



Análisis y caracterización de la gestión didáctica del docente en una secuencia didáctica sobre la continuidad y límite, desde la teoría de situaciones didácticas

Edier Saavedra Urrego

Universidad del Valle, Cali, Colombia (ediersu012@hotmail.com)

Jorge Valencia Becerra

Universidad del Valle, Cali, Colombia (andres_valencia5@hotmail.com)

Nelson Goyes Bastidas

Universidad del Valle, Cali, Colombia (nelja_gobas@hotmail.com)

INTRODUCCIÓN

Desde múltiples acercamientos teóricos en la línea del pensamiento matemático avanzado, se ha detallado el papel del estudiante y del conocimiento dentro del proceso de la enseñanza y el aprendizaje de los saberes matemáticos; acercamientos que se orientan, entre otros, a plantear explicaciones de las dificultades de la enseñanza y aprendizaje de conceptos propios del cálculo (Tall, 1992), sobre los problemas de comprensión que presentan los alumnos en el uso de los sistemas de representación durante la enseñanza, y los obstáculos epistemológicos en la noción de límite (Sierpiska, 1985).

Un acercamiento a la actividad del docente en sitio, mediante un estudio de caso, plantea inquietudes sobre aquellas actuaciones que caracterizan dichas actividades, actuaciones que es posible categorizar como la *gestión didáctica del docente*, según la actividad del docente que plantea Margolinas (2001). Esta investigación toma aportes de un trabajo de grado¹ que estudia la gestión didáctica del docente² de matemáticas en el contexto del trabajo, con una secuencia didáctica sobre la continuidad y límite

Para ello, mediante una metodología cualitativa, y una estructura teórica de las relaciones que gobiernan esta investigación, por medio de la complementariedad de la teoría

¹ Para mayor detalle de los resultados de este trabajo, véase Saavedra, Goyes y Valencia (2011).

² En esta investigación no se hizo distinción epistemológica entre docente, profesor y maestro. De igual forma con estudiante y alumno.

de situaciones didácticas, de Brousseau (1986), y la teoría de la interactividad, de Coll et ál. (1995), analizamos y caracterizamos las actuaciones del docente a través del trabajo desarrollado por un experto en un curso³ piloto de cálculo con una población afrodescendiente e indígena, perteneciente a la Facultad de Ingeniería en la Universidad del Valle, en Santiago de Cali, Colombia.

Se presenta el instrumento diseñado para analizar la actividad docente desde la complementariedad de los marcos teóricos y desde cuatro registros fílmicos seleccionados; además, se describen las unidades de análisis, en términos de los criterios relativos a cada una, lo que permite una caracterización de la actividad del docente como su gestión didáctica.

Así mismo, se presentan dos ejemplos de las tablas que permitieron contar con un registro de la información y un extracto de los análisis desarrollados en cada una de ellas, usados como insumo para alcanzar los objetivos específicos de la investigación. Por último, concluye la investigación, en términos de la efectividad del instrumento de análisis y la hipótesis de complementariedad de los marcos teóricos, y se señalan algunas consideraciones.

ASPECTOS TEÓRICOS

En esta sección se presentan algunos aspectos teóricos fundamentales para entender la relación de complementariedad existente entre los marcos teóricos, al igual que el modelo de la actividad del docente que plantea Margolinas (2001). Se entiende que el conjunto de las actuaciones articuladas entre docente y estudiante en pro de la obtención de conocimiento determinado denomina *interactividad* (Coll et ál., 1995). Así mismo, se entiende que aquellas actuaciones intencionadas por parte del docente, en coordinación con las producciones del estudiante, con el fin de generar modificaciones cognitivas en este último se denominan *actos de devolución*, según Brousseau (1986).

La actividad del docente en el contexto del modelo que plantea Margolinas (2001) es posible observarla mediante los cinco niveles que propone, en los cuales se refiere a la observación o devolución (-1); a la situación (0); al proyecto de la lección (+1); a la construcción o de concepción de un tema (+2), y a la noosfera o plano ideológico (+3). En nuestro trabajo usaremos los niveles (-1), (0) y (+1), en los que se desarrolla la actividad de nuestra investigación a partir del trabajo del experto.

El nivel (+1) caracteriza la actividad del profesor en la planeación de la lección. En este nivel el profesor modifica la secuencia en pro de otra temática y nutre su actividad a partir de las decisiones que toma en la ejecución de la secuencia misma. El nivel (0) caracteriza la actividad del profesor en términos de las modificaciones que realiza a la secuencia, y que no

³ El curso desarrollado por el experto tuvo un acercamiento constructivista del aprendizaje; se desarrolló por medio de un conjunto de secuencias didácticas y de guías de apoyo teórico que propiciaron la construcción de nuevos saberes (Delgado, 1998). El registro fílmico de este curso constituye la principal fuente de información de nuestra investigación como estudio de caso que tiene como objeto de estudio las actuaciones del docente.

estaban previstas; a su vez, el profesor responde a la observación de la actividad del estudiante, desarrollando modificaciones al medio. El nivel (-1) es característico de la devolución o de la observación de la actividad del estudiante.

En relación con los niveles de la actividad del docente expuestos, el contrato didáctico, visto como “el resultado de una ‘negociación’ a menudo implícita de las modalidades de establecimiento de las relaciones entre un alumno o un grupo de alumnos, un determinado medio⁴ y un sistema educativo (Brousseau, 2003, p. 7), está estrechamente ligado a la situación didáctica, mediante el saber (nivel 0), donde el docente es quien a través de la modificación de la situación perturba cognitivamente al estudiante y genera un conflicto cognitivo (véase la sección “Metodología”), que propicia la construcción de nuevos saberes. Respecto a la situación didáctica, Brousseau (1986) plantea:

La situación didáctica se presenta en los momentos en que el docente está implicado en un juego con el sistema de interacciones⁵ del estudiante con los problemas que él le ha planteado, es decir que la situación o el problema elegido por el profesor es una parte esencial de la siguiente situación más amplia: el docente busca devolver al alumno una situación que provoque en él una interacción lo más independiente y lo más fecunda posible. Para ello, comunica o se abstiene de comunicar, según el caso, informaciones, preguntas, métodos de aprendizaje, heurísticas, etc. (pp.11-12)

Por su parte, la situación didáctica:

Es una situación matemática⁶ específica de dicho conocimiento tal que, por sí misma, sin apelar a razones didácticas y en ausencia de toda indicación intencional, permita o provoque un cambio de estrategia en el jugador. Este cambio debe ser (relativamente) estable en el tiempo y estable respecto a las variables de la situación. La forma de ‘provocar’ este cambio suele provenir de ciertas características de la situación que hacen que fracasen las estrategias espontáneas. (Chevallard, Bosh y Gascón, 1997, p. 215).

Esto permite que se desarrolle la actividad del docente (nivel -1) de manera que estas actuaciones estén encaminadas a generar perturbaciones cognitivas en el estudiante como resultado de su intervención intencionada, entendidas las perturbaciones como modificaciones a los esquemas cognitivos del estudiante donde, de acuerdo con la definición clásica piagetiana, se expresa:

⁴ El medio para esta investigación se concibe como lo matiza Claire Margolinas, como “un conjunto de limitaciones dentro de las que el alumno es libre de ejercer su racionalidad. Esas limitaciones deben garantizar el funcionamiento pertinente de la actividad del alumno desde el punto de vista del saber que se enseña. La construcción de una situación dada necesita la búsqueda de las limitaciones pertinentes desde el punto de vista del saber (2009, p. 89).

⁵ El sistema de interacción se tomará como las actuaciones continuas que se presentan en el aula de clase durante el desarrollo de la secuencia didáctica y de las cuales hacen parte tanto el docente como el estudiante en pro de alcanzar un objetivo específico.

⁶ Entiéndase, en el sentido como lo mencionan Delgado, Castro, Trujillo y Guerrero (2010): es el medio material o infraestructura que enfrenta el estudiante con el propósito de alcanzar un objetivo.

El esquema caracteriza lo que es repetible y generalizable de la acción; [...] porque responde no solo a una situación particular sino a una clase de situaciones y en ese sentido es independiente de los contenidos particulares de cada situación, aunque estos sean necesarios para su funcionamiento y organización. (Delgado, Castro, Trujillo y Guerrero, 2010, p. 25)

En este sentido, Piaget plantea que el aprendizaje o cambio cognitivo surge mediante los desequilibrios a los esquemas del estudiante a través de dos procesos: el de asimilación y el de acomodación, en los cuales el estudiante modifica los saberes por medio de la intervención intencionada del docente, ya sea con solicitudes, afirmaciones, heurísticas o preguntas que se constituyen como actos de devolución (nivel -1) y son base para la toma de decisiones (nivel 0).

De esta forma, la actividad del docente dentro de la situación didáctica se expresa en la planeación, la ejecución y la devolución de la secuencia didáctica, respectivamente en los niveles +1, 0 y -1. Así, la actividad del docente es producto de articular sus actuaciones con las del estudiante para producir desequilibrios cognitivos y, a su vez, construcción de nuevos saberes. Con ello se configura la *gestión didáctica del docente* como las actuaciones que se desarrollan en los niveles de la actividad del docente que propone Margolinas (2001).

En la figura 1 presentamos la relación que proponemos entre los niveles de la actividad del docente respecto a las unidades teóricas expuestas, en cuanto a la teoría de situaciones didácticas, al igual que la relación de complementariedad entre esta teoría y la teoría de la interactividad de Coll et ál. (1995).

NIVEL -1	NIVEL 0	NIVEL +1	INTERACTIVIDAD
<p>Es característico de la devolución o de la observación de la actividad del estudiante</p> <p>Intervienen:</p> <p>Intencionalidad, Conflicto cognitivo</p>	<p>Caracteriza la actividad del profesor en términos de las modificaciones que realiza a la secuencia y que no estaban previstas,</p> <p>intervienen:</p> <p>Contrato didáctico, Actos de devolución, Institucionalización, Situación didáctica, Situación adidáctica</p>	<p>Caracteriza la actividad del profesor en la planeación de la lección, en este nivel el profesor desarrolla la modificación de la secuencia en pro de otra temática,</p> <p>intervienen:</p> <p>Intencionalidad Anticipación</p>	<p>Es la articulación de las actuaciones de los profesores y los alumnos (o del adulto y del niño, en el caso de situaciones educativas no escolares) en torno a una tarea o un contenido de aprendizaje determinado Coll y otros (1995, p. 204).</p> <p>En términos de la Intervención en proceso.</p>

Figura 1. Relación entre los niveles y la complementariedad de los marcos teóricos⁷

⁷ Nota. Este esquema constituye una interpretación de los marcos teóricos que fundamentan la investigación de Saavedra et ál. (2011), con relación al modelo de la actividad del docente de Cleare Margolinas (2001)

METODOLOGÍA E INSTRUMENTO DE ANÁLISIS

Esta investigación desarrolla un estudio cualitativo que recopila información acerca de los procesos de regulación y de control en las actividades de enseñanza y aprendizaje que se realizan en las situaciones elegidas. Se estructura a través de un estudio de caso⁸ que nos permitió analizar y caracterizar la gestión didáctica del docente durante la implementación de una secuencia didáctica.

El estudio de caso tomó como referencia una investigación desarrollada en la Universidad del Valle, en la cual se le hizo seguimiento al trabajo de un grupo de estudiantes de la Facultad de Ingeniería en los momentos en que el profesor presentaba y desarrollaba los conceptos de continuidad y límite en un curso de cálculo, cuya temática total abarcó los conceptos ya mencionados y diferenciación en una variable. Los estudiantes no habían tenido un acercamiento previo a los conceptos de continuidad y límite. Adicionalmente, el acercamiento se desarrolló a través de la construcción primaria de la continuidad y su utilización para la construcción del límite.⁹

Seleccionamos cuatro registros de video¹⁰ de las sesiones realizadas por los expertos, relativos a la secuencia didáctica de continuidad y límite. A partir de ellos se analizó la gestión didáctica del docente, al centrarnos en las actuaciones intencionadas por parte del docente en el proceso de la construcción del conocimiento.

Dicha selección es producto de la implementación de un instrumento de análisis con el cual se visualizó: 1) en qué parte del registro fílmico se perciben regulaciones del contrato didáctico mediante sus rupturas; 2) los actos de devolución por medio de la intencionalidad, las anticipaciones y el conflicto cognitivo, y 3) las situaciones adidácticas desde el papel del medio adidáctico, consignas y variables didácticas que hacen parte, principalmente, del diseño de la situación y donde aquellas actuaciones articuladas entre el docente-estudiante estuvieron sujetas al análisis desde la actividad del docente observable en los registros fílmicos, debido a que no se tuvo acceso a las producciones escritas de los estudiantes.

La implementación de la rejilla (tabla 1), como instrumento de análisis, permitió desarrollar dos estudios, y mediante su contraste, lograr los objetivos de este estudio: el primero, desde el marco teórico expuesto, a partir de las unidades de análisis seleccionadas. El segundo estudio, aplicado a los registros fílmicos seleccionados, usando el instrumento

⁸ Esta investigación se desarrolla mediante un estudio de caso simple, debido a que el análisis se centra en la gestión didáctica del docente y no en múltiples objetos de estudio, teniendo en cuenta múltiples fuentes de información, como los registros fílmicos seleccionados (Delgado, 1998).

⁹ “[...] la construcción didáctica, del concepto de continuidad de una función en un punto y, luego, sobre esta base la del concepto de límite asegura el control y la secuenciación de los obstáculos epistemológicos relacionados con estos conceptos, gracias a un andamiaje constituido por situaciones adidácticas que median en la evolución de los esquemas conceptuales de los alumnos. Con ello, se favorece una estrategia constructivista del aprendizaje de los conceptos básicos del cálculo que toma en consideración los aspectos cognitivos del sujeto” (Delgado, 1998, p. 279).

¹⁰ Del registro fílmico obtenido de la investigación desarrollada por Delgado (1998) se contó solo con los videos relativos a la continuidad, de ahí que todos los extractos seleccionados se enmarcan en la construcción de la definición formal de dicho concepto.

construido y analizando la gestión didáctica del docente, al implementar algunas situaciones parte de una secuencia didáctica relativa a las nociones de continuidad y límite.¹¹

Tabla 1. Unidades de análisis y criterios que evidencian la gestión didáctica del docente

Concepto teórico	Unidades de análisis	Criterios que evidencian la gestión didáctica del docente
Contrato didáctico	Regulaciones del contrato didáctico	Rupturas del contrato didáctico
Interactividad	Actos de devolución	Intencionalidad, anticipaciones y conflicto cognitivo
Tipos de situaciones	Situaciones adidácticas	Papel del medio adidáctico, consignas y variables didácticas

A continuación se describen con mayor detalle cada una de las unidades de análisis y se ilustran cuáles son los criterios que evidencian la gestión didáctica del docente con las cuales se procedió a realizar los dos estudios.

REGULACIONES DEL CONTRATO DIDÁCTICO

Es importante señalar que:

El objeto del contrato, cuyas cláusulas en su mayor parte son implícitas, es la enseñanza y el aprendizaje del saber matemático y este contrato, que obliga al profesor a enseñar y al alumno a aprender [...]. Las rupturas del contrato generan crisis que se toman como verdaderas oportunidades de progresar y superar estados de funcionamiento del sistema didáctico que impiden o limitan el acceso al nuevo conocimiento. (Delgado, 2008, p. 14)

Las rupturas del contrato didáctico configuran su regulación, pues estas rupturas, como su nombre lo indica, son rompimientos en las condiciones de dicho ambiente de aprendizaje,¹² en cuanto son relativas al saber. Dicho rompimiento está presente en el momento de realizar una intervención que esté fuera de las condiciones estipuladas en el diseño de la situación, porque genera un cambio en las variables didácticas (que más adelante se detallarán) asociadas a la situación.

¹¹ Para mayor detalle sobre la secuencia y las diferentes situaciones que la componen, véase el anexo III de Delgado (1998, pp. 407-411).

¹² Se entiende el ambiente de aprendizaje como aquel espacio en que las intervenciones y actuaciones del docente generan modificaciones en los esquemas cognitivos del estudiante a partir de las producciones de este último. En nuestro caso, el ambiente de aprendizaje lo constituye la secuencia didáctica elegida.

ACTOS DE DEVOLUCIÓN

Estos actos se encuentran asociados a los criterios de la intencionalidad, las anticipaciones y el conflicto cognitivo. Para estos criterios recurrimos a lo expuesto en Delgado (1998), acerca del objetivo de la situación observada en los registros fílmicos seleccionados: a cuál de las situaciones fundamentales¹³ está asociada y cuáles son las variables didácticas que se expresan para la elección de la estrategia ganadora. Entre tanto, se asume esta información como un insumo para desarrollar un análisis e inferencias plausibles de los procesos que pretende el docente que se lleven a cabo en el estudiante.

Intencionalidad

Entendida como la finalidad que le asigna el profesor a sus enunciados (solicitudes, aserciones, preguntas y ejemplos) y que están sujetas al cumplimiento de los objetivos de acuerdo con cada situación. Para ello, Brousseau (1988) menciona que el trabajo del profesor consiste en proponerle al estudiante una situación de aprendizaje a fin de que el estudiante produzca sus conocimientos como respuesta personal a un cuestionamiento y haga que funcione o se modifique como respuesta a las exigencias del medio y no como un deseo del maestro.

Anticipaciones

Entendidas desde la perspectiva de Margolinas (2009), se refieren a aquellas decisiones que toma el docente y que prevén las consecuencias de sus actos. Aquí se anticipan los posibles obstáculos que se presenten, las estrategias o los procedimientos de solución a las que el estudiante recurre o los problemas consecuentes de las decisiones que permiten generar una adaptación en el estudiante para la construcción del nuevo saber.

Conflicto cognitivo

Se entiende desde lo planteado en el conflicto sociocognitivo, como “la confrontación de las acciones o de las ideas entre personas. Las adquisiciones engendradas socialmente en las interacciones, serán interiorizadas para su posterior movilización individual (de lo inter a lo interindividual)” (Moreno, 2002, p. 53). El conflicto sociocognitivo integra dos conflictos:

- Uno interindividual (y, por lo tanto, social), generado por la oposición de respuestas al problema planteado.
- Uno intraindividual, de naturaleza cognitiva, resultante de la toma de conciencia por el individuo de una respuesta contradictoria, que lo incita a dudar de la suya.

¹³ Para un mejor acercamiento de cómo se entienden las *situaciones fundamentales*, véase Delgado (1998).

Para que el conflicto socio-cognitivo sea eficaz y dé lugar a progresos individuales, su funcionamiento debe cumplir otras condiciones además de la heterogeneidad inicial de respuestas y la coordinación final de los participantes [...] la interacción debe dar lugar a un compromiso activo de cada uno de los participantes en la confrontación de argumentos y su coordinación en una respuesta única. La negociación debe desarrollarse bajo la forma de intercambios que permita una co-elaboración real de la respuesta final. (Moreno, 2002, p. 53)

En este trabajo no se tomó en cuenta el nivel intraindividual, ni cómo se lleva a cabo su superación, sino que desde el conflicto interindividual se analizó cómo el docente construye ese conflicto en el estudiante mediante los actos de devolución.

SITUACIÓN ADIDÁCTICA

En lo referente a la situación adidáctica, se plantearon tres criterios: papel de medio adidáctico, consignas y variables didácticas.

Papel del medio adidáctico

Entendido en términos de la modificación del agente regulador del equilibrio entre el estudiante y la situación, cuya realización solo es posible a través de la intervención del docente, quien modifica el medio y este, a su vez, plantea nuevas restricciones al estudiante, con las cuales se construye el nuevo saber mediante esquemas operatorios y la adaptación del estudiante a estas restricciones. La modificación del medio se realiza mediante elementos dentro de la situación y fuera de ella, como los actos de devolución descritos.

Consignas

Entendidas como los enunciados intencionados por parte del docente durante el diseño y la implementación de la situación, pueden ser verbales o escritas. En ambos casos, se generan condiciones que propicien las modificaciones en el contrato didáctico y que garanticen la adquisición del saber puesto en acto en dicha situación.

Además, responden a la intencionalidad y a la anticipación que el docente imprime en cada una de las variables didácticas en las situaciones y orientan al estudiante a alcanzar la estrategia ganadora, al aportar un aprendizaje reflexivo del conocimiento matemático determinado.

Variables didácticas

Entendidas en términos de aquellas intervenciones intencionadas por parte del docente en la situación, “que obligan a un cambio de estrategia en una situación adidáctica” y, a la vez, “obligan a modificar un estado de conocimiento hacia otro mejor adaptado a la situación” (Delgado, 2008, p. 10), cambiando las condiciones en el abordaje de la situación, y que varían o permanecen fijas dependiendo de la necesidad que el docente considere.

RESULTADOS

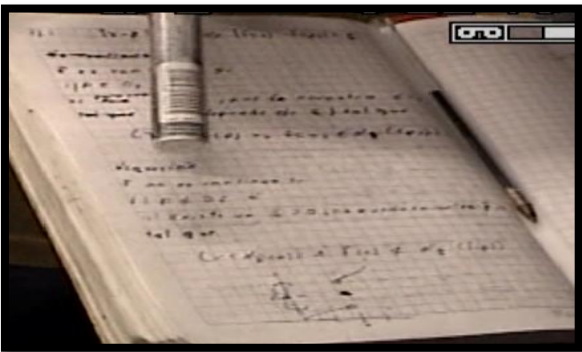
En la tabla 2, donde se registró la información del primer estudio (AT1B1), presentamos las inferencias plausibles sobre lo que se podría presentar al estudiante al abordar la situación descrita en el enunciado.

Tabla 2. Análisis a la situación con las unidades de análisis: rejilla AT1B1

Rejilla AT1B1	
La situación “relato conflicto con la obtención del delta” consta del siguiente enunciado: “¿Qué relación existe entre $x \in N\delta(p)$ y las imágenes $f(x)$ respecto del entorno $N\varepsilon(f(p))$, en el caso en que f sea continua en p ? ¿En el caso en que f no sea continua en p ?”.	
Intencionalidad	<p>Al momento del estudiante enfrentarse a esta situación, el diseño estaría orientado a que se origine la necesidad de usar la negación de la proposición lógica asociada a la definición de continuidad construida hasta el momento por el estudiante, con el fin de perturbar los esquemas asociados a la pertenencia de la variable x al entorno con centro en $x = p$, y la pertenencia de las imágenes al segundo entorno observado en el enunciado con centro en la imagen $f(p)$.</p> <p>El interés de cuestionar la misma relación desde dos preguntas que aludirían al mismo objeto de estudio plantea la intervención del docente en el sentido de que, sería quien estaría encargado de poner en escena perturbaciones que permitieran que el estudiante, a través de los enunciados y de la relación no explícita entre las dos preguntas, descifrara qué es lo que se pretende por medio la utilización de la negación, pues es lo que se plantearía de forma intrínseca en el enunciado al preguntar por la no continuidad de f en p.</p> <p>La intencionalidad que el docente pretendería en esta situación iría más allá de lo que se expresa en los dos renglones que ocupa la situación. Esto se evidenciaría en que para poder usar la información que brinda el enunciado, el estudiante debería emplear los conocimientos previos de función, una axiomática de la lógica proposicional, la diferenciación entre la pertenencia o no de un elemento variable a un entorno, la relación entre la definición de entorno y la definición de intervalo abierto, entre otros esquemas que ya deberían ser operatorios; esto con el fin de que el estudiante avance en la evolución de los esquemas asociados a estos conceptos y definiciones a esquemas conceptuales, y así pueda dar cuenta de la comprensión de la relación existente entre las dos proposiciones, mediante la adaptación a la situación y las variables didácticas que se modifican y se regulan.</p> <p>A través de la intencionalidad en la situación se lograría que el estudiante comprendiera y asumiera “la tarea de construir la definición empleando sus conocimientos matemáticos, aprendiendo aquellos que se hicieron necesarios y construyendo nuevos conceptos” (Delgado, 1998, p. 385).</p>

En la tabla 3 se anotaron las intervenciones del docente y del estudiante en uno de los registros seleccionados (AR1B1). En ellas, las letras AT y AR aluden a *análisis teórico* y a *análisis del registro*, respectivamente. El número 1 se refiere al primer registro seleccionado; la letra B alude a la segunda unidad de análisis, y el otro número 1 se refiere al primer criterio asociado a la unidad de análisis.

Tabla 3. Análisis del registro fílmico con las unidades de análisis: rejilla AR1B1

Rejilla AR1B1	
La situación “relato conflicto con la obtención del delta” consta del siguiente enunciado: “¿Qué relación existe entre $x \in N\delta(p)$ y las imágenes $f(x)$ respecto del entorno $N\epsilon(f(p))$, en el caso en que f sea continua en p ? ¿En el caso en que f no sea continua en p ?”.	
Intencionalidad	<p>P: a ver, ¿cómo la negó? ¡f no es continua! No es continua. f no es continua si, primero, p no pertenece al dominio de f o existe... ¡muy bien!</p> <p>Épsilon mayor que cero, no puedo encontrar delta tal que... y ¿esto? ¿Qué significa esto, de que no puedo encontrar delta? Si, mire, ¿qué pasa con este delta? ¿Qué pasa con los f de x que están ahí pintados? (figura 2)</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: center;">Figura 2</p> <hr/> <p>P: ¿cuál es el delta que sirve ahí? Si cojo ¿un delta más grande? E_1: no, caen las imágenes en el entorno de acá. P: y, ¿si lo tomo más chiquito? E_1: tampoco. P: entonces, ¿cuáles deltas son?</p>

Las intervenciones intencionadas por parte del docente en el primer momento orientan al estudiante a tomar conciencia del cuantificador de las x , partiendo de las preguntas formuladas al estudiante durante la implementación de la situación, por medio de cuestionamientos acerca de la pertenencia de la preimagen y los radios de los entornos.

Al cuestionar al estudiante sobre la pertenencia de los deltas en la definición construida, a través de preguntas que presentan un delta muy grande o muy pequeño, con elementos pertenecientes o no a dicho entorno, el docente pone en escena esquemas del estudiante que antes no se habían movilizado. Es el caso del esquema que relaciona la definición de función donde a cada elemento perteneciente al entorno con centro en p , le corresponde, a lo más, una imagen. Dichos cuestionamientos realizados por el docente plantean la intención de introducir la necesidad de un cuantificador que relacione los elementos pertenecientes al entorno con centro en p con la pertenencia de las imágenes al entorno con centro en $f(p)$.

De acuerdo con los análisis en cada uno de los registros seleccionados con cada una de las unidades de análisis, presentamos algunos de los principales resultados obtenidos en nuestra investigación, los cuales están sujetos a cada uno de los criterios que conforman las unidades de análisis que se describieron en la metodología y que dan cuenta de las características de la gestión didáctica del docente en el contexto del trabajo, con una secuencia didáctica sobre la continuidad y límite.

La *regulación del contrato didáctico* aparece mediante su rompimiento, el cual se desarrolla al poner en juego saberes que no se encuentran presentes en el enunciado de la situación y que posibilita el avance a un nuevo conocimiento matemático. La gestión didáctica del docente se desarrolla por medio de un análisis de las producciones verbales o escritas del estudiante para poder realizar las intervenciones pertinentes; también se desarrolla por medio de un cambio en las condiciones de la situación, con lo cual se propician modificaciones en los esquemas asociados a los conocimientos previos que el estudiante opera, y que es necesario reestructurar para alcanzar la adaptación al nuevo saber, y así repercutir en el logro del objetivo de la situación.

Respecto a los *actos de devolución*, la gestión didáctica del docente se desarrolla mediante la *intencionalidad*, la *anticipación* y el *conflicto cognitivo*. La primera se presenta en aquellas intervenciones intencionadas que originan desequilibrios conceptuales en el estudiante, que le permiten movilizar nuevos esquemas mentales, y así mismo el estudiante encuentra la estrategia ganadora para cumplir con el objetivo planteado en la situación, y avanzar en la construcción de nuevos saberes, lo que modifica su manera de proceder al abordar el problema en la situación.

En la *anticipación*, la gestión didáctica del docente está relacionada con adelantarse a las dificultades conceptuales que se presentan en el estudiante durante el desarrollo de la situación, a aquellos obstáculos relacionados con el conocimiento puesto en acto, a conocimientos que tiene que recurrir el estudiante para dar cuenta del objetivo de la situación y se encuentra presente desde el diseño mismo de la situación.

Para el *conflicto cognitivo*, dicha gestión está sujeta a producir perturbaciones de tipo cognitivo en el estudiante, en que las actuaciones del docente y las del estudiante están articuladas mediante la oposición de ideas. En dichas actuaciones, a fin de alcanzar una modificación de sus esquemas mentales por medio de una abstracción reflexiva de dicho conocimiento, el estudiante debe tomar conciencia de las definiciones conceptuales y así desarrollar la adaptación necesaria para superar las perturbaciones que el docente le plantea en las devoluciones y que responden a una intencionalidad.

Las perturbaciones que desarrolla el docente en el estudiante se enmarcan en el cambio de registro, en las solicitudes de sus definiciones y negaciones, en términos de entornos, distancias, la relación entre los elementos lógicos en la construcción de la definición, pues tales intervenciones desencadenan las modificaciones de los esquemas asociados a los conocimientos necesarios en la situación.

Ahora bien, en el planteamiento de dichas intervenciones, el docente desarrolla anticipaciones que permiten controlar la situación, es decir, las anticipaciones orientan las

acciones conjuntas entre el estudiante y el docente para que se alcance el conocimiento por medio de una abstracción reflexiva.

Así mismo, la gestión didáctica del docente desde las *situaciones adidácticas* se observa en la modificación del *medio adidáctico*, donde estas plantean nuevas condiciones y restricciones en la situación que propician dificultades cognitivas y refuerzan los esquemas en el estudiante; además, brinda nuevas formas de acercamiento a la información que se encuentra explícita e implícitamente en el enunciado de la situación y en las intervenciones del docente.

Las modificaciones del medio adidáctico están relacionadas con solicitudes de cambio del registro, con el recurrir a conocimientos previos a través de definiciones, conceptos y aplicaciones que conllevan reorientar la construcción del conocimiento. En este sentido, el papel del medio cobra importancia, puesto que el agente propicia los cambios en la manera de proceder tanto del docente como del estudiante, y que se efectúan de acuerdo con las necesidades que el docente observa en el desarrollo de la situación.

Las *consignas* en la gestión didáctica del docente se presentan como los enunciados verbales o escritos que propician el cambio en el abordaje y las modificaciones en el proceder en la situación por parte del estudiante, ajustándose a estas nuevas condiciones propuestas por el docente; estas modificaciones se desarrollan según las intenciones que planifica el docente para la situación y suscitan cambios conceptuales.

La *variable didáctica* —en términos de la gestión didáctica del docente— es propiciada por este, a través de las modificaciones intencionadas en las condiciones de la situación, las cuales perturban los estados del conocimiento presente en el estudiante al momento de enfrentarse a la situación, de modo que pase a un estado mejor adaptado a dicha situación. Las modificaciones están desarrolladas a través de la utilización de diferentes estrategias y conocimientos relacionados con la intencionalidad y la anticipación estipulada para la situación, en la cual se pretende realizar un cambio en las condiciones que rodean la construcción del conocimiento determinado, con el propósito de obtener la estrategia ganadora.

CONSIDERACIONES

El explorar las producciones del estudiante de forma articulada con las actuaciones del docente permite observar la efectividad de la gestión didáctica del docente durante el diseño y la implementación de una secuencia didáctica. Para este fin, se necesita acceso a las producciones escritas del estudiante y a la planeación de las sesiones de aula por parte del docente, además de recurrir a entrevistas de ambos actores de la enseñanza y el aprendizaje de los conocimientos matemáticos.

REFERENCIAS

- Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la didáctica. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7 (2), 33-115.
- Brousseau, G. (2003). *Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques*. Recuperado de http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf.
- Chevallard, Y.; Bosch, M. y Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas: el eslabon perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Barcelona: ICE Horsori-Universidad de Barcelona.
- Coll, C. et ál. (1995). Actividad conjunta y habla. En B. Fernández y M. Melero (Eds.), *La interacción social en contextos educativos*. Madrid: Siglo XXI.
- Delgado, C. A. (1998). *Estudio microgenético de esquemas asociados a definiciones de límite y continuidad en universitarios de primer curso*. Cali: s. e.
- Delgado, C. A. (2008). *Informe del curso piloto de cálculo II para estudiantes del plan nivelatorio semestre 01 del 2007 y curso de verano 2007*. Cali: Universidad del Valle.
- Delgado, C. A.; Castro, N. M.; Trujillo, M. y Guerrero, J. D. (2010). *Bases epistemológicas y didácticas en la enseñanza del concepto de función con la ayuda de las calculadoras graficadoras*. Bogotá: Universidad de La Salle.
- Margolinas, C. (2001). Situations, milieux, connaissances: analyse de l'activité du professeur. En M. Artaud, J.-L. Dorier, M. Artigue, R. Floris y R. Berthelot (Eds.), *Actes de la 11ème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques* (pp. 141-156). Grenoble: La Pensée Sauvage-Editions.
- Margolinas, C. (2009). *La importancia de lo verdadero y de lo falso en la clase de matemáticas*. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander.
- Moreno, L. (2002, enero). *Seminario nacional de formación de docentes: uso de nuevas tecnologías en el aula de matemáticas*. Recuperado el 7 de enero de 2011, de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-81040_archivo.pdf.
- Sierpinska, A. (1985). Obstáculos epistemológicos relativos a la noción de límite. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 6 (1), 5-67.
- Saavedra, E.; Goyes, N. y Valencia, J. (2011). *Análisis y caracterización de la gestión didáctica del docente en una secuencia didáctica sobre la continuidad y límite, desde la teoría de situaciones didácticas*. Cali: Repositorio digital de documentos Universidad del Valle.
- Tall, D. (1992). Students' difficulties in calculus. *Proceedings of Working Group 3 on Students' Difficulties in Calculus, ICME*, (7), 13-28