

MODELO DE PREDICCIÓN DEL CALIBRE DE BORNIZO MEDIANTE FUNCIONES DE PERFIL DEL TRONCO

Mariola Sánchez-González, M. Mario Sánchez Martínez e Isabel Cañellas Rey de Viñas

Dpto. Sistemas y Recursos Forestales CIFOR-INIA. Ctra. de La Coruña km 7,5. 28040-MADRID (España). Correo electrónico: msanchez@inia.es

Resumen

Se ha desarrollado un modelo de predicción del espesor de bornizo que nos permita entre otras aplicaciones determinar de forma precisa la biomasa acumulada y la cantidad de CO₂ fijado por el bornizo, así como mejorar nuestro conocimiento sobre la producción de corcho virgen. Se han utilizado datos procedentes de análisis de troncos recogidos en el Parque Natural de *Los Alcornocales* (Cádiz y Málaga) y Cataluña. En cada una de las rodajas obtenidas se han medido 4 calibres de bornizo, dos correspondientes al diámetro máximo y otros dos correspondientes al diámetro perpendicular al anterior. El modelo de predicción del calibre de bornizo a diferentes alturas de fuste se ha desarrollado en tres pasos: en primer lugar se han ajustado 5 funciones de perfil de tipo polinómico simple; a continuación, se ha ajustado una ecuación lineal sin término independiente que relaciona el calibre de bornizo a una altura dada con el diámetro sobre bornizo a dicha altura; y por último se ha realizado un ajuste simultáneo de ambas funciones utilizando para ello el procedimiento SYSLIN de SAS. La evaluación de los modelos se ha basado en un análisis de los residuos tanto gráfico como numérico.

Palabras clave: *Quercus suber* L., Corcho virgen, Funciones de perfil, Ajuste simultáneo, Estimador SUR

INTRODUCCIÓN

Los alcornocales ocupan actualmente en España una extensión cercana al medio millón de hectáreas siendo la especie dominante en unas 365.000 ha, según datos del 2º Inventario Forestal Nacional. Son masas de un gran interés, no sólo por el valor económico de la producción de corcho, sino también por la importancia ecológica, social y paisajística que estos bosques desempeñan en nuestro país. Para organizar la gestión sostenible de los alcornocales que asegure su persistencia y regeneración, se ha desarrollado recientemente un modelo integrado de crecimiento y producción de árbol individual para masas densas de alcornoque o monte alcornocal, el

ALCORNOCAL 1.0. (SÁNCHEZ-GONZÁLEZ et al. 2006).

Como complemento a dicho modelo integrado, resulta de utilidad contar con un modelo de predicción del espesor de bornizo que nos permita determinar de forma precisa la biomasa acumulada y la cantidad de CO₂ fijado por el bornizo, así como mejorar nuestro conocimiento sobre la producción de corcho virgen con el objetivo, entre otros, de determinar su relación con la producción futura de corcho de reproducción.

Para ello se ha desarrollado un modelo de predicción del calibre de bornizo a diferentes alturas de fuste. Se trata del primer modelo de predicción del calibre de bornizo publicado hasta el momento.

MATERIAL

Se han utilizado datos procedentes de análisis de troncos de árboles localizados en el Parque Natural de Los *Alcornocales* (Cádiz y Málaga) y Cataluña. En cada una de las zonas se seleccionaron árboles dominantes desde el punto de vista sociológico, procurando que fueran árboles visualmente sanos y que no presentaran pudriciones. Dicha selección fue hecha en masas regulares con distintas condiciones de estación. Los árboles se cortaron lo más cerca del suelo posible y una vez apeados se procedió a seccionarlos en trozas. Se cortaron rodajas en la base, a 50 cm, a 1,30 m y, a partir de este punto, cada 50 cm de longitud. En cada una de las muestras extraídas se contó el número de anillos, asignando como edad del árbol aquella que correspondía al número de anillos de la rodaja basal. La edad en cada nivel de altura se calculó como la diferencia entre la edad del árbol y el número de anillos de ese nivel. En cada una de las rodajas obtenidas se han medido 4 calibres de bornizo, dos correspondientes al diámetro máximo y otros dos correspondientes al diámetro perpendicular al anterior.

En cada árbol muestreado se midieron las siguientes variables: diámetro normal (cm), diámetro de copa (m) medido en dos direcciones perpendiculares, altura total y altura hasta la base de la copa (m) medidos con cinta métrica una vez derribado el árbol.

Las características de los datos utilizados para el desarrollo del modelo de predicción del calibre de bornizo se presentan en la tabla 1.

MÉTODOS

El modelo de predicción del calibre de bornizo a diferentes alturas de fuste se ha desarrollado en tres pasos:

En primer lugar, se han ajustado 5 funciones de perfil relativas de tipo polinómico simple (Tabla 2) mediante mínimos cuadrados ordinarios empleando el procedimiento REG del paquete estadístico SAS (SAS INSTITUTE INC., 2004). La evaluación y comparación de los modelos se ha basado en un análisis de los residuos tanto gráfico como numérico, utilizando como variable dependiente el diámetro sobre

bornizo a una cierta altura (dsb_i). Los estadísticos analizados fueron el sesgo, que refleja la desviación del modelo respecto de los valores observados; la raíz cuadrada del error medio cuadrático (RMSE), el cual analiza la precisión de las estimaciones, el coeficiente de determinación ajustado (R^2_{adj}) y el criterio de información de Akaike en diferencias o Delta AIC, que es un índice de selección del mejor modelo basado en minimizar la distancia de Kulback–Liebler (BURHAM Y ANDERSON, 2002).

A continuación, se ha ajustado una ecuación lineal sin término independiente que relaciona el calibre de bornizo a una altura dada (cb_i) con el diámetro sobre bornizo a dicha altura (dsb_i). El método utilizado fue de nuevo el de mínimos cuadrados ordinarios utilizando el procedimiento REG de SAS (SAS INSTITUTE INC., 2004). Para la evaluación del modelo se han calculado el sesgo, la raíz cuadrada del error medio cuadrático y el coeficiente de determinación del modelo.

Por último, la estimación del calibre de bornizo a una altura dada (cb_i) se hace mediante el ajuste simultáneo de ambas funciones utilizando para ello el procedimiento SYSLIN de SAS (SAS INSTITUTE INC., 2004). Para el ajuste simultáneo de los parámetros se utilizó el método de las ecuaciones aparentemente no relacionadas o estimador SUR (seemingly unrelated estimation method). Este método está especialmente indicado para ajustar ecuaciones aparentemente no relacionadas, es decir, en las que los mismos parámetros no aparecen en más de una ecuación del sistema. En un sistema de ecuaciones aparentemente no relacionadas la correlación entre las ecuaciones se origina entre los errores de éstas y no en la incorporación de variables endógenas como variables predeterminadas en otras ecuaciones del sistema. El modelo se ha evaluado en base a los estadísticos ya mencionados.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En la tabla 3 se muestra la comparación de las cinco ecuaciones de perfil evaluadas utilizando como variable dependiente el diámetro sobre bornizo a una cierta altura (dsb_i). Todas las ecuaciones explicaron más del 90% de la variabilidad total observada, salvo la ecuación [2]

Variable	Media	Mínimo	Máximo	Desviación Típica
cb_i	15,95	2,00	57,00	8,27
do	16,72	8,67	24,56	4,04
H	7,19	4,30	9,70	1,37
H_f	2,97	1,50	5,73	1,09
$copa$	3,28	1,55	4,95	1,05

cb_i: calibre de bornizo (mm); do: diámetro normal sobre corcho (cm); H: altura total (m); H_f: altura a la primera rama viva (m); copa: diámetro de copa (m)

Tabla 1. Características de los datos utilizados

Código	Formulación	Referencia
[P1]	$\left(\frac{dsb_i}{D}\right)^2 = a_1 \left(\frac{h_i}{H} - 1\right) + a_2 \left[\left(\frac{h_i}{H}\right)^2 - 1\right]$	KOZAK (1969)
[P2]	$\left(\frac{dsb_i}{D}\right)^2 = a_1 + a_2 \left(\frac{h_i}{H}\right) + a_3 \left(\frac{h_i}{H}\right)^2$	KOZAK et al. (1969)
[P3]	$\left(\frac{dsb_i}{D}\right)^2 = a_1 \left[1 - 2 \frac{h_i}{H} + \left(\frac{h_i}{H}\right)^2\right]$	KOZAK et al. (1969)
[P4]	$\frac{dsb_i}{D} = a_1 \frac{H - h_i}{H - 1,3} + a_2 \frac{(H - h_i)(H - 1,3)}{D} + a_3 \frac{(H - h_i)(H - 1,3)H}{D} + a_4 \frac{(H - h_i)(H - 1,3)(H + h_i + 1,3)}{D}$	BENNETT & SWINDEL (1972)
[P5]	$\frac{dsb_i}{D} = a_1 \frac{H - h_i}{H} + a_2 \left(\frac{H - h_i}{H}\right)^2 + a_3 \left(\frac{H - h_i}{H}\right)^3$	LAASASENAHO (1982) modificada

Tabla 2. Funciones de perfil relativas analizadas. dsb_i : diámetro normal sobre bornizo a la altura h_i (cm); D : diámetro normal sobre bornizo (cm); h : altura desde la base del árbol hasta el punto donde se alcanza el diámetro dsb_i ; H : altura total (m); a_1, a_2, a_3, a_4 : parámetros a estimar en el ajuste de regresión

que explicó el 83% de la misma. Todos los parámetros fueron significativos a un nivel de confianza del 1%. La ecuación modificada de LAASASENAHO (1982), (función [P5]) es la que proporcionó los mejores resultados de acuerdo con los estadísticos de evaluación empleados (Tabla 3), por lo que fue finalmente seleccionada. Esta ecuación presenta la ventaja de que, además de ser sencilla de ajustar como el resto de los modelos polinómicos simples, dado su carácter lineal, tiene un comportamiento lógico cuando se alcanza la altura total (H) siendo en ese caso el diámetro predicho igual a cero.

$$\frac{dsb_i}{D} = \left[2,1079 \cdot \left(\frac{H - h_i}{H}\right) - 3,2185 \cdot \left(\frac{H - h_i}{H}\right)^2 + 2,5979 \cdot \left(\frac{H - h_i}{H}\right)^3 \right] [1]$$

Una vez realizado el ajuste de la ecuación que relaciona el calibre de bornizo (cb_i) con el diámetro sobre bornizo a una altura dada (dsb_i) se realizó un análisis de los valores medios del cuadrado de los residuos por clases de calibre de bornizo detectándose una tendencia creciente de la varianza del error con el calibre de bornizo. Para corregir la heteroscedasticidad detectada se ajustó la función mediante una regresión lineal ponderada utilizando como factor de ponderación, la inversa de la función que mejor relacionaba la varianza del error y el calibre de bornizo, obteniéndose que la ecuación resultante [2] presenta un sesgo de 1,1407 mm, un valor de RMSE de 2,2408 y un coeficiente de determinación de 0,7213.

Ecuación	Nº parámetros	Sesgo	RMSE	Delta AIC	R ² ajustado
[P1]	2	0,0133	0,2344	-570,56	0,9174
[P2]	3	0,0000	0,2217	-523,74	0,8301
[P3]	1	-0,0309	0,2486	-620,09	0,9072
[P4]	4	0,0057	0,1322	-79,96	0,9715
[P5]	3	0,0003	0,1206	0	0,9763

Tabla 3. Estadísticos de evaluación de las ecuaciones de perfil consideradas

$$cb_i = 1,2561 \cdot dsb_i \quad [2]$$

Por último las ecuaciones [1] y [2] fueron ajustadas de forma simultánea utilizándose el método de las ecuaciones aparentemente no relacionadas, o estimador SUR, para la estimación de los parámetros obteniéndose como resultado la ecuación [3] que estima el calibre de bornizo a una altura dada (cb_i) con un sesgo de 1,0034 mm y un porcentaje de variabilidad explicada del 72,13%. Todos los parámetros fueron significativos a un nivel de significación del 1%. El valor del sesgo fue menor de 2,25 mm (1 línea), que es la precisión utilizada por la industria en la operación de calibrado.

$$cb_i = 1,2677 \cdot \left[1,8763 \cdot \left(\frac{H - h_i}{H} \right) - 2,7015 \right. \\ \left. \cdot \left(\frac{H - h_i}{H} \right)^2 + 2,2734 \cdot \left(\frac{H - h_i}{H} \right)^3 \right] \cdot D \quad [3]$$

En la figura 1 se muestra la tendencia el sesgo de la ecuación [3] a lo largo del tronco en intervalos de altura relativa de un 10% de tamaño. Se observa que salvo para el 10% de altura relativa el valor del sesgo oscila entre -1 y 1

mm. El hecho de que en la zona próxima a la base del fuste se subestime el calibre es debido a que la función de perfil elegida, del tipo polinómico simple, presenta esta desventaja (CASTEDO Y ÁLVAREZ, 2000).

Para ilustrar el comportamiento del modelo desarrollado se ha representado gráficamente la comparación entre el calibre de bornizo medido y el calibre estimado con la ecuación [3] para un árbol seleccionado al azar dentro de la muestra empleada en este estudio (Figura 2).

CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta el primer modelo para estimar el calibre de corcho bornizo. Dicho modelo puede proporcionar información valiosa para facilitar la gestión de los alcornocales en sus primeras fases de desarrollo. Sería interesante en el futuro realizar un trabajo similar para el corcho de reproducción de manera que se pueda tener una estimación más precisa del calibre de corcho a lo largo del fuste y de las ramas descorchadas, ya que este varía con la altura de descorche.

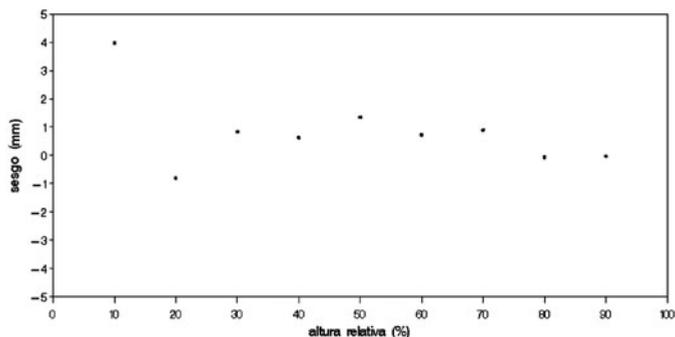


Figura 1. Tendencia del sesgo a lo largo del tronco para intervalos de altura relativa de un 10%

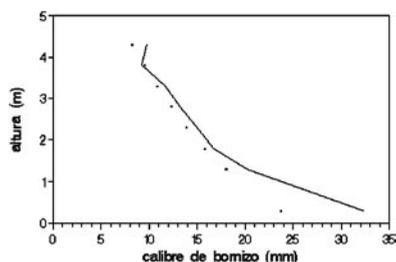


Figura 2. Calibre de borrijo medido (línea continua) y estimado con la ecuación [3] (línea de puntos) para un árbol elegido al azar de la muestra empleada para el ajuste

BIBLIOGRAFÍA

- BENNETT, F.A. & SWINDEL, B.F.; 1972. Taper curves for planted slash pines. *USDA Forest Service Research Note 179*: 1- 4, 4 pp.
- BORDERS, B.E.; 1989. Systems of equations in forest stand modelling. *For. Sci.* 35: 548-556.
- BURNHAM, K.P. & ANDERSON, D.R.; 2002. *Model Selection and Multimodel Inference: a practical information-theoretic approach*. 2nd edition. Springer-Verlag. New York.
- CASTEDO, F. Y ÁLVAREZ, J.G.; 2000. Construcción de una tarifa de cubicación con clasificación de productos para *Pinus radiata* D. Don en Galicia basada en una función de perfil de tronco. *Inv. Agrar.; Sist. Rec. For.* 9(2): 253-268.
- KOZAK, A.; 1969. Taper functions and their applications in forest inventory. *For. Chron.* 45(4): 278-283.
- KOZAK, A.; MUNRO, D. & SMITH, J.; 1969. Taper functions and their applications in forest inventory. *For. Chron.* 45(4): 278-283.
- LAASASENAHO, J.; 1982. Taper curve and volume functions for pine, spruce and birch. *Commun. Inst. For. Fenn.* 108.
- LAASASENAHO, J.; MELKAS, T. & ALDÉN, S.; 2005. Modelling bark thickness of *Picea abies* with taper curves. *Forest Ecol. Manage.* 206: 35-47.
- SÁNCHEZ-GONZÁLEZ, M.; TOMÉ, M.; DEL RÍO, M.; CAÑELLAS, I. & MONTERO, G.; 2005. ALCORNOQUE v1.0: A sustainable management oriented growth and yield model for cork oak forests in Spain. In: *Actas de SUBERWOOD: New challenges for integration of cork oak forests and products*. Universidad de Huelva. Huelva.
- SAS INSTITUTE INC.; 2004. *SAS/STAT 9.1. User's Guide, Release 9.1*. SAS Institute Inc. Cary., NC.
- ZELLNER, A.; 1962. An efficient method of estimating seemingly unrelated regressions and test of aggregation bias. *J. Am. Stat. Assoc.* 57: 348-368.