

ANÁLISIS COMPARATIVO DE ALGUNAS TEORÍAS EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA PARA LA DETECCIÓN DE DISTORSIONES EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA

Comparative analysis of some theory's in the dominie of the frequency to detect distortions at electric potency systems

RESUMEN

En este artículo presenta algunos métodos en el dominio de la frecuencia para la detección de distorsiones en sistemas eléctricos de potencia, a partir de simulaciones realizadas en PSCAD 4.1.0, donde se presentan algunos de los eventos más comunes que afectan la calidad de energía. Se implementaron algoritmos en Matlab 7.0 para el análisis frecuencial de los eventos más importantes generadores de armónicos.

PALABRAS CLAVES: Calidad de energía, sistemas eléctricos de potencia, algoritmos, armónicos.

ABSTRACT

In this paper appear some methods in the frequency domain for distortions detection in power electric systems, from then on simulations made in PSCAD 4.1.0, where some of the most common events that affect the energy quality are presented. Algorithms were implemented in Matlab 7.0 for the frequencial analysis of the most important harmonics generators.

KEYWORDS: Energy quality, power electric systems, algorithms, harmonics.

ALFONSO ALZATE GÓMEZ

Ingeniero Electricista Msc.

Profesor Titular

Universidad Tecnológica de Pereira

alalzate@utp.edu.co

ANDRÉS MAURICIO LÓPEZ MURILLO

Ingeniero Electricista

Universidad Tecnológica de Pereira

emantenimientop1@colombina.com

HARRYNSON RAMÍREZ MURILLO

Ingeniero Electricista

Universidad Tecnológica de Pereira

harrynsonramirez@hotmail.com

Grupo en Electrónica de Potencia

1. INTRODUCCIÓN

Con el crecimiento de las aplicaciones hacia procesos electrónicos y sistemas de comunicación, la incompatibilidad con el entorno eléctrico ha aumentado, ya que los armónicos afectan la calidad de la energía pues distorsionan la forma de onda sinusoidal de las señales de voltaje y corriente, ocasionando efectos tales como pérdidas técnicas y calentamiento en cables motores, transformadores, generadores, condensadores, entre otros, operaciones anormales de equipos como controladores de velocidad, PLC's, PC's, relés, etc., errores en los equipos de medida, efectos de resonancia, teniendo como consecuencia el incremento en los costos de operación [3-4]. Se presenta un conjunto de metodologías para el análisis en el dominio de la frecuencia de las diferentes distorsiones.

2. ANÁLISIS ESPECTRAL

2.1. TRANSFORMADA DE FOURIER (FT)

La Transformada de Fourier (FT) de una señal $x(t)$ continua, que es una particularización de la transformada de Laplace con $s=j\omega$, se expresa como una suma de funciones exponenciales complejas periódicas [1].

$$F\{x(t)\} = X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt \quad (1)$$

Como los procesos numéricos son realizados por computadores, es evidente que no es posible de manera práctica evaluar las transformadas empleando ecuaciones analíticas, integrales, etc. Por lo tanto es necesaria la discretización de la transformada, lo cual se logra realizando un muestreo del plano tiempo-frecuencia

2.2. TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER (DFT)

La DFT se define como una operación lineal que actúa sobre un vector de entrada x_N , de N muestras en el dominio del tiempo discreto, que genera coeficientes X_N de longitud N :

$$X_N = F_N x_N \quad (2)$$

Donde:

$$F_N = \begin{bmatrix} W_N^0 & W_N^0 & W_N^0 & \dots & W_N^0 \\ W_N^0 & W_N^{-1} & W_N^{-2} & \dots & W_N^{-(N-1)} \\ W_N^0 & W_N^{-2} & W_N^{-4} & \dots & W_N^{-2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_N^0 & W_N^{-(N-1)} & W_N^{-2(N-1)} & \dots & W_N^{-(N-1)^2} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$W_N^K = e^{j\frac{2\pi k}{N}} \quad (4)$$

La DFT proporciona el contenido espectral de una señal, convirtiéndolo en un método adecuado para el análisis de señales estacionarias. En caso de no ser estacionaria, es necesario el conocimiento de la información tiempo frecuencia de la señal.

2.3. TRANSFORMADA DE FOURIER DE TIEMPO CORTO (STFT)

Este método consiste en dividir la señal no estacionaria en pequeños trozos, en los cuales se supone estacionaria, mediante el empleo de una función ventana de anchura determinada, que se desplaza y se multiplica con la señal. Al aplicársele La DFT a cada trozo, se obtiene una distribución tiempo-frecuencia de esta señal [2]. Este proceso se encuentra formulado mediante la siguiente expresión:

$$STFT_X^{window}(ti, w) = \int_t [x(t) \cdot window^*(t-ti)] \cdot e^{-j\omega t} dt \quad (5)$$

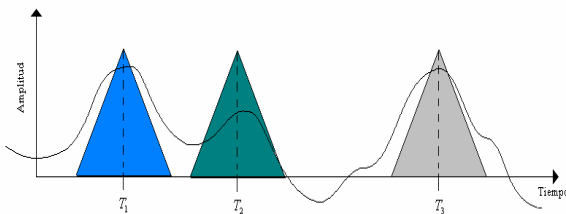


Figura 1: Representación gráfica de la STFT.

Con lo anterior surge un inconveniente de resolución que se remonta al principio de incertidumbre de Heisenberg, el cual formula que no es posible la representación exacta tiempo-frecuencia de una señal, sino tan sólo los intervalos de tiempo en los cuales existen determinadas bandas de frecuencia.

2.4. TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER CON VENTANA DESLIZANTE (SDFT)

En este procedimiento se realiza la DFT dentro de una ventana de N puntos que se va desplazando muestra a muestra. Cada nueva DFT se calcula a partir de los

resultados de la anterior DFT, disminuyendo la cantidad de operaciones a realizar [5-6].

En forma general, el algoritmo SDFT para una componente k del espectro puede ser expresado de la siguiente forma:

$$X_k(n+1) = [X_k(n) - x(n-N) + x(n+1)] e^{j\frac{2\pi k}{N}} \quad (6)$$

3. ANÁLISIS WAVELET

3.1. TRANSFORMADA WAVELET CONTÍNUA (CWT)

Fue desarrollada como una técnica alternativa a la STFT, con la finalidad de superar el problema de resolución existente en esta transformada. Es posible analizar cualquier señal empleando una técnica alternativa llamada análisis multiresolución (MRA), el cual está diseñado para proporcionar una buena resolución temporal y pobre resolución en frecuencia para las altas frecuencias y buena resolución en frecuencia y baja en tiempo para altas frecuencias. Esta transformada se define de la siguiente manera:

$$C(\tau, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi_{\tau, s}^*(t) dt \quad (7)$$

Siendo la Wavelet madre:

$$\psi_{\tau, s}(t) = \sqrt{|s|} \psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right) \quad (8)$$

Donde τ y s son los parámetros de traslación y de escala respectivamente.

Esta transformada puede ser esquematizada mediante los siguientes pasos:

- Se elige la Wavelet madre, la cual es un prototipo para generar las funciones ventanas de longitud finita y de naturaleza oscilatoria (su promedio es cero y decae rápidamente en los extremos).
- Se determina el $C(\tau, s)$, el cual cuanto mayor sea, mayor es la similitud, por lo cual los resultados dependerán de la forma de la Wavelet madre elegida.
- Se desplaza la Wavelet en el sentido positivo del eje del tiempo, repitiéndose los dos pasos anteriores hasta lograr el cubrimiento total de la señal.
- Se efectúa el cambio de escala de la Wavelet en el tiempo y se repiten los tres pasos anteriores.

3.2. TRANSFORMADA WAVELET DISCRETA (DWT)

La discretización de la transformada Wavelet continua se logra muestreando el plano tiempo-escala [8] mediante la siguiente expresión:

$$C[j,k] = \sum_{n \in \mathbb{Z}} x[n] \psi_{j,k}(n) \quad (9)$$

Siendo la Wavelet madre discretizada:

$$\psi_{j,k}[n] = 2^{-\frac{j}{2}} \psi[2^{-j}n - k] \quad (10)$$

Donde $s = 2^j$, $\tau = 2^j k$, $(j,k) \in \mathbb{Z}^2$, son los parámetros de escala y traslación respectivamente.

3.3. ANÁLISIS MULTIRESOLUCIÓN (MRA)

Este es un método que permite encontrar rápidamente los coeficientes $C[j,k]$, junto a la función que representan. La señal discreta pasa a través de filtros pasa alto y pasa bajo para determinar las componentes de alta y baja frecuencia respectivamente. Estas operaciones cambian la resolución de la señal y la escala se cambia mediante operaciones de submuestreo [7].

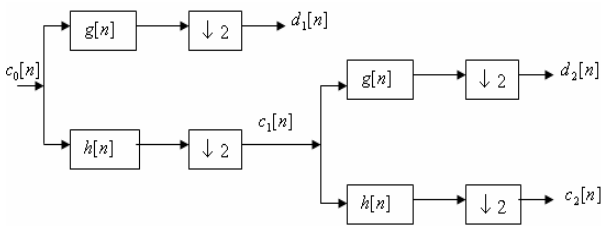


Figura 2: Árbol de descomposición o análisis en dos niveles.

Existe una relación entre las respuestas al impulso de los filtros pasa alto y pasa bajo:

$$g[L-1-n] = (-1)^n h[n] \quad (11)$$

Donde L es la longitud del filtro expresada en número de puntos.

Los filtros que satisfacen esta condición, se conocen como filtros espejo en cuadratura (QMF).

3.4. TRANSFORMADA WAVELET DAUBECHIES D4

Cuando la longitud del filtro es de 4, entonces los coeficientes de h pueden ser expresados en términos de un simple parámetro α :

$$\begin{aligned} h_0 &= \frac{1 - \cos(\alpha) + \text{sen}(\alpha)}{2\sqrt{2}} \\ h_1 &= \frac{1 + \cos(\alpha) + \text{sen}(\alpha)}{2\sqrt{2}} \\ h_2 &= \frac{1 + \cos(\alpha) - \text{sen}(\alpha)}{2\sqrt{2}} \\ h_3 &= \frac{1 - \cos(\alpha) - \text{sen}(\alpha)}{2\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (12)$$

La transformada Wavelet Daubechies D4 surge con $\alpha = \pi/3$. Los coeficientes para $h[n]$ y $g[n]$ (filtro pasa bajo y pasa alto respectivamente) son los siguientes:

$$\begin{aligned} h_0 &= \frac{1 + \sqrt{3}}{4\sqrt{2}} & g_0 &= h_3 \\ h_1 &= \frac{3 + \sqrt{3}}{4\sqrt{2}} & g_1 &= -h_2 \\ h_2 &= \frac{3 - \sqrt{3}}{4\sqrt{2}} & g_2 &= h_1 \\ h_3 &= \frac{1 - \sqrt{3}}{4\sqrt{2}} & g_3 &= -h_0 \end{aligned} \quad (13) \quad \text{y} \quad (14)$$

Este proceso de análisis puede ser expresado matricialmente de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ c_i \\ d_i \\ c_{i+1} \\ d_{i+1} \\ c_{i+2} \\ d_{i+2} \\ c_{i+3} \\ d_{i+3} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cdots & h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ \cdots & g_0 & g_1 & g_2 & g_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ \cdots & 0 & 0 & h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & 0 & 0 & \cdots \\ \cdots & 0 & 0 & g_0 & g_1 & g_2 & g_3 & 0 & 0 & \cdots \\ \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & \cdots \\ \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & g_0 & g_1 & g_2 & g_3 & \cdots \\ \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & \cdots \\ \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g_0 & g_1 & g_2 & g_3 & \cdots \\ \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ x_i \\ x_{i+1} \\ x_{i+2} \\ x_{i+3} \\ x_{i+4} \\ x_{i+5} \\ x_{i+6} \\ x_{i+7} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (15)$$

Donde c_i y d_i son los coeficientes de aproximación y detalle, los cuales son obtenidos mediante el filtrado pasa bajo y pasa alto respectivamente.

4. FILTRO DE KALMAN (KF)

El diseño del filtro se fundamenta en las propiedades estadísticas de las muestras a procesar. La ganancia del filtro K, se determina en forma que sea mínimo el error cuadrático medio esperado entre los valores actuales, de las variables de estado y los valores estimados. Cada muestra que se obtiene se utiliza para mejorar la estimación previa del filtro, hasta alcanzar una condición estacionaria a partir de la cual no se observa ninguna mejora [9-11]. El ciclo de predicción-corrección existente en este filtrado se ilustra en la figura3.

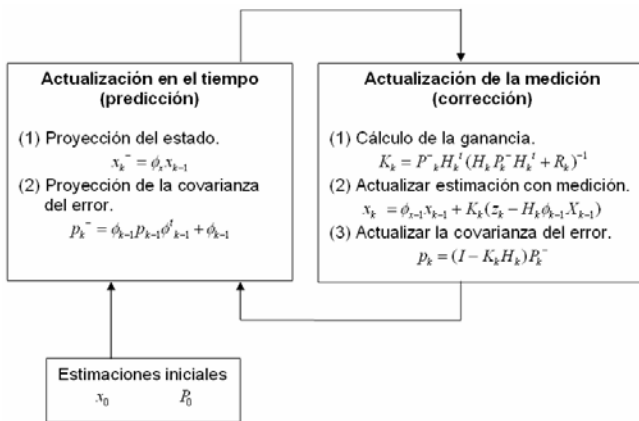


Figura 3: Esquema predicción-corrección empleado en el filtrado de Kalman.

Sea una señal de tensión o corriente de $n-1$ armónicos, la cual puede ser modelada de la siguiente forma:

$$Z(k) = \sum_{i=1}^n [x_{i1} \cos(i\omega k T_s) - x_{i2} \sin(i\omega k T_s)] \quad (16)$$

Donde:

- Componente en fase del armónico i -ésimo:

$$x_{i1} = A_i \cos(\theta_i) \quad (17)$$

- Componente en cuadratura del armónico i -ésimo:

$$x_{i2} = A_i \sin(\theta_i) \quad (18)$$

Las matrices de transición de estados ϕ y de medidas H_k , son las siguientes:

$$\phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$H_k = \begin{bmatrix} \cos(\omega k T_s) & -\sin(\omega k T_s) & \cos(2\omega k T_s) & -\sin(2\omega k T_s) & \dots \\ \dots & \cos(n\omega k T_s) & -\sin(n\omega k T_s) \end{bmatrix} \quad (20)$$

La amplitud y la fase de las componentes armónicas pueden ser determinadas mediante las expresiones siguientes:

$$A_i = \sqrt{x_{i1}^2 + x_{i2}^2} \quad (21) \quad \text{y} \quad \theta_i = \arctan\left(\frac{x_{i2}}{x_{i1}}\right) \quad (22)$$

5. DESARROLLO DE LA SIMULACIÓN

El software empleado en la simulación es PSCAD 4.1.0, el cual es un paquete especializado en el análisis de sistemas eléctricos de potencia, donde se usan componentes de conmutación no lineales. Los circuitos implementados en el presente estudio corresponden a distintas distorsiones que afectan la calidad de energía, siendo las más importantes, tanto por su frecuencia de repetición como por los efectos económicos que producen.

5.1. ARRANQUE Y SALIDA DE OPERACIÓN DE MOTORES

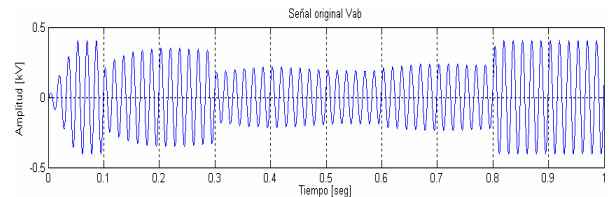


Figura 4: Voltaje línea-línea entre las fases A y B, donde se presentan sags y swells, con una frecuencia de operación es de 60 Hz.

5.2. FALLO LÍNEA-TIERRA

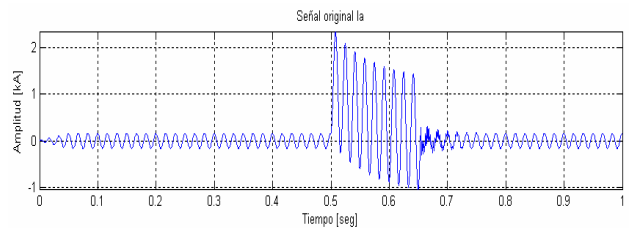


Figura 5: Corriente en la fase A, donde ocurre el fallo.

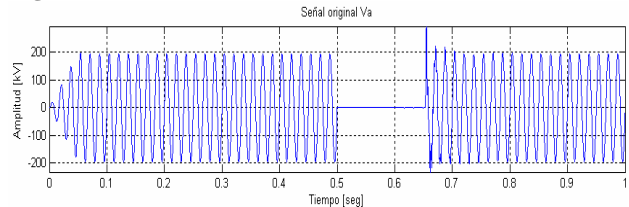


Figura 6: Voltaje en la fase A, donde se presenta un hueco de tensión del 100%.

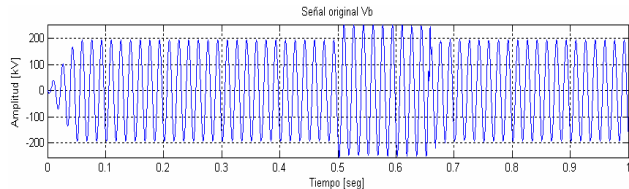


Figura 7: Voltaje en la fase B, donde se presente un swell.

5.3. PRESENCIA DE ARMÓNICOS DE SECUENCIA CERO EN UNA CARGA TRIFÁSICA BALANCEADA

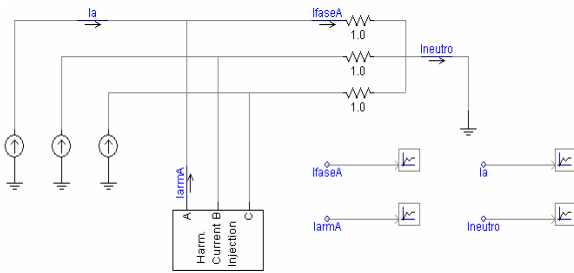


Figura 8: Carga trifásica balanceada resistiva con neutro en presencia de armónicos de secuencia cero

5.4. CONTROLADOR DE CORRIENTE ALTERNA TRIFÁSICO DE SEIS PULSOS

Este circuito se implementó en PSCAD 4.1.0 con la finalidad de simular armónicos impares de amplitud descendente hasta el 33 (1980 Hz).

5.5. CARGA TRIFÁSICA DESBALANCEADA GENERADORA DE ARMÓNICOS

Se diseñó este circuito con la finalidad de simular armónicos impares hasta el 33, siendo predominantes o de mayor amplitud los de secuencia cero o múltiplos de 3 debido a que la señal analizada corresponde a la corriente circulante por el neutro.

6. RESULTADOS

A continuación se muestran los resultados obtenidos del análisis de cada uno de los casos planteados usando los diferentes métodos desarrollados:

6.1. TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER CON VENTANA DESLIZANTE (SDFT)

SIMULACIONES		Error absoluto máximo	Picos de magnitud apreciable (Hz)
Arranque y salida de operación de motores	Vab (kV)	7.57350039350699E-14	60
	Ia (kA)	4.814937892626581E-014	60
Fallo línea-tierra	Ia (kA)	2.632452649823827E-013	60 180 360
	Va (kV)	6.010564466963889E-011	60 180 360
	Vb (kV)	6.043813480609689E-011	60 180 360
Presencia de armónicos de secuencia cero en una carga trifásica balanceada	IfaseA (A)	1.587667383852417E-012	60 180 540 900
	Ineutro (A)	4.847011207366711E-013	180 540 900
Controlador de corriente alterna trifásico de seis pulsos	I1 (kA)	1.164792059314233E-013	Armónicos impares hasta el 33.
Carga trifásica desbalanceada generadora de armónicos	Ineutro (kA)	1.458173342683662E-013	Armónicos impares hasta el 33, predominando los de secuencia cero.

Tabla 1: Resultados obtenidos mediante el empleo del algoritmo desarrollado en Matlab 7.0 de la SDFT.

6.2. TRANSFORMADA WAVELET DAUBECHIES D4

SIMULACIONES		Error absoluto máximo	Di predominantes	Banda de frecuencias (Hz)
Arranque y salida de operación de motores	Vab (kV)	2.22044604925031E-16	d6	[32-64]
	Ia (kA)	1.38777878078144E-16	d6	[32-64]
Fallo línea-tierra	Ia (kA)	1.33226762955018E-15	d1 d3 d4 d5	[1024-2048] [256-512] [128-256] [64-128]
	Va (kV)	1.13686837721616E-13	d1 d3 d4 d5	[1024-2048] [256-512] [128-256] [64-128]
	Vb (kV)	1.13686837721616E-13	d1 d3 d4 d5	[1024-2048] [256-512] [128-256] [64-128]
Presencia de armónicos de secuencia cero en una carga trifásica balanceada	IfaseA (A)	3.5527136788005E-15	d2 d3 d4 d6	[512-1024] [256-512] [128-256] [32-64]
	Ineutro (A)	4.44089209850062E-16	d2 d3 d4	[512-1024] [256-512] [128-256]
Controlador de corriente alterna trifásico de seis pulsos	I1 (kA)	1.665334536893773E-16	d1 d2 d3 d4 d6	[1024-2048] [512-1024] [256-512] [128-256] [32-64]
Carga trifásica desbalanceada generadora de armónicos	Ineutro (kA)	2.22044604925031E-16	d1 d2 d3 d4 d6	[1024-2048] [512-1024] [256-512] [128-256] [32-64]

Tabla 2: Resultados obtenidos mediante el empleo del algoritmo desarrollado en Matlab 7.0 de la transformada Wavelet Daubechies D4.

6.3. FILTRO DE KALMAN (KF)

SIMULACIONES		Error absoluto máximo	Kk	Armónicos de magnitud apreciable
Arranque y salida de operación de motores	Vab (kV)	0.00395608925414	0.31085422359579	1° (Fundamental)
	Ia (kA)	0.00199664230663	0.31085422359579	1° (Fundamental)
Fallo línea-tierra	Ia (kA)	0.04650319183886	0.31085449047461	Armónicos impares hasta el 9.
	Va (kV)	6.81134698170672	0.31085449047461	Armónicos impares hasta el 9.
	Vb (kV)	4.23273691953149	0.31085449047461	Armónicos impares hasta el 9.
Presencia de armónicos de secuencia cero en una carga trifásica balanceada	IfaseA (A)	0.00769234563485	0.14037398315304	1° (Fundamental) 3° 9° 15°
	Ineutro (A)	0.000951566226547073	0.14037398315304	3° 9° 15°
Controlador de corriente alterna trifásico de seis pulsos	I1 (kA)	0.000881468021191362	0.05505868074089	Armónicos impares hasta el 33.
Carga trifásica desbalanceada generadora de armónicos	Ineutro (kA)	0.00101486684379	0.05505868074089	Armónicos impares hasta el 33, predominando los de secuencia cero.

Tabla 3: Resultados obtenidos mediante el empleo del algoritmo desarrollado en Matlab 7.0 del KF.

7. CONCLUSIONES

- La transformada discreta de Fourier con ventana deslizante (SDFT) posee la ventaja de que actualiza sus valores con cada muestra obtenida, pero presenta una importante limitación en el caso de detección y análisis de eventos de corta duración que afectan la magnitud de señales de tensión o corriente.
- La transformada discreta de Fourier con ventana deslizante (SDFT) permite apreciar, de una forma mucho más clara, las frecuencias predominantes en el espectro, en las simulaciones desarrolladas del controlador de corriente alterna trifásico de seis pulsos, y de la carga trifásica desbalanceada generadora de armónicos, que por medio del análisis Wavelet. Esto se debe principalmente a que en este último método sólo es posible apreciar bandas de frecuencia, más no frecuencias en particular.
- El empleo de Wavelets presenta importantes ventajas en cuanto a la detección y determinación de los parámetros temporales de los eventos en la tensión y corriente de suministro eléctrico, tales como los cambios de amplitud de una determinada señal de tensión o corriente, empleando para ello los coeficientes de detalle del primer nivel de descomposición.
- La presencia de ruidos de alta frecuencia y la existencia de escalones en el inicio o en final del evento puede dar origen a importantes errores en el análisis Wavelet, los cuales invalidan su utilización directa en sistemas automáticos de detección y medida.
- El modelo del filtrado del Kalman (KF) presenta una desventaja en cuanto a la existencia de un retraso en la detección del comienzo y del final de un evento, lo cual influye en la magnitud del error absoluto calculado.
- El filtrado de Kalman (KF) modelo fue diseñado para n componentes de frecuencia impares, hecho por el cual se presenta un mayor error absoluto en el fallo línea-tierra que en las demás simulaciones, ya que no son considerados los armónicos de secuencia cero pares.

8. BIBLIOGRAFÍA

- Transactions on Power Delivery, Vol. 14, No. 4, October 1999, pp. 1411-1416.
- [1] Tomasz Tarasiuk, "Hybrid Wavelet-Fourier Spectrum Analysis", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 19, No. 3, July 2004, pp. 957-964.
 - [2] G.T. Heydt, P.S. Fjeld, C.C. Liu, D. Pierce, L. Tu, G. Hensley, "Applications of the Windowed FFT to Electric Power Quality Assessment", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 14, No. 4, October 1999, pp. 1411-1416.
 - [3] G.T. Heydt, "Electric Power Quality: A Tutorial Introduction", IEEE Computer Applications in Power, January 1998, pp. 15-19.
 - [4] IEEE Standard 1159-1995, IEEE Recommended Practice for Monitoring Electric Power Quality, IEEE New York, USA, 1995.
 - [5] E. Jacobsen, R. Lyons. "The Sliding DFT", IEEE Signal Processing Magazine, Vol. 20, No. 2, March 2003, pp. 74-80.
 - [6] E. Jacobsen, R. Lyons. "An Update to the Sliding DFT", IEEE Signal Processing Magazine, Vol. 21, No. 1, January 2004, pp. 110-111.
 - [7] S. Mallat, "A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: the Wavelet Representation", IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 11, No. 7, pp. 674-693, July 1989.
 - [8] T.K. Sakar, C. Su, R. Adve, M. Salazar Palma, L. Garcia Castillo, Rafael R. Boix, "A Tutorial on Wavelets from an Electrical Engineering Perspective, Part 1: Discrete Wavelet Techniques", IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 40, No. 5, October 1998, pp. 49-70.
 - [9] G. Benmouyal, A.A. Girgis, R.G. Brown, "Frequency-Domain Characterization of Kalman Filters as Applied to power-system protection", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 7, No. 3, July 1992, pp. 1129-1138.
 - [10] A.A. Girgis, W. B. Chang, B.E. Makram, "A Digital Recursive Measurement Esqueme for On-Line Tracking of Power System Harmonics", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 6, No. 3, July 1991, pp. 1153-1160.
 - [11] V.M Moreno and J. Barros, "Application of Kalman Filtering for Continuous Real-Time Tracking of Power System Harmonics", IEEE Proc. on Generation, Transmission and Distribution, Vol. 144, No.1, January 1997, pp. 13-20.