PARA UNA TEORÍA GENERAL DE MODELOS

H. Stachowiak

La palabra "Modelo" tiene en la axiomática matemática, así como en la Lógica y Metamatemática, al menos desde las investigaciones revolucionarias de Alfred Tarski sobre Semántica formal, un significado determinado, bien conocido de Vds. Cuando en esta comunicación se hable de "modelos" no se estará aludiendo, o al menos no sólo, a este concepto tarskiano de modelo. Con la *Teoría general de Modelos,* cuyos fundamentos quisiera bosquejar aquí grosso modo, se intentará más bien construir un concepto de modelo que sea tan amplio que abarque las formas siguientes: por parte de las ciencias formales, los modelos de Cobertura de sistemas de axiomas, considerados como entidades de teoría de conjuntos, y también los sistemas de axiomas, abstraídos mediante la formación de clases de equivalencia, considerados como entidades lingüísticas; por parte de las ciencias empíricas, los modelos empíricos, que acontecen con una multiplicidad de formas y que podrán ser objetos dados naturalmente o construidos técnicamente o también descripciones lingüísticas de tales objetos.

Una teoría de modelos, tan ampliamente entendida, constituye un modelo —exactamente, un metamodelo— que trata de un dominio de objetos inusitadamente amplio que abarca potencialmente toda entidad perceptible o pensable.

Permítanme, en primer lugar, que caracterice brevemente las nociones filosóficas fundamentales y el instrumental de esta teoría general de modelos. El punto de partida filosófico es un racionalismo crítico,[1] que evita su autoalienamiento

[1] Representado actualmente, ante todo, por K. R. Popper, 1966. Cfr. también H. Albert, 1968.

dialéctico en favor de la exactitud semántica.[2] El principio de exactitud requiere la aristotelización fundamental del instrumental lógico. La fecundidad de un proceso de pensamiento dialéctico —y muchos de tales procesos de pensamiento tienen pleno valor heurístico— tiene como presupuesto necesario, según esto, su explicabilidad en la trama de conceptos de la lógica "lineal" no-dialéctica.

Quien, bajo los presupuestos filosóficos citados, investigue los productos cognitivos de las teorías de las ciencias empíricas, caerá rápidamente en un convencionalismo. Si se siguen los análisis de Karl Popper, entonces se trata de un convencionalismo de las proposiciones básicas, que con el criterio de corroboración popperiano para las teorías de las ciencias empíricas llega a las proximidades de un pragmatismo. Con todo, Popper cree todavía en una tarea puramente intelectual de la ciencia.[3]

La continuación consecuente de su racionalismo crítico muestra, sin embargo, para todo producto cognitivo la ineliminable dependencia de datos subjetivos pragmáticos, en particular de las intenciones e intereses del sujeto cognoscente concreto. La necesidad de la relativización pragmática de los productos cognitivos está justificada, por otra parte, desde consideraciones crítico-lingüísticas y semiótico-lingüísticas: es el "conceptual framework", como dice Carnap,[4] del que depende esencialmente el producto cognitivo y que acuña esencialmente nuestro modo de ver el objeto a conocer.

Con esto se hará también problemática la creencia popperiana en un motivo unitario y absoluto del conocimiento, un "conocimiento por gracia de sí mismo". En esta situación parece conveniente sustituir aquel motivo utópico por un repertorio fundamentalmente abierto de motivos operacionales de conocimiento.

Esto nos lleva a la *concepción de modelo del conocimiento*: todos nuestros productos de conocimiento son mo-

[2] Cfr. el postulado fundamental de la univocidad de los correlatos semánticos en H. Stachowiak, 1969, p. 113 ss.

[3] K. Popper, 1966, p. 225.

[4] R. Carnap, 1950.

delos; por tanto, en primer lugar, son imágenes de ciertos originales; en segundo lugar, sólo reproducen selectivamente estos originales, más o menos "cercenados", y ejercerán su función presentadora del original sólo para determinados sujetos, en tiempos determinados y mediante operaciones determinadas y, por consiguiente, con propósitos y fines determinados. De modo que dichos originales son sólo construcciones según modelos, caracterizados la mayoría de las veces por la multiplicidad y otras muchas por la universalidad de aspectos, frente a los modelos científicos. Precisamente, la "pobreza de aspectos" es una de las características principales del modelar metódico.

Denomino *Modelismo* a la concepción de que el saber y el conocer no pueden llegar más allá de tal modelar. Se trata evidentemente de un escepticismo radical. Sin embargo, lo que respecto del concepto trascendente de verdad aparece como una carencia negativa y decepcionante, desde el punto de vista antropológico puede valorarse positivamente. Precisamente en cuanto introduce los intereses del hombre en el producto cognitivo nos proporciona un nuevo grado de libertad y responsabilidad. Conocimiento y Ética se aproximan. La "Teoría del Conocimiento" se convierte en un sistema normativo abierto,[5] renovado continuamente a través de una permanente discusión. También se aproximan conocimiento y planificación, medio y propósito, camino y meta.

La teoría general de modelos es la *Lógica* del modelismo. Describe formas y estructuras del modelar. Sus medios los toma, por una parte, de una teoría general de Atributos; por otra, de la Lógica Matemática. El instrumental lógico procede, ante todo, de la Lógica de Clases, de la Lógica de Predicados y de la Lógica Pragmática orientada según la teoría de los tipos, que ha desarrollado en sus rasgos fundamentales Richard Martin.[6]

Comienzo con la teoría de atributos. Atributos son aquellas entidades perceptivo-cogitativas, con cuya ayuda se nos hacen accesibles cognitivamente cualesquiera objetos. Aquí

[5] Cfr. el concepto neopragmatista de M. White, 1956.
[6] R. Martin, 1959, 1964.

distinguimos atributos de grado nulo, que son los individuos del objeto de atribución; atributos de primer grado, a saber propiedades de estos individuos y relaciones entre ellos; atributos de segundo grado, a saber propiedades de propiedades, propiedades de relaciones, relaciones entre propiedades, etc. Ningún atributo, por ello, conviene a un objeto "en sí"; más bien, los atributos son *añadidos* a un objeto; decimos: el objeto es construido mediante la atribución. Es, precisamente, idéntico a su clase de atributos.

Llamamos Predicados a los representantes lingüísticos de los atributos, por medio de los cuales son comunicables éstos. Como en el caso de los atributos, distinguimos predicados de grado nulo, primero, segundo, etc. En la caracterización de lógica de clases, que corresponde a una atribución extensional, un predicado es una clase, a cuyos elementos denominamos argumentos del predicado. Si estos argumentos son individuos, entonces el predicado es monádico; si son pares ordenados, el predicado es diádico, etc.

Vamos a formular los predicados en un lenguaje objeto $\mathfrak{T}$, cuya sintaxis es descrita por el metalenguaje sintáctico $\mathfrak{M}$. Un Predicado i-ádico de grado $\varkappa$ es designado en $\mathfrak{T}$ mediante $\varkappa\ \alpha^i$.

Supóngase, además, que para cualquier clase de atributos, que construya objetos, hay una clase de predicados que los describe. Todas las clases de atributos y predicados consideradas aquí son finitas. Los dominios transfinitos de objetos, p. ej. los continuos matemáticos o físicos, son "discretizados" (p. ej. mediante un número infinito de funciones generadoras). Según esto, una clase de predicados, que describa un objeto dado, se puede representar como una clase unión

$$p^{(k,n)} =_{Df} \alpha \cup \bigcup_{i_1=1}^{n} 1\,\alpha^{i_1} \cup \bigcup_{i_2=1}^{n_2} 2\,\alpha^{i_2} \ \dots \cup \bigcup_{i_k=1}^{n_k} k\,\alpha^{i_k}$$

donde $O.\alpha =_{Df} \alpha$ representa la clase de individuos descriptores de objetos. k da el grado más alto, mientras que $n = \mathrm{Max}\,(n_1, \dots, n_k)$. $P^{(k,n)}$ designa una clase de predicados de grado k. Según esto, una clase de predicados de primer grado tiene la forma general

$$P^{(1)} = \alpha \cup 1\,\alpha^1 \cup \ldots 1\alpha^n$$
$$= \left\{ a_1, \ldots, a_{r_1};\ 1a^1_1, \ldots, 1a^1_{r_2};\ \ldots;\ 1a^n_1, \ldots, 1a^n_{r_n} \right\}.$$

En este lugar son de destacar aquellas clases de predicados que llamamos agregados de sistemas y que, en un grado de ordenación más elevado todavía, llamamos sistemas. En este bosquejo no puedo entrar más de cerca en las determinaciones de estos conceptos.

Queda así esbozado un primer grupo de instrumentos para la explicación del concepto general de modelo. Los restantes instrumentos pertenecen a la Teoría de Aplicación. A este respecto diremos sólo lo más importante.

Permítaseme considerar como dadas dos clases de predicados P_1 y P_2. Sea F una aplicación biunívoca, cuyo dominio antecedente lo constituya una subclase $U_1 \subseteq P_1$ y cuyo dominio consecuente sea una subclase $U_2 \subseteq P_2$. Decimos entonces que F es una *aplicación ikostructural* de P_1 *sobre* P_2 y, en particular, una *aplicación ikomorfa* de P_1 *sobre* P_2, si $U_1 = P_1$ y $U_2 = P_2$.

Abreviamos "F es una aplicación ikostructural de P_1 sobre P_2" mediante "$Ico_F\ P_1, P_2$". Entonces, si se aplica a la inversa $U_2 \subseteq P_2$ *sobre* $U_1 \subseteq P_1$, de modo que $U_1 = F^{-1}(U_2)$, entonces a esta formación inversa coordinamos la expresión $Ico_{F^{-1}}\ P_1, P_2$.

Atendiendo particularmente a la formación de modelos analógicos, es importante introducir, además, de la aplicación ikostructural, una función de coordinación, que designaremos Codificación. En el plano $\mathfrak{T}$ los predicados habían sido considerados sólo estructuralmente, sin atender a la conexión con sus atributos. ¿Cómo puede construirse esta relación "material"?

Para interpretar los predicados lingüísticos-$\mathfrak{T}$, necesitamos un metalenguaje semántico $\mathfrak{S}$ de $\mathfrak{T}$. Su única relación fundamental es la relación diádica de *Designación*, en signos: *Des*(Designation). Mediante "Des" se constituye en $\mathfrak{S}$ la función proposicional básica

$$\bar{a}\ \mathrm{Des}\ \ \varkappa a^i$$

en palabras: ā designa el predicado-$\mathfrak{T}$ $\varkappa a^i$. Ruego que se considere el carácter formal de esta construcción: "Des" no conecta inmediatamente una expresión lingüística con una entidad no-lingüística, sino sólo dos expresiones lingüísticas. La esfera semiótica no es trascendida en nuestro Meta-Modelo.

Se dice que un predicado $\varkappa a^i$ está *codificado*, si hay una expresión ā lingüística-$\mathfrak{S}$, tal que valga: ā Des $\varkappa a^i$. Llamamos a ā un *Signo de Codificación* del predicado y a la clase total de los signos de codificación de una clase de predicados sus *clase de Codificación*. Con Cod_C P designamos, entonces, la *codificación de P* desde una clase de *Codificación* C. Cod_C P es, por tanto, una función de coordinación explicada en P con un rango de valores C.

Un paso ulterior nos conduce a los conceptos de Clase de Transcodificación y de Transcodificación. Consideremos en primer lugar dos clases de predicados P_1 y P_2 y una aplicación ikostructural F de P_1 sobre P_2, con U_1 como dominio antecedente y U_2 como dominio consecuente. Sean dadas además una clase de codificación C_1 de P_1 y una clase de codificación C_2 de P_2. Entendemos, entonces, por *Clase de Transcodificación* T de P_1 y P_2 (en relación a F, U_1, U_2, C_1, C_2), en signos: C_1, C_2 (P_1, U_1; P_2, U_2), una clase de pares ordenados para la que vale: 1. $\bar{a}_1 \epsilon C_1$ y $\bar{a}_2 \epsilon C_2$, 2. Si $\bar{a}_1$ codifica el predicado $p_1 \epsilon U_1$ y $\bar{a}_2$ codifica el predicado $p_2 \epsilon U_2$, entonces p_1 y p_2 son idénticos (estructuralmente) entre sí y, por tanto, sus números coinciden entre sí en la numeración correlativa resultante. Entendemos entonces por *Transcodificación de P_1 en P_2 desde T*, en signos: $Transcod_T$ P_1, P_2, una función de coordinación explicada en el producto cartesiano $P_1 \times P_2$ con el rango de valores T.

Con ayuda de una transcodificación de esta índole para el caso de que entre dos clases de predicados P_1 y P_2 exista una aplicación ikostructural, ciertas propiedades de predicados de P_1 pueden convertirse en otras propiedades de los predicados de P_2 ikostructuralmente coordinados a estos predicados; operación que necesitábamos para la formación de los llamados Modelos Analógicos. Naturalmente, sería deseable que se pudieran hacer también a la inversa estas conversiones de propiedades. Sirva para ello la especificación siguiente. Si en una transcodificación $\mathrm{Transcod}_T\ P_1, P_2$ se sustituyen las clases de predicados P_1 y P_2 por las clases de predicados P_1^* y P_2^* respectivamente, entendemos por *Recodificación* de $\mathrm{Transcod}_T\ P_1, P_2$ relativa a P_1^*, P_2^*, en signos: $\mathrm{Recod}_T\ P_1^*, P_1;\ P_2^*, P_2$, la transcodificación $\mathrm{Transcod}_T\ P_1 \cap P_1^*, P_2 \cap P_2^*$ con cambio simultáneo de cada uno de los pares de las subclases de transcodificación de T que resultan tras la sustitución de P_1 por $P_1 \cap P_1^*$ y de P_2 por $P_2 \cap P_2^*$.

En el caso de $P_1 \cap P_1^* = \emptyset$ (Clase Vacía) o de $P_2 \cap P_2^* = \emptyset$ hablaremos de *recodificación vacía*; en el caso de $P_1 = P_1^*$ y $P_2 = P_2^*$, de *recodificación idéntica* de clases de predicados.

Tras estos preliminares comienzo la explicación formal del concepto de Modelo. Sigo de nuevo a Richard Martin, cuando añado un metalenguaje pragmático $\mathfrak{P}$ a los metalenguajes $\mathfrak{MD}$ y $\mathfrak{S}$, construidos sobre $\mathfrak{T}$. Una observación ontológico-(formal) previa: completaremos la formación semiótica de estadios $< \mathfrak{T}, \mathfrak{MD}, \mathfrak{S}, \mathfrak{P} >$ hacia la izquierda de $\mathfrak{T}$ con un *estadio semiótico nulo* $\mathfrak{O}$. $\mathfrak{O}$ es el estadio de los objetos *no*-semióticos (cualquiera que sea el grado de la teoría de atributos a que estos pertenezcan), i.e. de los objetos del dominio preceptivo-cogitativo ya antes mencionado.

En $\mathfrak{P}$ intervienen además como variables: k y t. k varía sobre una clase finita previamente dada de Organismos-Kybiak; [7] t varía sobre una clase finita previamente dada de intervalos temporales. [8]

Como relación fundamental en $\mathfrak{P}$ tomamos la relación triádica de la *Aceptación semiótica*, en signos: Ac (Acception), la relación pentádica de la *Aceptación ampliada*, en signos: Acpt (Acceptation), la relación tetrádica de la *Preferencia*, en signos: Praef (Praeferenz) y la relación pentádica de la *Realización* (de la ejecución), en signos: Perf (Perfomation).

Omitiré aquí Ac y Praef. Necesitamos estas relaciones fundamentales para explicitar lo que vamos a entender por *estructura de preferencia racional* de k (en el intervalo t).

[7] Cfr. H. Stachowiak, 1969.

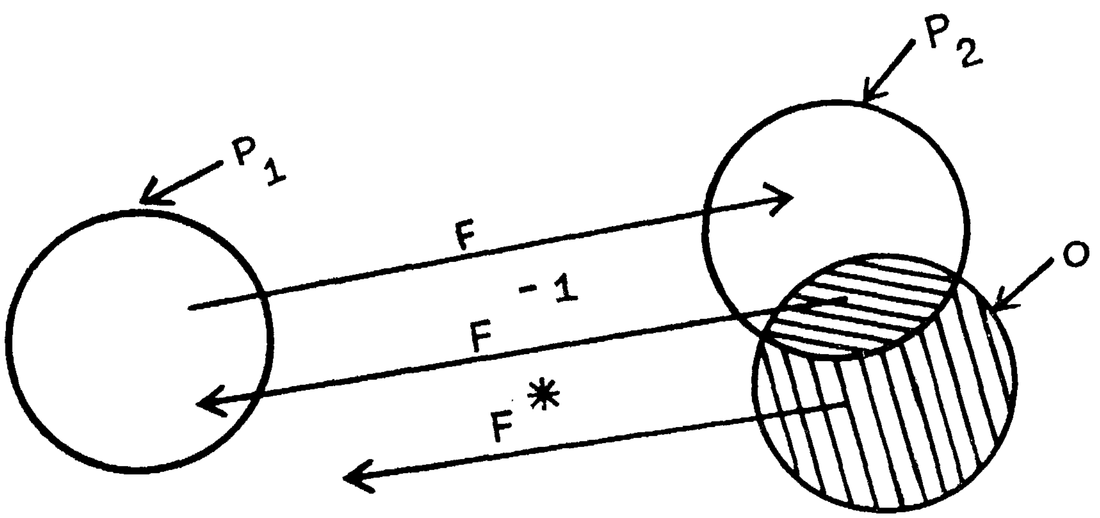
[8] Debo remitirme aquí a la lógica temporal propuesta por Martin, op. cit., p. 36 ss.

Pero necesitamos el concepto de estructura de preferencia racional, para poder decir cuándo llamamos *racional* en el intervalo temporal t, en signos: Rat k,t, a un Organismo-Kybiak,k.

La relación fundamental de aceptación, Acpt, debe ser doblemente especificada:
k Acpt Descr o,o',t significará: k acepta en el intervalo-t o como descripción de o' (por tanto, o es en este caso una clase de predicados),
k Acpt Subst o,o',t significará: k acepta en el intervalo-t la substitución de o por o'.
La relación fundamental de Realización (Performation, ejecución) ha de ser, además, especificada del modo que indica la tabla siguiente:

Función proposicional (o y o' son clases de atributos o de predicados de los repertorios totales correspondientes)	*Significado* k ejecuta en el intervalo temporal t:
k Perf Descr o,o',t	la *descripción* o de o' (donde o es una clase de predicados)
k Perf Subst o,o',t	la *substitución* de o por o'
k Perf Ico_F o,o',t	la *aplicación ikostructural* F de o sobre o' (donde o y o' son clases de predicados)
k Perf (Rev_{F*} Ico_F P_1, P_2) o,o',t	la *reversa* F* de F (con Ico_F P_1, P_2), i.e. k proporciona una aplicación biunívoca F* con $F^{-1} \subseteq F^*$ y forma la clase de predicados $o' = F^{-1} (P_2 \cap o) \cup F^* (o - (P_2 \cap o))$
k Perf Op_i o,o',t	ciertas *operaciones* i, que transforman o en o'
k Perf $Transcod_T$ o,o',t	la *transcodificación* $Transcod_T$ o,o' (donde o y o' son clases de predicados)
k Perf ($Recod_T$ P_1, P_2) o,o',t	la *recodificación* $Recod_T$ P_1, o; P_2, o' de $Transcod_T$ P_1, P_2 (donde o y o' son clases de predicados)

(La llamada formación reversa produce aquí la impresión de ser algo complicado: vista con ayuda de la tabla adjunta, obtenemos el primer término de o' como imagen de la parte de P_2 y o rayada horizontalmente, en relación a F^{-1}, y el segundo término de o' como imagen del dominio de diferencia (rayado verticalmente) de o y del dominio de intersección antes citado, en relación a una aplicación F^*, que generaliza por lo común F^{-1}).



Sin detenerme en detalles —podría, p. ej., continuar con una lógica temporal para los modos de Realización—, puedo explicar el concepto general de modelo de una manera formal sólo del modo que sigue:

Definición de Modelo. Sean O_1 y O_2 objetos cualesquiera (semióticos o no semióticos), entonces, para un Organismo-Kybiak k, el objeto O_2 es un *Modelo* del objeto O_1 en un intervalo temporal t, en relación a determinadas operaciones Op_i, en signos: Mod (O_2, O_1, k, t, Op_i), cuando:

(1) Rat k, t
(k es racional en el intervalo temporal t)

(2) $\exists$ P_1 $\exists$ P_2 k Perf Descr P_1, O_1, t $\wedge$ k Perf Descr P_2, O_2 t
(k ejecuta en el intervalo -t una descripción P_1 de O_1 y una descripción P_2 de O_2).

(3) $\exists$ F k Perf Ico_F P_1, P_2, t
(k ejecuta en el intervalo -t una aplicación ikostructural de P_1 sobre P_2)

(4) $\exists$ T k Perf $Transcod_T$ P_1, P_2, t
(k ejecuta en el intervalo -t una Transcodificación T de P_1 sobre P_2)

(5) k Perf Subst O_1, O_2, t
(k ejecuta en el intervalo -t la sustitución de O_1 por O_2)

(6) $\exists$ i k Perf Op_i O_2, O_2*, t
(k ejecuta en el intervalo -t ciertas operaciones i en O_2, que transforma O_2 en un objeto O_2*)

(7) $\exists$ P_2* k Perf Descr P_2*, O_2*; t
(k ejecuta en el intervalo -t una descripción P_2* de O_2*)

(8) F* k Perf (Rev_{F*} Ico_F P_1, P_2) P_2*, P_1*, t
(k ejecuta en el intervalo -t la reversa de la aplicación ikostructural F de P_1 sobre P_2 con el resultado P_1*)

(9) k Acpt Descr P_1*, O_1*, t $\wedge$ k Acpt Subst O_1*, O_2*, t
(k acepta en el intervalo -t la clase de predicados P_1* como descripción de O_1, así como la sustitución de O_1* por O_2*)

(10) k Perf ($Recod_T$ P_1, P_2) P_1*, P_2*, t
(k ejecuta en el intervalo -t la Recodificación de la Transcodificación T de P_1 en P_2, en relación a P_1* y P_2*)

La cuantificación existencial de las variables aparentes P_1, P_2, F, T, i, P_2* y F^{-1} tiene en esta definición motivos relativos simplemente a la técnica de la definición: el operador existencial asevera que las variables por él alcanzadas en su respectiva forma enunciativa pueden ser sustituidas al menos por una constante. Cada "$\exists$" remite a un repertorio de constantes previamente construido, de entre las cuales el modelador (natural o artificial) k toma los medios de ejecución pertinentes en cada caso para su fin —predicados y clases de predicados, prescripciones de aplicación, consecuencias de operaciones modelistas. En estos procesos de selección radica la actividad propiamente creadora del modelador. En la modelación automática los repertorios correspondientes pertenecen a las memorias de los aparatos utilizados.

Decisivas heurísticamente son, obviamente, las condiciones (5), (6) y (8) de la definición. De entre ellas, la condición (6) debe ser valorada creativamente al máximo. Los resultados expresados mediante ella incluyen la determinación de las funciones i-óptimas respecto de fines.

Aunque la condición (9) sólo expresa Aceptaciones, asevera, nada menos, que la "creación" del original "nuevo", "corregido" en cualquier sentido operativo respecto de O_1. En particular, la condición (9) franquea el paso a un incremento de información del modelador k sobre el original modelado O_1.

Añado una observación terminológica. Los objetos O_1 y O_2 deben ser denominados (en un sentido amplio) *semánticos* (simbólicos) o *naturales*, según sean formaciones semióticas obtenidas de $< \mathfrak{T}, \mathfrak{M}, \mathfrak{S}, \mathfrak{P} >$ o pertenezcan al grado semiótico nulo $\mathfrak{O}$. Distinguimos, según esto, entre *modelos semánticos* y *técnicos*, así como entre *originales semánticos* y *naturales* (o *técnicos*).

Una observación ulterior concierne a la ya mencionada constitución del original "corregido" O_1^* a partir de la clase de predicados P_1^* con arreglo a la condición (9). Las operaciones, que transforman O_2 en O_2^*, proporcionan informaciones nuevas cuya transposición al original representado ha de ser primero examinada. A los criterios, que proporciona este tipo de examen, los llamaremos *criterios de transferencia.* Son, en modelos técnicos de originales naturales o técnicos, relaciones de escala para correspondencias de longitudes, fuerzas y grosores de originales y modelos, para relaciones entre escalas de los módulos de elasticidad (Ley modelar de Hooke, regla de unidad de medida de Cauchy), densidad de fluidez, viscosidad (Regla de unidad de medida de Reynods), etc. En modelos semánticos de originales naturales (o técnicos), en particular, en las teorías científico-experimentales los criterios de transferencia son criterios de versificación o falsación; en modelos semánticos de originales semánticos, criterios de "analogía fructífera", de "generalización permitida", etc. Los criterios de transferencia para modelos técnicos de originales semánticos pueden ser de múltiples formas.

Voy a indicar también un concepto de utilizabilidad para construcciones de modelos. Un modelo Mod (O_2, O_1, k, t, Op_i) será *utilizable* para k en un intervalo temporal t, cuando satisfaga en este intervalo temporal motivos de k, i. e. —en un modelo hidráulico de analogía— cuando la fuerza de la "presión motivadora" de k sea reducida; y k preferirá, de entre dos de sus modelos del mismo original, aquél que proporcione en t una satisfacción más fuerte de los motivos o que a lo largo de una *parte* de t proporcione una satisfacción uniforme de estos motivos. Estas determinaciones pueden formalizarse sin mayores dificultades.