

## **EL MÉTODO TOPSIS RELATIVO VS. ABSOLUTO**

**BLANCA CEBALLOS**

*bceballos@decsai.ugr.es*

*Universidad de Granada / Dpto. Ciencias de la Computación e I.A  
Periodista Daniel Saucedo Aranda s/n, 18071 Granada*

**M. TERESA LAMATA**

*mtl@decsai.ugr.es*

*Universidad de Granada / Dpto. Ciencias de la Computación e I.A  
Periodista Daniel Saucedo Aranda s/n, 18071 Granada*

**DAVID PELTA**

*dpelta@decsai.ugr.es*

*Universidad de Granada / Dpto. Ciencias de la Computación e I.A  
Periodista Daniel Saucedo Aranda s/n, 18071 Granada*

**J. MIGUEL SANCHEZ**

*juanm.sanchez@uptc.es*

*Universidad Politécnica de Cartagena / Dpto. Expresión Gráfica  
Plaza del Cronista Isidoro Valverde, s/n, 30202 Cartagena, Murcia*

Recibido (08/09/2013)

Revisado (10/12/2013)

Aceptado (23/12/2013)

**RESUMEN:** Los métodos de decisión multicriterio constituyen una herramienta básica para la toma de decisiones en el mundo empresarial. En este trabajo nos vamos a centrar en la aplicación del método TOPSIS analizando el impacto que tiene en los resultados, la utilización de diferentes formas de la matriz de decisión. En primer lugar se utiliza el modo tradicional o relativo y, en segundo lugar, el modo absoluto que tiene en cuenta el rango del correspondiente criterio. Concretamente se pretende realizar un estudio de la repercusión que tiene en el resultado final la elección de un modo u otro realizando las pruebas pertinentes sobre un problema de localización asociado a las energías renovables.

**Palabras clave:** Problemas de decisión multicriterio, AHP, TOPSIS, modo relativo, modo absoluto.

**ABSTRACT:** Multicriteria decision making methods are essential tools to make decisions in the corporate world. We focus here in the TOPSIS method to analyze the impact that, the way the decision matrix is constructed affects the final results. Two different ways are analyzed: firstly, the original matrix is considered, and secondly, a variant including two novel alternatives is used. These alternatives are constructed taking into account the range of the corresponding criteria. We made comparisons using a location problem derived from the renewable energy field.

**Keywords:** Multicriteria decision making, AHP, TOPSIS, relative mode, absolute mode.

## 1. Introduction

A diario se nos plantean situaciones en las que tenemos que tomar decisiones, y esto a menudo lo realizamos de forma automática, pero cuando nos movemos en el mundo empresarial necesitamos apoyarnos en modelos matemáticos de decisión, así cuando contamos con varios criterios nos estaremos apoyando en los modelos de decisión multicriterio (MCDM) (Chen et al. 1992, Hwang y Yoon, 1981, Raiffa y Keeney, 1976, Luce y Raiffa, 1957, Zeleny, 1982). Estos modelos pueden ayudar a mejorar la calidad de las decisiones haciendo el proceso de la toma de decisión más racional y eficiente.

El típico problema de MCDM consiste en la tarea de ordenar determinadas alternativas  $A_i$ , simultáneamente bajo unas determinadas características. Normalmente esto se lleva a cabo mediante una matriz de decisión que contiene las valoraciones de las alternativas  $X = [x_{ij}]$ , como se muestra posteriormente en la Tabla 3.

Uno de estos métodos de decisión es la “Technique for Order Performance by Similarity to Ideal Solution” (TOPSIS) (Chen et al. 1992). Este método es empleado porque su lógica es racional y entendible, el proceso es sencillo y estructurado en un algoritmo, permitiendo la búsqueda de las mejores alternativas para cada criterio con una fórmula matemática sencilla en el que en el proceso de cálculo se tienen en cuenta los valores de los pesos de cada criterio, así como si el criterio es un coste o una ganancia.

A pasar de todo esto, TOPSIS presenta ciertos inconvenientes. Uno de ellos es el fenómeno del orden inverso (Barzilai y Golany, 1994, Dyer, 1990, Milani et al. 2004, Saaty y Vargas, 1984, Saaty, 1987, Saaty y Vargas, 1993, Saaty y Sagir, 2009, Schenkerman, 1994, Wang y Luo, 2009). En este fenómeno el orden de las alternativas cambia cuando una alternativa es añadida o eliminada del problema de decisión. En algunos casos, podría llegar a darse el orden inverso total, donde el orden de las preferencias es invertido totalmente, es decir, que la alternativa que se consideraba la mejor, con la inclusión o la eliminación de alguna alternativa, se convierte en la peor. Este fenómeno, en la mayoría de los casos, no es aceptable. Wang y Luo ya estudiaron el orden inverso en TOPSIS (Wang y Luo, 2009), pero no aportaron ninguna solución al respecto.

Las principales causas del orden inverso en TOPSIS son debidas al cálculo de la norma y a la elección de la solución ideal positiva y la solución ideal negativa. En el artículo García-Cascales et al. (2011) se propone una variación en TOPSIS para evitar el orden inverso con datos crisp, tal y como lo hizo Saaty con el método Analytic Hierarchy Process (AHP) (Saaty y Vargas, 1984, Saaty, 1987, Saaty y Vargas, 1993, Saaty y Sagir, 2009), proponiendo una nueva fórmula para la norma y un nuevo cálculo para la solución ideal positiva y la solución ideal negativa.

En este trabajo evaluaremos el impacto del método TOPSIS cuando se modifica la matriz de decisión. A la aplicación tradicional del método TOPSIS lo llamaremos modo relativo y en él la solución ideal positiva y la solución ideal negativa se calculan sobre los valores que forman la matriz de decisión. El otro modo que se propone es el modo absoluto, para ello la solución ideal positiva y la solución ideal negativa se calculan sobre la matriz original con dos nuevas alternativas, obtenidas como los valores extremos del rango de los distintos criterios. Veremos cómo según se aplique un modo u otro, se podrán obtener resultados diferentes para un mismo conjunto de datos, como se mostrará mediante un problema real.

Para realizar este estudio, se va a trabajar con una base de datos que consta de 66845 parcelas a evaluar capaces de admitir instalaciones de granjas fotovoltaicas en la Región de Murcia. Estas parcelas serán evaluadas acorde a diez criterios que han sido seleccionados por expertos. Los pesos de estos criterios se han obtenido mediante la aplicación del método AHP (Saaty, 1980)..

Las alternativas que forman la base de datos se han dividido de diferentes formas, para así poder contrastar el resultado de la aplicación del modo relativo y del modo absoluto en estos distintos conjuntos de datos obtenidos del principal.

Debido a la cantidad de datos a tratar, en los resultados vamos a obviar las tablas de los órdenes que se han obtenido, excepto para una de las particiones que contiene poca cantidad de datos, como se puede observar en la Tabla 6.

Este artículo se desarrolla del siguiente modo: en el segundo apartado se describe el método AHP, en el tercer apartado se describe el método TOPSIS general y la variación para el cálculo de las PIS y las NIS, que darán origen a los cálculos para obtener el modelo TOPSIS relativo y el TOPSIS absoluto. En el cuarto apartado se expone el caso de estudio y los datos que se emplean. En el quinto apartado se analizan los resultados, para terminar con las conclusiones obtenidas en el apartado 6.

## 2. Método AHP

Es un método de decisión multicriterio de selección de alternativas que fue propuesto por Saaty en 1980 (Saaty, 1980) y está basado en la idea de que un problema de toma de decisión con criterios múltiples, se puede resolver mediante la jerarquización del problema planteado.

La principal característica del AHP es que el problema de decisión se modela mediante una jerarquía en cuyo vértice superior está el principal objetivo del problema y, en la base se sitúan las posibles alternativas a evaluar, los niveles intermedios corresponden a los criterios y subcriterios en base a los cuales se toma la decisión.

En cada nivel de la jerarquía se realizan comparaciones entre pares de elementos de ese nivel, teniendo en cuenta para ello la importancia o contribución de cada uno de ellos al elemento del nivel superior al que están ligados.

La información que proporciona es redundante, peculiaridad que resulta ventajosa pues permite reducir los errores y obtener mayor consistencia.

Este algoritmo sigue estos pasos:

1° - Estructuración del problema como una jerarquía: como se muestra en la siguiente figura:

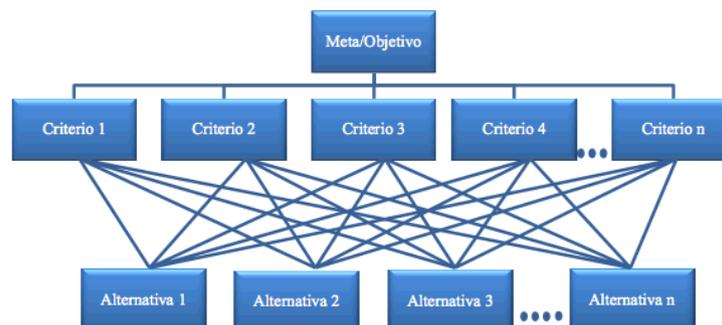


Figura 1. Jerarquía proceso AHP

En el vértice superior se sitúa la meta u objetivo a alcanzar. En orden descendente, el siguiente nivel estaría formado por los criterios. Los criterios deben ser comprensibles y medibles, es decir, el valor del atributo ha de ser el adecuado para expresar o medir el grado de cumplimiento del objetivo asociado y debe de ser posible asociarle una escala conocida. Una vez definidos los criterios puede darse el caso de que éstos se puedan descomponer en otros subcriterios formando otro nivel descendente. En el último nivel de la jerarquía se sitúan las alternativas, las cuales representan el conjunto de posibles opciones definidas sobre las que la unidad decisora toma una decisión.

2° - *Establecimiento de las prioridades entre alternativas/criterios*: se asume que tenemos  $n$  acciones (alternativas/criterios) independientes y diferentes. El decisor es capaz de hacer comparaciones binarias entre las diferentes acciones. También se asume que, la cuantificación de los juicios proporcionados por el decisor en pares de acciones  $(A_i, A_j)$  se representa en una matriz recíproca  $n \times n$  como sigue:

$$A = \begin{matrix} & A_1 & A_2 & \dots & A_n \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ \dots \\ A_n \end{matrix} & \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

El valor  $a_{12}$  es una aproximación de la importancia relativa de  $A_1$  con respecto a  $A_2$ , es decir  $a_{12} \approx (w_1 / w_2)$ . Esto puede generalizarse y se puede concluir lo siguiente:

$$a_{ij} \approx (w_i / w_j) \quad i, j = 1, 2, \dots, n,$$

$$a_{ii} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

$$\text{Si } a_{ij} = \alpha, \alpha \neq 0, \text{ entonces } a_{ji} = 1/\alpha, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

$$\text{Si } A_i \text{ es más importante que } A_j, \text{ entonces } a_{ij} \approx (w_i / w_j) > 1.$$

Esto implica que la matriz  $A$  debe ser positiva y recíproca con unos en la diagonal principal, y por lo tanto el decisor solamente necesita proporcionar los valores de los juicios en la triangular superior de la matriz. Para rellenar estos valores se recurre a escalas ya establecidas (Tabla 1), como la propuesta por Saaty (Saaty, 1990):

Tabla 1. Escala fundamental de comparación pareada

Definición	Escala
$A_i$ y $A_j$ son igualmente importantes	1
$A_i$ es moderadamente más importante que $A_j$	3
$A_i$ es más importante que $A_j$	5
$A_i$ es mucho más importante que $A_j$	7
$A_i$ es extremadamente más importante que $A_j$	9
Valores intermedios entre los juicios adyacentes	2,4,6,8

Los juicios de los criterios son perfectamente consistentes siempre y cuando se cumpla que:

$$a_{ij}a_{jk} = a_{ik}, \quad i, j, k = 1, 2, \dots, n, \text{ lo que es equivalente a: } (w_i/w_j) (w_j/w_k) = (w_i/w_k).$$

El método del vector propio produce una medida natural de la consistencia. Saaty define el índice de consistencia ( $CI$ ) como una distancia entre el  $\lambda_{max}$  y el valor valor de ese  $\lambda_{max}$  cuando los juicios fuesen perfectos, es decir  $\lambda_{max} = n$ . El  $CI$  queda definido como sigue:

$$CI = \frac{\lambda_{max} - n}{(n - 1)} \tag{1}$$

Para cada tamaño de la matriz  $n$ , se generan matrices aleatoriamente y el valor medio de  $CI$ , denominado índice aleatorio ( $RI$ ), se computa y tabula (Alonso y Lamata, 2006) como se muestra en la Tabla 2:

Tabla 2. Índice de consistencia aleatorio ( $RI$ )

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$RI$	0,00	0,00	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45

Consecuentemente, Saaty definió el ratio de consistencia como:

$$CR = \frac{CI}{RI} \tag{2}$$

Se considera  $CR \leq 10\%$  como un valor de ratio de consistencia aceptable.

### 3. Método TOPSIS

Es un método de decisión multicriterio de selección de alternativas que fue propuesto por Saaty en 1980 (Saaty, 1980) y está basado en la idea de que un problema de toma de decisión con criterios múltiples, se puede resolver mediante la jerarquización del problema planteado.

El método TOPSIS se debe a Hwang y Yoon (1981) y afronta el problema de establecer un orden en las alternativas utilizando la idea de distancia a la alternativa ideal y a la alternativa anti-ideal.

Sean las alternativas  $A_i, i=1, 2, \dots, m$ , los criterios  $C_j, j=1, 2, \dots, n$ , los pesos de los criterios  $w_j$  y una matriz de decisión con  $x_{ij}=U_j(A_i), \forall i,j$ . Donde  $U$  es la función utilidad del decisor, operando sobre la base de que todos los criterios sean a maximizar/minimizar según se estén considerando ganancias o costos, respectivamente.

Se denomina punto ideal positivo en  $\mathfrak{R}^n$  al punto  $A^+$ , siendo la mejor opción posible, y  $A^-$ , la solución ideal negativa en  $\mathfrak{R}^n$ , siendo la peor opción posible. Un decisor racional siempre elegiría  $A^+$ , y si este valor no se correspondiera con alguna de las alternativas, elegiría aquella que estuviera más cercana a ella.

El algoritmo sigue los siguientes pasos:

1º - *Construcción de la matriz de decisión:* Partiendo de  $m$  alternativas  $A_i, i=1, 2, \dots, m$  que serán evaluadas a partir de los criterios  $C_j, j=1, 2, \dots, n$  se obtiene la siguiente matriz de decisión:

Tabla 3. Matriz de decisión

	$w_1$	$w_2$	...	$w_n$
	$C_1$	$C_2$	...	$C_n$
$A_1$	$x_{11}$	$x_{12}$	...	$x_{1n}$
$A_2$	$x_{21}$	$x_{22}$	...	$x_{2n}$
...	...	...	...	...
$A_m$	$x_{m1}$	$x_{m2}$	...	$x_{mn}$

donde  $x_{ij}$  representa la valoración de la alternativa  $A_i$  con respecto al criterio  $C_j$  y,  $W = [w_1, w_2, \dots, w_n]$  es el vector de pesos asociado a los criterios.

2º - *Normalización de la matriz de decisión:* Los elementos de la matriz de decisión pueden no estar definidos en el mismo dominio y por ello han de ser normalizados. La norma que se usa estará dada por la expresión (3):

$$n_{ij} = x_{ij} / \sqrt{\sum_{j=1}^m (x_{ij})^2}, j = 1, \dots, n, i = 1, \dots, m \tag{3}$$

3º - *Construcción de la matriz de decisión normalizada ponderada:* Los elementos de la matriz de decisión normalizada ponderada  $V$  se calcularán con la expresión (4):

$$v_{ij} = w_j \times n_{ij}, j = 1, \dots, n, i = 1, \dots, m \tag{4}$$

donde  $w_j$  es el peso asociado a cada criterio.

4º - *Obtención de la solución ideal positiva (PIS) y la solución ideal negativa (NIS):* Los valores ideales positivos y negativos ( $A^+$  y  $A^-$ ) se determinan mediante las expresiones (5) y (6), respectivamente:

$$A^+ = \{v_1^+, \dots, v_n^+\} = \left\{ \left( \max_i v_{ij}, j \in J \right) \left( \min_i v_{ij}, j \in J' \right) \right\} \tag{5}$$

$$A^- = \{v_1^-, \dots, v_n^-\} = \left\{ \left( \min_i v_{ij}, j \in J \right) \left( \max_i v_{ij}, j \in J' \right) \right\} \tag{6}$$

donde  $J$  está asociado con los criterios de beneficio y  $J'$  está asociado a criterios de coste.

5º - *Cálculo de las medidas de distancia*: la distancia de cada alternativa a la solución ideal positiva,  $d_i^+$ , y a la solución ideal negativa,  $d_i^-$ , está dada por (7) y (8) respectivamente:

$$d_i^+ = \left\{ \sum_{j=1}^n (v_{ij} - v_j^+)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad i = 1, \dots, m \quad (7)$$

$$d_i^- = \left\{ \sum_{j=1}^n (v_{ij} - v_j^-)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad i = 1, \dots, m \quad (8)$$

6º - *Cálculo de la proximidad relativa a la solución ideal*: la proximidad relativa  $R_i$  a la solución ideal positiva se calculará mediante la expresión (9):

$$R_i = \frac{d_i^-}{d_i^+ + d_i^-}, \quad i = 1, \dots, m \quad (9)$$

De forma que cuanto más próximo es el valor de  $R$  a la unidad, 1, más cerca estará la alternativa  $i$ -ésima a la solución ideal.

7º - *Ordenación de preferencias*: se ordenarán en sentido decreciente las alternativas, comenzando con aquella que más se aproxime a la solución ideal (mayor proximidad relativa).

### 3.1 La solución en función de PIS y NIS

Como sabemos las soluciones PIS y NIS representan los valores extremos del espacio  $n$ -dimensional asociado a la matriz normalizada y ponderada. Estas PIS o NIS pueden diferir para un mismo problema según  $A^+$  y  $A^-$  se calculen teniendo en cuenta los valores de la matriz de decisión o bien se tenga en cuenta esa matriz más dos nuevas alternativas cuyos valores serán los extremos superior e inferior del rango de cada uno de los criterios, respectivamente.

Por ello, consideraremos el modo relativo asociado con la primera opción ( $m$  alternativas) y el absoluto con la segunda ( $m+2$  alternativas) (García-Cascales et al. 2012).

#### 3.1.1. Modo relativo

Consiste en aplicar el algoritmo TOPSIS tal y como está definido en el apartado anterior. En el modo relativo, si se añaden o eliminan alternativas en el espacio de datos, las PIS y NIS podrían tomar valores muy diferentes, ya que se podría dar el caso de que las alternativas añadidas o eliminadas tuvieran el valor máximo o mínimo para algún criterio.

Por ejemplo: supongamos que hay una alternativa que está dominada por las demás. Si la eliminamos, ello afectaría al NIS. Por lo que la  $d$  de cada alternativa restante podría variar sus valores, finalmente  $R$  también se vería afectado, pudiéndose obtener un orden diferente al inicial.

En este caso  $A^+$  y  $A^-$  son dependientes de los datos. La solución obtenida determina cual es la mejor alternativa del conjunto, pero si modificamos el conjunto de datos el orden no tendrá por qué respetarse.

#### 3.1.2. Modo absoluto

Para desarrollar el modo absoluto, se introducen en el conjunto de datos dos alternativas ficticias  $F^+$  y  $F^-$ , estas dos alternativas se corresponden con los valores extremos del rango de los dominios de los criterios.

Se calculan del siguiente modo:

$$F^+ = \{x_1^+, \dots, x_n^+\} = \{(Max DC_j, j \in J)\} \quad (10)$$

$$F^- = \{x_1^-, \dots, x_n^-\} = \{(Min DC_j, j \in J)\} \quad (11)$$

donde  $DC_j$  representa el rango de  $C_j$ .

Una vez calculadas las  $F^+$  y  $F^-$ , se incluyen como alternativas nuevas en el conjunto de datos inicial, con lo que el número de alternativas con las que se va a trabajar será  $m+2$ , quedando la matriz de decisión del siguiente modo:

Tabla 4. Matriz de decisión para el modo absoluto

	$w_1$	$w_2$	...	$w_n$
	$C_1$	$C_2$	...	$C_n$
$A_1$	$x_{11}$	$x_{12}$	...	$x_{1n}$
$A_2$	$x_{21}$	$x_{22}$	...	$x_{2n}$
...	...	...	...	...
$A_m$	$x_{m1}$	$x_{m2}$	...	$x_{mn}$
$F_{m+1}^+$	$x_{(m+1)1}$	$x_{(m+1)2}$	...	$x_{(m+1)n}$
$F_{m+2}^-$	$x_{(m+2)1}$	$x_{(m+2)2}$	...	$x_{(m+2)n}$

Una vez que se ha completado la matriz de decisión se prosigue con el método TOPSIS como se ha descrito anteriormente.

#### 4. Caso de estudio: instalaciones de Energías Renovables

La energía renovable es aquella que se obtiene a partir de fuentes naturales inagotables, ya sea por la gran cantidad de energía que contiene o porque son capaces de regenerarse por medios naturales a corto plazo.

Entre las diversas cuestiones a considerar para llevar a cabo la implantación de una instalación de energías renovables, destaca la ubicación de la misma puesto que, la inversión necesaria para llevar a cabo una instalación de esta índole es de tal envergadura que, un mínimo error de planificación puede ocasionar graves daños tanto económicos como medioambientales.

Como punto de partida en la búsqueda de emplazamientos habría que tener en cuenta una serie de *criterios restrictivos*, los cuales permiten limitar la zona de estudio a aquellos emplazamientos que cumplan con la normativa y directrices en vigor.

Aunque los criterios restrictivos permiten delimitar la zona de estudio, hay que considerar otra serie de criterios que influirán en la decisión de selección de los emplazamientos óptimos. La elección de tales criterios está directamente relacionada con el tipo de infraestructura a instalar, respetando factores que presentan un determinado peso en función del tipo de infraestructura a realizar.

La consideración y valoración de este tipo de criterios será indispensable para poder evaluar con fiabilidad las distintas ubicaciones y, de esta forma, poder obtener los emplazamientos adecuados para instalaciones de energías renovables.

En este trabajo nos vamos a centrar en la energía fotovoltaica (García-Cascales et al., 2011). Las plantas de energía solar fotovoltaica, cuyo objetivo es la generación de energía a partir de la radiación solar para verterla a la red de distribución, pueden presentar diversos tamaños en función de la potencia instalada.

##### 4.1 Conjunto de datos

La zona de estudio está situada dentro del territorio de la Región de Murcia y, entre las diversas zonas que constituyen dicha Región (Altiplano, Noroeste y Costa), para llevar a cabo una búsqueda exhaustiva de emplazamientos óptimos con el objetivo de implantar instalaciones de energía renovable, la costa o el litoral es la que conlleva una mayor problemática a consecuencia de la limitación del espacio que supone el alto nivel de ocupación urbanística y residencial.

Para realizar la evaluación de las parcelas aptas obtenidas se van a aplicar criterios específicos para este tipo de instalaciones. Cada criterio tendrá asociado un peso y si es de beneficio (a maximizar) o de costo (a minimizar), como se indica en la Tabla 5. Estos criterios son (Chen et al., 1992, Barzilai y Golany, 1994, Dyer, 1990, García-Cascales et al., 2011, Arán-Carrión et al., 2008, Cavallaro, 2010, Hwang y Yoon, 1981 y Jo y Otanicar, 2011):

- Criterios Medioambientales: capacidad agrológica (C1),
- Criterios Orográficos: pendiente (C2), orientación (C3), área (C4),

- Criterios Localización: distancia a principales carreteras (C5), distancia a redes eléctricas (C6), distancias a núcleos de población (C7), distancia a subestaciones transformadoras (C8),
- Criterios Climatológicos: potencial de radiación solar (C9), temperatura media (C10).

Para la obtención de la matriz de datos se ha empleado el Sistema de Información Geográfica gvSIG. Como resultado se obtiene una base de datos con 66845 parcelas a evaluar, que serán las alternativas. Cada alternativa tendrá asociado un vector con diez elementos, correspondientes a cada criterio, para su evaluación.

Para la obtención de los pesos se ha aplicado el modelo de ayuda a la decisión AHP expuesto anteriormente. Estos valores se han obtenido mediante cuestionarios que han respondido 5 expertos, y han sido cedidos por la Universidad Politécnica de Cartagena. Los datos relativos a los criterios se ven reflejados en la Tabla 5.

Tabla 5. Datos relativos a los criterios

Criterios	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
<b>Pesos</b>	0,042	0,059	0,051	0,127	0,049	0,145	0,186	0,168	0,119	0,054
<b>Max./Min.</b>	<b>Max.</b>	<b>Min.</b>	<b>Max.</b>	<b>Max.</b>	<b>Min.</b>	<b>Min.</b>	<b>Max.</b>	<b>Min.</b>	<b>Max.</b>	<b>Max.</b>

#### 4.2 División de los datos para el estudio de las PIS y las NIS

Para realizar nuestro estudio sobre las visiones relativas y absolutas del método TOPSIS, se han dividido los datos obtenidos de tres formas diferentes, teniendo para ello en cuenta el criterio del área, ya que la cantidad de células fotovoltaicas a instalar va relacionada con ella, siendo el rango de su dominio: [1000, 1869382] m<sup>2</sup>.

##### 4.2.1. Sin dividir el rango

De este modo se tratan todas las alternativas como un conjunto de datos global.

##### 4.2.2. División por cuartiles

El rango del área se divide según los valores de los cuartiles. Los cuatro rangos serían los siguientes:

$$Q1 = (1000, 2293] \text{ m}^2$$

$$Q2 = (2293, 4878] \text{ m}^2$$

$$Q3 = (4878, 12261] \text{ m}^2$$

$$Q4 = (12261, 1869381] \text{ m}^2$$

En cada división tenemos la misma cantidad de alternativas, 16711 alternativas.

##### 4.2.3. División "experta"

En esta división se ha dividido el rango en 7 partes según la valoración de los expertos, y cada parte ha sido nombrada con una etiqueta:

$$\text{Mínima} = (300, 1000] \text{ m}^2$$

$$\text{Muy pequeñas} = (1000, 5000] \text{ m}^2$$

$$\text{Pequeñas} = (5000, 50000] \text{ m}^2$$

$$\text{Medianas} = (50000, 200000] \text{ m}^2$$

$$\text{Grandes} = (200000, 500000] \text{ m}^2$$

$$\text{Muy grandes} = (500000, 1000000] \text{ m}^2$$

$$\text{Máxima} = (1000000, \infty] \text{ m}^2$$

En “Mínima”, para la energía fotovoltaica, según la ley vigente, la superficie mínima que ha de tener una parcela apta es de 300m<sup>2</sup>, pero los expertos estiman que las parcelas de menos de 1000 m<sup>2</sup> no son rentables, por ello esta categoría se ha obviado. En “Muy pequeñas” hay 34565 alternativas. En “Pequeñas” hay 28748 alternativas. En “Medianas” hay 3124 alternativas. En “Grandes” hay 360 alternativas. En “Muy grandes” hay 40 alternativas. Y en “Máxima” hay únicamente 8 alternativas.

## 5. Resultados

Para los conjuntos de datos expuestos anteriormente, se ha ejecutado el método TOPSIS, o *modo relativo*, y el método TOPSIS modificando el cálculo de PIS y NIS, o *modo absoluto*. Una vez realizadas todas las ejecuciones, se han confrontado los resultados que se han obtenido tanto con el modo relativo como con el modo absoluto, comparando los rankings que ocupa cada alternativa en cada modo, comprobando si se producen variaciones en los resultados de cada modo. Para ello, a cada alternativa se le ha asignado el par  $(x_i, y_i)$ , en el que la  $x_i$  corresponde al orden obtenido con el modo relativo y el  $y_i$  corresponde al orden obtenido con el modo absoluto.

Estas comparaciones se muestran en las siguientes gráficas, en las que también se muestra la recta de regresión de ambos métodos. En el eje de abscisas tendremos los órdenes del modo relativo, y en el eje de ordenadas tendremos los órdenes del modo absoluto. Sobre estos resultados se calcula el coeficiente de regresión  $R^2$ , por lo que un coeficiente  $R^2 = 1$  indicará que ambos modos dan el mismo resultado. Por el contrario, si  $R^2$  no es próximo a 1, indica que los resultados de ambos modos son diferentes.

### 5.1 Sin dividir el rango

En este caso se trabaja con todo el conjunto de la base de datos. Tras ejecutar ambos modos del método TOPSIS hemos obtenido el resultado mostrado en la figura 2.

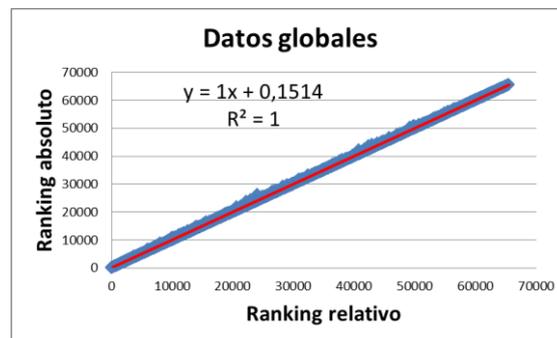


Figura 2. Resultados para datos globales

Como se puede observar, en ambos métodos se obtiene el mismo resultado, como indica el  $R^2 = 1$ . Estos resultados han sido obtenidos en Excel. Esto se debe a que los valores que forman  $F^+$  y  $F^-$  están recogidos en la matriz original.

En este caso, para ambos modos la mejor alternativa es la 32907. Es lógico que ambos métodos coincidan, ya cuando se ejecuta TOPSIS tanto en el modo relativo como en el modo absoluto, las PIS y las NIS son iguales para ambos modos.

### 5.2 División por cuartiles

En este caso se trabaja con los conjuntos divididos por cuartiles. Tras realizar las ejecuciones pertinentes, vamos a analizar el cuarto y tercer cuartil. Trabajamos con el cuarto cuartil ya que es en él en el que está incluida la mejor solución que se obtenía con los datos globales, y trabajamos con el tercer cuartil porque sus resultados nos indican las diferencias entre los dos modos.

Como se puede observar en la figura 3.a, ambos métodos obtienen un resultado muy similar, ya que el  $R^2$  es muy cercano a 1. En este caso, ambos métodos siguen manteniendo que la mejor alternativa es la 32907. Esto es debido a que las NIS y las PIS apenas sufren cambios en cada modo.

Cabe destacar que en el resto de conjuntos de esta división, los  $R^2$  tienen valores alejados del 1, indicando que la forma en la que se calculan los valores de las PIS y NIS hacen que los resultados no tengan por qué ser los mismos. Esto es debido a que las NIS y las PIS absolutas y relativas sufren grandes cambios conforme las áreas van disminuyendo su valor.

Como se puede observar en la figura 3, ambos métodos obtienen un resultado muy similar, ya que el  $R^2$  es muy cercano a 1. En este caso, ambos métodos siguen manteniendo que la mejor alternativa es la 32907. Esto es debido a que las NIS y las PIS apenas sufren cambios en cada modo.

Cabe destacar que en el resto de conjuntos de esta división, los  $R^2$  tienen valores alejados del 1, indicando que la forma en la que se calculan los valores de las PIS y NIS hacen que los resultados no tengan por qué ser los mismos. Esto es debido a que las NIS y las PIS absolutas y relativas sufren grandes cambios conforme las áreas van disminuyendo su valor.

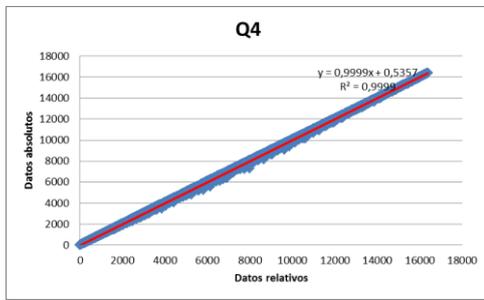


Figura 3. Resultados para el cuarto cuartil

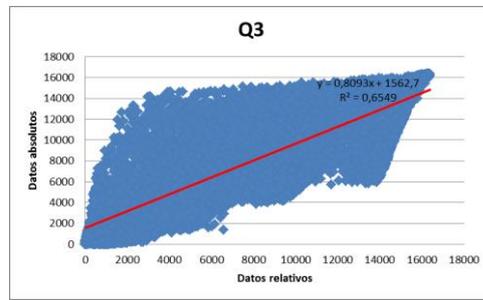


Figura 4. Resultados para el tercer cuartil

Como se puede observar en la figura 4, para los datos del tercer cuartil el valor de  $R^2$  ya no es próximo a 1, indicando que los órdenes del modo absoluto y del modo relativo son diferentes.

### 5.3 División “experta”

En este caso se trabaja con las divisiones de las áreas proporcionadas por los expertos. Tras ejecutar el algoritmo, vamos a analizar el clúster “Máximas”, que es en el que está incluida la mejor solución que se daba con los datos globales. En la figura 4 podemos observar el resultado como en los apartados anteriores, y además al contar con solo 8 alternativas podemos aportar la tabla (Tabla 6) con los órdenes obtenidos por ambos métodos:

Tabla 6. Resultados para la etiqueta “Máxima”

Alternativas	Ranking	
	Relativo	Absoluto
<b>16273</b>	1	8
<b>21788</b>	5	2
<b>22123</b>	4	3
<b>29410</b>	8	7
<b>32907</b>	7	5
<b>35146</b>	2	6
<b>45228</b>	6	4
<b>64976</b>	3	1

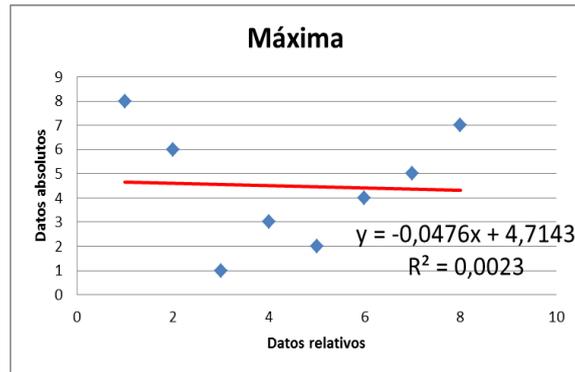


Figura 5. Resultados para la etiqueta “Máxima”

Este es otro claro ejemplo de que los resultados con un método u otro no tienen por qué ser los mismos, ya que ambos modos dan diferentes órdenes para las mismas alternativas. En este caso, para el modo relativo, la mejor alternativa es la 16273, y la alternativa 32907 ocupa el séptimo lugar en el orden. Para el modo absoluto, la mejor alternativa es la 64976 y la alternativa 32907 ocupa el quinto lugar en el orden. Además, el valor de  $R^2$  es cercano a cero, corroborando que cada modo da un orden diferente.

Al igual que en los apartados anteriores, para el resto de divisiones también se obtiene un orden diferente para cada modo.

## 6. Conclusiones

Los resultados obtenidos muestran claramente que el orden de las alternativas cambia si se utiliza el modo relativo o el absoluto. El ranking proveniente del modo absoluto presenta menos variaciones frente a cambios en el conjunto de alternativas ya que los cálculos se efectúan con respecto a valores prefijados. En este caso, los límites de los rangos de los criterios. Esto permite dividir un conjunto amplio de alternativas (como el mostrado en el ejemplo) en subgrupos, simplificando el análisis y la toma de decisiones.

Por el contrario, el ranking obtenido a partir del modelo original (modo relativo) es más susceptible a variaciones si se modifica el conjunto de alternativas dado que si alguna de las alternativas que se agrega/elimina contiene algún valor que forme parte de la PIS o la NIS, provocaría variaciones tanto en los valores de las distancias como en el valor del índice  $R$ . En este caso, el análisis por grupos no es aconsejable, puesto que en cada grupo, los valores de referencia son diferentes, y por tanto, no tendría sentido la comparación entre los grupos.

Por ello, en el problema ilustrativo las variaciones del cuarto cuartil son muy pequeñas al tener los valores de  $A^+$  y de  $A^-$  prácticamente iguales. Pero esto no sucede para el resto de cuartiles, pues al menos el criterio del área con respecto al cual se han hecho las particiones varía mucho con respecto al máximo valor del rango  $1869381 \text{ m}^2$ , y por ello los valores de  $A^+$  y de  $A^-$  varían entre ambos enfoques como se pone de manifiesto con el valor del coeficiente de regresión que en este último caso es  $R^2=0,6549$ .

## Agradecimientos

Este trabajo está parcialmente financiado por fondos FEDER, la DGICYT y Junta de Andalucía en los proyectos TIN2011-27696-C02-01 y P11-TIC-8001, respectivamente.

## Referencias Bibliográficas

1. Hwang, C. and Yoon, K. *Multiple attribute decision making: Methods and Applications*, (Springer Verlag, New York, 1981).
2. Raiffa, H. and Keeney, R. *Decisions with multiple objectives: Preferences and value tradeoffs*, (Wiley, New York, 1976).
3. Luce, R. and Raiffa, H. *Games and decisions: Introduction and critical survey*, (Wiley, New York, 1957).
4. Zeleny, M. *Multiple criteria decision making*, (McGraw-Hill, New York, 1982).

5. Barzilai, J. and Golany, B. AHP rank reversal, normalization and aggregation rules. *INFOR*. **32(2)** (1994) 57-64.
6. Dyer, J. Remarks on the Analytic Hierarchy Process. *Management Science*. **36(3)** (1990) 249-258.
7. Milani, A. S. Shanian, A. Madoliat, R. and Nemes, J. A. The effect of normalization norms in multiple attribute decision making models: a case study in gear material selection. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. **29(4)** (2004) 312–318.
8. Saaty, T. and Vargas, L. G. The legitimacy of rank reversal. *OMEGA* **12(5)** (1984) 513–516.
9. Saaty, T. Rank generation, preservation, and reversal in the analytic hierarchy decision process. *Decision Science*. **18(2)** (1987) 157-177.
10. Saaty, T. and Vargas, L. Experiments on rank preservation and reversal in relative measurement. *Mathematical and Computer Modelling*. **17(4-5)** (1993) 13-18.
11. Saaty, T. L. and Sagir, M. An essay on rank preservation and reversal. *Mathematical and Computer Modelling*. **49(5-6)** (2009) 1230–1243.
12. Schenkerman, S. Avoiding rank reversal in AHP decision-support models. *European Journal of Operational Research*. **74(3)** (1994) 407–419.
13. Wang, Y.M. and Luo, Y. On rank reversal in decision analysis. *Mathematical and Computer Modelling*. **49(5-6)** (2009) 1221–1229.
14. García-Cascales, M. S. and Lamata, M. T. On rank reversal and TOPSIS method. *Mathematical and Computer Modelling*. **56(5-6)** (2012) 123–132.
15. Saaty, T. L. *The Analytic Hierarchy Process*, (McGraw-Hill, New York, 1980).
16. Saaty, T. L. An Exposition of the AHP in Reply to the Paper ‘Remarks on the Analytic Hierarchy Process’. *Management Science*. **36** (1990) 259-268.
17. Alonso, J. and Lamata, M. Consistency in the analytic hierarchy process: a new approach. *International Journal of Uncertainty*. **14(4)** (2006) 445-459.
18. García-Cascales, M. S. Lamata, M. T. and Sánchez-Lozano, J. M. Evaluation of photovoltaic cells in a multi-criteria decision making process, *Annals of Operations Research*. **199(1)** (2011) 373–391.
19. Arán-Carrión, J., Espín-Estrella, A., Aznar-Dols, F., Zamorano-Toro, M., Rodríguez, M., y Ramos-Ridao, Environmental decision-support systems for evaluating the carrying capacity of land areas: Optimal site selection for grid-connected photovoltaic power plants. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. **12(9)** (2008) 2358 – 2380.
20. Cavallaro, F. Fuzzy TOPSIS approach for assessing thermal-energy storage in concentrated solar power (CSP) systems. *Applied Energy*. **87(2)** (2010) 496–503.
21. Chen, S. Hwang, C. Beckmann, M. and Krelle, W. *Fuzzy multiple attribute decision making: methods and applications*, (Springer Verlag, New York, 1992).
22. Hwang, C.L. and Yoon, K. *Multiple Attribute Decision Methods and Applications*, (Springer, Heidelberg, Berlin, 1981).
23. Jo, J. H. and Otanicar, T. P. A hierarchical methodology for the mesoscale assessment of building integrated roof solar energy systems. *Renewable Energy*. **36(11)** (2011) 2992–3000.