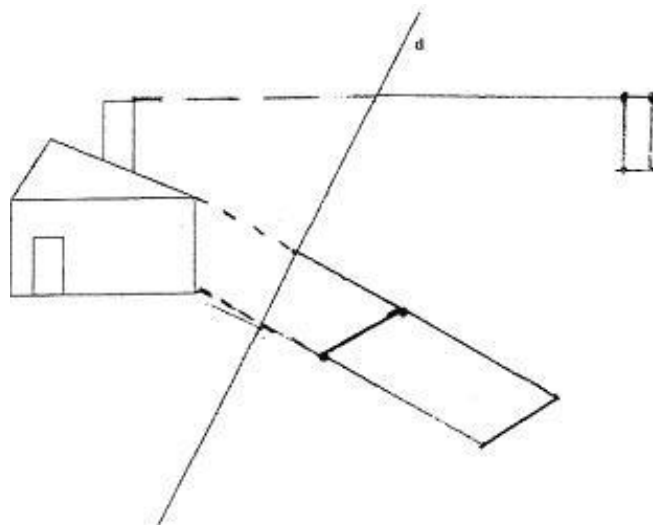


Figura 4. problema casa

5. Você acha que as figuras abaixo possuem eixo(s) de simetria? Em caso afirmativo, utilize a régua não graduada e o compasso para construí-lo(s). Justifique cada resposta.

a) Resposta do aluno: “Sim, tem um eixo de simetria.”

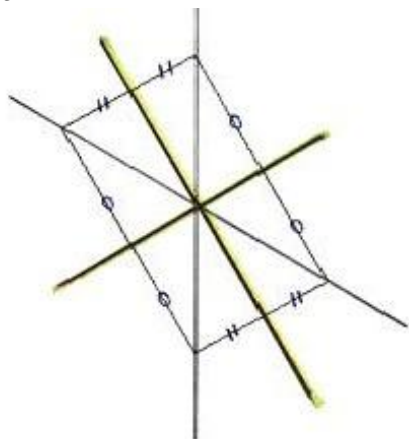


Figura 5: problema trapézio

b) Resposta do aluno: “Tem dois eixos.”

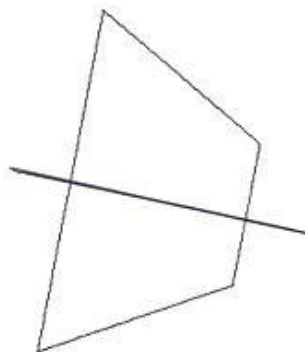


Figura 6: problema retângulo

c) Resposta do aluno: “Tem dois eixos.”

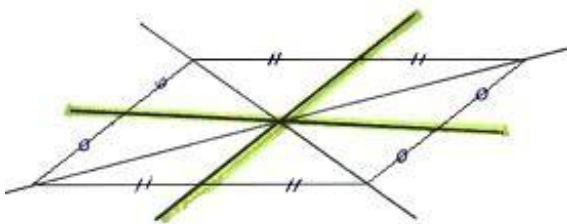


Figura 7: problema retângulo

d) Resposta do aluno: “Não, não tem eixo de simetria.”

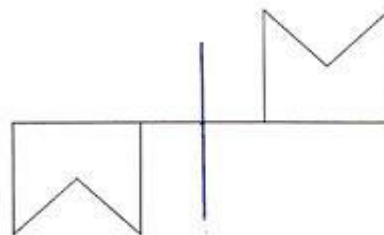


Figura 8: problema bandeira

ANEXO 2: PROBLEMA Pb 1

Alguns alunos brincam no corredor da escola. Eles devem sair do ponto S (saída), em seguida devem tocar a parede em um ponto M de sua escolha e chegar ao ponto C (chegada) o mais rápido possível. O objetivo da brincadeira é encontrar o percurso mais curto.

- Construa os pontos S e C, em uma folha de papel branco, e trace a reta p que representa a parede. Construa o ponto C' simétrico de C em relação à reta p.
- Coloque um ponto M sobre a reta p e compare o comprimento dos percursos SMC e SMC'.
- Onde você deve colocar o ponto M sobre a reta p para que o percurso seja o mais curto possível? Explique sua escolha.

ANEXO 3: PROBLEMA Pb 2

Na figura abaixo, qual é o simétrico do ponto A em relação ao eixo d? Explique sua resposta.

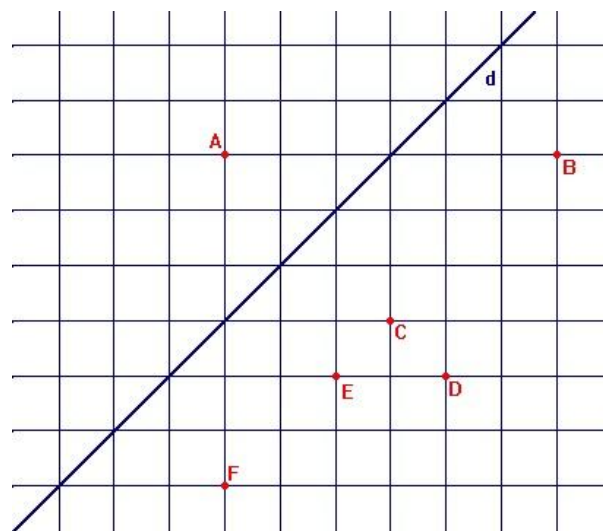


Figura 9. problema ponto-segmento

ANEXO 4: PROBLEMA Pb 3

Com os instrumentos de desenho, construa a simétrica da figura abaixo em relação ao eixo d.
Explique sua construção.

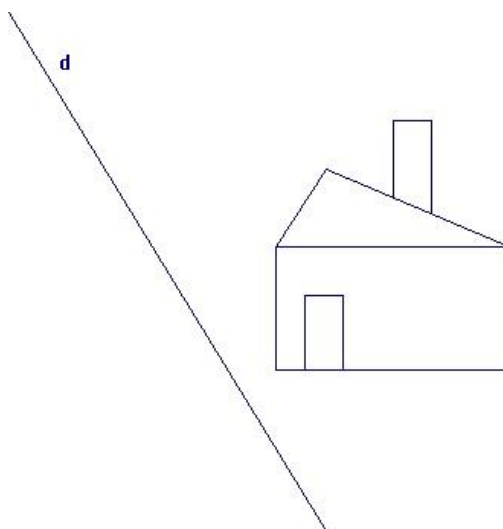


Figura 10. problema casa 2