

Poincaré: ciencia, matemáticas y realismo estructural

Carlos M. Madrid Casado

Poincaré. Matemático visionario, politécnico escéptico, de JAVIER de LORENZO, MADRID, NIVOLA, 2009, 208 pp., 21,63€.

I. POINCARÉ. VIDA Y DOCTRINA

Javier de Lorenzo, matemático y filósofo, vuelve en este libro de reciente publicación a estudiar la figura de Henri Poincaré (1854-1912). Poincaré fue, desde luego, el último matemático generalista. A diferencia del especialista, una curiosidad universal le llevó a investigar temas de Análisis, Ecuaciones Diferenciales, Grupos, Topología, Mecánica Celeste y Física Matemática, así como de Filosofía, Enseñanza y Divulgación de las Ciencias. La principal tesis del libro de De Lorenzo es, precisamente, que existe una marcada continuidad entre su concepción de las ciencias matemáticas y de las ciencias físicas. En efecto, tanto en *Ciencia e hipótesis* (1902), *El valor de la ciencia* (1905) o *Ciencia y método* (1908) como en sus póstumos *Últimos Pensamientos* (1913), el pensamiento de Poincaré aparece siempre dotado de una unidad sistemática, aunque el foco de atención vaya del Número a la Naturaleza, pasando por el Espacio y la Fuerza. La *doctrina de Poincaré* consiste en un constructivismo: intuicionista, en el caso de la matemática; estructuralista, en el caso de la física.

Tras una somera introducción, el Capítulo 1 nos traslada al Primer Congreso Internacional de Matemáticos (Zurich, 1897), donde Poincaré expone su programa marco para el desarrollo de las matemáticas. Un entorno programático que encontrará respuesta en los 23 problemas futuros de las matemáticas dados a conocer por Hilbert en el Segundo Congreso (París, 1900). Enfrentado a Poincaré, Hilbert buscará una matemática “pura”, sin contaminación. Y es que, para Poincaré, la matemática posee un triple fin: físico, filosófico y hasta estético, se atreve a decir nuestro protagonista. La matemática vive en contacto con la física, a la que aporta instrumentos y de la que recibe ayuda (no en vano, Poincaré llegó a “demostrar” algún teorema matemático sirviéndose de consideraciones físicas, de fluidos y cintas...). Pe-

ro la matemática no debe cultivarse sólo por sus aplicaciones, puesto que sin teoría la investigación y el progreso se estancan. Además, el matemático debe ayudar al filósofo a profundizar las nociones de número, espacio y tiempo.

Aún más, el matemático y, en general, el científico guardan ciertas obligaciones para con la sociedad en que realizan su faena. Así, De Lorenzo recuerda que Poincaré actuó como cabeza de la comisión de expertos encargada por el Tribunal Supremo de Francia para determinar si las pruebas grafológicas contra el Capitán Dreyfus eran definitivas. Estamos ante el famoso “J’Accuse...!” de Zola. Poincaré estudió las pruebas grafológicas y concluyó que no eran científicas, lo que decidió la libre absolución de Dreyfus. “Un alegato a lo Sokal, pero un siglo antes...” [De Lorenzo (2009), p. 43]. El científico no debe someterse nunca a un dogma, ni a un partido, ni a una pasión, ni a nada, si no es a los hechos mismos.

La ciencia es, para Poincaré, neutral con respecto a la ideología, contra la opinión de Le Roy y Duhem, quienes tergiversan la ciencia y su historia al servicio de la religión, llegando a proponer una “física del creyente” tamizada de instrumentalismo. La ciencia se guía por unos valores intrínsecos –eficacia predictiva, fecundidad, simplicidad, coherencia– que poco o nada tienen que ver con valores externos –ideológicos, políticos, religiosos–. Pero estos valores internos –entre los que Poincaré no cuenta la verdad– son, es cierto, múltiples. Curiosamente, como se encarga de recordar De Lorenzo (2009, p. 50), la lista de Poincaré coincide con la que Kuhn adoptará como canónica en *La estructura de las revoluciones científicas*.

II. INTUICIONISMO MATEMÁTICO

El Capítulo 2 está dedicado al constructivismo intuicionista matemático. El número natural es, de acuerdo con Poincaré, el único objeto fruto totalmente del pensamiento matemático; puesto que el continuo o la noción de grupo nos vienen impuestos desde fuera, por la experiencia. Pero, junto a la intuición objetiva del número, aparece la intuición operativa del principio de inducción, el razonamiento matemático por excelencia. La inducción distingue la matemática de la lógica. La matemática no es una inmensa tautología en que cada proposición puede deducirse de otra mediante las reglas de la lógica formal; porque la demostración por inducción conlleva un salto lógico, el de la prueba de infinitos silogismos (para $n = 1, 2, 3, \dots$). La demostración no es analítica ni estéril, como la verificación (que Poincaré asemeja con una máquina de fabricar salchichas), sino sintética y fecunda, ya que es creativa. Poincaré compara la matemática y la lógica con el ajedrez: las reglas del ajedrez, como las de la lógica, nos dicen qué movimientos puede hacer cada jugador, pero no explican por qué hace éste y no aquél. La existencia matemática

no se reduce, por tanto, a que la definición esté exenta de contradicción, porque la construcción ha de estar motivada.

A continuación, De Lorenzo describe, siguiendo a Poincaré, cómo la especie humana se ha visto obligada a construir el continuo a partir de lo discreto (la recta de los números *reales* a partir de los números *racionales*), para superar la contradicción entre lo matemático –discreto– y lo físico –continuo–, que actúa como acicate (la línea física preexiste al punto matemático, afirma en *Ciencia e hipótesis*). Esta contradicción discreto/continuo cruza de cabo a rabo las ciencias naturales (dualidad partícula/onda, debate atomistas/energetistas, etc.), y tiene su origen en la matemática.

Y, al igual que el continuo, la noción de grupo proviene del mundo exterior (los movimientos de nuestro cuerpo juegan un papel preponderante en su génesis). Aunque esta noción es un a priori sintético, que –como se encarga de subrayar De Lorenzo (2009), p. 88– Poincaré encuentra en todos sus campos de trabajo (funciones fuchsianas, topología, relatividad especial...). Precisamente, una de sus grandes creaciones será el Grupo de Poincaré o Grupo de Homotopía, denotado por la letra griega Π en su honor.

La geometría es, en consecuencia, el estudio de un grupo de transformaciones. Así, frente a la opinión de Frege, que equipara la geometría no euclídea con la alquimia o la astrología, Poincaré defiende que no es más que el estudio de cierto grupo entre todos los posibles (proyectivo, topológico, euclídeo, hiperbólico de Riemann, elíptico de Lobachevski...) y construye varios modelos de geometrías no euclídeas (por ejemplo, el disco de Poincaré). La privilegiada geometría métrica euclídea no es la verdadera sino, simplemente, la más sencilla; porque el espacio que caracteriza es de curvatura cero, lo que simplifica todas las fórmulas. Preguntar por su verdad es como preguntarnos si el sistema de numeración decimal es más verdadero que el binario, o si el sistema de coordenadas cartesiano lo es más que el polar. “Una geometría no puede ser más verdadera que otra; solamente puede ser *más cómoda*” [Poincaré (2002), p. 103]. No se trata, pues, de una cuestión susceptible de verdad, sino de comodidad en el estudio de los fenómenos. En efecto:

Nuestra geometría no es más que una especie de convención de lenguaje; podríamos enunciar los hechos mecánicos relacionándolos con un espacio no euclídeo, que sería una referencia menos cómoda, pero tan legítima como nuestro espacio ordinario; el enunciado se volvería así mucho más complicado, pero siempre sería posible [Poincaré (2002), p. 138].

El espacio es amorfo, una forma flácida, sin rigidez, adaptable a todo y carente de propiedades por sí mismo. Es la conceptualización de las relaciones entre los cuerpos lo que lo dota de estructura. La doctrina de Poincaré consiste, en este punto, en aunar el convencionalismo geométrico con la teoría relacional del espacio, recuperando a Leibniz frente a Newton, Kant y

Einstein (quien, pasado el tiempo, reconocería que Poincaré tenía razón *sub specie aeterni*).

A partir de 1902, Poincaré dejará de ser expositivo para convertirse en crítico de quienes le tachan de retrógrado e ignorante del hacer matemático. Así, Russell y Zermelo, según nos cuenta De Lorenzo (2009), p. 108. Pese a traducir y adaptar los trabajos de Cantor al francés, acuñando el término *ensemble*, Poincaré habrá de hacer frente a los epigramas en su contra de la corriente logicista o pasigráfica, engendradora de monstruos y antinomias a causa del impredicativismo de sus definiciones (consistente en definir x por referencia a un conjunto al que x pertenece). Asimismo, Poincaré acusará de tramposo al formalismo, porque el método axiomático nunca es creador. No es un instrumento conceptualizador original, pues disfraza y oculta lo que quiere axiomatizar (Hilbert, dirá, tiene siempre presente la geometría euclídea en sus *Fundamentos de Geometría*, aunque lo niegue). Para Poincaré, se nace matemático, como se nace analista o geómetra, esto es, lógico o intuitivo, partidario del rigor deductivo o de la intuición; pero hasta el analista puro –que, como Hermite, puede pasar sin imágenes– precisa de la intuición para guiarse, para ser creador. Aunque jamás se llamó “intuicionista”, Poincaré ha pasado a la historia de los fundamentos de la matemática como uno de los máximos exponentes del intuicionismo (constructivismo).

III. CONVENCIONALISMO CIENTÍFICO

Por último, el Capítulo 3 aborda el constructivismo estructural científico de Poincaré, que no puede desligarse de su constructivismo intuicionista matemático. No hay corte entre ambos, subraya De Lorenzo en el libro. Para Poincaré, las teorías científicas son sistemas proposicionales y sus primeros principios no son verdaderos ni falsos, pero no por ello son arbitrarios. Son convenciones, al igual que las geométricas, que quedan justificadas en función de su utilidad para la predicción en el dominio experimental. Las experiencias conducentes a adoptar uno u otro principio, aunque siempre insuficientes, tienen la última palabra. Poincaré se pregunta:

¿La ley de aceleración, la regla de la composición de fuerzas, no son, pues, sino convenciones arbitrarias? Convenciones, sí, arbitrarias, no; lo serían si se perdieran de vista las experiencias que han conducido a los fundadores de la ciencia a adoptarlas y que, por imperfectas que sean, bastan para justificarlas [Poincaré (2002), p. 154].

Pero ante ciertos experimentos –por ejemplo, lumínicos– pueden revisarse, o bien los principios físicos –las leyes de la luz, en este caso–, o bien la geometría usada como convención:

Lo que se llama línea recta en astronomía es simplemente la trayectoria de un rayo luminoso. Si, pues, lo que parece imposible, se llegase a descubrir paralajes negativos o a demostrar que todas las paralajes son superiores a cierto límite, se tendría que elegir entre dos conclusiones: podremos renunciar a la geometría euclidiana o bien modificar las leyes de la óptica y admitir que la luz no se propaga rigurosamente en línea recta [Poincaré (2002), pp. 123-124].

Con otros términos, para Poincaré, cualquier complejo teórico T de la mecánica, de la electrodinámica o de la óptica está formado por la conjunción de una geometría G y un conjunto de hipótesis físicas H , esto es, $T = G + H$. Si H es refutado empíricamente, se abren dos opciones para salvar T : o bien reemplazar la geometría G por otra geometría G^* ; o bien modificar alguna parte de H . Los complejos teóricos alternativos son $T_1 = G^* + H$ y $T_2 = G + H^*$, que resultan *empíricamente equivalentes* pero *lógicamente incompatibles* (Tesis Duhem-Quine).

Ahora bien, aunque los hechos son los hechos, la ciencia no trata de los hechos en general, en bruto. El científico siempre discrimina qué hechos tratar. De Lorenzo acierta al apuntar que el empirismo de Poincaré no es, salvo retórica, nada ingenuo. Así, por ejemplo, si alguien entra en un laboratorio sin estar previamente entrenado, no sabrá decir si pasa o no corriente eléctrica por un determinado dispositivo. La enseñanza de cómo experimentar, de cómo domeñar los hechos, es primordial. Pero, aunque la frontera no es precisa, el científico no crea el hecho científico *ex nihilo*, lo hace a partir de un hecho bruto y, por tanto, no puede hacerlo libremente. A la manera que “por hábil que sea el obrero, su libertad está siempre limitada por las propiedades de la materia prima sobre la cual opera” [De Lorenzo (2009), p. 179].

Además, Poincaré, buen observador de la ciencia de su tiempo, advirtió en sus *Últimos Pensamientos* que la teoría cuántica iba camino de producir la revolución más profunda en la filosofía natural desde Newton: si había una discontinuidad esencial, las leyes de la física no podrían ser ya expresadas como ecuaciones diferenciales. Y, gracias a su estudio del problema de los tres cuerpos, Poincaré se topó cara a cara con el caos, descubriendo que el determinismo y la predecibilidad no van de la mano. La percepción de estos límites llevó a este matemático visionario a ser, tomando prestada la expresión de De Lorenzo que da subtítulo al libro, un *politécnico escéptico*. Su convencionalismo geométrico y científico fue duramente criticado en la época, y aparentemente aceptado por Le Roy y Duhem, quienes lo extremaron en un nominalismo radical que convierte la ciencia en mero recetario pragmático que palidece frente a la religión. Pero Poincaré siempre fue un racionalista convencido, para quien “el pensamiento no es más que un relámpago en medio de la larga noche. Pero ese relámpago lo es todo” [De Lorenzo (2009), p. 203].

IV. ¿REALISMO O CONSTRUCTIVISMO ESTRUCTURAL?

En resumen, dentro del ámbito de la filosofía de la ciencia, Poincaré fue –según afirma De Lorenzo (2009, p. 202)– un “constructivista estructural ontológico”. Calificativo que –según quiero remarcar– le cuadra mucho más que el de “realista estructural” que le atribuyen John Worrall (1989), Elie Zahar (2001), Barry Gower (2000) y el resto de filósofos analíticos partidarios del “realismo estructural” tan en boga a día de hoy, con la única excepción de Mary Domski (1999)¹.

El término “realismo estructural” fue acuñado por Grover Maxwell en 1968 para referirse a la posición de Russell y, con posterioridad a la puesta al día por Worrall (1989), Poincaré, Duhem, Dingler y Eddington han sido propuestos como realistas estructurales. Es cierto que existe evidencia textual para ligar a Poincaré con esta nueva variante del realismo científico; porque, a su entender, la realidad cognoscible no son las cosas mismas, sino únicamente las relaciones entre las cosas, es decir, las estructuras; puesto que las leyes científicas, al venir dadas por medio de ecuaciones diferenciales, no marcan sino relaciones (estructuras) constantes entre el fenómeno de hoy y el de mañana. La ciencia es, por consiguiente, un sistema de relaciones, de estructuras.

Poincaré sustenta que el escéptico –el antirrealista, diríamos ahora– se equivoca al creer que los conceptos científicos son invenciones libres; porque:

Si fuera así la ciencia sería impotente. Ahora bien, la vemos diariamente obrar ante nuestros ojos. Esto no podría ser así si no nos hiciera conocer algo de la realidad; pero lo que puede alcanzar no son las cosas mismas, como piensan los dogmáticos ingenuos, sino solamente las relaciones entre las cosas; fuera de estas relaciones no hay realidad cognoscible [Poincaré (2002), p. 53].

Para los realistas estructurales, los componentes convencionales que Poincaré adscribe a las teorías científicas irían disminuyendo según nos desplazamos hacia lo empírico. Poincaré sería convencionalista con respecto a la geometría y los principios físicos, pero realista con respecto a las relaciones o estructuras que muestra el estudio de los fenómenos físicos.

Sin embargo, pese a estas evidencias, la afirmación de que las teorías científicas buscan la verdad –una afirmación requerida por cualquier posición realista– está completamente ausente de la epistemología de Poincaré, como señala De Lorenzo (2009), p. 49. En efecto, las ecuaciones diferenciales expresan relaciones y si estas ecuaciones siguen siendo válidas, es que las relaciones siguen siendo reales. Pero esta estructura de relaciones no es descubierta en el mundo sino inventada por el científico. Éste construye estructuras que, luego, proyecta en el mundo. Y la aceptación de una u otra estructura no implica que sea verdadera, sino sólo que es más útil, cómoda, sencilla y/o fecunda en nuestro trato con la naturaleza. Porque la *physis*, al

igual que el espacio, carece de estructura, y sólo la adquiere cuando conceptualizamos el sistema de relaciones entre sus objetos. De este modo, por ejemplo, no puede decirse que la estructura dada por la ley de caída de los graves sea descubierta, como si el mundo estuviera escrito en caracteres matemáticos o matematizables, sino más bien que es una idealización que imponemos al mundo –negando, por ejemplo, la resistencia del aire– para aprehender aproximadamente su funcionamiento. Para Poincaré, afirmar la verdad de una relación física carece de sentido *per se*, si no es dentro de una estructura, como carece de sentido afirmar que la proposición que expresa que la suma de los ángulos de un triángulo es 180° es verdadera si no es dentro de la geometría euclídea [De Lorenzo (2009), p. 154].

Queda muy lejos de Poincaré, pese a su énfasis en la estructura como constante matemática a través del cambio en física, creer que el mundo posee una estructura que nuestras teorías científicas capturan o representan; porque él es –como dice De Lorenzo (2009, p. 137)– “un pragmatista en lo ontológico”, consciente de que toda clasificación presupone la participación activa de un clasificador. Y es que la teoría de la física de Poincaré no puede deslindarse de su teoría de la matemática, advertencia que suele pasar inadvertida, como De Lorenzo pone de relieve a lo largo de todo el libro. De igual manera que pasa con las estructuras geométricas, no toda estructura física es válida para la naturaleza (la experiencia evita la arbitrariedad en la elección); pero, aún así, la naturaleza puede recibir diferentes estructuras físicas –como diferentes geometrías (euclídea o no euclídea)–, que no tienen por qué ser completamente equivalentes y quedan sujetas a revisión.

Es más, frente a Domski (1999), tampoco creemos que Poincaré pueda ser clasificado como “empirista estructural”: para el matemático y filósofo francés, las teorías no buscan la verdad pero tampoco la mera adecuación empírica, salvar los fenómenos. Para Poincaré, el tema es más delicado. En la construcción de las teorías científicas hay una complicada dialéctica de idealización, experimento y elección de convenciones.

Concluyo. El estructuralismo de Poincaré es, desde luego, mucho más sofisticado y complejo de lo que se les aparece a los padres del realismo estructural; porque se encuentra más allá del realismo y del empirismo estructural. Es, en suma, nada moderno y muy siglo XXI. Y, a nuestro juicio, De Lorenzo acierta plenamente al acuñar un nuevo término para designarlo: el *constructivismo estructural* [De Lorenzo (2009), p. 202].

Departamento de Matemáticas
Instituto Lázaro Cárdenas
C/ Isla Sálvora 153, Collado Villalba
E-28040, Madrid
E-Mail: carlos.madrid@educa.madrid.org

NOTAS

¹ Cf. Madrid Casado (2009) para una presentación y un análisis del realismo estructural.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- DE LORENZO, J. (2009), *Poincaré. Matemático visionario, politécnico escéptico*, Madrid, Nívola.
- DOMSKI, M. (1999), "The Epistemological Foundations of Structural Realism: Poincaré and the structure of relations", texto de la ponencia presentada en el Taller de Historia y Filosofía de la Ciencia de la Universidad de Leeds.
- GOWER, B. (2000), "Cassirer, Schlick and 'Structural' Realism: The Philosophy of the Exact sciences in the Background to Early Logical Empiricism", *British Journal for the History of Philosophy*, 8, pp. 71-106.
- MADRID CASADO, C. M. (2008), "El Realismo estructural a debate: matemáticas, ontología y representación", *Revista de Filosofía*, 33/2, pp. 49-66.
- POINCARÉ, H. (2002), *Ciencia e hipótesis*, Madrid, Espasa-Calpe (con introducción a cargo de Javier de Lorenzo).
- WORRALL, J. (1989), "Structural Realism: The Best of Both Worlds?", *Dialectica*, 43, pp. 99-124. Reimpreso en Papineau, D. (ed.) (1998), *The Philosophy of Science*, Oxford, University Press, pp. 139-165.
- ZAHAR, E. (2001), *Poincaré's Philosophy: From Conventionalism to Phenomenology*, Chicago, Open Court.

RESUMEN

El objetivo de esta nota crítica es analizar el libro *Poincaré. Matemático visionario, politécnico escéptico* de Javier de Lorenzo (2009). El libro saca a la luz los aspectos estructuralistas de su visión de la ciencia. John Worrall (1989) y otros se refieren a Poincaré como el principal precursor de una concepción realista de la ciencia denominada *realismo estructural*. A mi entender, su posición queda mejor caracterizada como una forma de *constructivismo estructural*, un término acuñado por De Lorenzo.

PALABRAS CLAVE: *intuicionismo, convencionalismo, realismo estructural, constructivismo estructural.*

ABSTRACT

The aim of this critical note is to review Javier de Lorenzo's book *Poincaré. Matemático visionario, politécnico escéptico* (2009). The book highlights the structuralists aspects of his view of Science. John Worrall (1989) *et alii* refer to Poincaré as the most enlightened precursor of a realist conception of science called *structural realism*. I defend his position may be better characterized as a form of *structural constructivism*, a term coined by De Lorenzo.

KEYWORDS: *Intuitionism, Conventionalism, Structural Realism, Structural Constructivism.*