

## ANÁLISIS DEL RENDIMIENTO DE LOS ESTUDIANTES APLICANDO DISEÑO DE EXPERIMENTOS: CASO PARTICULAR

### ANALYSIS OF THE PERFORMANCE OF THE STUDENTS APPLYING DESIGN OF EXPERIMENTS: PARTICULAR CASE

#### RESUMEN

El presente artículo presenta los resultados relevantes de una investigación realizada en el segundo semestre del 2009 en la Universidad Tecnológica de Pereira, con la cual se pretendía conocer el efecto que tiene las metodologías de los docentes que dictan matemáticas II sobre los promedios de los estudiantes y la significancia que tienen las diferentes facultades de ingeniería en estas notas; utilizando para ello las herramientas estadísticas que brinda el diseño de experimentos a través de sus modelos factoriales completos.

**PALABRAS CLAVES:** Aleatoriedad, Hipótesis, Independencia, Modelo Factorial, Normalidad, Significancia.

#### ABSTRACT

*The present article presents the important results about an investigation in the second semester of the 2009 in the Universidad Tecnológica de Pereira, which we wanted to know the effect that has the methodologies of the teacher that dictate mathematics II on the averages of the students and the importance that the different engineering programs has in these notes; using for it the statistical tools that it offers the design of experiments through their complete factorial models.*

**KEYWORDS:** Factorial Model, Hypothesis, Independence, Normality Randomness.

#### IRINA ARTAMÓNOVA

Estadista

M. Sc en Enseñanza de las Matemáticas  
Profesora auxiliar  
Universidad del Quindío  
[artiri@gmail.com](mailto:artiri@gmail.com)

#### SERGIO AUGUSTO FERNANDEZ HENAO

Candidato a M. Sc. Investigación de operaciones y estadística.  
Ingeniero Industrial  
Profesor Asistente  
Universidad Tecnológica de Pereira  
[sfernandez@utp.edu.co](mailto:sfernandez@utp.edu.co)

#### JOSE DANIEL MOSQUERA A

Estudiante X semestre de ingeniería industrial.  
Universidad Tecnológica de Pereira  
[Xoce15@ingenieros.com](mailto:Xoce15@ingenieros.com)

## 1. INTRODUCCIÓN.

Los diseños factoriales son ampliamente utilizados en experimentos en los que intervienen varios factores para estudiar el efecto conjunto de éstos sobre una respuesta. Existen varios casos especiales del diseño factorial general que resultan importantes porque se usan ampliamente en el trabajo de investigación y constituyen la base para otros diseños de gran valor práctico. [1]

El más importante de estos casos especiales ocurre cuando se tienen  $k$  factores, cada uno con dos niveles. Estos niveles pueden ser cuantitativos como sería el caso de dos valores de temperatura presión o tiempo. También pueden ser cualitativos como sería el caso de dos máquinas, dos operadores, los niveles "superior" e "inferior" de un factor, o quizás, la ausencia o presencia de una sustancia.

En esta investigación se incluye tres factores de tipo cualitativo con los que se busca analizar los posibles

efectos sobre el desempeño de los estudiantes de la Universidad Tecnológica de Pereira en determinada asignatura en relación a su nota definitiva.

Esto permitirá establecer cierto tipo de caracterización del rendimiento académico del estudiante con base a un soporte estadístico robusto, tal como lo es el que se obtiene al aplicar un diseño de experimentos.

## 2. CONCEPTOS GENERALES. [2]

El Diseño experimental consiste en una serie de pruebas en las que se establecen valores reales de los factores más importantes según un diseño determinado. Un experimento diseñado es una prueba en la cual se inducen cambios deliberados en las variables de entrada de un proceso o sistema, de manera que sea posible observar e identificar las causas de los cambios en la variable de salida.

Existen varios tipos de diseños que se pueden implementar al momento de evaluar los efectos de diferentes factores sobre cierta variable respuesta, entre los más utilizados se encuentran el diseño factorial de tipo  $2^k$ ,  $3^k$ , completo entre otros.

En la notación anterior la letra “k”, representa la cantidad de factores (variables explicativas) inmersas en el estudio y la base representa la cantidad de niveles que se contemplan en cada factor, los cuales pueden ser de tipo cualitativo o cuantitativo, tal como se mencionó en el numeral anterior.

Es así, como una réplica completa del diseño factorial básico requiere que se recopilen  $2 \times 2 \times \dots \times 2 = 2^k$  observaciones y se conoce como diseño general  $2^k$ .

El segundo caso especial es el de k factores con tres niveles cada uno, conocido como diseño factorial  $3^k$ .

El diseño  $2^k$  es particularmente útil en las primeras fases del trabajo experimental, cuando es probable que haya muchos factores por investigar. Esto conlleva a un menor número de corridas con las cuales pueden estudiarse k factores en un diseño factorial completo, además, debido a que sólo hay dos niveles para cada factor, debe suponerse que la respuesta es aproximadamente lineal en el intervalo de los niveles elegidos de los factores.

Para confiar en los resultados que arroja un diseño experimental, se debe tener en cuenta lo siguiente:

- Los factores son fijos o aleatorios
- Los diseños son completamente aleatorios
- Se satisface la suposición usual de normalidad

Esto se explicará en los siguientes numerales a través del desarrollo del diseño de experimentos para el objeto de esta investigación.

### 3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Con el desarrollo de esta investigación se pretende conocer la relación existente entre el rendimiento académico del estudiante universitario de la Universidad Tecnológica de Pereira en una materia catalogada como “Exigente” (matemáticas II) con referencia al sexo del estudiante, la carrera en la que está matriculado y el efecto producido por las diferentes metodologías empleadas por los docentes.

Para el estudio se escogió los últimos cuatro semestres académicos en que se ha dictado la asignatura en dicha universidad, siendo estos los siguientes (092, 091, 082, 081) en donde los dos primeros dígitos representan el año electivo y el último dígito es el semestre.

Con la colaboración de la oficina de deserción académica, se pudo tener la base inicial de profesores que dictaban esta materia en la ventana de investigación, teniendo un total de 45 docentes registrados en la base de datos, para segmentar la población se condicionó que por lo menos, debería haber dado clases en tres periodos diferentes dado que se encontró que varios de ellos solo habían dictado la asignatura de matemáticas II un o dos periodos siendo estos profesores fuentes de perturbación para el estudio, después de esto quedaron 22 profesores que cumplen la condición mencionada.

Para determinar los docentes a indagar se enumeró de 1 hasta 22 la lista definitiva y se continuó con la realización de una selección de 3 de ellos por medio de un generador de números aleatorios.

Teniendo el objeto de investigación (profesor) ya identificado, se indagó en los listados existentes de calificaciones en los cuales están registrados: los códigos de los estudiantes, el nombre y apellido, el programa académico, el promedio de la asignatura y el promedio del semestre; teniendo cada profesor identificado y conociendo los estudiantes matriculados por cada carrera se empezó a seleccionar los estudiantes agrupándolos en primera instancia por sus facultades y luego enumerándolos de 1 hasta n para seleccionar los diferentes datos con la mayor aleatoriedad posible. A continuación se muestra la distribución de los alumnos:

FACULTAD	INGENIERIA ELECTRICA		INGENIERIA INDUSTRIAL		
	F	M	F	M	
Docente	SEXO				
	1	4	9	15	14
	2	3	15	23	19
	3	8	14	3	14

Tabla 1. Distribución de estudiantes por sexo

FACULTAD	Docente	INGENIERIA ELECTRICA		INGENIERIA INDUSTRIAL	
		F	M	F	M
1	1	2.1	3.9	3.3	2.8
		3.7	4.7	3.3	3.0
	2	F	M	F	M
		5.0	3.9	3.2	3.3
	3	F	M	F	M
		3.1	3.5	3.4	2.8
		3.4	3.9	3.4	3.8

Tabla 2. Notas finales de los estudiantes por género

Para probar cada una de las hipótesis planteadas sobre la influencia de determinada variable en la nota final de matemáticas II, se diseñan diferentes experimentos para apoyar o deslegitimar cada una de ellas. Se inicia probando la influencia que tiene el género de una persona matriculada en dos carreras específicas, comparando a tres profesores escogidos aleatoriamente con metodologías de enseñanzas diferentes entre ellas. (Ver tabla 2)

Para que un experimento planteado por cualquier persona sea aceptado (fiable) debe pasar dos condiciones estadísticas importantes las cuales están dadas en la aleatoriedad de los errores los cuales siguen una distribución normal con media cero y varianza constante, siendo independientes entre sí.

De esta manera, la hipótesis para la varianza es:

- La varianza de los errores o residuos son iguales

En donde se plantean las siguientes hipótesis de prueba:

$H_0$ : La varianza de los residuos es constante.

$H_a$ : La varianza de los residuos no es constante.

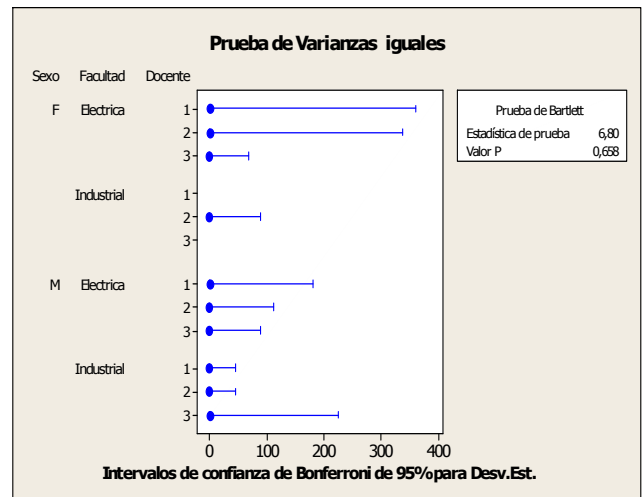
Para la prueba de varianza se usan dos estadísticos de prueba los cuales son Bartlett y Levene. [3]

En donde esta definido el estadístico de Bartlett como se expresa en la fórmula 1 pues es la prueba que se utiliza en esta investigación:

$$S_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (n-1)S_i^2}{N-k} \quad (1)$$

Donde  $S_i^2$  es la varianza muestral del tratamiento  $i$ . bajo la hipótesis nula de igualdad de varianza, el estadístico  $\chi_0^2$  sigue una distribución ji-cuadrada con  $k-1$  grados de libertad. Por lo que se rechaza  $H_0$  cuando  $\chi_0^2$  es más grande que  $\chi_{(\alpha, k-1)}^2$ . Donde  $k$  son las muestras aleatorias de tamaños  $n_i (i = 1, 2, \dots, k)$

Al observar los resultados de esta prueba (ver gráfica 1), se puede concluir a través de su Valor P (0.658) que no hay evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula, por lo tanto, el experimento presenta una varianza constante en sus residuos.



Gráfica 1. Prueba de varianzas iguales

Ahora, la hipótesis que se encarga de la normalidad es:

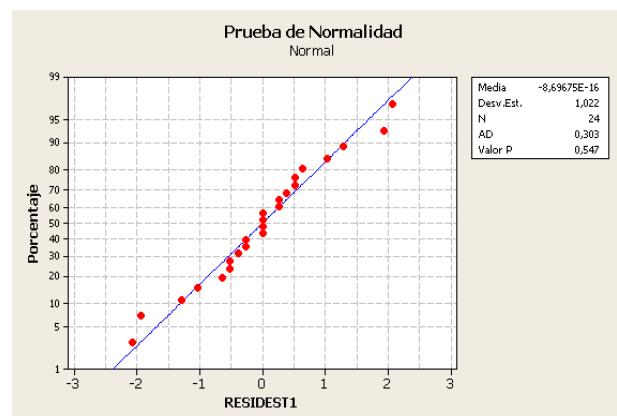
- Los residuos siguen una distribución normal

Con lo que se plantea las siguientes hipótesis de prueba:

$H_0$ : Los errores o residuos son normales

$H_a$ : Los errores o residuos no son normales

Entre los diferentes estadísticos de prueba de normalidad, se utilizó el test de Anderson Darling para contrastar las hipótesis.



Gráfica 2. Prueba de Normalidad

Se observa en esta prueba de normalidad que el Valor P es de 0.547 con lo que se puede concluir que se cumple con el supuesto de normalidad.

Dado el resultado satisfactorio en las dos pruebas, se permite realizar conclusiones acertadas sobre la población estudiada.

Teniendo luz verde para continuar con los análisis, se evaluará la variable respuesta (nota definitiva) en relación a los efectos que tiene de las otras variables

explicativas mencionadas anteriormente. Para ello se utilizará la información obtenida por la tabla Anova, en donde se podrá observar cuáles son los factores más significantes o que inciden en mayor proporción sobre la variables respuesta.

#### Análisis de varianza para Nota

Fuente	GL	SC	sec.	F	P
Docente	2	0,740	1,24	0,325	
Sexo	1	0,183	0,61	0,449	
Facultad	1	1,550	5,18	0,042	
Docente*Sexo	2	0,422	0,71	0,513	
Docente*Facultad	2	0,600	1,00	0,396	
Sexo*Facultad	1	1,000	3,34	0,093	
Docente*Sexo*Facultad	2	0,775	1,29	0,310	
Error	12	3,595			
Total	23	8,869			

**Tabla 3.** Anova para la variable nota

Como se observa en la tabla 3, después de aplicar un diseño factorial completo, la única variable que tiene significancia para el experimento es “Facultad” (esto se ve en la última columna en donde su valor P no es significativo ya que es menor al alfa que ha sido establecido de 0,05), con lo cual se puede afirmar que el sexo y la metodología del docente, no influyen en la nota promedio de la asignatura de matemáticas II en los estudiantes de la U.T.P.

Queriendo indagar más sobre esta relación, se estructura otro experimento en el cual se pueda determinar la relación que tienen las facultades en cada alumno usando nuevamente los docentes seleccionados anteriormente e ingresando otras facultades que permitan percibir esta variabilidad. A continuación se presenta el total de estudiantes inscritos con cada profesor

	Docente		
	1	2	3
Ing. Eléctrica	13	18	22
Ing. Industrial	29	42	17
Ing. Sistemas	17	25	12
Ing. Mecánica	9	18	5

**Tabla 4.** Relación de estudiantes de cada facultad por docente

En este experimento se ingresa dos nuevas facultades, Ingeniería de sistemas e Ingeniería Mecánica, las cuales permiten tener un universo muestral más amplio con las que se determinará la efectividad de esta variable en las notas promedio de los estudiantes.

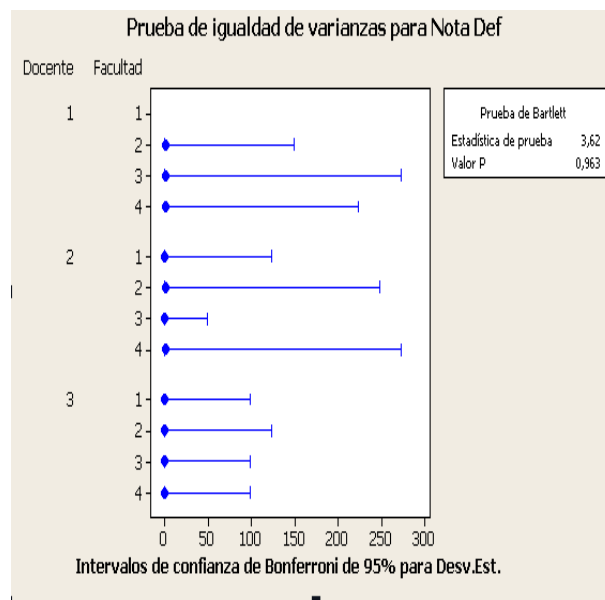
En la siguiente tabla se resume la información obtenida del nuevo diseño experimental planteado.

Docente	Ing. Sistemas	Ing. Eléctrica	Ing. Industrial	Ing. Mecánica
1	3.6	4.1	3.8	2.5
	3.6	4.7	4.9	3.4
2	4.1	4.0	3.3	4.2
	3.6	5.0	3.1	3.1
3	3.6	3.3	4.0	2.8
	3.2	3.8	3.6	3.2

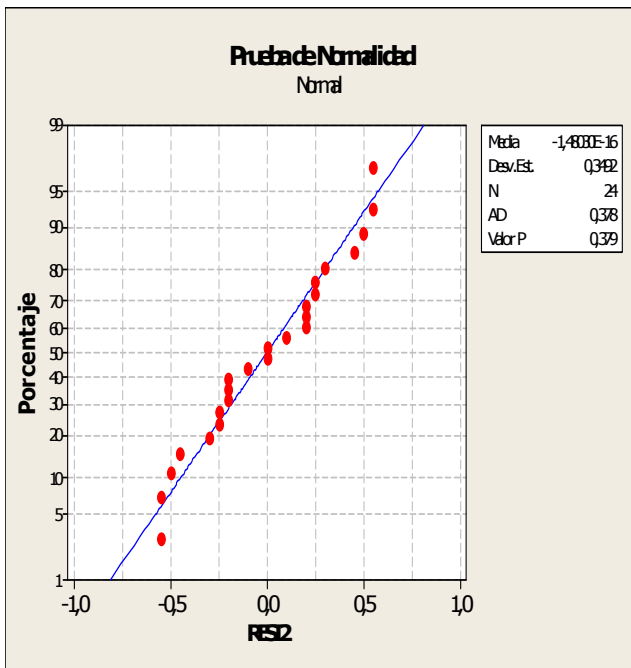
**Tabla 5.** Notas de los estudiantes filtrados por la facultad

Nuevamente se realizan las pruebas de los supuestos que debe cumplir este experimento, en la gráfica 3 se ven los resultados de la prueba de varianzas iguales usando el estadístico de Bartlett, con la aproximación de Bonferroni con un nivel de confianza del 95% donde se obtiene como valor P 0.963; lo que permite afirmar que las varianzas de las variables son iguales (constantes) y en la gráfica 4 se ve un valor P de 0.37, lo que indica una distribución normal de los residuos.

Con base en lo anterior, se procede con el análisis de los efectos que tienen las variables de la tabla 5 sobre la nota definitiva de la asignatura matemáticas II.



**Gráfica 3.** Prueba de varianzas iguales – Experimento 2



Gráfica 4. Prueba de Normalidad – Experimento 2

Para los datos mostrados en la tabla 5 su respectivo análisis Anova es el que se muestra a continuación:

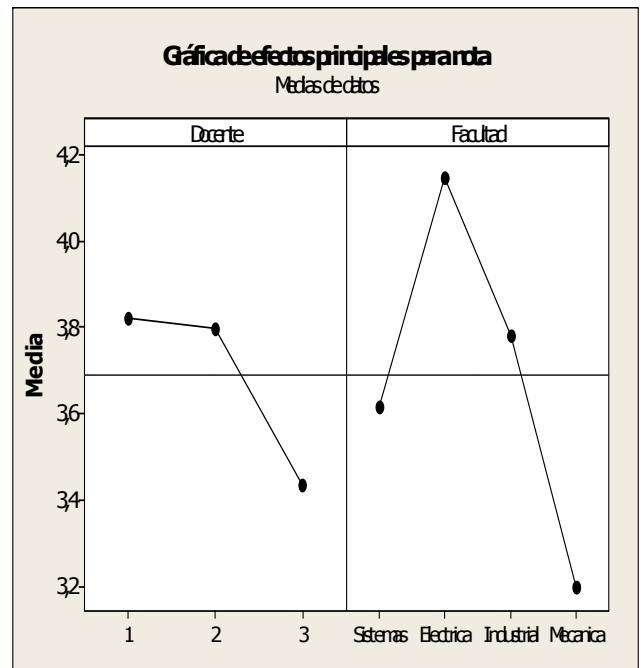
Análisis de varianza para nota

Fuente	GL	SC sec.	F	P
Docente	2	0,752	1,61	0,240
Facultad	3	2,794	3,99	0,035
Docente*Facultad	6	2,474	1,76	0,190
Error	12	2,805		
Total	23	8,826		

Tabla 6. Anova para el segundo experimento

Con la información obtenida se evidencia nuevamente que la única variable que aporta información significativa es la facultad de procedencia de los estudiantes, infiriendo con un 95% de confiabilidad que los estudiantes matriculados con un mismo profesor de carreras diferentes tendrán notas promedio en la asignatura de Matemáticas II desiguales y en cada subgrupo de facultades la desviación de las notas es significativa, tal como se muestra en la gráfica 5.

En la gráfica 5 se observa en la variable docente que el docente 1 y 2 presentan un efecto similar en la nota definitiva del estudiante y parece que hay alguna diferencia con el docente 3, para estar más seguros con esta apreciación, se recurre a la prueba de intervalos de confianza simultáneos de TUKEY, con lo que se podrá comprobar si existe una diferencia significativa entre las distancias observadas en dicha gráfica. [4]



Gráfica 5. Efectos principales Experimento 2

A continuación se presentan los resultados de la prueba de intervalos de confianza de TUKEY.

Docente = 1 restado a:

Docente	Inferior	Centrada	Superior
2	-0,669	-0,0250	0,6194
3	-1,032	-0,3875	0,2569

Docente = 2 restado a:

Docente	Inferior	Centrada	Superior
3	-1,007	-0,3625	0,2819

Con la prueba de TUKEY se observa como la variable docente genera el mismo efecto en la nota definitiva, esto debido a que al realizar las restas correspondientes entre sus diferentes niveles, se encuentra el cero en cada una, lo que sugiere que poblacionalmente tienen el mismo promedio de nota.

Ahora, se analizará con esta misma prueba la variable Facultad, para determinar que nivel o niveles están presentando estadísticamente una diferencia significativa sobre la nota definitiva.

Facultad = 1 restado a:

Facultad	Inferior	Centrada	Superior
2	-0,296	0,5333	1,3623
3	-0,662	0,1667	0,9957
4	-1,246	-0,4167	0,4123

Facultad = 2 restado a:

Facultad	Inferior	Centrada	Superior
3	-1,196	-0,3667	0,4623
4	-1,779	-0,9500	-0,1210

Facultad = 3 restado a:

Facultad	Inferior	Centrada	Superior
4	-1,412	-0,5833	0,2457

Con estos resultados podemos corroborar lo observado en la gráfica 5, donde se observa claramente que la facultad 2 (Ingeniería Eléctrica) presenta una clara diferencia en el efecto que causa sobre la nota definitiva respecto a los estudiantes de las otras facultades.

También en la gráfica 5 se podría concluir que el estudiante de ingeniería Mecánica es el que obtiene el rendimiento más bajo, sin embargo, gracias a la prueba de TUKEY no se comete el error en la apreciación de distancias, porque estadísticamente las facultades de Ingeniería de Sistemas, Industrial y Mecánica, tiene el mismo rendimiento.

La pregunta que nace ahora, después de la investigación realizada es ¿por que los estudiantes de dos carreras con niveles de exigencias altos presentan promedio heterogéneos? Lo que abre la puerta a futuras investigaciones sobre la relación existente entre el contenido académico, la calidad de docente, el ICFES y la relación entre las materias de primer semestre al segundo determinando la correlación entre estas variables, es claro para los investigadores que hay muchas variables que no se han tenido en cuenta en la investigación realizada, siendo una de estas la metacognición[5] en la cual; el estudiante tiene la capacidad de autorregular el propio aprendizaje, es decir de planificar qué estrategias se han de utilizar en cada situación para así llegar a la meta académica propuesta.

#### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

- El diseño y análisis de experimentos, es una herramienta estadística robusta que puede utilizarse bajo cualquier escenario donde se quiera observar el efecto que puedan tener ciertas variables explicativas sobre una variable respuesta.
- Por medio de la presente investigación se demostró estadísticamente utilizando el análisis de diseño de experimentos que los diferentes docentes que dictan

la asignatura de Matemáticas II para las facultades estudiadas de la universidad tecnológica de Pereira no generan variabilidad en los promedios de los estudiantes.

- El género de la persona matriculada en cada uno de los docentes no es una variable que genere significancia para la nota final de la asignatura.
- Para las facultades estudiadas en esta investigación, se encontró que éstas generan variabilidad significativa en los promedios de los estudiantes, teniendo la facultad de ingeniería Eléctrica los mejores promedios en la nota final.
- Es importante afianzar el análisis gráfico con un análisis inferencial utilizando pruebas de hipótesis apropiadas, ya que se puede llegar a conclusiones erróneas, tal como se evidenció al comparar la gráfica 5 con el test de TUKEY, en relación a la facultad de Ingeniería Mecánica.
- Ya que la facultad de procedencia de los estudiantes es un factor significativo en su rendimiento general, se deberá continuar con investigaciones al interior de ellas para encontrar otras variables propias de cada facultad, que están afectando dicho rendimiento de manera relevante, esto hace referencia a estudios específicos sobre perfiles de los estudiantes, competencias básicas que deben tener al momento de ingresar al correspondiente programa y contenido de las asignaturas que permita a cada estudiante contar con el tiempo necesario para el aprendizaje significativo en cada una.

#### 5. BIBLIOGRAFÍA.

- [1] <http://www.itch.edu.mx/academia/industrial/ingcalidad/unidad1.html>
- [2] MONTGOMERY, Douglas. Diseño y Análisis de Experimentos. Segunda edición. Limusa Wiley. 2004
- [3] GUTIERREZ, Humberto, Análisis y Diseño de Experimentos. Segunda edición. McGrawHill. 2008
- [4] DÍAZ. Luís. Estadística Multivariada: Inferencia y Métodos. Universidad Nacional de Colombia. Departamento de Estadística. 2005
- [5] <http://www.monografias.com/trabajos34/metacognicion-escuela/metacognicion-escuela.shtml>