

TAXONOMÍA DE CAPACIDADES APLICADA A LAS MATEMÁTICAS

MIGUEL ÁNGEL LUENGO GARCÍA *

El objetivo de este trabajo es tratar de obtener una clasificación de las capacidades cognoscitivas aplicada directamente a las Matemáticas, partiendo de la enunciada con carácter general por Bloom (1956). Las capacidades afectivas también se mencionan, aunque reduciéndolas a las que son menos difíciles de observar en la clase.

The aim of this paper is to classify the abilities of the cognitive domain related directly to Mathematics, based on the general taxonomy edited by Bloom (1956). The affective domain abilities are mentioned, but only those that are easier to observe in classroom.

Una taxonomía de capacidades es una clasificación de éstas. En este artículo consideraré especialmente las del dominio cognoscitivo, las cuales se pueden desarrollar en el ámbito escolar mediante el aprendizaje de las Matemáticas.

Los ejemplos propuestos en cada apartado son “objetivos de aprendizaje” y constan de una capacidad actuando sobre un contenido concreto del área de Matemáticas. Si se dice “definición de número racional” la capacidad que se desarrolla al recordar dicha definición es la de reconocimiento (memoria) y el contenido sobre el que actúa dicha capacidad es el “concepto de número racional”.

Los ejemplos se han situado en los cuestionarios actualmente vigentes para la ESO, Bachilleratos LOGSE, BUP y COU. Estos ejemplos pueden ayudar a concretar la explicación general de cada apartado.

La utilización de esta taxonomía puede servir para elaborar las programaciones de aula que forman parte del Proyecto Curricular de cada

* MIGUEL ÁNGEL LUENGO GARCÍA es Profesor A. del Departamento de Estadística y Didáctica de la Matemática de la Universidad de Oviedo.

Centro. Conviene para ello tener en cuenta que lo que aquí se llaman objetivos de aprendizaje relativos a las capacidades de reconocimiento y comprensión, el MEC los llama “conceptos” y los objetivos relativos a las capacidades de aplicación (y a veces análisis) son los “procedimientos”.

Si se trata de programaciones de la ESO y Bachillerato LOGSE la programación de los objetivos de aprendizaje debe tener en cuenta los criterios de evaluación y los objetivos generales del área de Matemáticas establecidos por la ley. En la práctica no suele suponer ningún obstáculo prescindir de éstos y programar utilizando solamente la taxonomía aplicada sobre los contenidos correspondientes. Las relaciones de los objetivos de aprendizaje programados con los criterios de evaluación y los objetivos generales pueden establecerse sin dificultad posteriormente.

El conocimiento y la utilización de una taxonomía de capacidades es conveniente no sólo desde el punto de vista de la elaboración de la programación de los objetivos de aprendizaje sino también de la aplicación de cualquier metodología que persiga el desarrollo de las capacidades cognoscitivas y afectivas del alumno a través del conocimiento matemático (se aplicará bien lo que previamente se recuerde y se comprenda).

I. DOMINIO COGNOSCITIVO

1. RECONOCIMIENTO (MEMORIZACIÓN)

Es la capacidad por la cual se recuerdan las definiciones, los métodos o procedimientos, las fórmulas, los enunciados de los principios (proposiciones, teoremas, ...), el lenguaje matemático, etc.

El estudio de las matemáticas exige disponer de unas informaciones de carácter memorístico archivadas en la memoria. Los elementos a recordar podemos clasificarlos así:

1.1. Datos

1.1.1. Terminología

Es la definición de términos y conceptos que el alumno debe reconocer para el estudio, comprensión y organización de un tema específico.

Ejemplos: Definición de número racional; definición de función; distinguir en un número decimal la parte entera de la parte decimal; definición de grupo; definición de polígono convexo; definición de $\text{Sen } \alpha$; etc.

1.1.2. Hechos específicos

Es el conocimiento de fechas, de matemáticos importantes, de aparición de nuevas teorías y del avance que éstas dieron a las matemáticas u otras ciencias, etc.

Ejemplos: Saber quién era Newton, Gauss, etc.; teoremas que han resuelto algún problema matemático importante; fecha e importancia del descubrimiento de la geometría analítica, etc.

1.1.3. Clasificaciones

Es el conocimiento de las distintas clasificaciones, tipos, etc., que existen en Matemáticas..

Ejemplos: Clases de triángulos según sus lados y sus ángulos; clases de sistemas lineales según el número de sus soluciones, tipos de números reales, etc.

1.1.4. Fórmulas operativas

Es el conocimiento de fórmulas matemáticas que conviene memorizar.

Ejemplos: Fórmula para resolver la ecuación de 2° grado; fórmula para calcular la derivada de un producto; fórmula de la integración por partes, etc.

1.2. Conceptos universales (principios)

Es el conocimiento de los teoremas y proposiciones que sirven para solucionar problemas.

Ejemplos: Conocer el teorema de Pitágoras; el teorema de Bolzano.

1.3. Metodología

Es el conocimiento memorístico, y no su aplicación, de procedimientos, criterios y lenguaje matemático. No son los datos ni los principios sino cómo hay que tratarlos.

1.3.1. Convencionalismos

Se trata del conocimiento, uso e interpretación correcta de signos, abreviaturas, símbolos, formas de expresión, muchas veces arbitrarias, que se hayan adoptado en un tema concreto dentro del lenguaje matemático.

Ejemplos: Signos de las operaciones (+, x, -, :); $y' = \dots$; $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$

1.3.2. Métodos (Procedimientos y criterios)

Es el conocimiento de las reglas y procedimientos propios de las Matemáticas. Se trata de la memorización de las reglas y procedimientos por parte del alumno, y no a la selección o comprensión de aquellos para resolver un problema determinado.

Ejemplos: Conocer cómo se utiliza la regla de Ruffini; conocer cómo se calcula el M.C.D. y el M.C.M. de números naturales o de polinomios; conocer las reglas para operar con números racionales; conocer los pasos para resolver un determinado tipo de problemas (resolver una ecuación de segundo grado, resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, representación de una función, problemas de máximos y mínimos, etc.). El desarrollo de esta capacidad es especialmente importante en Matemáticas para la Enseñanza Primaria y Secundaria.

2. COMPRENSIÓN

Se trata de comprender el significado literal de una información que se presenta de una manera explícita, sin complicaciones excesivas.

Para comprobar que ha habido comprensión debe hacerse a través de una “traducción” a un caso particular. En Matemáticas se desarrolla esta capacidad mediante:

2.1. Conceptos y Principios

Buena parte de los conceptos y principios matemáticos sirven para desarrollar la capacidad de comprensión, aunque la comprensión de ciertos conceptos o principios puede ser un objetivo de análisis (ver 4.1.).

Ejemplos:

- Comprender el concepto de suma, función, ángulo, etc.
- Comprender el teorema de Pitágoras.

2.2. Seguir una línea de razonamiento (incluye comprensión de algunas reglas y procedimientos)

Ejemplos:

- Comprender una demostración del Teorema de Pitágoras.
- Comprender el procedimiento para obtener el MCD y MCM de varios números naturales o de varios polinomios.
- Comprender el procedimiento para resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Comprender el porqué de este procedimiento puede ser un objetivo de análisis.

2.3. Traducción de los elementos explícitos de un problema de una lenguaje a otro

Ejemplos:

- Transformar ciertas expresiones algebraicas en gráficas y ciertas gráficas en expresiones algebraicas.
- Comprender las distintas "partes" de un problema de "enunciado".
- Utilizar los números reales para codificar, contar, medir, etc.
- Transformar a un lenguaje geométrico las distintas partes de la planta de una casa.
- Utilizar los números racionales para representar partes de un todo.

2.4. Interpretar un problema matemático con datos explícitos

Mientras que el apartado 2.3. (Traducción) se refiere a cada una de las partes de un mensaje por separado, la interpretación implica una estructuración global de la traducción o una nueva perspectiva del problema estudiado.

Ejemplos:

- Clásicos problemas de álgebra, donde se plantean ecuaciones y sistemas. Si lo “único” que hay que hacer es escribir “directamente” las ecuaciones al ir leyendo el enunciado, sería una interpretación; y si de los datos hay que inferir conclusiones más complejas tendríamos una capacidad distinta (aplicación o análisis).
- A partir de la representación de una función, decir el conjunto en el que es creciente, decreciente, cóncava, etc.

3. APLICACIÓN

Es el uso adecuado de principios, fórmulas, etc., en situaciones concretas. Debe haber “selección” de lo que se aplica.

3.1. Resolver problemas rutinarios (para el profesor)

Ejemplos:

- Calcular un límite por un procedimiento rutinario.
- Dibujar una curva utilizando el cálculo infinitesimal de forma “mecánica”.
- Calcular una derivada aplicando la fórmula.

Mientras el alumno aprende a resolver estos “problemas rutinarios” está ejercitando la capacidad de aplicación. Cuando ya los ha aprendido sólo desarrollará la capacidad de reconocimiento.

3.2. Establecer comparaciones entre situaciones o elementos

Ejemplos:

- Resolver un problema de “enunciado” análogo a otro enseñado previamente.

3.3. Leer, manipular e interpretar datos y obtener conclusiones

Si las conclusiones son “muy directas” puede ser comprensión y si son difíciles (datos poco explícitos) puede ser análisis.

Ejemplos:

- Obtener algún término general sencillo de una sucesión, conocidos algunos términos de la misma. Si es difícil puede ser objetivo de análisis.

- Calcular el área de algunos recintos planos utilizando la integral definida. Si es análogo a alguno hecho por el profesor estaremos en 3.2.
- Obtener el campo de existencia de la función: $y = \sqrt{x^2 - 4}$. Si es igual que alguno hecho por el profesor estaremos en 3.1.

4. ANÁLISIS

Se trata de comprender y manipular una información con datos poco explícitos mediante la fragmentación en sus elementos más importantes de manera que las relaciones existentes entre dichos elementos se hagan más explícitas.

4.1. Comprender ciertos conceptos o principios y el porqué de ciertos procedimientos o demostraciones

Ejemplos:

- Comprender los diversos conceptos de límite de una función a partir de la definición formal.
- Comprender el porqué del procedimiento para resolver un sistema de 2 ecuaciones lineales con 2 incógnitas.
- Comprender el porqué del procedimiento para calcular el M.C.D. y M.C.M. de varios polinomios.

4.2. Buscar y descubrir relaciones entre elementos de un problema

Se trata de hacer explícitas relaciones que están implícitas en un problema.

Ejemplos:

- Buscar relaciones que permitan resolver un problema geométrico de cierta complicación (relaciones de simetría, relaciones entre ángulos, etc.).
- Descubrir relaciones entre los elementos de una sucesión que nos permitan obtener su término general.
- Analizar un problema de combinatoria descubriendo relaciones existentes en él, que nos llevarán a su solución.

4.3. Resolver problemas no rutinarios que no han sido estudiados antes

Obviamente dependerán de lo que previamente se haya estudiado.

Ejemplos:

- Resolver problemas de "enunciado" con ayuda de las ecuaciones, los sistemas, los números, etc. que no sea sencillo hacerlos por comparación con otros vistos anteriormente.
- Resolver problemas geométricos que sean originales.
- Resolver un problema nuevo de combinatoria, de probabilidad, etc.

5. SÍNTESIS

Se trata de manipular elementos de distintos tipos (conceptos, fórmulas, principios, etc.), para crear una estructura nueva que antes no existía de forma explícita.

Ejemplos:

- Aplicar conocimientos y técnicas de Análisis Matemático (sucesiones, límites, derivadas, etc.) para estudiar algún fenómeno físico.
- Aplicar conocimientos y técnicas geométricas para estudiar la geometría de una construcción.
- Utilizar conocimiento y técnicas estadísticas para diseñar una encuesta.

6. VALORACIÓN

Juicios de valor cuantitativos y cualitativos sobre el grado con que unos métodos cumplen con los fines propuestos, utilizando criterios de apreciación de libre elección o impuestos.

6.1. Intrínseca

Ejemplos:

- Conclusiones obtenidas en investigaciones como consecuencia del trabajo de síntesis realizado previamente, y desde un punto de vista intrínsecamente matemático.

6.2. Extrínseca

Ejemplos:

- Valoración de un trabajo de investigación matemático desde el punto de vista de aplicación a la física.

II. DOMINIO AFECTIVO

1. *ATENCIÓN* prestada cuando aprende Matemáticas.
2. *INTERÉS* por el estudio de las Matemáticas.
3. *VALORACIÓN* de las Matemáticas: Es una opinión o una actitud que determina una conducta.
4. *AUTOESTIMA*. La resolución de problemas matemáticos puede generar en el alumno un sentimiento de autoestima y confianza en sí mismo.

COMENTARIO FINAL

Es claro que en los ejemplos propuestos anteriormente, la edad y la "información" que el alumno posee debe tenerse siempre presente.

A "igualdad" de conocimientos, lo que para un alumno de 16 años es un problema de Aplicación, puede serlo de Análisis para otro de 14.

Cuando la edad es la misma, pero la "información" (o el adiestramiento) es diferente, idéntico problema puede ser de Comprensión, Aplicación, Análisis, etc. Y desde otro punto de vista, la dificultad de algunos conceptos matemáticos puede convertir su comprensión en un problema de análisis para muchos alumnos.

También es interesante constatar que el desarrollo de las capacidades de análisis, síntesis y valoración es más frecuente en la enseñanza universitaria que en las enseñanzas medias.

Con respecto a las capacidades del dominio afectivo expuestas, cabe señalar que su desarrollo está muy relacionado con el de las capacidades cognoscitivas (y viceversa).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bloom, B.S. (Ed.) (1956).** *Taxonomy of Educational Objectives. Handbook I: Cognitive Domain by a Committee of College and University Examiners.* New York: David McKay; traducción: *Taxonomía de las Metas Educativas, por una comisión de Examinadores de Enseñanza Técnica y Universitaria. Tomo I: Ámbito del Conocimiento.* Alcoy: Marfil, 1972.
- Harrow, A.J. (1972).** *A Taxonomy of the Psychomotor Domain.* New York: David McKay; traducción: *Taxonomía del dominio psicomotor.* Buenos Aires, Ateneo, 1978.
- Krathwohl, D.R., Bloom, B.S. & Masia, B.B. (1964).** *Taxonomy of Educational Objectives. Handbook II: Affective Domain, by a Committee of College and University Examiners.* New York: David McKay; traducción: *Taxonomía de los Objetivos de la Educación, Tomo II. Ámbito de la Afectividad.* Alcoy: Marfil, 1973.
- Luengo, M.A. (1989).** *Taxonomía Aplicada a las Matemáticas. Aula Abierta, 54,* 57-63.
- Menéndez, P.L. y Hernández, J. (1991).** *Algunas apreciaciones acerca de Taxonomía de Capacidades aplicada a la Lengua y la Literatura. Aula Abierta, 58,* 85-109.
- Pastoriza, J. (1997).** *Lenguas Extranjeras: Inglés. Claves de Programación. Tomo II,* págs. 304-317. Madrid: Ediciones SM.
- Reibelo, J.D. (1994).** *Taxonomía de Capacidades aplicadas a las Ciencias Sociales, Geografía e Historia, Aula Abierta, 64,* 107-136.
- Royuela, J. y Reibelo, J. (1995).** *Ciencias Sociales, Geografía e Historia. Educación Secundaria Obligatoria. Claves de Programación.* Madrid: Ediciones SM.
- Ryle, G. (1949).** *The concept of mind.* London: Hutchinson's University Library.
- Simpson, E.J. (1966).** *The Clasification of Educational Objectives: Psychomotor Domain. Project n° OE5-85-104. Illinois University, ILL. Illinois Teacher of Home Economics, 10,* 110-144.
- Soler, E. (1989).** *Taxonomía de Capacidades Aplicadas a las Ciencias de la Naturaleza. Aula Abierta, 54,* 65-92.
- Valdés, C., Moral, V., García, F., Rodríguez, J.L. y Ullíbarri, J.R. (1992).** *Matemáticas. Educación Secundaria Obligatoria. Claves de Programación.* Madrid: Ediciones SM.