

INFORME

**EL NUEVO MODELO DE REPARTO DE ESCAÑOS
EN EL SISTEMA ELECTORAL ALEMÁN**

por Manuel Vázquez Lapuente y Paz Jiménez Seral

Profesores del departamento de Matemáticas de la Universidad
de Zaragoza y Patronos de la Fundación Bernardo Aladrén,
<vazquez@unizar.es>, <paz@unizar.es>**RESUMEN**

El sistema electoral alemán ha sido, y es, objeto de estudio en España por ser un modelo de referencia mundial en el que algunos partidos políticos han puesto su atención manifestando el deseo de adaptarlo a nuestro país por cuanto resuelven los problemas de la proporcionalidad, de la participación y de la gobernabilidad. Por otra parte, recientemente se han celebrado elecciones al Parlamento alemán utilizando un nuevo modelo de reparto de escaños, aprobado hace unos meses por el *Bundestag*. A nuestro entender este nuevo procedimiento de reparto, que es realmente complejo, introduce cambios notables en la fase de asignación de escaños a candidaturas, que merecen una reflexión y una detallada descripción del mismo. En el presente informe se pretende presentar de forma clara y lo más breve posible todos los detalles de este sistema, utilizando como ejemplo su aplicación a las pasadas elecciones al Parlamento alemán.

ABSTRACT

The German electoral system has been, and is being studied in Spain, for being a global model to which some political parties have turned their attention expressing the desire to adapt it to our country because it solves problems of proportionality, participation and governance. Moreover, elections to the German Parliament have recently been held using a new model for allocating seats, approved earlier this year by the Bundestag. To our knowledge this new distribution method, which is really complex, introduces significant changes in the allocation phase of seats to candidates that deserve consideration and a detailed description. This report is intended to present clearly and as briefly as possible all the details of this system, using the example of its application to the last elections to the Bundestag.

I. INTRODUCCIÓN

Es bien sabido que el sistema electoral alemán se caracteriza por resolver los tres típicos problemas de la representación política (participación, proporcionalidad y gobernabilidad) de la forma siguiente:

a) El problema de la participación ciudadana queda resuelto porque al votante se le permite elegir a un candidato concreto de entre los que se presentan en su distrito electoral, a la vez que también elige una lista cerrada de candidatos pertenecientes a un partido. Este doble voto ha resultado satisfactorio porque establece una cierta relación entre el diputado elegido de forma directa y sus electores (primer voto o voto personal), y asimismo el elector participa en la composición del Parlamento (*Bundestag*) en lo que se refiere a los partidos políticos mediante su segundo voto o voto a listas.

b) Un sistema electoral es más proporcional cuanto más próximos sean los “costes” en votos de cada uno de los elegidos. Pues bien, en el caso alemán el sistema electoral es muy proporcional, por tres motivos:

- para cada partido el número de candidatos elegidos directamente (primer voto) se resta del de los elegidos a través de las listas (segundos votos).
- los segundos votos, los otorgados a listas de partidos, se comparan en todo el territorio de la República Federal de Alemania (RFA), pero respetando la representación territorial (*Land*).
- se utiliza el método Sainte-Laguë para asignar restos en los repartos proporcionales.

c) No se toman en consideración los partidos que obtengan menos del 5% de los votos válidos a listas de partidos a nivel nacional. De esta forma se dificulta la proliferación de partidos en el Parlamento.

Hasta las elecciones celebradas en 2009 la forma de convertir votos en diputados consistía en distribuir 598 escaños entre los partidos proporcionalmente a los segundos votos obtenidos a nivel federal. A continuación los escaños que recibía un partido se repartían entre las listas que ese partido había presentado en cada *Land*, proporcionalmente a los votos obtenidos por las listas. En el *Land* se adjudicaban esos escaños en primer lugar a los candidatos que hubiesen ganado en sus respectivos distritos y en segundo lugar a los que figurasen en la lista según su orden de aparición. En (Vidal, 2012) y (Mestre-Aizpurua, 2012) se describe con suficiente detalle ese sistema electoral.

Este procedimiento podía generar situaciones anómalas, que consistían en que en algún *Land* el número de escaños obtenidos por un partido por procedimiento directo (primer voto) era mayor que el obtenido por segundos votos, lo cual originaba un aumento de escaños para respetar las elecciones directas (escaños excedentes o suplementarios). Las anomalías se consideraron aceptables mientras su número fue pequeño, pero en las elecciones de 2005 se generaron 16 escaños excedentes y 24 en las de 2009, números que fueron decisivos para la conformación del gobierno, y por consiguiente la oposición se mostraba muy crítica con ese procedimiento, a la vez que esas anomalías se prestaban a estrategias e incoherencias por parte del electorado (Vidal, 2012: 68).

Sin embargo fue otro suceso el que provocó la actuación del Tribunal Constitucional para que se modificara el sistema de adjudicación de escaños. El fallecimiento de un candidato al Parlamento alemán en 2005, unos días antes de la celebración de las elecciones, inició un periodo de incertidumbre en la ley electoral alemana en lo que se refiere al sistema de adjudicación de escaños a partidos y a candidaturas. Ese periodo finalizó 8 años más tarde cuando el *Bundestag* aprobó un nuevo sistema de reparto de escaños.

El fallecimiento de ese candidato, ocurrido en el distrito de Dresden, provocó que se aplazaran las elecciones en ese distrito hasta unos días después de las elecciones generales para permitir la confección de nuevas papeletas de voto. Los electores de ese distrito tuvieron información adicional y relevante respecto del resto de votantes, como es la de conocer cómo podrían influir los resultados del distrito en los cálculos para la asignación de escaños. Los medios de comunicación se encargaron de difundir esa influencia. En particular se observó que si se votaba poco a la lista del partido CDU, ello no influiría en el número de escaños a recibir por ese partido en el reparto a nivel nacional, pero sí en el que se realizaba a continuación entre las listas del partido, porque esa posible disminución de votos podía provocar que un escaño del *Land* de

Sachsen, cuya capital es Dresden, pasara a otro *Land*, pero Sachsen no disminuiría en escaños de CDU a causa de la existencia de suficientes escaños excedentes, y en definitiva CDU tendría un escaño adicional. Esta anomalía, que recibió la denominación de “peso negativo del voto”, fue muy aireada por los medios de comunicación y por los partidos perjudicados, por lo que se presentó el correspondiente recurso ante el Constitucional.

El Tribunal Constitucional Federal finalmente aceptó el recurso y ordenó al *Bundestag* que modificara la ley electoral para que se eliminara la anomalía denominada peso negativo del voto. En (Birkmayer, 2012) aparecen diversas propuestas de solución a este problema. Finalmente, el *Bundestag*, después de dos intentos fallidos, aprobó en mayo de 2013 un nuevo modelo para la distribución de escaños, modelo que se aplicó unos meses más tarde en las elecciones que tuvieron lugar en septiembre.

En lo que sigue se describen los elementos de ese nuevo modelo junto con aquellos otros necesarios para la completa comprensión del mismo, tomando como ejemplo para su aplicación los resultados que se obtuvieron en las citadas las elecciones de septiembre de 2013.¹ Los datos utilizados provienen de www.bundeswahlleiter.de.

II. MÉTODO DE SAINTE-LAGUË

Un sistema electoral proporcional necesita de una regla o método para resolver el problema de transformar a números enteros las cantidades resultantes de un reparto proporcional de escaños en función de los votos obtenidos por las candidaturas. Alemania, a lo largo de su reciente historia democrática, ha utilizado los métodos D’Hont (hasta 1987), Häre (hasta 2008) y el de Sainte-Laguë (SL) en las dos últimas elecciones, las celebradas en 2009 y 2013 (Vidal, 2012: 58).

La ley alemana para las elecciones al *Bundestag* describe el método SL básicamente de la siguiente forma (ver en el anexo I el párrafo 2, incisos 2 a 6): El número de escaños atribuidos a cada lista se determina dividiendo el total de votos emitidos a la lista por un divisor adecuado de manera que la suma de los cocientes obtenidos, una vez redondeados de la forma estándar, coincide con el número de escaños a repartir.

Además en dicho párrafo se incluye un procedimiento por aproximaciones sucesivas para encontrar un divisor adecuado, a saber:

1. Se divide el número total de votos por el número de escaños. Se obtiene así un primer divisor.
2. Se dividen los números de votos de cada partido por ese primer divisor. Los números resultantes se redondean al número entero más cercano de la forma estándar; los números con parte decimal igual a 0,5 se redondearán hacia arriba o hacia abajo según convenga. Si la suma de todos ellos coincide con el número de escaños a repartir, esos números son los escaños de cada partido.
3. Si en el paso 2 no se da la coincidencia citada, se vuelve a repetir ese paso pero con un divisor mayor o menor, según corresponda, hasta que la suma de los cocientes redondeados coincida con el de escaños a repartir.

1. Se ha incluido en el anexo I la nueva redacción de la parte de la ley electoral que es sustancial en el reparto de escaños.

<i>partidos</i>	<i>votos</i>	<i>cociente 1</i>	<i>redondeo</i>	<i>cociente 2</i>	<i>redondeo</i>
CDU	96.459	1,68	2	1,48	1
SPD	117.204	2,04	2	1,80	2
LINKE	33.284	0,58	1	0,51	1
GRÜNE	40.014	0,70	1	0,62	1
<i>total</i>	286.961		6		5
<i>divisores</i>		57.392		65.000	

Cuadro 1. Reparto de 5 escaños en Bremen (2013)

A modo de ejemplo, en el cuadro 1 aparece el reparto de 5 escaños siguiendo el procedimiento anterior. La búsqueda del divisor adecuado se realiza mediante “ensayo y error”, o sea, si el divisor utilizado produce más escaños que los iniciales, entonces el divisor se incrementa. En caso contrario, se disminuye. Estos incrementos y disminuciones se realizan mediante ensayos. No obstante es posible encontrar de manera sencilla el intervalo dentro del cual todos los números sirven como divisores adecuados (ver anexo II).

El procedimiento anterior, *procedimiento del divisor adecuado*, fue propuesto en 1980 por el físico alemán Hans Schepers, pero casi 70 años antes, en 1912, el francés y matemático Sainte-Laguë había realizado una propuesta de reparto proporcional, en apariencia distinta a la de Schepers, pero que obtenía sus mismos resultados. El procedimiento de Sainte-Laguë, análogo al tan conocido método D’Hont, consiste en dividir el número de votos de cada partido por la sucesión de números impares 1, 3, 5, ... A continuación los escaños se asignan a los partidos que han obtenido mejores cocientes. Este procedimiento da lugar a un segundo método para aplicar el sistema SL, denominado *procedimiento de los números impares*. Hay que advertir que tanto Sainte-Laguë como Schepers realmente redescubrieron ese método de distribución proporcional puesto que con anterioridad, en 1832, el político americano Daniel Webster lo había propuesto al Congreso de EEUU para la distribución de escaños entre los estados proporcionalmente a su población (Balinski-Young, 1982: 32).

En el anexo II hemos incluido una demostración matemática de la igualdad de los dos procedimientos, el del divisor adecuado y el de los números impares. Esta igualdad ha sido enunciada por varios autores, incluso de una forma más general (Balinski-Young, 1982: 100).

En los apartados que siguen se aplica en varias ocasiones el sistema de Sainte-Laguë. En todas ellas se ha utilizado el procedimiento del divisor adecuado mediante la ayuda de una hoja de cálculo Excel.

III. CIRCUNSCRIPCIONES ELECTORALES

El término “circunscripción electoral” es un concepto no muy bien definido. Si por circunscripción electoral entendemos un conjunto de personas, generalmente relacionados con un ámbito territorial, que eligen de entre los candidatos previamente establecidos a un número de representantes prefijado y además de manera independiente a cualquier otra circunscripción, como así ocurre en España, podemos afirmar que las circunscripciones del sistema electoral alemán no cumplen esa definición. Este detalle es una característica peculiar de ese sistema electoral. Por ello la descripción que a continuación se presenta solo puede terminar de entenderse una vez que se conozca completamente el sistema electoral alemán.

Cada elector pertenece o participa en tres tipos de circunscripciones electorales, completamente diferentes pero que interactúan entre sí:

a) Cada uno de los 16 *Länder* constituye una circunscripción electoral. Los 598 escaños iniciales del *Bundestag* se asignan a estas circunscripciones de manera proporcional a la población de cada *Land*, siguiendo el método SL. En el cuadro 2, tercera columna, aparece la distribución de escaños para las pasadas elecciones de septiembre de 2013. Los partidos compiten en cada una de estas circunscripciones mediante la presentación de listas de candidatos (*Landeslisten*) por los escaños asignados a la circunscripción.

b) La RFA se subdivide en 299 distritos electorales, cada uno de ellos contenido íntegramente en un *Land*. Los 299 distritos se reparten entre los *Länder* proporcionalmente a su población siguiendo el método SL. Además la división de un *Land* en distritos electorales sigue el criterio de número de población análogo entre unos y otros. En el cuadro 2, segunda columna, se indica el número distritos de los distintos *Länder* para las elecciones de 2013. Cada distrito constituye una circunscripción electoral donde los candidatos compiten entre sí para la obtención del único escaño del distrito. Se puede observar que no en todos los casos el número de escaños del *Land* es el doble que el de distritos, como en principio cabría esperar por la forma de reparto, en ambos casos de tipo proporcional a la población, pero en ocasiones pequeñas diferencias de restos producen resultados también diferentes.

<i>Länder</i>	número distritos	número escaños
Schleswig-Holstein	11	22
Mecklenburg-V.	6	13
Hamburg	6	13
Niedersachsen	30	59
Bremen	2	5
Brandenburg	10	19
Sachsen-Anhalt	9	18
Berlin	12	24
Nordrhein-W.	64	128
Sachsen	16	32
Hessen	22	43
Thüringen	9	17
Rheinland-Pfalz	15	30
Bayern	45	92
Baden-Württ.	38	76
Saarland	4	7
<i>totales</i>	299	598

Cuadro 2. Distritos y escaños

c) Todo el territorio de la RFA actúa como una circunscripción única. Los partidos compiten por el reparto de la totalidad de los escaños iniciales más aquellos que se agregan a lo largo del proceso electoral.

En el fondo la circunscripción principal es el *Land*, mientras que las otras dos actúan con carácter auxiliar para el complejo procedimiento de asignación de escaños a las candidaturas y a candidatos que se han presentado en ese *Land*, como se verá más adelante.

IV. PAPELETA DE VOTO

El tipo de papeleta de voto ha sido invariable a lo largo de la historia del sistema electoral de Alemania que nació poco después de la Segunda Guerra Mundial, y es también peculiar. La papeleta está dividida en dos partes. En una de ellas aparece una relación de candidatos, cada uno perteneciente a un diferente partido político o sin referencia a partido en el caso de candidatos independientes. De esa relación el elector señala, a lo más, a un candidato, este señalamiento es lo que se conoce como “primer voto” o voto personal.

La segunda parte de la papeleta consiste en una relación de candidaturas, cada una de ellas propuesta por un partido, esta parte es común a todas las papeletas del correspondiente *Land*. A su vez cada candidatura está formada por una lista de candidatos (*Landeslisten*). El elector debe señalar una de esas listas, o ninguna. Es el llamado “segundo voto” o voto a lista. El elector tiene completa libertad en la elección de una lista, que puede o no coincidir con el partido de procedencia de su primer voto, pero si ha señalado a un candidato que posteriormente es elegido y no se corresponde con una lista válida, su segundo voto no será tenido en cuenta. Esa libertad ha dado lugar a estrategias, y ciertas incoherencias, que son la causa principal del incremento de escaños en el Parlamento (Vidal, 2012: 70).

V. ASIGNACIÓN DE ESCAÑOS A CANDIDATURAS

Este es el elemento del sistema electoral alemán objeto principal de la reciente modificación. Recordemos que previamente a la elección, los 598 escaños se han repartido entre los *Länder* proporcionalmente a la población. La asignación de esos escaños a candidatos se realiza a través de las siguientes siete fases.

Fase 1. En función de los primeros votos obtenidos por los candidatos en cada uno de los 299 distritos electorales se asigna un puesto por distrito al candidato más votado (principio de mayoría). Los candidatos ganadores se agrupan por su partido de procedencia (si lo hubiera) y por el *Land* al que pertenezca el distrito. En 2013 los 299 puestos fueron obtenidos por los cinco partidos que figuran en el cuadro 4. Las columnas encabezadas por *esc pv* (escaños por primeros votos) indican los puestos obtenidos de esta forma por cada partido y en cada *Land*.

Fase 2. Se cuentan los segundos votos obtenidos por los partidos, sumando para cada uno de ellos los conseguidos en los *Länder* (ver cuadro 3). Para cada partido se calculan los porcentajes sobre el total de votos a partidos. De conformidad con el párrafo 3 de la sección 6 de la ley electoral (ver anexo I), para todo lo que sigue solo se considerarán los partidos cuyo porcentaje sea al menos 5% o hayan obtenido como mínimo tres escaños en la fase anterior. En el cuadro 3 puede observarse que solo cinco partidos han superado la barrera electoral del 5%. Además ningún otro partido ha conseguido ni siquiera un escaño con los primeros votos.

<i>partidos</i>	<i>segundos votos</i>	<i>%</i>
CDU	14.921.877	34,1
SPD	11.252.215	25,7
LINKE	3.755.699	8,6
GRÜNE	3.694.057	8,4
CSU	3.243.569	7,4
FDP	2.083.533	4,8
AfD	2.056.985	4,7
PIRATEN	959.177	2,2
otros	1.759.744	4,0
<i>totales</i>	43.726.856	100

Cuadro 3. Segundos votos y porcentajes

Fase 3. Considerando únicamente los cinco partidos que han superado la barrera del 5%, y sus segundos votos obtenidos en cada *Land*, mediante el método SL se reparten en cada *Land* los escaños que previamente han sido distribuidos –ver apartado a) del párrafo 2 de este informe–. Ese reparto es el que aparece en las columnas *esc sv* (escaños por segundos votos) del cuadro 4. A modo de ejemplo, en el cuadro 1 figura el cálculo para la distribución de los 5 escaños de Bremen. Esta fase no existía en las elecciones anteriores a 2009 y forma parte de la modificación para evitar la anomalía del peso negativo del voto.

<i>elecciones 2013</i>	<i>CDU</i>			<i>SPD</i>		<i>DIE LINKE</i>		<i>GRÜNE</i>		<i>CSU</i>	
<i>Länder</i>	<i>esc pv</i>	<i>esc sv</i>	<i>esc extra</i>	<i>esc pv</i>	<i>esc sv</i>	<i>esc pv</i>	<i>esc sv</i>	<i>esc pv</i>	<i>esc sv</i>	<i>esc pv</i>	<i>esc sv</i>
Schleswig-Hol.	9	10		2	8		1		3		
Mecklenburg-V.	6	6			3		3		1		
Hamburg	1	5		5	5		1		2		
Niedersachsen	17	28		13	22		3		6		
Bremen		1		2	2		1		1		
Brandenburg	9	8	1	1	5		5		1		
Sachsen-Anhalt	9	8	1		4		5		1		
Berlin	5	8		2	7	4	5	1	4		
Nordrhein-W.	37	59		27	48		9		12		
Sachsen	16	16			6		8		2		
Hessen	17	20		5	15		3		5		
Thüringen	9	8	1		3		5		1		
Rheinland-P.	14	15		1	10		2		3		
Bayern					23		4		9	45	56
Baden-Württ.	38	43			19		4		10		
Saarland	4	3	1		3		1				
<i>totales</i>	191	238	4	58	183	4	60	1	61	45	56

Cuadro 4. Escaños según primeros (pv) y segundos votos (sv), y escaños excedentes

Fase 4. En el cuadro 4 es preciso comparar para cada partido y cada *Land* los escaños obtenidos por los primeros votos y por los segundos, prestando atención a aquellos casos en los que los primeros superan a los segundos. Esta circunstancia solo ocurre para el partido CDU y en cuatro *Länder*: Brandenburg, Sachsen-Anhalt, Thüringen y Saarland. En cada una de estas cuatro regiones CDU ha obtenido un escaño más por la elección de diputados por distrito que por listas por lo que es necesario aumentar en ese mismo número los escaños iniciales conforme al párrafo 4 de la sección 6 de la ley electoral (anexo I). Los cuatro escaños adicionales, denominados también escaños excedentes, son los que figuran en la columna encabezada con la etiqueta *esc extra*. Así pues el número de escaños de cada partido como consecuencia de esta primera distribución son 242 para CDU, 183 para SPD, 60 para DIE LINKE, 61 para GRÜNE, y 56 para CSU, que suman un total de 602 asientos.

Fase 5. A continuación se aplican los párrafos 5 y 6 de la sección 6 de la ley electoral (anexo I). Para ello, en primer lugar, se debe incrementar el número inicial de escaños, 598, de tal manera que una distribución de escaños de manera global en la RFA conserve los puestos que cada partido obtuvo en la primera distribución (fase 4). Naturalmente el incremento debe ser el justo para alcanzar el objetivo.

El cálculo del incremento se realiza mediante el método SL pero aplicado de forma ligeramente distinta puesto que la cantidad a repartir proporcionalmente no es un dato, como es lo usual en este método, sino que esa es precisamente la cantidad que se intenta encontrar.

<i>partidos</i>	<i>garantizado</i>	<i>segundos votos</i>	<i>rep 1</i>	<i>rep 2</i>
CDU	242	14.921.877	244	255
SPD	183	11.252.215	184	193
LINKE	60	3.755.699	61	64
GRÜNE	61	3.694.057	(60)	63
CSU	56	3.243.569	(53)	56
<i>totales</i>	602	36.867.417	602	631
<i>divisor adecuado</i>			61.242	58.440

Cuadro 5. Incremento de escaños garantizando la primera distribución a nivel federal

Ese cálculo se encuentra en el cuadro 5, que a continuación se explica. En la columna 2 aparecen los puestos que se deben garantizar a cada partido, puestos calculados en la fase 4. En la tercera columna los segundos votos obtenidos. En la cuarta columna mediante el método SL se distribuyen los 602 escaños proporcionalmente a los votos obtenidos. En los resultados de esa primera columna puede observarse que los partidos GRÜNE y CSU no alcanzan los escaños obtenidos en la primera distribución –ver las cifras entre paréntesis–, por lo que es preciso incrementar el número de escaños, o equivalentemente, disminuir el divisor. Así pues, se ensayan menores divisores hasta que se obtenga una distribución en la que cada partido tenga igual o mayor número de escaños que el garantizado, y que la suma de escaños sea la menor posible. El divisor 58.440 cumple esas condiciones, y la correspondiente distribución es la que aparece en la última columna (en negrita).

Fase 6. Como continuación de la aplicación de los citado párrafo 6 de la ley electoral los escaños asignados a cada partido en la fase anterior se reparten entre las listas regionales de ese partido proporcionalmente a los votos obtenidos por las listas. En este reparto se deben garantizar para cada *Land* que existan suficientes escaños para que puedan ser incluidos los obtenidos por votos los primeros votos.

En el cuadro 6, partes I, II y III, se procede a realizar los cálculos correspondientes. Fijándonos en la parte del cuadro correspondiente a CDU, que consta de seis columnas presididas por la leyenda “255 escaños a repartir”. Ese número proviene de la fase número 5. En la primera columna, encabezada con la etiqueta *esc pv*, figuran los escaños obtenidos por primeros votos. En la siguiente columna, los segundos votos obtenidos por CDU en cada *Land*. La tercera columna se forma por aplicación del sistema SL en el reparto de 255 proporcionalmente a los votos en cada *Land*. La cuarta columna, encabezada con el epígrafe *max1*, se comparan los datos de las columnas 1 y 3, eligiendo en cada caso el dato máximo, es decir, se trata de garantizar que existen suficientes escaños para cubrir los escaños por distritos y a la vez el reparto proporcional de los 255 escaños calculados en la fase anterior.

La suma de los datos de esa columna ha resultado el número 258, superior a los 255 previstos para CDU, por ello se debe confeccionar otro reparto. La siguiente columna, la encabezada con *rep2*, es quizás la más extraña y menos intuitiva del sistema puesto que se debe rebajar el número de 255 para así disminuir el número 258 anterior. Esa columna se confecciona ensayando un divisor mayor hasta que el resultado después de elegir el máximo entre esa columna y la primera coincida con el objetivo, o sea 255. Este objetivo se ha conseguido ensayando el divisor 59.500.

Esta fase concluye con los datos expresados en la última columna dedicada a cada partido y que figuran en negrita. Los resultados obtenidos proporcionan el objetivo buscado, es decir ha habido un reparto proporcional de 631 escaños y se observa que en cada región el número de escaños es mayor o igual que los obtenidos por los primeros votos y que con menos escaños ese objetivo no se puede lograr.

elecciones 2013	CDU 255 escaños a repartir						SPD 193 escaños a repartir			
	<i>esc pv</i>	<i>sv</i>	<i>rep1</i>	<i>max1</i>	<i>rep2</i>	<i>max2</i>	<i>esc pv</i>	<i>sv</i>	<i>rep</i>	<i>max</i>
Schleswig-H.	9	638.756	11	11	11	11	2	513.725	9	9
Mecklenburg V.	6	369.048	6	6	6	6		154.431	3	3
Hamburg	1	285.927	5	5	5	5	5	288.902	5	5
Niedersachsen	17	1.825.592	31	31	31	31	13	1.470.005	25	25
Bremen		96.459	2	2	2	2	2	117.204	2	2
Brandenburg	9	482.601	8	9	8	9	1	321.174	5	5
Sachsen-An.	9	485.781	8	9	8	9		214.731	4	4
Berlin	5	508.643	9	9	9	9	2	439.387	8	8
Nordrhein-W.	37	3.776.563	65	65	63	63	27	3.028.282	52	52
Sachsen	16	994.601	17	17	17	17		340.819	6	6
Hessen	17	1.232.994	21	21	21	21	5	906.906	16	16
Thüringen	9	477.283	8	9	8	9		198.714	3	3
Rheinland-P.	14	958.655	16	16	16	16	1	608.910	10	10
Bayern								1.314.009	22	22
Baden-Württ.	38	2.576.606	44	44	43	43		1.160.424	20	20
Saarland	43	212.368	4	4	4	4		174.592	3	3
<i>totales</i>	191	14.921.877	255	(258)	(252)	255	58	11.252.215	193	193
<i>divisores</i>			58.517		59.500				58.500	

Cuadro 6 (I). Segunda distribución de escaños entre las listas

Fase 7. Los escaños que definitivamente cada partido ha obtenido en un *Land* se asignan a sus candidatos de la forma siguiente. En primer lugar se asigna un escaño a cada uno de los candidatos que ha resultado vencedor en su distrito. El resto de puestos se asignan a los candidatos que aparecen en las listas regionales, en el orden en el que figuran en esas listas.

VI. VALORACIONES Y CONCLUSIONES

1. *Comparación con el sistema anterior.* La mayor diferencia con el anterior sistema reside en la doble distribución de escaños. Antes se repartían los 598 escaños primero a nivel nacional entre partidos y a continuación para cada partido se asignaban sus escaños entre los *Länder*; en esta segunda asignación se añadían los escaños excedentes. El nuevo sistema prevé dos distribuciones. Primero se asignan los escaños de cada *Land* entre las listas de los partidos, y se incluyen los escaños excedentes; esta distribución sirve para establecer un mínimo. La segunda distribución se realiza como en el sistema anterior, es decir primero entre los partidos a nivel nacional pero respetando el mínimo anterior y añadiendo para ello más escaños si fuese necesario. Después los escaños de cada partido se distribuyen entre sus listas respetando los escaños por primeros votos, pero sin añadir más escaños a los ya obtenidos por cada partido.

<i>elecciones 2013</i>	<i>DIE LINKE</i> 64 escaños a repartir				<i>GRÜNE</i> 63 escaños a repartir			
	<i>esc pv</i>	<i>sv</i>	<i>rep</i>	<i>max</i>	<i>esc pv</i>	<i>Sv</i>	<i>rep</i>	<i>max</i>
<i>Länder</i>								
Schleswig-H.		84.177	1	1		153.137	3	3
Mecklenburg-V.		186.871	3	3		37.716	1	1
Hamburg		78.296	1	1		112.826	2	2
Niedersachsen		223.935	4	4		391.901	6	6
Bremen		33.284	1	1		40.014	1	1
Brandenburg		311.312	5	5		65.182	1	1
Sachsen-Anh.		282.319	5	5		46.858	1	1
Berlin	4	330.507	6	6	1	220.737	4	4
Nordrhein-W.		582.925	10	10		760.642	13	13
Sachsen		467.045	8	8		113.916	2	2
Hessen		188.654	3	3		313.135	5	5
Thüringen		288.615	5	5		60.511	1	1
Rheinland-P.		120.338	2	2		169.372	3	3
Bayern		248.920	4	4		552.818	9	9
Baden-Württ.	4	272.456	5	5	10	623.294	10	10
Saarland		56.045	1	1	0	31.998	1	1
<i>totales</i>	4	3.755.699	64	64	1	3.694.057	63	63
<i>divisores</i>			58.683				60.300	

Cuadro 6 (II). Segunda distribución de escaños entre las listas

elecciones 2013	CSU ² 56 escaños			
	esc pv	sv	rep	Max
Bayern	45	3.243.569	56	56
<i>totales</i>	45	3.243.569	56	56

Cuadro 6 (III). Segunda distribución

2. *Sistema electoral complejo.* El sistema anterior a 2013 era complejo, al menos en relación con otros sistemas, como el español. La complejidad era debida a los dos repartos: primero entre partidos a nivel nacional y luego entre los *Länder*, junto con la comparación de resultados entre primeros y segundos votos y la consiguiente aparición de escaños excedentes. El nuevo sistema introduce una mayor complejidad, porque se añade la de la segunda distribución (fases 5 y 6 anteriores), especialmente por la exigencia de garantizar los resultados de las elecciones por primeros votos y sin perder la proporcionalidad global.

Recientemente, el profesor Dieter Nohlen (Nohlen, 2013), en el seminario celebrado en Zaragoza el 29 de octubre de 2013 en la Fundación Manuel Giménez Abad, afirmaba que el sistema electoral alemán “es tan complicado que casi nadie lo entiende y por supuesto es su mayor defecto”. En todo caso, esta complejidad de cálculo, que se ha puesto de manifiesto en el presente informe, entendemos que es una cuestión menor en un sistema electoral porque no es el elector quien tiene que preocuparse de esos cálculos.

3. *Doble incremento de escaños.* Los escaños excedentes, como consecuencia del doble voto, han existido desde el inicio de este sistema electoral. Al principio el número de esos escaños era pequeño (menos del 1% del total), pero desde la unificación alemana este número ha ido creciendo hasta 24 en las elecciones celebradas en 2009. En las elecciones de 2013 el número de esos escaños con el nuevo sistema ha sido menor, ha descendido a 4, todos ellos de CDU. No obstante hay que resaltar que con el sistema anterior también hubieran sido 4 los escaños excedentes, y todos para CDU.

Ahora bien, el nuevo sistema ha introducido otra forma de incrementar el número de asientos en el *Bundestag*. Como se ha podido observar, el número total es de 631 escaños, por lo que se han generado 29 escaños extra como consecuencia de la aplicación de la segunda distribución de escaños, que añadidos a los 4 excedentes suponen 33 asientos extras en el Parlamento. También hay que hacer notar que esos 29 escaños se han repartido entre 4 fuerzas políticas: CDU (13), SPD (10), DIE LINKE (4) y GRÜNE (2).

Con los datos de las elecciones de 2009 y con el sistema de 2013, se hubiera incrementado el Parlamento hasta 672 escaños.

4. *Proporcionalidad.* La cuestión que se plantea es si el nuevo sistema es más o menos proporcional que el anterior. En palabras del profesor Dieter Nohlen (Nohlen, 2013) el segundo incremento, el de los 29 escaños, ha sido para “compensar las distorsiones” producidas por el primer incremento, el de los 4 escaños, y que el nuevo sistema “es altamente proporcional”. Efectivamente la segunda distribución se realiza para equilibrar el incremento de los escaños excedentes de tal manera que el reparto de escaños globalmente sea proporcional a los votos obtenidos por cada partido.

Considerando los datos a nivel nacional, y teniendo en cuenta solo a los partidos que han superado la barrera electoral del 5%, el coste en votos por escaño se sitúa entre 57.921 (CSU) y 58.683 (LINKE), es decir una diferencia de 1,3% sobre el coste inferior. En cambio, esta misma cuenta para las elecciones celebradas en 2009 señala que el intervalo de costes estaba comprendida entre 60.971, para CSU, y 68.428, para SPD, lo que supuso una diferencia del 12,2%, es decir una cantidad sensiblemente mayor. En las elecciones de España de 2011 este tipo de cifras son completamente distintas, por ejemplo a UPyD le costó cada uno de sus 5 diputados aproximadamente 228.000 votos, mientras que a AMAIUR le bastaron 48.000 votos por diputado, una diferencia del 375%.

Con estos datos podemos afirmar que el nuevo sistema produce una mayor proporcionalidad. La razón de ese coste de votos equilibrado para todos los partidos se ve en la explicación que se da en la conclusión siguiente.

5. *Solución al problema del peso negativo del voto.* La pregunta más importante que se plantea ante la modificación del sistema electoral alemán, es si esta ha solucionado o no la anomalía del peso negativo del voto. Dicho de otra forma: ¿Una disminución de votos para un partido en un *Land* podría suponer un incremento en el número global de escaños de ese partido?

La respuesta es rotundamente no. Es preciso fijarse en que el número global de escaños que recibe un partido se calcula proporcionalmente a sus votos a nivel federal, como se ve en la fase 5, por lo que una disminución de votos nunca podría suponer un aumento en el reparto proporcional. En el fondo la casi completa proporcionalidad de este sistema resuelve el problema de la anomalía del peso negativo del voto.

No obstante conviene señalar el detalle que consiste en que la asignación final de escaños por *Land* no respeta los resultados de la primera distribución. Por ejemplo en la primera distribución (fase 3, cuadro 4) el partido SPD aparece con 23 escaños en Bayern pero en la asignación definitiva figuran 22. Ello se explica porque esa primera distribución de escaños por *Land* hay que entenderla con carácter provisional y que es un instrumento para detectar los escaños excedentes y obtener los datos necesarios para la confección del cuadro 5, que es el que proporciona la alta proporcionalidad a nivel federal. Este detalle podría convertirse en una anomalía si para un partido en un *Land* hubiese gran desproporción entre los primeros y segundos votos.

6. *Más aspectos de la proporcionalidad.* Como se ha visto, el procedimiento alemán comienza con un reparto de los 598 escaños entre los *Länder* proporcionalmente a la población (ver cuadro 2). Pero en el resultado final han sido 631 escaños los repartidos entre los *Länder*, y claramente en ese reparto final no se ha utilizado la población, por lo que a lo largo del proceso se ha ido perdiendo ese tipo de proporcionalidad. Resaltamos que en esta desproporcionalidad han influido los escaños excedentes y los votos válidos a partidos. Este último factor, el de los votos válidos a partidos en cada *Land*, no siempre guarda total proporcionalidad con la población de los *Länder*. En (Ramírez, 2013: 128) se aboga por utilizar la biproporcionalidad para ajustar los escaños de cada circunscripción atendiendo tanto a los escaños totales de cada partido como al reparto inicial de escaños en cada circunscripción. No obstante, a nuestro entender con buen criterio, el sistema electoral alemán ha dado la máxima importancia a la proporcionalidad de los escaños entre los partidos (ver conclusión 4) frente a la proporcionalidad de escaños de los *Länder* por población.

A la vista del cuadro 3, es relevante destacar que más del 15% de los votos válidos emitidos a partidos han sido “no útiles” por cuanto no han contado en la distribución de escaños. El partido de los liberales (FDP), tradicionalmente representado en el

Bundestag, en las elecciones de 2013 a pesar de sus más de dos millones de votos no ha podido conseguir ningún diputado. Si hubiera obtenido 110.000 votos más, FDP habría logrado más de 30 diputados. En las elecciones generales en España celebradas en 2011, el porcentaje de votos no útiles ha sido sensiblemente menor, un 10,4%. Esta cuestión parece que pone en tela de juicio la tan resaltada proporcionalidad del sistema electoral alemán, pero, como ya se ha indicado anteriormente, esto es debido a la barrera electoral del 5%, cuestión que obedece a un criterio político y que no es esencial al sistema de distribución de escaños, objeto principal de este informe.

7. *El sistema Sainte-Laguë*. A pesar de la extensión que el presente informe le ha dedicado al sistema SL podemos afirmar que este elemento no es sustancial en el sistema electoral alemán. Es cierto que el método SL introduce complejidad, pero no tanto por el sistema en sí sino por la cantidad de veces que debe usarse. Análogos cálculos se hubieran necesitado si se aplicara D'Hont, aunque un poco más que el sistema Häre, que es el más sencillo y más proporcional de todos los sistemas. No obstante, como señala (Birkmayer, 2012: 154), es gracias a un método basado en divisor adecuado, como el SL, que se pueden realizar los cálculos de las fases 5 y 6 con más comodidad. El método Häre queda descartado porque no es un método de divisor adecuado (Vázquez-Jiménez Seral, 2014), por lo que puede conducir a la paradoja de Alabama (balinski-young, 1982: 100).

En este informe se ha pretendido estudiar el método SL desde el punto de vista de los diversos procedimientos de cálculo (anexos II y III), por entender que era una laguna en las referencias en español.

8. *El intento en España de adaptación del sistema alemán*. En los dos últimos años han sido varios los partidos –PP, PSOE, PSC, CiU– que se han fijado en el sistema electoral alemán como modelo para una posible modificación del sistema español. Hasta la fecha la única concreción que existe en este sentido es la propuesta presentada en la Comunidad de Madrid para la elección de su asamblea. No es objeto del presente informe realizar un análisis de esa propuesta, pero sí señalar la importancia de la proporcionalidad de un sistema electoral para garantizar la ausencia de anomalías y distorsiones.

ANEXO I

(Agradecemos a Rena Shenk su colaboración en la traducción de la siguiente sección de la ley electoral)

Sección 6 de la ley electoral (Bundeswahlgesetz)

La elección por listas

(1) Para la distribución de escaños entre las listas de partidos (*Landeslisten*) se considerarán los segundos votos a favor de cada partido. No se tendrán en cuenta los segundos votos de aquellos votantes que emitieron su primer voto a un candidato elegido en un distrito y nominado de acuerdo con el párrafo 3 de la sección 20³, o propuesto por un partido descartado de conformidad con el párrafo 3 de la presente sección o para el que no exista una lista aprobada en el correspondiente *Land*. Del número total de

miembros del Parlamento (párrafo 1 de la sección 1)⁴ se resta el número de candidatos elegidos en un distrito y que se mencionan en el inciso 2 anterior.

(2) En una primera distribución, inicialmente el número total de escaños (párrafo 1 de la sección 1) se asigna a los *Länder* proporcionalmente a su población según el método de cálculo descrito en los incisos 2 a 7 siguientes, y posteriormente en cada *Land* el número de los escaños restantes según el inciso 3 del párrafo 1 de esta sección se asigna a las listas en función de los segundos votos que se deben tener en cuenta. El número de escaños atribuidos a cada lista se determinará dividiendo el total de segundos votos emitidos a la lista por un divisor utilizado para la asignación de escaños. Los números con parte decimal menor que 0,5 se redondearán al número entero inferior, aquellos con parte decimal mayor que 0,5 se redondearán al número entero superior. Los números con parte decimal igual a 0,5 se redondearán hacia arriba o hacia abajo respetando el número total de escaños a distribuir; si resultasen empates se decidirá mediante sorteo realizado por el presidente de la junta electoral federal. El divisor para la asignación de escaños se determinará de modo que el número total de escaños otorgados a las listas sea igual al número de escaños a distribuir. Para ello, el número total de segundos votos a tener en cuenta se divide en primer lugar por el número de escaños que se indica en el inciso 3 del párrafo 1. Si resultasen más escaños asignados a las listas que escaños a distribuir, se aumentará el divisor de tal manera que el cálculo proporcione el número de escaños a asignar; análogamente, si resultasen menos escaños el divisor se disminuirá.

(3) En la distribución de los escaños entre las listas de los partidos solamente se tomarán en consideración los partidos que hayan recibido al menos el 5 por ciento de los segundos votos válidos emitidos en todo el territorio electoral o hayan obtenido un escaño en al menos tres distritos electorales. El apartado 1 anterior no se aplicará a las listas presentadas por los partidos que representen a minorías nacionales.

(4) Del número de escaños obtenidos por cada lista se resta el número de los obtenidos por el partido en los distritos del correspondiente *Land* (sección 5)⁵. Un partido conservará los escaños que haya obtenido en los distritos incluso si el número de esos escaños excede del establecido de acuerdo con los párrafos 2 y 3.

(5) El número de escaños restantes según el inciso 3 del párrafo 1 se incrementará hasta que cada partido reciba por la segunda distribución de escaños a la que se refiere el párrafo 6, inciso 1, al menos el número de escaños de la primera distribución descrita en los párrafos 2 y 3, más los escaños obtenidos en los distritos que no puedan ser deducidos de la cantidad de escaños asignados a la lista, de conformidad con el inciso 1 del párrafo 4. El número total de escaños (párrafo 1 de la sección 1) se incrementará en la diferencia.

(6) Los escaños a asignar según el párrafo 5, inciso 1, se distribuyen en todo caso a nivel federal de acuerdo con el número de segundos votos a tener en cuenta mediante el método de cálculo descrito en el párrafo 2, incisos 2 a 7, entre los partidos que deben ser considerados según el párrafo 3. En los partidos se distribuyen los escaños en las listas de cada *Land* según el número de segundos votos que deben ser tenidos en cuenta mediante el método de cálculo descrito en el párrafo 2, incisos 2 a 7; al menos a cada lista se le asigna el número de escaños obtenidos por el partido en los distritos del *Land*. Para determinar el número de escaños de cada lista se deducirán los

4. El número inicial de diputados en el *Bundestag* es 598.

5. En cada distrito se elige a un diputado.

escaños obtenidos por los partidos en los distritos del *Land* (sección 5). Los escaños restantes serán cubiertos por los miembros de la lista en el orden allí establecido. Los candidatos que hayan sido elegidos en un distrito no se considerarán en la lista del *Land*. Cuando una lista reciba más escaños que candidatos propuestos, esos escaños permanecerán vacantes.

(7) Si un partido ha recibido más de la mitad del número total de segundos votos de todos los partidos que son tenidos en cuenta y no ha recibido más de la mitad de los escaños cuando estos sean distribuidos según los párrafos 2 a 6, se asignarán al partido más escaños hasta que reciba uno más que la mitad de los escaños. Los escaños se distribuirán en el partido de conformidad con el párrafo 6, incisos 2 a 6. En tal caso, el número total de escaños (sección 1, párrafo 1) resultante según el párrafo 5 se incrementará en esa diferencia.

ANEXO II

Intervalo de divisores adecuados en el método Sainte-Laguë

En el cuadro 1 se observa que entre el primer y segundo reparto el partido CDU es el que ha disminuido en un escaño. Realmente esa disminución se alcanza cuando en el caso de CDU el divisor que se utilice produzca un cociente de 1,5 o menos. Por tanto ese divisor, que marca el límite inferior, será el cociente entre los votos de CDU (96.459) y 1,5 (0,5 menos que el primer redondeo para CDU), es decir 64.306. Para el límite superior basta observar que es en el partido LINKE donde se aprecia que si se sigue incrementando el divisor entonces ese sería el siguiente partido que perdería otro escaño, es decir el divisor que marca el límite superior se obtiene al realizar la división $33.284 : (1 - 0,5) = 66.568$. Así pues, los divisores adecuados están comprendidos entre 64.306 y 66.568.

En el cuadro 7 se aprecia cómo obtener el intervalo de divisores adecuados directamente a partir del reparto 1. La última columna está formada por los cocientes entre el número de votos de cada partido (columna 2) y la diferencia entre el número de redondeo y 0,5 (columna 5). Fijándose en esta última columna, las dos cifras más próximas (en negrita) al divisor inicial constituyen el intervalo de divisores adecuados.

<i>partidos</i>	<i>votos</i>	<i>reparto</i>	<i>redondeo</i>	<i>redondeo - 0,5</i>	<i>col 2 / col 5</i>
CDU	96.459	1,68	2	1,5	64.306
SPD	117.204	2,04	2	1,5	78.136
LINKE	33.284	0,58	1	0,5	66.568
GRÜNE	40.014	0,70	1	0,5	80.028
<i>total</i>	286.961		6		
<i>divisor</i>		57.392			

Cuadro 7. Intervalo de divisores adecuados (Bremen)

Debe tenerse en cuenta que si la suma de las cifras del primer redondeo fuera inferior al número de escaños a repartir, entonces se deben aumentar los redondeos en 0,5 en lugar de disminuir en 0,5. En el caso en el que la suma mencionada en el inciso precedente se diferenciara en dos o más unidades respecto de los escaños a repartir, el proceso anterior deberá iterarse dos o más veces, aproximando en cada iteración

en una unidad al número de escaños a repartir. En el cuadro 8 se presenta esta circunstancia, que ocurrió en la segunda asignación de escaños entre las listas regionales del partido Grüne. En este cuadro se han unificado las columnas correspondientes a reparto y redondeo.

GRÜNE 2013	segundos votos	reparto 1	reparto - 0,5	cociente 1	intervalo 1	reparto 2	reparto - 0,5	cociente 2	intervalo 2	reparto 3
Schleswig-H.	153.137	3	2,5	61255		3	2,5	61.255		3
Mecklen.-V.	37.716	1	0,5	75432		1	0,5	75.432		1
Hamburg	112.826	2	1,5	75217		2	1,5	75.217		2
Niedersach.	391.901	7	6,5	60292	60292	7	6,5	60.292	60.293	6
Bremen	40.014	1	0,5	80028		1	0,5	80.028		1
Brandenburg	65.182	1	0,5	130364		1	0,5	130.364		1
Sachsen-A.	46.858	1	0,5	93716		1	0,5	93.716		1
Berlin	220.737	4	3,5	63068		4	3,5	63.068		4
Nordrhein-W	760.642	13	12,5	60851		13	12,5	60.851	60.851	13
Sachsen	113.916	2	1,5	75944		2	1,5	75.944		2
Hessen	313.135	5	4,5	69586		5	4,5	69.586		5
Thüringen	60.511	1	0,5	121022		1	0,5	121.022		1
Rheinland-P.	169.372	3	2,5	67749		3	2,5	67.749		3
Bayern	552.818	9	8,5	65037		9	8,5	65.037		9
Baden-Württ	623.294	11	10,5	59361	59361	10	9,5	65.610		10
Saarland	31.998	1	0,5	63996		1	0,5	63.996		1
<i>totales</i>	3.694.057	65				64				63
<i>divisor</i>	58.636				60.000				60.500	

Cuadro 8. Procedimiento de intervalos para la segunda distribución de Grüne, con doble iteración

ANEXO III

Una demostración de la igualdad de los procedimientos de Sainte-Laguë (números impares) y de Schepers (divisor adecuado).

Se supone que r partidos han recibido los siguientes números de votos: v_1, v_2, \dots, v_r , supuestos ordenados por orden decreciente de votos, para la asignación de n escaños. Supondremos, por comodidad, que todos los v_i son distintos entre sí. Se demostrará por inducción sobre el número n de escaños a repartir que el procedimiento de Sainte-Laguë (SL), es decir el de los números impares, y el de Schepers (Sc), conocido también como el del divisor adecuado, son iguales.

Caso $n = 1$: Por el procedimiento SL es claro que el escaño se asigna al partido más votado. Consideremos ahora el procedimiento Sc. Tomando como divisor $d = 2 v_1$ se tiene que los cocientes para este divisor son 0,5 para el primer partido y $0,5 v_i / v_1$ para el resto, pero estos últimos cocientes son menores que 0,5, por lo que d es un divisor adecuado y el escaño le corresponde también al primer partido.

Caso general: Por hipótesis de inducción podemos suponer que $n - 1$ escaños se reparten entre los partidos de manera igual por ambos procedimientos. Sean n_1, n_2, \dots, n_r las asignaciones de esos $n - 1$ escaños. Bastará probar que el n -ésimo escaño se asigna al mismo partido por cualquiera de los dos procedimientos.

Para la aplicación del método SL en primer lugar tener en cuenta que los n_i escaños del partido i los ha conseguido gracias a los cocientes

$$\frac{v_i}{2 \cdot 1 - 1}, \frac{v_i}{2 \cdot 2 - 1}, \frac{v_i}{2 \cdot 3 - 1}, \dots, \frac{v_i}{2m - 1},$$

por eso ahora es preciso considerar los cocientes

$$c_i = \frac{v_i}{2(m+1) - 1} = \frac{v_i}{2m + 1},$$

de tal manera que el partido con mayor cociente c_i es quien se llevaría el escaño último.

Considerar ahora el método Sc. Supongamos que d es un divisor adecuado para el reparto de los $n - 1$ escaños. Como ahora hay que aumentar en un 1 el número de escaños para encontrar un divisor adecuado se debe disminuir d hasta obtener un nuevo divisor e tal que alguno de los cocientes v_i/e sea mayor o igual a $n_i + 0,5$ o equivalentemente hasta que El escaño que añadimos se lo llevará el partido i tal que el cociente

$$q_i = \frac{v_i}{n_i + 0,5}$$

cumpla que $e \leq q_i$ y $q_j < q_i$ para el resto de partidos j . Se ve fácilmente que c_i máximo equivale a que también lo sea q_i , o con más detalle:

Supongamos que c_i es máximo, es decir $c_i > c_j$ para cualquier otro j . Entonces

$$\frac{v_i}{2m+1} > \frac{v_j}{2n_j+1}, \text{ o bien}$$

$$\frac{v_i}{2m+1} = \frac{v_j}{2n_j+1} + k_j, \text{ con } k_j > 0,$$

y multiplicando por 2 ambos miembros de la igualdad anterior se tiene

$$\frac{2v_i}{2m+1} = \frac{2v_j}{2n_j+1} + 2k_j,$$

y dividiendo por 2 los numeradores y denominadores de las dos fracciones anteriores, se sigue

$$\frac{v_i}{m+0,5} = \frac{v_j}{n_j+0,5} + 2k_j,$$

es decir, $q_i > q_j + 2k_j$, lo cual significa que q_i es también máximo. Análogamente se ve que si q_i es máximo también lo será c_i . Por lo que el escaño último se lo llevará el mismo partido según el procedimiento SL o por el método Sc. En definitiva, los procedimientos por número impares y por divisor adecuado producen los mismos resultados.

BIBLIOGRAFÍA

- BALINSKI, M. L. Y YOUNG, H. P. (1982): *Fair Representation. Meeting the Ideal of One Man, One Vote*, New Haven and London: Yale University Press.
- BIRKMEYER, O.; OELBERMANN, K-F; PUKELSHEIM, F., Y ROSSI, M. (2012): *A Gentle Combination of Plurality Vote and Proportional Representation for Bundestag Elections*, in: Felsenthal, D. S. y Machover, M (Ed), *Electoral Systems: Paradoxes, Assumptions, and Procedures*, Berlin: Springer, pp. 151-171.
- MESTRE-AIZPURUA, FRANCESC (2012): *El sistema electoral alemán y su reciente reforma*, in: Cuadernos Manuel Giménez Abad, número 3, junio 2012, pp. 79-87.
- NOHLEN, DIETER (2013): *Instituciones y sistema electoral. El sistema electoral español y el modelo alemán*. Fundación Manuel Giménez Abad, Seminario, octubre 2013, en: Zaragoza, www.fundacionmgimenezabad.es.
- RAMÍREZ, V; LÓPEZ, A.; PALOMARES, A.; DELGADO, B (2013): *Aplicación de escaños compensatorios para una representación justa de los partidos*, in: Revista Española de Ciencia Política, número 32, julio 2013, pp. 117-141.
- VÁZQUEZ, M. y JIMÉNEZ SERAL, P. (2014): *La distribución de escaños (en preparación)*
- VIDAL, CARLOS (2012): *El sistema electoral alemán y su posible implantación en España*, Valencia: Tirant lo Blanch.
- www.bundeswahlleiter.de (visitada el 27 de noviembre de 2013). ■