propiamente una prueba tal en el alcance de la teoría axiomática de conjuntos, sino, más bien, dentro de la semántica modelista de la misma.

De cualquier modo, el conjunto de axiomas y de teoremas derivados de él, amplio éste último en número, constituye, a nuestro parecer, un sistema fácilmente accesible y de elegancia sólo mermada por no ser plena la formalización en las deducciones.

Sólo un reparo y una observación presentamos a esta obra. El primero se refiere al § 1.3, donde, hablando de la paradoja de Russell y su solución por el Esquema Axiomático de Separación, se dice que

$$(\exists y)\,[y \varepsilon y \longleftrightarrow y \varepsilon A \;\&\; -(y \varepsilon y)]$$

sería verdadera por ser contradictoria la parte derecha de la coimplicación y falsa asimismo la parte izquierda, cuando y toma el valor A. Pensamos que la falsedad de esta última parte sólo puede ser establecida mediante un axioma posterior de la teoría que aquí no se menciona [Axioma de Regularidad] con los prejuicios que para el lector pueda representar una omisión tal [creencia en que basta con sustituir el Esquema de Abstracción de Frege por el de Separación para que desaparezca la paradoja de Russell].

Nuestra observación se refiere a la ampliación de la bibliografía con una obra que, ciertamente, puede constituir un buen apoyo para la comprensión y ulterior desarrollo de las ideas expuestas en § 8.2 ["Equivalentes del Axioma de Escogencia"]: H. Rubin & J. Rubin, Equivalents of the Axiom of Choice, North-Holland, Amsterdam, 1963.

De todo lo dicho creemos que será fácil inferir que la obra de P. Suppes constituye un manual altamente idóneo para iniciarse en esta parcela de la Lógica matemática tan debatida y, no por ello, menos cultivada.

J. Sanmartín

SMULLYAN, R. M.: *First-Order Logic*. Springer-Verlag, Berlín, 1968, XII + 158 págs.

Una de las últimas tendencias en Lógica se caracteriza por el empleo de configuraciones tales como árboles y tablas. La más afortunada de todas las realizaciones en esta línea es, sin duda, la obra de Smullyan de que nos ocupamos, inferior, con todo, a *Theory of Formal Systems* —del propio autor— aparecida en 1959.

La definición de "satisfacibilidad", "consecuencia lógica" y "tautología" en términos de evaluaciones booleanas y la definición de los dos primeros conceptos y del de "validez" en términos de modelos permiten la utilización de los árboles en la construcción de un sistema para la lógica de enunciados, en el primer caso, y para la lógica de primer orden, en el segundo.

El procedimiento de Smullyan —*tablas analíticas*— combina características de las tablas semánticas de Beth y de las tablas de Hintikka y consiste en la búsqueda sistemática de contraejemplos que satisfagan el conjunto $\{ S, -X \}$, donde S es un conjunto de enunciados eventualmente vacío. El éxito significa que el enunciado X no es una consecuencia del conjunto S. (En el caso de que S sea el conjunto vacío lo que se demuestra es que X no es una tautología —lógica de enunciados— o un enunciado universalmente válido —lógica de predicados.) El fracaso significa la imposibilidad de contraejemplos y, por tanto, todo lo contrario. El sistema es elegante y no es necesaria una excesiva dedicación para aplicarlo con soltura pues, en última instancia, es algorítmico.

Una mayor dosis de esfuerzo exige, sin duda, el estudio de su metalógica. El establecimiento de la completud, consistencia y saturación o compacidad exige el recurso a teoremas sobre conjuntos de enunciados. Smullyan lo lleva a efecto por varios conductos. El primero sigue la línea de Beth y Hintikka. Posteriormente establece un *principio unificador* que no hace referencia a sistema formal alguno y del que son casos especiales el teorema de saturación de la lógica de primer orden, el de Skolem-Löwenheim y el de completud de las tablas.

Con la introducción de *conjuntos regulares* demuestra el teorema fundamental de la teoría cuantificacional. Tampoco hace referencia a sistema formal alguno y está establecido en términos de una relación entre *satisfacibilidad de primer orden* y *satisfacibilidad veritativo-funcional.* Finalmente aplica los *conjuntos mágicos* para concluir, en la línea de Henkin y Hasenjaeger, los teoremas de Skolem-Löwenheim, de completud y de saturación o compacidad y discute las propiedades de *consitencia analítica* y *sintética.*

La tercera parte se ocupa de diversos tópicos. Comienza con la aplicación de los árboles, mediante un nuevo tipo de tablas, a la elaboración de sistemas de Gentzen de cuya completud deriva el *Hauptsatz,* del que Smullyan establece una forma abstracta y algunas de sus aplicaciones.

Este sistema, junto con el que se introduce para enunciados *prenex,* permite la derivación de una versión sintáctica y otra semántica del Hauptsatz para tablas, siguiéndose de la última una *extensión del Hauptsatz* que hace referencia a enunciados prenex y que Smullyan acaba reduciendo a una fórmula que no apela a éstos.

Presenta asimismo tres sistemas simétricos —en el sentido de que el *principio de la subfórmula* se satisface en cada uno de los miembros del secuente. Sobre uno de ellos se demuestra el *lema de interpolación* de Craig, del que es una consecuencia el *teorema de definibilidad* de Beth, que analiza.

Finalmente introduce Smullyan las *tablas conflictivas* para demostrar tres *teoremas simétricos* de completud y construir sobre cada uno de ellos, con el auxilio del *lema de interpolación,* un sistema de *razonamiento lineal* —que no contiene axiomas, sino sólo reglas de inferencia de una sola premisa.

La obra es densa de contenido, como puede observarse, y, dentro de la literatura de la lógica, es una obra de vanguardia. Su fortuna está ampliamente justificada. Las tablas analíticas constituyen un preciado sistema de decisión. El estudio del Hauptsatz de Gentzen se ha simplificado al reducir las reglas del sistema. *First-Order Logic* requiere, no cabe duda, dedicación; pero, con toda seguridad, su estudio resultará fructífero.

R. Beneyto

KUHN, T. S.: *The structure of scientific revolutions.* International encyclopedia of unified science. The University of Chicago Press, 1970, 2.ª edición ampliada, 210 págs.

Siempre es un venturoso azar el que un científico se interese seriamente por los fundamentos teóricos de las ciencias. Pocos ejemplos sobresalientes podríamos citar si dejamos a un lado al Profesor K. R. Popper. Uno de ellos es T. S. Kuhn, graduado en Física Teórica, cuyas preocupaciones por los fundamentos de la Física le llevaron a indagaciones poco comunes entre sus colegas. Se familiarizó con historiadores de la ciencia tales como Alexandre Koyré, Emile Meyerson y A. O. Lovejoy y con filósofos del lenguaje en particular con W. V. O. Quine y B. L. Whorf. Se interesó por los aspectos sociológicos de la comunidad científica estimulado por los escritos de Ludwic Fleck. Tales estudios motivaron en él un cambio de perspectiva en la evaluación del papel, naturaleza y alcance de las teorías científicas, al igual que en los datos sobre los que aquellas se apoyan. Con tal fin, publica en 1962 *The Structure of Scientific Revolutions* de cuya segunda edición ampliada de 1970 nos proponemos dar noticia.

El libro consta de trece apartados, a los que en la presente edición se agrega la revisión de 1969.

La historia de la ciencia ha sido tradicionalmente considerada como una mera descripción cronológica de los diversos conocimientos que constituyen las distintas ramas del "saber". A su vez el "saber" se caracterizaba por el hecho de que el crecimiento cuantitativo de conocimientos no alteraba substancialmente el aparato conceptual mediante el que eran expresados. Kuhn considera que en la historia de la ciencia no sólo existen descubrimientos revolucionarios sino, también, y lo que es más importante, transformaciones teóricas revolucionarias; en tales ocasiones dice que la "ciencia normal" [1]

[1] "Ciencia Normal" incluye toda clase de actividades en las que se ocupa la mayor parte de los científicos. Es decir tareas de resolución de problemas específicos. La ciencia normal se aplica a todo problema que puede ser fácilmente solucionado dentro de las reglas establecidas.