SUPPES, P.: *Teoría Axiomática de Conjuntos*. Ed. Cali, Colombia, 1968, vii + 171 págs.

El profesor de Filosofía de la Universidad de Stanford, Patrick Suppes, constituye una de las personalidades más relevantes dentro de la parcela que podríamos denominar "modelismo" [que subsumiría la teoría sintáctica de conjuntos y la semántica de modelos] tanto por su genio creador ["Models of Data"] como, ante todo, por ser autor de dos manuales de alto valor pedagógico, como son la obra presente y su "Introducction to Logic". *

El sistema axiomático de teoría de conjuntos que aquí se estudia es el de Zermelo-Fraenkel (ZF), cuya elección consideramos un acierto en un manual de este tipo, ya que dicho sistema es altamente intuitivo frente a otros [von Neuman-Bernays-Gödel], aunque presente ciertas desventajas: fuertes condiciones restrictoras de la comprensividad conjuntista impuestas por los Esquemas Axiomáticos de Separación y de Reemplazo; la no posibilidad de listamiento finito de axiomas, por tanto [en cuanto que los anteriores son *esquemas*], que afirmen los conjuntos constructibles; la no existencia, por tanto, de límite claro entre lo constructible o no en el sistema.

La obra abarca toda la parcela de la teoría de conjuntos ZF. Se inicia con una introducción, ya clásica en este contexto, donde se expone la crisis de fundamentos que mueve a Cantor a introducir el infinito actual en Matemática, su desarrollo en una nueva rama, la teoría de conjuntos, llamada a comprender las restantes disciplinas matemáticas [opinión optimista de los inicios], y las paradojas nacidas en su seno [ampliamente estudiada aquí la paradoja de Russell, aunque con una pequeña crítica, por nuestra parte, que bajo sigue] El autor continúa con un estudio de los axiomas iniciales de la teoría [Extensionalidad, Separación, Apareamiento, Unión, Suma, Potencia y Regularidad], luego reducidos en número por la prueba de la no independencia del axioma Unión a partir del de Apareamiento y Suma [Metateorema, 1, § 2.6]; un estudio [con incorporación del Esquema de Axioma de Reemplazo] de relaciones, funciones, números ordinales, cardinales, reales y racionales, para concluir con un sumario de axiomas (§ 7.5), en el que establecen los dos importantes Metateoremas de no independencia del Esquema Axiomático de Separación a partir del de Reemplazo y del de Apareamiento a partir del de Potencia y Esquema Axiomático de Reemplazo, y con un interesante estudio del Axioma de Elección ("Escogencia" en la traducción, que nos resistimos a admitir), en el que sólo se echa de menos un tratamiento, aunque fuera en esbozo, de la cuestión de su consistencia [ya no de su independencia —coheniana—, posterior a la publicación de esta obra], objeción que, por lo demás, quizás a algunos pueda parecer que no hubiera lugar, por no caer

* Hay traducción castellana: Introducción a la Lógica Simbólica, México, Cecsa, 1966.

propiamente una prueba tal en el alcance de la teoría axiomática de conjuntos, sino, más bien, dentro de la semántica modelista de la misma.

De cualquier modo, el conjunto de axiomas y de teoremas derivados de él, amplio éste último en número, constituye, a nuestro parecer, un sistema fácilmente accesible y de elegancia sólo mermada por no ser plena la formalización en las deducciones.

Sólo un reparo y una observación presentamos a esta obra. El primero se refiere al § 1.3, donde, hablando de la paradoja de Russell y su solución por el Esquema Axiomático de Separación, se dice que

$$(\exists y)\,[y \varepsilon y \longleftrightarrow y \varepsilon A \,\&\, -(y \varepsilon y)]$$

sería verdadera por ser contradictoria la parte derecha de la coimplicación y falsa asimismo la parte izquierda, cuando y toma el valor A. Pensamos que la falsedad de esta última parte sólo puede ser establecida mediante un axioma posterior de la teoría que aquí no se menciona [Axioma de Regularidad] con los prejuicios que para el lector pueda representar una omisión tal [creencia en que basta con sustituir el Esquema de Abstracción de Frege por el de Separación para que desaparezca la paradoja de Russell].

Nuestra observación se refiere a la ampliación de la bibliografía con una obra que, ciertamente, puede constituir un buen apoyo para la comprensión y ulterior desarrollo de las ideas expuestas en § 8.2 ["Equivalentes del Axioma de Escogencia"]: H. Rubin & J. Rubin, Equivalents of the Axiom of Choice, North-Holland, Amsterdam, 1963.

De todo lo dicho creemos que será fácil inferir que la obra de P. Suppes constituye un manual altamente idóneo para iniciarse en esta parcela de la Lógica matemática tan debatida y, no por ello, menos cultivada.

J. Sanmartín

SMULLYAN, R. M.: *First-Order Logic*. Springer-Verlag, Berlín, 1968, XII + 158 págs.

Una de las últimas tendencias en Lógica se caracteriza por el empleo de configuraciones tales como árboles y tablas. La más afortunada de todas las realizaciones en esta línea es, sin duda, la obra de Smullyan de que nos ocupamos, inferior, con todo, a *Theory of Formal Systems* —del propio autor— aparecida en 1959.

La definición de "satisfacibilidad", "consecuencia lógica" y "tautología" en términos de evaluaciones booleanas y la definición de los dos primeros conceptos y del de "validez" en términos de modelos permiten la utilización de los árboles en la construcción de