

UN MODELO DIFUSO PARA LA SELECCIÓN DE CARTERAS DE PROYECTOS CON INCERTIDUMBRE EN LOS COSTES

FÁTIMA PÉREZ, TRINIDAD GÓMEZ, RAFAEL CABALLERO

f_perez@uma.es, trinidad@uma.es, r_caballero@uma.es

Departamento de Economía Aplicada (Matemáticas)

Universidad de Málaga

Recibido 21/07/2012

Revisado 22/10/2012

Aceptado 04/12/2012

RESUMEN: En este trabajo desarrollamos un modelo de programación entera 0-1 para seleccionar y planificar, simultáneamente, una cartera de proyectos, de entre un conjunto de propuestas iniciales. Se permite que los proyectos que conforman la cartera se inicien en distintos instantes de tiempo, de acuerdo con las disponibilidades de recursos en cada periodo u otros requisitos de carácter estratégico, político, etc. Además, el centro decisor habitualmente tiene un conocimiento impreciso de ciertos parámetros que aparecen en las restricciones del modelo. Esta incertidumbre la tratamos utilizando la lógica fuzzy. La aplicación del modelo propuesto a un ejemplo de prueba nos permite mostrar su funcionamiento general, así como la utilidad de los resultados obtenidos.

Palabras claves: Cartera de proyectos, Número fuzzy, Planificación.

ABSTRACT: In this work, we develop an integer 0-1 programming model in order to select and plan, simultaneously, a project portfolio from a set of initial candidates. Projects can start at different times depending on resource availability or any other strategic or political requirements. We assume the decision centre has an imprecise knowledge about certain parameters which appear in the model's constraints. This uncertainty has been modeled using fuzzy set concepts. A numerical example is presented to demonstrate its performance and usefulness of the obtained results.

Keywords: Project Portfolio; Fuzzy Number; Scheduling.

1. Introducción

Toda organización requiere un proceso continuado de inversión en proyectos sucesivos y/o simultáneos que aseguren su expansión saneada y rentable. Se trata de una decisión crítica y un fallo al seleccionar los mejores proyectos conlleva dos tipos de costes. Por una parte, en cuanto a los recursos que se han gastado en ellos y, por otra, las pérdidas de beneficios que se podrían haber obtenido si esos recursos se hubieran colocado en buenos proyectos que se han dejado de llevar a cabo por no disponer de recursos adicionales.

En la literatura podemos encontrar una gran diversidad de métodos y técnicas que se pueden aplicar en este contexto (Heidenberger and Stummer, (1999)). A grandes rasgos, podemos distinguir dos grandes bloques. Por una parte, aquellas técnicas que pretenden obtener una cifra representativa del mérito de cada proyecto, y luego la selección se realiza en base a la jerarquía hasta agotar presupuesto (el método scoring (DePiante and Jensen (1999), Coldrick et al. (2005)), la teoría de la utilidad multiatributo (Duarte and Reis (2006)) y el proceso analítico jerárquico (Suh et al. (1994))). Por otra parte, las técnicas de optimización que seleccionan aquellos proyectos que optimizan alguna medida de valor sujeta a un conjunto de restricciones de disponibilidad de recursos, estratégicas, políticas, etc. (Mavrotas et al. (2006), Stummer and Heidenberger (2003))). Esta segunda aproximación tiene la ventaja de que permite incorporar relaciones de interdependencias entre los proyectos (complementariedad, incompatibilidad, sinergias, entre otras), de manera que el valor de una cartera puede ser diferente de la suma de los valores de los proyectos que la componen (Santhanam and Kyparisis (1996)).

Este proceso de selección de una cartera de proyectos se complica cuando el centro decisor desconoce los datos del problema de una forma precisa. En este contexto, encontramos algunos trabajos en la literatura que modelizan esta imprecisión mediante el uso de la lógica difusa (*fuzzy logic*). Damghani et al. (2011) desarrollan una herramienta para seleccionar carteras de proyectos combinando la programación matemática fuzzy con un sistema basado en reglas fuzzy. Huang (2007) proponen un modelo en el que incorporan variables aleatorias cuyas distribuciones de probabilidad vienen caracterizadas por parámetros fuzzy. Wang y Hwang (2007) extienden la aproximación de programación lineal posibilística utilizando la teoría de la posibilidad cualitativa al objeto de incorporar la actitud del centro decisor frente al riesgo.

Por otra parte, no podemos olvidar que este proceso de selección de carteras de proyectos hemos de enmarcarlo dentro de un horizonte temporal, permitiendo que los proyectos que conforman la cartera se inicien en distintos instantes, de acuerdo con las disponibilidades de recursos en cada periodo u otros requisitos de carácter estratégico, político, etc. (Carazo et al. (2010), Gzasemzadeh et al. (1999), Medaglia et al. (2008)).

En este contexto, nuestro objetivo es desarrollar un modelo que ayude en el proceso de selección y planificación de una cartera de proyectos, teniendo en cuenta restricciones de disponibilidad de recursos y diferentes tipos de interacciones entre los proyectos. Dentro de los recursos disponibles, una parte importante se corresponde con los fondos monetarios con que cuenta la organización para hacer frente a la puesta en marcha de los proyectos. Así, los fondos monetarios previstos, necesarios para ejecutar cada proyecto, no son conocidos con certeza por parte del centro decisor, y esta incertidumbre la recogemos modelizando tales fondos (costes) mediante números difusos triangulares. De esta forma, el modelo que presentamos tiene en cuenta que los costes asociados a cada proyecto en cada uno de sus instantes de ejecución son números difusos triangulares que presentan una variabilidad en forma de intervalo de confianza asociado a un nivel¹ α dado.

Dado que nos situamos en un marco de incertidumbre acerca de la exactitud de los datos de partida, se hace indispensable estudiar la solidez de la cartera de proyectos que se seleccione. Por tanto, se realiza un estudio de la solidez de la solución obtenida, de forma que se pueda transmitir al centro decisor una seguridad más exacta acerca de la idoneidad

¹ En este trabajo hemos preferido hablar de nivel de confianza porque es un término que resulta natural a los que trabajan en programación matemática desde ámbitos ajenos a la lógica fuzzy. Sin embargo, en Zimmermann (1996), por ejemplo, pueden encontrarse otras acepciones para referirse al parámetro alfa, tales como “grado de verdad” o, simplemente, “grado de pertenencia” a un conjunto difuso.

Así, en el epígrafe dos realizamos una exposición del modelo teórico desarrollado, analizando en detalle tanto la función objetivo utilizada como las restricciones incluidas. A continuación, en el epígrafe tres presentamos un estudio de la solidez del modelo propuesto anteriormente. Este estudio se hace indispensable ya que, al no poder disponer de datos de partida completamente deterministas, a través de este procedimiento podemos transmitir al centro decisor una mayor seguridad en torno a la cartera de proyectos seleccionada. En el epígrafe cuatro, mostramos el funcionamiento de dicho modelo, aplicándolo a un ejemplo de prueba en el que se realiza una selección y planificación temporal de una cartera de proyectos en la que los coeficientes asociados a las restricciones de recursos son considerados como números difusos, analizando en detalle los resultados obtenidos y la potencialidad mostrada, así como el estudio detallado de la solidez de las carteras de proyectos seleccionadas en función al nivel de confianza. Y, por último, en el epígrafe cinco, concluimos las características más relevantes del estudio realizado y su aplicabilidad a este campo.

2. Modelo matemático

El modelo de programación matemática de variables binarias que presentamos se ajusta a un problema de selección y planificación temporal de una cartera de proyectos en el que una organización ha de decidir, de entre un conjunto de proyectos candidatos, cuáles son los elegidos para llevar a cabo, teniendo en cuenta que el principal objetivo es maximizar los beneficios obtenidos con su elección. Esta selección ha de realizarse, además, considerando que existen unos ciertos límites presupuestarios por periodo temporal, de forma que la suma de los costes asociados al instante de ejecución en el que se encuentren los proyectos seleccionados debe situarse entre las cotas marcadas. Dada la incertidumbre que los costes asociados a la ejecución de los proyectos plantea a las organizaciones, éstos deben modelizarse de forma que se tengan en consideración las variaciones que pueden sufrir con respecto a su cuantificación original. En este trabajo, modelizamos estos coeficientes como números difusos, de forma que consideraremos que los costes asociados a cada proyecto en cada instante temporal son número difusos triangulares que presentarán una variabilidad en forma de intervalo de confianza asociado a un nivel α dado.

Por último, existe otra serie de restricciones que se incluirán en el modelo para tener en cuenta ciertas consideraciones con respecto a la ejecución de los proyectos (instantes de inicio, relaciones de precedencia,...), y que desglosaremos a lo largo de este epígrafe.

De esta forma definiremos, por un lado, la función objetivo que maximizará los beneficios obtenidos por la cartera de proyectos a seleccionar y, por otro, el conjunto de restricciones que nos indicará la factibilidad de dicha cartera.

Con respecto a las variables que utilizaremos en el modelo, dado un horizonte temporal de T periodos y un conjunto de I proyectos sobre los que realizar la selección, definiremos las variables x_{it} de la siguiente forma:

$$x_{it} = \begin{cases} 1, & \text{si el proyecto } i \text{ comienza en el instante } t \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

donde $i = 1, 2, \dots, I$, $t = 1, 2, \dots, T$. De forma general, una cartera vendrá representada por el vector $x = (x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1T}, x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2T}, \dots, x_{I1}, x_{I2}, \dots, x_{IT})$, de $T \cdot I$ variables binarias.

Pasemos, por tanto, a definir primero la función objetivo que maximice los beneficios obtenidos con la elección de la cartera de proyectos y, a continuación, las restricciones incluidas en el modelo.

2.1. Función Objetivo

Supongamos que la organización ha de evaluar los beneficios obtenidos, a lo largo de los T instantes temporales, por la cartera de proyectos seleccionada. Entonces, la función objetivo a utilizar quedaría definida de la siguiente forma:

$$\text{Max } B(x) = \sum_{k=1}^T \left(\sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^k b_{i,k+1-t} \cdot x_{it} + \sum_{j=1}^s g_{jk}(x) \cdot a_{jk} \right) \cdot (1+r)^{-(k-1)} \quad \text{Pr. (1)}$$

donde los coeficientes $b_{i,k+1-t}$ corresponden a los valores originados en la función, en el periodo de tiempo k , por el proyecto i , en el caso de que éste fuera seleccionado y comenzara en el instante t (es decir, el proyecto se encuentra en su instante de ejecución $k+1-t$).

Por otro lado, el segundo sumando que aparece en la función, se corresponde con la variación (incremento o decremento) que generan las interrelaciones o sinergias que puedan darse entre los proyectos seleccionados para conformar la cartera. Para poder considerar dichas variaciones, siguiendo la formulación de Carazo et al. (2010), se establecen conjuntos A_j , $j = 1, 2, \dots, S$, de proyectos independientes en los que el decisor establece tanto el número mínimo (m_j) como el máximo (M_j) de éstos que han de estar activos para que dicha variación se produzca en una cuantía a_{jk} . Así, las funciones $g_{jk}(x)$ toman el valor 1 si el número de proyectos activos en el instante k está comprendido entre los valores m_j y M_j , y el valor 0 en otro caso.

Por último, incluimos una tasa de interés (r) de forma que los beneficios obtenidos en los distintos instantes temporales puedan ser comparados y agregados entre sí de forma directa.

2.2. Restricciones

El conjunto de restricciones que incluimos en el modelo se puede fraccionar en dos grupos, en función de que contengan o no elementos inciertos en su formulación.

2.2.1. Restricciones con elementos inciertos

Estas restricciones son las correspondientes a los recursos disponibles por la organización, esto es, las que controlan la cantidad de presupuesto que se agota en cada instante temporal para un cierto recurso. Para ello, se hace indispensable conocer de forma exacta los costes asociados a cada proyecto en cada uno de sus instantes de ejecución. Sin embargo, tal y como hemos comentado anteriormente, estas cantidades distan mucho de ser precisas en el momento en el que son formuladas, de ahí que se haga necesario algún procedimiento que tenga en cuenta estas incertidumbres en los costes a la hora de seleccionar la cartera de proyectos a llevar a cabo. En nuestro caso, consideraremos que estos datos inciertos se pueden expresar a través de números triangulares difusos en los que, dado un nivel de confianza α , conocemos sus intervalos de variación.

De esta forma, dado un coste cualquiera C , si consideramos que éste representa un dato incierto y notamos por DI la desviación inferior que puede sufrir, y por DS la desviación superior, construimos un número triangular difuso \tilde{C} que expresamos como (DI, C, DS) , cuya función de pertenencia es la siguiente (Zimmermann, 1996):

$$\mu_{\tilde{C}}(\xi) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{DI}(C - \xi), & \xi \in]C - DI, C[, \\ 1 - \frac{1}{DS}(\xi - C), & \xi \in [C, C + DS], \\ 0, & \xi \notin]C - DI, C + DS]. \end{cases}$$

Tal y como se aprecia en la Figura 1, dicho número triangular puede ser descrito por el nivel de confianza $\alpha \in [0, 1]$ de forma que, si $\alpha = 1$ el número triangular se reduce al coste original (C), mientras que si $\alpha = 0$ obtendremos el intervalo de variación completo $([C - DI, C + DS])$.

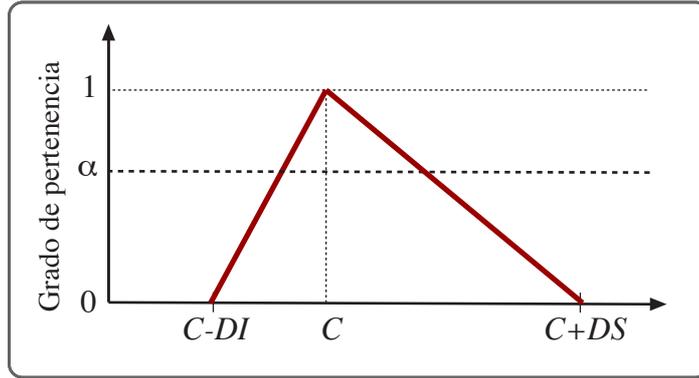


Figura 1. Función de pertenencia de los costes (número triangular difuso)

En nuestro caso, cada coste está asociado a un proyecto en un instante temporal para una categoría de recursos dados. Por tanto, supongamos que $c_{i,u,q}$ representa el coste asociado al proyecto i en su instante de ejecución q , para la categoría de recursos u . Sean, además, $\underline{d}_{i,u,q}$ y $\bar{d}_{i,u,q}$ las desviaciones que estos costes pueden presentar a la izquierda y derecha, respectivamente, de su valor original, de forma que podemos representar el número triangular difuso asociado al coste $c_{i,u,q}$ como la terna: $(\underline{d}_{i,u,q}, c_{i,u,q}, \bar{d}_{i,u,q})$.

Así, dado un nivel de confianza $\alpha \in [0,1]$, el intervalo de variación asociado a cada uno de estos números difusos vendría dado por:

$$[c_{i,u,q} - \underline{d}_{i,u,q} + \alpha \cdot \underline{d}_{i,u,q}, c_{i,u,q} + \bar{d}_{i,u,q} - \alpha \cdot \bar{d}_{i,u,q}].$$

Y, por tanto, podemos parametrizarlos de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \tilde{c}_{i,u,t} = & c_{i,u,t} - \underline{d}_{i,u,t} + \alpha \cdot \underline{d}_{i,u,t} + \lambda \cdot [c_{i,u,t} + \bar{d}_{i,u,t} - \alpha \cdot \bar{d}_{i,u,t} - (c_{i,u,t} - \underline{d}_{i,u,t} + \alpha \cdot \underline{d}_{i,u,t})] = \\ & c_{i,u,t} - (1-\alpha) \cdot \underline{d}_{i,u,t} + \lambda \cdot (1-\alpha) \cdot (\bar{d}_{i,u,t} + \underline{d}_{i,u,t}), \end{aligned}$$

donde $\lambda \in [0,1]$, de forma que, si $\lambda = 0$, nos situaremos en el límite inferior del intervalo que defina el nivel de confianza α ; mientras que, si $\lambda = 1$, el coste elegido será el correspondiente al límite superior definido por el nivel de confianza α . Para cualquier otro valor de λ , el coste asociado al proyecto en el instante t para el recurso u será un punto interior del intervalo de variación definido por α .

Por tanto, si \bar{R}_{uk} y R_{uk} representan, respectivamente, la cantidad del recurso u que la organización puede agotar como máximo y como mínimo en el instante k , tendremos que la restricción asociada al consumo total que puede realizarse, para cada tipo de recurso y cada instante temporal, vendrá dada por:

$$R_{uk} \leq \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^k \tilde{c}_{i,u,k+1-t} \cdot x_{it} \leq \bar{R}_{uk}, \quad u \in \{1, 2, \dots, U\}, \quad k \in \{1, 2, \dots, T\},$$

donde $\tilde{c}_{i,u,k+1-t}$ representa el coste difuso asociado al proyecto i , para el recurso u si dicho proyecto fue seleccionado en t y, por tanto, en el instante k se encuentra en su $k+1-t$ momento de ejecución. Estos coeficientes son números difusos triangulares a los que se les aplica el razonamiento anterior, es decir,

$$\tilde{c}_{i,u,k+1-t} = c_{i,u,k+1-t} - (1-\alpha) \cdot \underline{d}_{i,u,k+1-t} + \lambda \cdot (1-\alpha) \cdot (\bar{d}_{i,u,k+1-t} + \underline{d}_{i,u,k+1-t})$$

dado un nivel de confianza $\alpha \in [0,1]$, y un parámetro $\lambda_u \in [0,1]$, $u \in \{1, 2, \dots, U\}$ para cada restricción de recursos.

Ahora bien, hay determinados tipos de recursos en los que la organización puede estar interesada en trasvasar la parte de aquéllos que no haya sido completamente agotada en un instante temporal al siguiente. De esta forma, la formulación con la que nos encontraríamos sería del tipo:

$$\underline{R}_{uk} \leq \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^k \tilde{c}_{i,u,k+1-t} \cdot x_{it} \leq \bar{R}_{uk} + tasa_u(k) \cdot \left(\bar{R}_{u,k-1} - \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^{k-1} \tilde{c}_{i,u,k-t} \cdot x_{it} \right),$$

$$u \in \{1, 2, \dots, U\}, \quad k \in \{1, 2, \dots, T\},$$

donde los recursos sobrantes de un período temporal son trasvasados al siguiente instante haciendo uso de la correspondiente tasa de interés. O, equivalentemente:

$$\underline{R}_{uk} \leq \sum_{i=1}^I \left(\sum_{t=1}^{k-1} (\tilde{c}_{i,u,k+1-t} + tasa_u(k) \cdot \tilde{c}_{i,u,k-t}) \cdot x_{it} + \tilde{c}_{i,u,1} \cdot x_{ik} \right)$$

$$\leq \bar{R}_{uk} + tasa_u(k) \cdot \bar{R}_{u,k-1},$$

$$u \in \{1, 2, \dots, U\}, \quad k \in \{1, 2, \dots, T\}.$$

Cabe mencionar que tanto el producto de un escalar por un número triangular sigue siendo un número triangular, como la suma de dos números triangulares también continúa siendo un número triangular. Por ello, actualizando los intervalos de variación que se obtienen para cada nuevo número triangular, la formulación anterior no supone cambios en cuanto a la forma en la que tratar con estos números en la metodología propuesta.

Por otro lado, este tipo de recursos también puede venir afectado por la introducción de relaciones de sinergias entre los distintos proyectos que intervengan en el proceso. Estas sinergias podrían reflejar, por ejemplo, el hecho de que varios proyectos compartieran un determinado tipo de recurso de llevarse a cabo al mismo tiempo. Para introducir esta posibilidad, utilizaremos la misma visión de las sinergias que se ha introducido en las funciones objetivo. Así, estableceremos conjuntos B_j , $j = 1, 2, \dots, E$, de proyectos independientes en los que el decisor establece tanto el número mínimo (m_j) como el máximo (M_j) de éstos que han de estar activos para que dicha variación se produzca en una cuantía r_{juk} . Así, las funciones $h_{jk}(x)$ toman el valor 1 si el número de proyectos activos en el instante k está comprendido entre los valores m_j y M_j , y el valor 0 en otro caso.

Por tanto, la formulación anterior quedaría en la forma siguiente:

$$\underline{R}_{uk} \leq \sum_{i=1}^I \left(\sum_{t=1}^{k-1} (\tilde{c}_{i,u,k+1-t} + tasa_u(k) \cdot \tilde{c}_{i,u,k-t}) \cdot x_{it} + \tilde{c}_{i,u,1} \cdot x_{ik} + \sum_{j=1}^e h_{jk}(x) \cdot r_{juk} + tasa_u(k) \cdot \sum_{j=1}^e h_{j,k-1}(x) \cdot r_{j,u,k-1} \right)$$

$$\leq \bar{R}_{uk} + tasa_u(k) \cdot \bar{R}_{u,k-1},$$

$$u \in \{1, 2, \dots, U\}, \quad k \in \{1, 2, \dots, T\}.$$

Así, las restricciones de recursos propuestas incluyen tanto la posibilidad de trasvasar los recursos sobrantes de un instante temporal al siguiente, como la de incluir posibles sinergias que se den entre los proyectos seleccionados.

2.2.2. Otras restricciones del modelo

El resto de restricciones del modelo propuesto son las especificadas a continuación:

a) Restricciones relativas a las sinergias entre proyectos.

Estas dos restricciones nos aseguran que las funciones $g_{jk}(x) = g_{jk}^m(x) \cdot g_{jk}^M(x)$ tomen el valor 1 cuando el número de proyectos activos se encuentre dentro de las cotas m_j y M_j definidas por el decisor, respectivamente.

$$\left(\sum_{i \in A_j} \sum_{t=k-d_i+1}^k x_{it} \right) - m_j + 1 \leq I \cdot g_{jk}^m(x) \leq \left(\sum_{i \in A_j} \sum_{t=k-d_i+1}^k x_{it} \right) - m_j + I \quad j = 1, 2, \dots, S,$$

$$M_j - \left(\sum_{i \in A_j} \sum_{t=k-d_i+1}^k x_{it} \right) + 1 \leq I \cdot g_{jk}^M(x) \leq M_j - \left(\sum_{i \in A_j} \sum_{t=k-d_i+1}^k x_{it} \right) + I \quad j = 1, 2, \dots, S.$$

b) Restricciones lineales temporales.

En ellas, la organización puede incluir aquellas características que considere relevantes sobre los proyectos activos que estén incluidos en la cartera en el instante k . Se definen unos límites inferiores ($\underline{b}(k)$) y superiores ($\bar{b}(k)$), además de la matriz de coeficientes ($B(k)$).

$$\underline{b}(k) \leq B(k) \cdot \begin{pmatrix} \sum_{t=k-d_1+1}^k x_{1t} \\ \vdots \\ \sum_{t=k-d_j+1}^k x_{jt} \end{pmatrix} \leq \bar{b}(k) \quad k = 1, 2, \dots, T.$$

c) Restricciones lineales globales.

Equivalentes a las anteriores, pero sin depender del instante temporal en el que nos encontremos.

$$\underline{b} \leq B \begin{pmatrix} \sum_{t=1}^T x_{1t} \\ \vdots \\ \sum_{t=1}^T x_{jt} \end{pmatrix} \leq \bar{b}.$$

d) Restricciones de obligatoriedad y de unicidad.

Con estas restricciones aseguramos que cada proyecto sólo puede comenzar una única vez y, además, a través de las cotas inferiores (CL_i) se puede forzar la ejecución obligatoria de determinados proyectos.

$$CL_i \leq \sum_{t=1}^T x_{it} \leq 1 \quad i = 1, 2, \dots, I.$$

e) Restricciones sobre el instante de inicio.

Dado un subconjunto E del total de proyectos, con estas restricciones podemos forzar a que determinados proyectos, de seleccionarse, lo hagan en unos determinados instantes temporales definidos por la organización.

$$\rho_i \cdot \sum_{t=1}^T x_{it} \leq \sum_{t=1}^T t \cdot x_{it} \leq \tau_i \quad i \in E.$$

f) Restricciones de precedencia.

Dado un conjunto P_l de proyectos precursores para el proyecto l , éstas restricciones nos aseguran que el proyecto l no puede ser seleccionado si no lo son sus precursores.

$$\sum_{t=1}^T x_{it} \geq \sum_{t=1}^T x_{lt} \quad i \in P_l.$$

De igual forma, podemos modelizar que el proyecto l no pueda ser seleccionado si no han transcurrido, al menos, h_l períodos del inicio de sus precursores, y no más de H_l períodos:

$$\sum_{t=1}^T x_{it} (\sum_{t=1}^T t \cdot x_{it} + h_i) \leq \sum_{t=1}^T t \cdot x_{lt} \leq \sum_{t=1}^T t \cdot x_{it} + H_i \quad i \in P_l.$$

Así, a través de la resolución de este modelo se selecciona, fijado un nivel de confianza por el usuario, la cartera de proyectos óptima a ejecutar por la organización. Ahora bien, dicha cartera de proyectos puede presentar una dependencia muy alta con respecto al nivel de confianza elegido por el centro decisor, de forma que, si dicho nivel sufriera una ligera modificación, la cartera seleccionada puede pasar a ser otra en la que intervengan proyectos distintos a los anteriores. Es por esto por lo que, a continuación, presentamos un estudio detallado de la solidez de las soluciones obtenidas con este modelo.

3. Solidez del modelo

En una primera aproximación, parece claro que la cartera de proyectos seleccionada viene determinada de forma directa por el nivel de confianza que fije el centro decisor. Así, cabe esperar que, en el caso en el que el centro decisor opte por fijar un nivel de confianza relativamente pequeño, el valor de beneficio que obtendrá con la cartera de proyectos seleccionada será mayor al obtenido a través de la cartera que se seleccione fijando un nivel de confianza más elevado. Ahora bien, para poder cuantificar si una variación del nivel de confianza repercute o no en la solución obtenida, hace falta realizar un estudio posterior al planteamiento del problema Pr. (1), en el que se analice la totalidad de carteras solución que se obtendrían a lo largo de todo el intervalo de variación del nivel de confianza.

Así, el estudio que proponemos se realiza de forma paralela a la resolución dicho problema, de forma que, en primer lugar, se calcula la cartera de proyectos óptima al nivel de confianza para $\alpha = 0$ y, a continuación, se resuelve el siguiente problema:

$$\begin{aligned} & \text{Max } \alpha \\ & \text{s.t.: } \underline{R}_{uk} \leq \sum_{i=1}^l (\sum_{t=1}^{k-1} (\tilde{c}_{i,u,k+1-t} + \text{tasa}_u(k) \cdot \tilde{c}_{i,u,k-t}) \cdot x_{it}^* + \tilde{c}_{i,u,1} \cdot x_{ik}^* + \\ & \quad \sum_{j=1}^e h_{jk}(x) \cdot r_{juk} + \text{tasa}_u(k) \cdot h_{j,k-1}(x) \cdot r_{j,u,k-1} \\ & \quad \leq \bar{R}_{uk} + \text{tasa}_u(k) \cdot \bar{R}_{u,k-1}, \\ & \quad u \in \{1, 2, \dots, U\}, \quad k \in \{1, 2, \dots, T\}, \end{aligned} \quad \text{Pr. (2)}$$

donde x_{it}^* representa la cartera óptima seleccionada para el nivel de confianza $\alpha = 0$. Es claro que no es necesario incluir aquí el resto de restricciones del modelo anterior, puesto que se verifican al ser x_{it}^* la cartera solución obtenida en Pr. (1), y ser todas esas restricciones deterministas. Además, dado que la función objetivo del problema Pr. (1) también es determinista, se obtiene de forma directa que el valor de beneficio obtenido no varía.

De esta forma, obtenemos el intervalo de variación del nivel de confianza para el que esa cartera de proyectos es solución del problema original. A continuación, basta resolver de nuevo el problema Pr. (1) fijando para ello un nivel de confianza superior (en la cantidad que el centro decisor estime oportuno) al obtenido en la resolución del problema Pr. (2). Una vez obtenida la nueva cartera de proyectos solución, aplicamos de nuevo el problema Pr. (2) (fijando, en este caso, la última cartera obtenida) para obtener así el intervalo de variación del nivel de confianza para el que dicha cartera de proyectos es solución al problema original.

Este proceso puede continuarse de forma iterativa hasta llegar a la cartera de proyectos solución para la que se llega a alcanzar el nivel de confianza $\alpha = 1$. Como resultado, se obtiene todo un conjunto de carteras de proyectos solución del problema original, en función al nivel de confianza elegido por el centro decisor. Así, se obtiene una primera aproximación a la solidez de las soluciones del problema Pr. (1).

Sin embargo, dado que la incertidumbre que se incluye en el modelo se centra en la variación que pueden sufrir los costes asociados a la ejecución de los proyectos, al centro decisor le es de gran utilidad la información que pueda proporcionársele en cuanto a la solidez de la cartera seleccionada y su relación directa con la variación que sufrirán los costes al nivel de confianza elegido. Para ello, se hace necesario un estudio en profundidad de la solidez de los coeficientes (costes), los cuales, dada la formulación expuesta en el epígrafe anterior, dependen no sólo del nivel de confianza, sino que también vienen determinados por los valores que puedan tomar los parámetros λ_u . Por tanto, la solidez de cada cartera de proyectos solución del problema Pr. (1) viene determinada, en última instancia, por los valores máximos y mínimos entre los que varía cada λ_u para dicha cartera en particular.

De esta forma, a fin de obtener dichos rangos de variación para cada λ_u , planteamos resolver los siguientes problemas para cada cartera solución obtenida en la que se quiera comprobar su solidez a partir de los costes de los proyectos que la componen:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } \lambda_1 \quad \text{Min } \lambda_2 \quad \dots \quad \text{Min } \lambda_U \\
 \text{s.t. :} \quad & \underline{R}_{uk} \leq \sum_{i=1}^I \left(\sum_{t=1}^{k-1} \left(\tilde{c}_{i,u,k+1-t} + \text{tasa}_u(k) \cdot \tilde{c}_{i,u,k-t} \right) \cdot x_{it}^* + \tilde{c}_{i,u,1} \cdot x_{ik}^* + \right. \\
 & \left. \sum_{j=1}^e h_{jk}(x) \cdot r_{juk} + \text{tasa}_u(k) \cdot h_{j,k-1}(x) \cdot r_{j,u,k-1} \leq \bar{R}_{uk} + \text{tasa}_u(k) \cdot \bar{R}_{u,k-1}, \right. \\
 & \left. u \in \{1, 2, \dots, U\}, \quad k \in \{1, 2, \dots, T\}, \right.
 \end{aligned} \tag{Pr. (3)}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } \lambda_1 \quad \text{Max } \lambda_2 \quad \dots \quad \text{Max } \lambda_U \\
 \text{s.t. :} \quad & \underline{R}_{uk} \leq \sum_{i=1}^I \left(\sum_{t=1}^{k-1} \left(\tilde{c}_{i,u,k+1-t} + \text{tasa}_u(k) \cdot \tilde{c}_{i,u,k-t} \right) \cdot x_{it}^* + \tilde{c}_{i,u,1} \cdot x_{ik}^* \right. \\
 & \left. + \sum_{j=1}^e h_{jk}(x) \cdot r_{juk} + \text{tasa}_u(k) \cdot \sum_{j=1}^e h_{j,k-1}(x) \cdot r_{j,u,k-1} \right. \\
 & \left. \leq \bar{R}_{uk} + \text{tasa}_u(k) \cdot \bar{R}_{u,k-1}, \right. \\
 & \left. u \in \{1, 2, \dots, U\}, \quad k \in \{1, 2, \dots, T\}. \right.
 \end{aligned} \tag{Pr. (4)}$$

En la resolución de estos dos problemas se ha fijado tanto la cartera de proyectos solución como un valor para el nivel de confianza que se sitúe dentro del rango de variación otorgado para dicho nivel en el problema Pr. (2).

Así, una vez realizado el estudio completo, bien para una cartera de proyectos, bien para un conjunto de carteras de proyectos, el centro decisor puede disponer de una gran cantidad de información sobre la cual realizar su valoración y elección puesto que, aunque parte de una cierta

incertidumbre en los datos originales, a la finalización del proceso dispone, no sólo del valor del beneficio que le otorga cada cartera de proyectos, sino del rango de confianza en el que ésta sigue siendo cartera óptima y del rango de variación concreto en el que se sitúan los costes para que dicha cartera continúe siendo óptima también.

Por tanto, el modelo final obtenido es un conjunto de problemas de programación matemática en el que parte de las restricciones incluyen elementos inciertos con los que se ha trabajado a partir de la teoría de números difusos y que proporciona tanto las soluciones como la solidez asociada a cada una de ellas. A continuación, aplicaremos el modelo propuesto a un ejemplo de prueba, de forma que nos permitirá mostrar el funcionamiento general del proceso, así como interpretar los resultados obtenidos.

4. Aplicación práctica

Una vez visto el desarrollo teórico del modelo que vamos a aplicar, veremos su funcionamiento sobre un ejemplo que hemos propuesto. La generación de los datos que contiene se ha realizado de forma aleatoria respetando los límites que le hemos impuesto, esto es, 10 proyectos iniciales sobre los que realizar la selección, y 4 instantes temporales a lo largo de los cuales realizar la planificación.

En cuanto al número de restricciones en los que aparecen los coeficientes de costes que hemos formulado como elementos imprecisos, tenemos 3 restricciones diferentes a lo largo de los 4 instantes temporales. En cada una de estas tres restricciones, los decisores evaluarían distintos tipos de costes (materiales, económicos, mano de obra,...) asociados a los proyectos candidatos a ser seleccionados. Los valores que toman estos coeficientes han sido generados aleatoriamente, de forma que corresponderían a los costes que la organización estima que va a suponer la ejecución de cada uno de los proyectos en cada instante temporal. Además, al ejecutar el procedimiento de resolución, se ha indicado que el rango de variación en el que éstos pueden moverse varía entre un 25% por debajo de su valor y un 50% por encima. El considerar que el límite superior se encuentra más lejos del valor estimado que el inferior surge de forma natural al tener en cuenta que, habitualmente, los costes asociados a la ejecución de los proyectos tienden a aumentar en mayor medida a la que tienden a disminuir. Cabe mencionar que, de estas tres restricciones de recursos, dos de ellas presentan únicamente cotas superiores, mientras que la tercera está acotada superior e inferiormente.

Con respecto al resto de restricciones incluidas en el ejemplo ilustrativo, se han introducido dos restricciones lineales temporales (una en el instante 2 y otra en el instante 3) y tres globales. No se ha especificado la obligatoriedad de seleccionar para la cartera ningún proyecto en particular, pero sí se han indicado los límites temporales en los que cada proyecto ha de ser seleccionado. Además, se ha incluido una relación de precedencia en la que el proyecto número 4 no puede ser seleccionado si no lo ha sido, al menos dos periodos antes, el proyecto número 5.

Por último, con respecto a la función objetivo, se ha tenido en cuenta la activación de una posible sinergia en ella en el caso en el que los proyectos 4 y 6 sean seleccionados de forma simultánea para su ejecución en el instante temporal 2. En este caso, no se ha considerado necesaria la introducción de tasas de interés asociadas.

Para la resolución del proceso, y teniendo en cuenta la complejidad del modelo por el alto número de restricciones incluidas, así como la resolución de múltiples problemas en cadena, se ha utilizado un algoritmo heurístico basado en el SS-PMO (Molina et al. 2007) que agilizará la resolución del procedimiento. Dicha resolución se ha llevado a cabo en dos etapas, de forma que, en la primera, se han determinado las carteras óptimas asociadas a los distintos valores que puede tomar el nivel α y, a continuación, se han optimizado los valores de los parámetros λ_u para cada cartera obtenida, tomando distintos valores del nivel de confianza (dentro de sus respectivos rangos de variación).

Los resultados obtenidos en cuanto a los valores alcanzados por la función de beneficios en las carteras óptimas seleccionadas, tal y como se aprecia en la Figura 2, varían dentro del rango [476.96, 612.03] unidades monetarias. Se obtienen, de esta forma, un conjunto de 10 carteras de proyectos óptimas en función a los valores que tome el nivel de confianza. Además, en el eje de abscisas de la Figura 2, también puede apreciarse el intervalo de variación del nivel de confianza para el que dicha cartera de proyectos es eficiente.

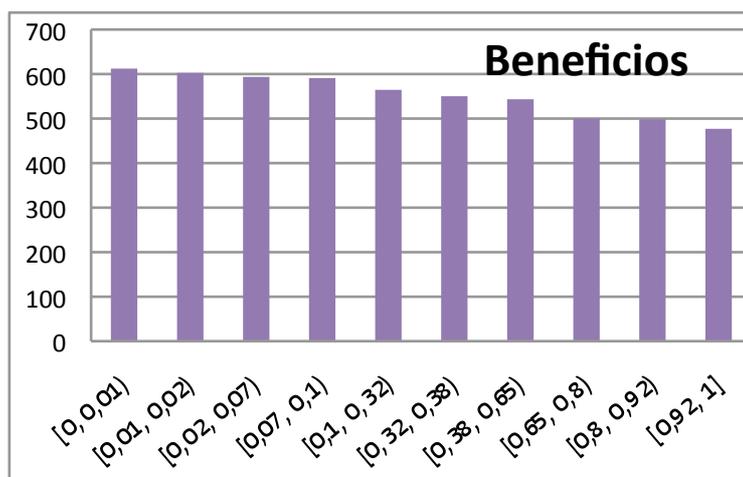


Figura 2. Beneficios obtenidos por las carteras de proyectos óptimas según el nivel de confianza

También se puede observar en la Figura 2 que, como era de esperar, los valores obtenidos en la función objetivo de beneficios van disminuyendo, a medida que los valores otorgados al nivel de confianza van aumentando. Esto se explica fácilmente si observamos la forma en la que hemos construido los intervalos asociados a los coeficientes de costes. Así, cuando pasamos de un nivel de confianza dado a uno superior, lo que en realidad estamos haciendo es disminuir el intervalo que se obtiene asociado a la variación de cada coste en la restricción, quedando este nuevo intervalo encajado dentro del anterior. De esta forma, o bien la cartera eficiente que se obtiene ahora es la misma que en el caso anterior, o bien ésta no puede ser ya alcanzada porque no pertenece al nuevo conjunto de oportunidades, por lo que habría que buscar la nueva solución al problema que, evidentemente, ha de proporcionar unos beneficios menores a los obtenidos anteriormente, ya que, en caso contrario, ésta habría sido la seleccionada en el caso anterior.

[0, 0.1)		[0.1, 0.2)		[0.2, 0.07)		[0.07, 0.1)		[0.1, 0.32)	
Ben.	612.03	Ben.	602.33	Ben.	593.41	Ben.	591.12	Ben.	564.29
Proy.	Ins. Inicio	Proy.	Ins. Inicio	Proy.	Ins. Inicio	Proy.	Ins. Inicio	Proy.	Ins. Inicio
1	3	1	3	1	3	2	3	1	3
2	3	3	3	2	3	3	3	2	3
5	2	5	2	3	3	5	2	5	2
8	3	6	3	5	2	8	3	8	3
10	3	8	3	6	3	10	3		
		9	3	8	4				

[0.32, 0.38)		[0.38, 0.65)		[0.65, 0.8)		[0.8, 0.92)		[0.92, 1]	
Ben.	550.2	Ben.	543.38	Ben.	499.97	Ben.	498.31	Ben.	476.96
Proy.	Ins. Inicio	Proy.	Ins. Inicio	Proy.	Ins. Inicio	Proy.	Ins. Inicio	Proy.	Ins. Inicio
2	3	2	3	1	3	2	3	2	3
3	3	3	3	5	2	3	3	3	3
5	2	5	2	8	3	5	2	5	2
6	3	8	3	9	3	8	4	6	3
8	3					9	3	8	4

Tabla 1: Proyectos que conforman las carteras óptimas

Por otro lado, si nos fijamos en los resultados obtenidos en cuanto a las carteras de proyectos seleccionadas para ser llevadas a cabo a lo largo del horizonte temporal, vemos que están compuestas, en cada caso, por los proyectos que se detallan en la Tabla 1. Además, se han incluido los instantes temporales en los que éstos se inician dentro de la planificación realizada.

Min	λ_1	λ_2	λ_3
$\alpha = 0$	0	0	0.06
$\alpha = 0.01$	0	0	0
$\alpha = 0.02$	0	0	0
$\alpha = 0.06$	0	0	0
$\alpha = 0.07$	0	0	0
$\alpha = 0.09$	0	0	0
$\alpha = 0.1$	0	0	0.25
$\alpha = 0.15$	0	0	0.25
$\alpha = 0.2$	0	0	0.24
$\alpha = 0.25$	0	0	0.24
$\alpha = 0.3$	0	0	0.23
$\alpha = 0.31$	0	0	0.23
$\alpha = 0.32$	0	0	0
$\alpha = 0.37$	0	0	0
$\alpha = 0.38$	0	0	0
$\alpha = 0.43$	0	0	0
$\alpha = 0.48$	0	0	0
$\alpha = 0.53$	0	0	0
$\alpha = 0.58$	0	0	0
$\alpha = 0.63$	0	0	0
$\alpha = 0.64$	0	0	0
$\alpha = 0.65$	0	0	0.1
$\alpha = 0.7$	0	0	0.06
$\alpha = 0.75$	0	0	0
$\alpha = 0.79$	0	0	0
$\alpha = 0.8$	0	0	0
$\alpha = 0.85$	0	0	0
$\alpha = 0.9$	0	0	0
$\alpha = 0.91$	0	0	0
$\alpha = 0.92$	0	0	0
$\alpha = 0.97$	0	0	0
$\alpha = 1$	0	0	0

Tabla 2. Mínimos valores de los parámetros λ_u

Max	λ_1	λ_2	λ_3
$\alpha = 0$	0.03	0	0.13
$\alpha = 0.01$	0	0.15	0
$\alpha = 0.02$	0.14	0.01	0.16
$\alpha = 0.06$	0.14	0	0.15
$\alpha = 0.07$	0.14	0.09	0
$\alpha = 0.09$	0.14	0.08	0
$\alpha = 0.1$	0.07	0.34	0.36
$\alpha = 0.15$	0.06	0.34	0.36
$\alpha = 0.2$	0.04	0.34	0.36
$\alpha = 0.25$	0.02	0.34	0.36
$\alpha = 0.3$	0	0.34	0.37
$\alpha = 0.31$	0	0.34	0.37
$\alpha = 0.32$	0.02	0.12	0.15
$\alpha = 0.37$	0	0.1	0.14
$\alpha = 0.38$	0.19	0.35	0.14
$\alpha = 0.43$	0.18	0.36	0.12
$\alpha = 0.48$	0.16	0.36	0.1
$\alpha = 0.53$	0.15	0.36	0.08
$\alpha = 0.58$	0.12	0.37	0.05
$\alpha = 0.63$	0.1	0.37	0.01
$\alpha = 0.64$	0.09	0.37	0
$\alpha = 0.65$	0.13	0.45	0.31
$\alpha = 0.7$	0.1	0.47	0.31
$\alpha = 0.75$	0.05	0.5	0.3
$\alpha = 0.79$	0	0.53	0.3
$\alpha = 0.8$	0.18	0.64	0.58
$\alpha = 0.85$	0.13	0.75	0.66
$\alpha = 0.9$	0.04	0.96	0.82
$\alpha = 0.91$	0	1	0.88
$\alpha = 0.92$	1	1	0.86
$\alpha = 0.97$	1	1	1
$\alpha = 1$	1	1	1

Tabla 3. Máximos valores de los parámetros λ_u

Realizando una comparación de las diez carteras eficientes obtenidas a lo largo de los distintos valores otorgados al nivel de confianza, podemos comprobar que las carteras que, en general, contienen un mayor número de proyectos son las que se obtienen al otorgar los valores más pequeños a dicho nivel. Además, podemos comprobar que hay 2 proyectos que son seleccionados en todas las carteras (5 y 8) y que, en el caso del proyecto número 5, siempre comienza en el mismo instante temporal, mientras que, en el caso del proyecto número 8, se alternan dos instantes de comienzo. Esto nos llevaría a poder afirmar al usuario que dichos proyectos son firmes candidatos a ser ejecutados pues, a pesar de las posibles variaciones que puedan sufrir los costes que originan, dentro de los límites impuestos, siempre son proyectos seleccionados en la cartera solución del problema.

Por otro lado, los resultados obtenidos también nos permiten realizar un estudio relativo a la estabilidad de la solución obtenida en el caso en el que no se hubieran considerado datos imprecisos, esto es, en el caso en el que el nivel de confianza α es igual a 1. De esta forma, podemos apreciar que la solución obtenida en ese caso es estable, al menos, hasta el valor de α igual a 0.92. Así, si no hubiéramos incluido datos inciertos en la formulación del modelo, la cartera óptima obtenida sólo sería válida en el caso en el que dichos valores realmente estuvieran bien ajustados. En el caso en el que éstos no hubieran sido formulados de forma correcta, o sufrieran variaciones a lo largo del tiempo, sólo podríamos tener certeza acerca de que la solución obtenida fuera la válida en el caso en el que el nivel de confianza de dichos valores fuera de, al menos, 0.92.

Pasamos ahora a comentar los resultados obtenidos al analizar la solidez en relación a la variación real de los costes de cada una de las carteras solución obtenidas. Para ello, se han resuelto los problemas Pr. (3) y Pr. (4) descritos en el epígrafe anterior, fijando varios niveles de confianza dentro del rango de variación de éstos. De esta forma, el objetivo es analizar, para cada cartera solución, las variaciones que sufren los costes en función al nivel de confianza particular elegido por el centro decisor.

A la vista de los resultados obtenidos en las Tablas 2 y 3, podemos ver que, con respecto a la minimización de los valores de los parámetros λ_u , en las dos primeras restricciones de recursos (las cuales no llevaban incluidas cotas inferiores de gasto) las carteras obtenidas siguen siendo solución del problema original, al nivel de confianza dado en cada caso, aunque los valores de dichos parámetros tomen su mínimo valor posible (recordemos que su rango de variación en la parametrización realizada parte desde el valor 0 hasta el valor 1). Sin embargo, en la restricción en la que se incluyó una cota inferior, no para todas las carteras solución, dicho parámetro admite cualquier valor mínimo que se le quiera otorgar, puesto que, por ejemplo, para el caso en el que $\alpha = 0$, el mínimo valor que puede tomar dicho parámetro es 0.06, lo cual indica que los costes asociados a los proyectos en dicha restricción, no alcanzarán la cota inferior de variación del 25% que se formuló para este problema, sino que su mínimo valor será algo mayor a dicha reducción del 25%. Este dato es de gran utilidad para el centro decisor que ha de tomar la decisión acerca de qué cartera de proyectos seleccionar puesto que, de esta forma, la información que se le suministra es completa, proporcionándole, además, una visión más veraz de la realidad en la que se produce la variación de los costes de los proyectos.

En la Tabla 3 podemos ver que, dado que todas las restricciones de recursos poseían cotas superiores para todos sus instantes temporales de ejecución, los valores máximos que pueden tomar los parámetros λ_u quedan acotados para que las carteras asociadas sigan siendo óptimas. De igual forma que se ha comentado anteriormente, el valor de cada parámetro nos indica en qué medida aumentarán los costes de los proyectos para cada restricción de recursos, no llegando, en la mayor parte de los casos, a alcanzar el valor máximo que se fijó en la formulación del ejemplo (un 50% de aumento en relación a su valor).

Además, podemos apreciar también que, dentro de cada intervalo de variación del nivel de confianza asociado a cada cartera solución obtenida, los valores de los parámetros λ_u no coinciden, pues dependen del valor exacto otorgado a la confianza por el centro decisor. Esto lleva a afirmar que la variación real que sufrirán los costes asociados a los proyectos dependerá, dentro de cada cartera solución, del nivel de confianza que, en cada caso, se fije.

4. Conclusiones

El campo de estudio en el que se desarrolla la selección y planificación de carteras de proyectos posee un gran número de características y opciones de evaluación asociadas que propicia que las metodologías que se han utilizado en los últimos años para su manejo sean ricas y variadas. Dentro de esta amplia variedad, aquéllas que utilizan como base la programación matemática permiten, no sólo evaluar una serie de alternativas conforme a unos beneficios o costes asociados sino que, además, posibilitan la inclusión de todas aquellas restricciones sobre el funcionamiento y desarrollo de la cartera de proyectos que el decisor o decisores considere necesarias.

Por otro lado, cuando se realiza una planificación temporal de una serie de proyectos a ejecutar, hay que tener en cuenta que puede existir una cierta imprecisión en la formulación inicial de sus costes asociados, ya que éstos pueden sufrir variaciones a lo largo de los instantes temporales en los que se desarrolle la cartera. Estas variaciones pueden venir dadas por aspectos relacionados directamente con las organizaciones ejecutoras de los proyectos o por aspectos económicos relativos al entorno en el que éstas trabajan (descenso o aumento en los costes de las materias primas, de la mano de obra, del mantenimiento de maquinaria,...).

A la vista de lo expuesto, hemos propuesto un método de selección y planificación temporal de carteras de proyectos en el que hemos dado cabida a todos aquellos aspectos que hemos considerado relevantes para su resolución. Así, el modelo propuesto maximiza los beneficios obtenidos por la cartera de proyectos que se selecciona, al mismo tiempo que permite la introducción de restricciones relativas a aspectos importantes relacionados con la ejecución de los proyectos (proyectos de obligada ejecución, relaciones de precedencia, sinergias, instantes temporales de inicio,...), añadiendo la posibilidad de incluir elementos inciertos en los coeficientes de las restricciones de recursos, que son aquéllas que limitan los costes totales generados por los proyectos activos en cada instante temporal.

Esta formulación se ha realizado considerando que estos costes son números triangulares difusos de forma que, dado un nivel de confianza, se les asocia unos intervalos de variación, limitados a unos costes mínimos y máximos fijados por el decisor o decisores. Dicha formulación ha sido enriquecida, además, con un estudio en profundidad acerca de la solidez de las soluciones obtenidas para cada nivel de confianza, lo que, por tanto, nos ha llevado a conocer con exactitud el rango de variación real que cada coste de cada proyecto experimentará con la elección de una cartera de proyectos y un nivel de confianza asociado.

El funcionamiento del modelo propuesto ha sido probado sobre un ejemplo generado de forma aleatoria sobre el que se han obtenido las soluciones asociadas a lo largo de todo el rango de variación del nivel de confianza α . Los resultados obtenidos de esta forma, además, nos llevan a poder realizar un análisis en mayor profundidad acerca de la posible estabilidad asociada a la cartera de proyectos que resultaría seleccionada en el caso en el que los costes de los proyectos se consideraran datos fijos y no imprecisos ($\alpha = 1$). Además, se ha realizado una simulación del estudio de la solidez en la solución obtenida para ciertos valores del nivel de confianza, lo que nos ha llevado a comprobar la potencialidad del procedimiento descrito y la completa información que proporciona al centro decisor para la elección de la cartera de proyectos a llevar a cabo.

Referencias bibliográficas

1. Carazo, A. F., Gómez, T., Molina, J., Hernández-Díaz, A., Guerrero, F. y Caballero, R. Solving a comprehensive model for multi-objective project portfolio selection. *Computers and Operations Research*, **37** (2010) 630-639.
2. Coldrick, S., Longhurst, P., Ivey, P.C. y Hannis, J. An R&D options selection model for investment decisions. *Technovation*, **25**(3) (2005) 185-193.
3. Damghani, K. K., Sadi-Nezhad, S. y Aryanezhad, M.B. A modular Decision Support System for

- optimum investment selection in presence of uncertainty: Combination of fuzzy mathematical programming and fuzzy rule based system. *Expert Systems with Applications*, **38** (2011) 824-834.
4. Duarte, B. P. M. y Reis, A. Developing a project evaluation system based on multiple attribute value theory. *Comp. and Oper. Res.*, **33**(5) (2006) 1488-1504.
 5. Ghasemzadeh, F., Archer, N. y Iyogun, P. A zero-one model for project portfolio selection and scheduling. *J. Oper. Res. Soc.*, **50**(7) (1999) 745-755.
 6. Heidenberger, K. y Stummer, C. Research and development project selection and resource allocation: a review of quantitative modelling approaches. *Int. J. Management Reviews*, **1** (1999) 197-224.
 7. Huang, X. Optimal project selection with random fuzzy parameters. *Int. J. Production Economics*, **106** (2007) 513-522.
 8. Mavrotas, G., Diakoulaki, D. y Caloghirou, Y. Project prioritization under policy constraints. A combination of MCDA with 0-1 programming. *Eur. J. Oper. Res.*, **171** (2006) 296-308.
 9. Medaglia, A.L., Hueth, D., Mendieta, J.C. y Sefair, J.A. A multiobjective model for the selection and timing of public enterprise projects. *Soc-Econ. Sched. Sci.*, **42**(1) (2008) 31-45.
 10. Molina, J., Laguna, M., Martí, R. y Caballero, R. SSPMO: A Scatter Tabu Search Procedure for Non-Linear Multiobjective Optimization. *INFORMS. Journal on Computing*, **19**(1) (2007) 91-100.
 11. Santhanam, R. y Kyparisis, J. A decision model for interdependent information system project selection. *Eur. J. Oper. Res.*, **89**(2) (1996) 380-399.
 12. Stummer, C. y Heidenberger, K. Interactive R&D portfolio analysis with project interdependencies and time profiles of multiple objectives. *IEEE Trans. Eng. Management*, **50**(2) (2003) 175-183.
 13. Suh, C., Suh, E. y Baek, K. Prioritizing telecommunications technologies for long-range R&D scheduling to the year 2006. *IEEE Trans. Eng. Management*, **41**(3) (1994) 264-275.
 14. Wang, J. y Hwang W.L. A fuzzy set approach for R&D portfolio selection using a real options valuation model. *Omega*, **35** (2007) 247-257.
 15. Zimmermann, H. J. *Fuzzy Set Theory and its Applications*, 3rd Edition (Kluwer Academic Publishers, Boston 1996).