

A organização conceptual dos estudantes, dada através das Redes Associativas Pathfinder, do conceito de Probabilidade: Um estudo com alunos do 9.º ano de Escolaridade do Ensino Básico Português

Almeida, Cesário¹, Casas García, Luis², Luengo González, Ricardo²

¹Instituto Politécnico de Beja - Portugal

²Universidad de Extremadura

Resumo

A Teoria dos Conceitos Nucleares (TCN), desenvolvida por Casas e Luengo (Casas, 2002; Casas e Luengo, 2005), postula que à medida que os alunos progredem na escolaridade, o seu conhecimento é estruturado de uma forma cada vez mais simples e em torno de um conjunto limitado de conceitos importantes – os Conceitos Nucleares (Casas, 2002; Casas e Luengo, 2005; Antunes, 2010). Com este trabalho pretendemos apresentar alguns resultados preliminares sobre a organização conceptual dos alunos em relação ao conceito de Probabilidade. Inicialmente procedeu-se à identificação dos termos, conceitos e exemplos associados ao processo de ensino/aprendizagem da noção de Probabilidade. De seguida, com recurso a representações no plano nas quais os conceitos/termos/exemplos aparecem como pontos no plano e as suas relações como segmentos de reta – Redes Associativas Pathfinder (PFNET) (Schvaneveldt et al, 1988) -, e utilizando o software Goluca (Casas et al, 2011), recolheram-se e trataram-se dados de alunos a frequentarem, no ano letivo 2012/2013, o 9.ºano de escolaridade em Portugal. As PFNET assim obtidas permitiram-nos identificar os conceitos que assumem uma maior relevância na estrutura conceptual dos alunos – os conceitos Nucleares -, aquelas noções que ainda não estão devidamente incorporadas na estrutura cognitiva dos estudantes - os nós Extremidade -, a sua respetiva organização e efetuou-se uma análise comparativa dos indicadores quantitativos destas representações entre discentes de género feminino e masculino.

Palavras-chave: Probabilidade, Matemática, Redes Associativas Pathfinder, Teoria dos Conceitos Nucleares, Estrutura Cognitiva.

1. Introdução

A procura e a compreensão organizativa das ideias associados a um dado conceito, sempre desempenharam um papel relevante no Ensino da Matemática e, nas últimas décadas, têm-se assumido como uma matéria de pesquisa importante entre investigadores educacionais. A Teoria da Probabilidade, pela sua utilidade e proficiência em inúmeros contextos da sociedade, tem conseguido, nas últimas décadas, o reconhecimento da sua importância no ensino, e por estas razões, tem visto a sua inclusão nos currículos dos diferentes níveis de Ensino. Este facto, para além de sugerir o desenvolvimento dos conceitos probabilísticos nos currículos dos diferentes ciclos de estudo (Azcárate et al, 2004; Batanero, 2004, 2005; Gal, 2005), tem vindo a detetar conceitos e significados fundamentais, sobre esta temática, que devem ser estudados. Todavia, os diferentes significados de Probabilidade evidenciam a natureza complexa deste conceito, pelo que a abordagem pedagógica desta noção não se pode limitar a uma única perspetiva (Batanero et al, 2005).

1.1. A Toria dos Conceitos Nucleares (TCN)

A Teoria dos Conceitos Nucleares (TCN), proposta por Casas e Luengo (Casas, 2002; Casas e Luengo, 2005), afirma que à medida que os alunos progredem na escolaridade, o seu conhecimento é estruturado de uma forma cada vez mais simples e em torno de um conjunto limitado de conceitos importantes – os Conceitos Nucleares -, que, no entanto, não são necessariamente os mais gerais nem os mais abstratos. Esta organização cognitiva surge na forma de Redes Associativas, nas quais aparecem os Conceitos Nucleares que ocupam posições mais destacadas nestas representações, em virtude de apresentarem um maior número de ligações com os restantes conceitos, facto que evidencia a relevância destes no modo de organizar o conhecimento de um sujeito sobre um determinado assunto (Casas, 2002; Casas e Luengo, 2005; Antunes, 2010). Esta teoria oferece uma nova visão sobre a organização da estrutura cognitiva, dando realce, para o processo de ensino e aprendizagem, aos conceitos que se destacam nas redes conceptuais, pelo maior número de ligações que apresentam. Os principais elementos da TCN são a “*organização geográfica do conhecimento*”, a “*noção de Conceito Nuclear*” e a ideia de “*caminho de custo mínimo*” (Casas, 2002). De entre as implicações didáticas destas ideias, destaca-se a possibilidade de organizar o ensino em torno destes conceitos nucleares, adequando estratégias e materiais pedagógicos.

1.2 As Redes Associativas Pathfinder (PFNET's)

A TCN faz uso de uma técnica própria, as “Pathfinder Associative Networks - PFNET's” - Redes Associativas Pathfinder (Schvaneveldt et al, 1988). Estas constituem um método já consolidado para comparar e representar a estrutura cognitiva de indivíduos e grupos, e constituem um procedimento quantitativo e gráfico, cuja aplicação, no âmbito de estudos educacionais, apresenta vantagens enquanto ferramenta interpretativa para o estudo e representação da organização conceptual de variados conceitos em grupos de indivíduos (Casas, 2002; Casas e Luengo, 2005; Antunes, 2010).

As redes PFNET's são representações no plano, nas quais os conceitos/termos/exemplos aparecem como pontos no plano – nós - e as suas relações como segmentos de recta – ligações ou arestas - que os unem, de maior ou menor comprimento dependendo do maior ou menor peso atribuído à sua proximidade. O modo de atribuir os pesos da proximidade entre os diferentes conceitos é feito com base no seguinte procedimento: após a seleção dos termos a utilizar nas redes, todos os possíveis pares são apresentados de um modo aleatório ao sujeito e pede-se-lhe para atribuir um peso à respetiva proximidade. Quanto maior (menor) for o peso atribuído, maior (menor) será a proximidade entre os conceitos/termos. A matriz seguinte – Figura 1 -representa os pesos da proximidade, dadas por um aluno, em relação à noção de Probabilidade.

Tabela 1 – Matriz de proximidade de um aluno do 9.º ano sobre o conceito de Probabilidade, obtida com o software Goluca

| | TCC | EA | CPCF | Pro | Quo | LMD | Acon | VN | LL | Aca |
|-------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Técnicas de contagem de casos (TCC) | | | | | | | | | | |
| Experiência Aleatória (EA) | 0,216 | | | | | | | | | |
| Casos Possíveis e casos favoráveis | 0,506 | 0,848 | | | | | | | | |
| Probabilidade (Pro) | 0,558 | 0,913 | 0,923 | | | | | | | |
| Quociente (Quo) | 0,535 | 0,126 | 0,535 | 0,535 | | | | | | |
| Lançamento de moedas/dados (LMD) | 0,545 | 0,565 | 0,952 | 0,935 | 0,148 | | | | | |
| Acontecimento (Acon) | 0,181 | 0,906 | 0,939 | 0,881 | 0,252 | 0,510 | | | | |
| Valor numérico (VN) | 0,532 | 0,548 | 0,497 | 0,116 | 0,835 | 0,500 | 0,177 | | | |
| Lei (ou regra) de Laplace (LL) | 0,194 | 0,929 | 0,526 | 0,558 | 0,506 | 0,187 | 0,197 | 0,168 | | |
| Acaso (Aca) | 0,926 | 0,568 | 0,868 | 0,490 | 0,168 | 0,935 | 0,542 | 0,126 | 0,116 | |
| Lei dos Grandes Números (LGN) | 0,219 | 0,129 | 0,165 | 0,506 | 0,503 | 0,184 | 0,148 | 0,487 | 0,145 | 0,226 |

Posteriormente, estes valores da proximidade são tratados com base na análise de semelhanças (ou dissemelhanças) entre os pares de conceitos, ou termos, usando para tal uma métrica-r de Minkowski, a qual é utilizada para calcular distâncias e construir uma disposição geométrica organizacional – as Redes PFNET. Deste modo, o algoritmo utilizado transforma os dados, que expressam a inter-relação entre os conceitos, em distâncias entre pontos num espaço de dimensões mínimas, de tal modo que se obtém uma representação no plano desses dados (Schvaneveldt et al, 1988; Casas, 2002; Casas e Luengo, 2005). O procedimento básico para encontrar qual o caminho que se incorpora nas várias fases do processo iterativo, é que este só é considerado se não existe um caminho indireto através de outros nós cuja soma de pesos seja menor que o caminho direto referido (Casas, 2002; Casas e Luengo, 2005; Antunes, 2010). Utilizando esta técnica podemos identificar as relações mais importantes, os conceitos Nucleares (os que apresentam mais de duas ligações) e que, de acordo com a TCN, assumem uma maior relevância na estrutura cognitiva, e como estes vão evoluindo na estrutura cognitiva de um indivíduo, durante a aprendizagem de um determinado conceito. Para além dos Conceitos Nucleares, é possível identificar os nós extremidade (com uma só ligação) e que à luz da TCN, são aqueles que ainda não estão devidamente incorporados na estrutura cognitiva dos alunos.

Para esta análise e representação das Redes Associativas Pathfinder utilizaremos o Software *Goluca*, desenvolvido por Casas, Luengo e Godinho (2011). O *Goluca*, para além de nos possibilitar a recolha dos dados, tem integrado todos os procedimentos iterativos anteriormente descritos e apresenta, ainda, a representação da respetiva estrutura cognitiva, dada através das PFNET's. Comparativamente com outros programas (KNOT, PATHFINDER) é extremamente fácil de usar, apresenta um interface bastante intuitivo e a possibilidade de utilizar diferentes tipos de dados (imagem, som) alargando, deste modo, a sua utilização a outros temas e indivíduos. (Casas et al, 2011)

A Figura 1 mostra o *Interface* de recolha de dados do *Goluca*.

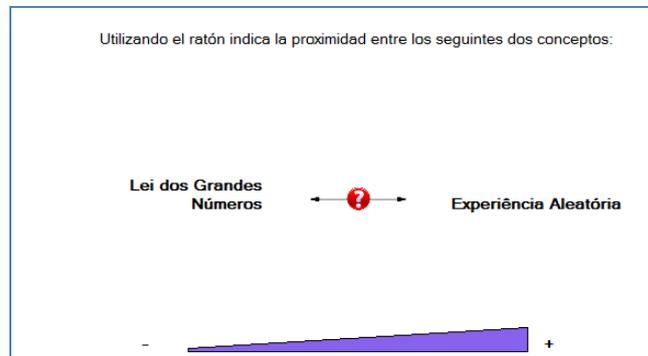


Figura 1 – Interface do *Goluca* para a recolha de dados

Em complemento o *Goluca* calcula alguns indicadores quantitativos que permitem análises estatísticas inferenciais: Densidade da rede, Fator dos nós nucleares, fator do grau dos nós nucleares, Índice de Complexidade da rede.

2. O estudo realizado

2.1. Objetivos do estudo

Com o objetivo geral de compreender a organização conceptual dos alunos do 9.º ano de escolaridade sobre o conceito de Probabilidade, definimos ainda os seguintes objetivos mais específicos:

- O₁**- *Através das Redes Associativas Pathfinder, identificar os Conceitos Nucleares e os nós extremidade mais frequentes na organização conceptual dos estudantes;*
- O₂**- *Averiguar se existem diferenças nos vários indicadores quantitativos das Redes PFNET's, entre os alunos do género feminino e masculino;*
- O₃**- *Conhecer a forma como os alunos, deste nível de ensino, organizam conceptualmente, os conceitos relacionados com a Probabilidade.*

2.2. Amostra

Questionaram-se 214 alunos, de quatro (4) Escolas diferentes do concelho de Beja – Portugal. Os dados foram recolhidos em onze (11) turmas do 9.º ano de escolaridade. Os alunos do género feminino constituem 51,4% do total de estudantes inquiridos, sendo que a escola que mais contribuiu foi a Escola 1, com 59 discentes.

2.3. Os termos/conceitos seleccionados

A seleção e identificação dos conceitos/termos/noções/exemplos a serem utilizados na elaboração das Redes Associativas Pathfinder, constituiu uma etapa fundamental do nosso estudo. Para tal inquiriram-se 22 (vinte e dois) professores, analisaram-se seis manuais escolares do 9.º ano de escolaridade e o programa de Matemática do Ensino Básico e levou-se em consideração artigos que clarificam os elementos do significado (Batanero, 2005) e da literacia (Gal, 2005) probabilística.

Aos professores foi-lhes solicitado que referissem alguns conceitos/termos/noções que consideravam serem relevantes no processo de ensino e aprendizagem do conceito da Probabilidade. As referências obtidas, totalizaram 207 unidades de registo, grande parte delas intimamente ligadas à noção de Probabilidade. As unidades de registo mais referenciadas foram: Acontecimento (16), Aleatório (10), Lei dos Grandes Números (7), Casos Possíveis (7), Lei de Laplace (6), Impossível (6), Experiência (6), Certo (6), Casos Favoráveis (6), Possível (4), Percentagem (4), Frequência relativa (4), Fração (4), Contagem (4), Regra de Laplace (3), Incerteza (3), Equiprováveis (3), Conjuntos (3), Combinatória (3), Análise Combinatória (3), Acontecimento impossível (3), Acontecimento certo (3) e Acaso (3). Apesar de estas referências serem, efetivamente, as mais repetidas, notamos que algumas delas apresentam, implicitamente, aspetos comuns, pelo que efetuamos uma categorização mais abrangente. Este estudo permitiu elencar 11 (onze) termos, os quais foram utilizados para construir as redes PFNET's com recurso ao programa *Goluca*. Estes foram: *Acontecimento, Casos possíveis/casos favoráveis, Lei dos Grandes Números, Lei (ou regra) de Laplace, Acaso, Probabilidade, Quociente, Valor numérico, Experiência aleatória, Lançamento de dados/moedas e Técnicas de contagem de casos.*

Seguidamente fomos averiguar se estes onze termos se enquadram nos referenciais teóricos que clarificam os elementos do significado de Probabilidade (Batanero, 2005) - *Campo de problemas, Elementos linguísticos, Procedimentos e Algoritmos, definições e propriedades e os Argumentos e Demonstrações* - e da literacia probabilística (Gal, 2005) - *Grandes ideias, Descobrir probabilidades, Linguagem, Contexto e Questões críticas.*

A análise efetuada aos seis manuais escolares mostrou que todos dedicam, sensivelmente, o mesmo número de páginas à temática da Probabilidade. Em termos da estrutura do conteúdo, os manuais escolares analisados apresentam uma organização semelhante e utilizam com regularidade, na sua exposição, os conceitos/termos referidos.

Em relação ao programa de Matemática (2007) podemos encontrar, neste documento, expressões que corroboram a importância dos conceitos/termos identificados.

2.4. A recolha de dados

As respostas dadas pelos estudantes foram efetuadas em computador e, por esta razão, as mesmas ocorreram em salas de aula de informática, nas últimas três semanas do mês de janeiro de 2013. Optou-se por estas datas, já que este tema foi lecionado no 1.º período do ano letivo de 2012/13. Aos alunos foi-lhes pedido para, na sua opinião, indicarem a maior, ou menor, proximidade, entre os pares de termos que, sucessivamente, iam surgindo no *interface* do *Goluca*, num total de 55 ($C_2^{55} = 55$).

2.5. Análise dos dados

As matrizes de proximidade obtidas, a partir das respostas dos alunos, permitiram quantificar a frequência com que os termos utilizado nas Redes Associativas PFNET surgem como nó extremidade (1 só ligação) e como nó nuclear (3 ou mais ligações). Com maior frequência, surgem como nós extremidade, os termos “Quociente” ($p=0,000$) e “Lei dos Grandes Números” ($p=0,000$). De acordo com o mesmo critério, e como Conceitos Nucleares mais reiterados pelos estudantes surgem “Probabilidade” ($p=0,000$) e “Lançamento de moedas/dados” ($p=0,000$), o que realça a importância destas ideias na organização conceptual dos alunos. Os conceitos “Experiência aleatória”, “Casos possíveis e casos favoráveis” e “Acaso” distribuem-se de um modo semelhante no que concerne a estas duas tipologias de nós ($p>0,05$).

Os valores médios relativos ao número de nós extremidade, número de nós nucleares, densidade, fator dos nós nucleares, grau dos nós nucleares, fator do grau dos nós nucleares e índice de complexidade das redes PFNET, para a totalidade dos estudantes e para os estudantes do género feminino e masculino, são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 – Médias e desvios padrões dos indicadores quantitativos, dados pelo *Goluca*, e p-value do teste de Mann-Whitney

| | Feminino ($N_1=110$) | | Masculino ($N_2=104$) | | Total (N=214) | | p-value do teste de Mann-Whitney |
|--|---------------------------|--------|----------------------------|--------|---------------|--------|--|
| | Média | DP | Média | DP | Média | DP | |
| Número de nós extremidade | 4.49 | 1.578 | 4.32 | 1.553 | 4.41 | 1.565 | 0.393 |
| Número de nós nucleares | 3.17 | 1.781 | 3.20 | 1.808 | 3.19 | 1.790 | 0.971 |
| Densidade da Rede | 0.205 | 0.045 | 0.207 | 0.0533 | 0.206 | 0.0491 | 0.537 |
| Fator dos nós nucleares | 0.288 | 0.162 | 0.291 | 0.164 | 0.290 | 0.163 | 0.971 |
| Grau dos nós nucleares | 11,364 | 7,395 | 11,471 | 8,224 | 11,416 | 7,791 | 0.856 |
| Fator do grau dos nós nucleares | 0.103 | 0.067 | 0.104 | 0.0748 | 0.104 | 0.0708 | 0.856 |
| Índice de Complexidade da rede ($\times 1000$) | 10,811 | 23,220 | 12,372 | 32,852 | 11,569 | 28,257 | 0,948 |

Estes valores, evidenciam a semelhança numérica, nos vários indicadores das PFNET obtidas com o *Goluca*, entre os alunos do género feminino e masculino. Os valores dos p-value do teste de Mann-Whitney, para todas as variáveis, nos dois grupos, variou entre 0,313 e 0,971 ($>0,05$), pelo que a variável independente género não é discriminatória relativamente às variáveis quantitativas das redes.

Uma outra potencialidade do *Goluca* é a construção da Rede média PFNET, a qual é obtida tendo como base as matrizes individuais de todos os alunos inquiridos, e que se apresenta na Figura 2.

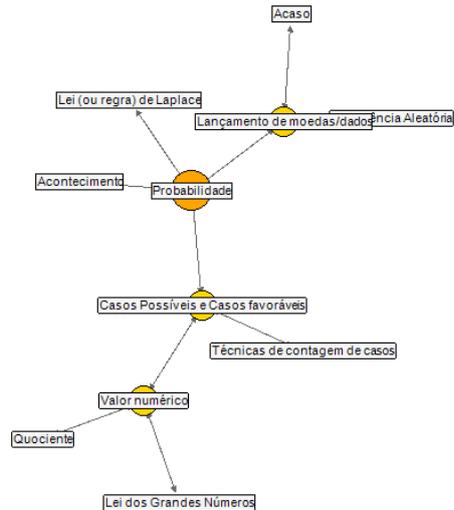


Figura 2 – Rede Associativa Média Pathfinder relativa ao conceito de Probabilidade

Nesta Rede PFNET média identificamos 4 (quatro) Conceitos Nucleares e 7 (sete) nós extremidade. O aparecimento do termo “Probabilidade” como Conceito Nuclear, nesta PFNET, parece-nos natural, na medida em que este conceito constitui o elemento central do presente estudo. Os alunos também atribuem bastante importância na sua organização conceptual aos “Casos possíveis e casos favoráveis”, termo que se prende com aspetos específicos da linguagem da Probabilidade. O “Lançamento de moedas/dados” vem confirmar um dos aspetos da TCN (Casas, 2002; Casas e Luengo, 2005) e que é o facto de os alunos considerarem relevante, na sua estrutura cognitiva, os exemplos abordados em contexto de sala de aula. O termo “Valor numérico”, que também surge como Conceito Nuclear para os discentes, relaciona-se com o descobrir Probabilidades e, conseqüentemente, como uma medida quantitativa.

Outro aspeto a salientar diz respeito à própria organização desta rede média PFNET. Assim podemos identificar dois sub-ramos nesta rede. Um primeiro (Figura 3) que contém os Conceitos Nucleares “Casos possíveis e casos favoráveis” e “Valor numérico” e os nós extremidade “Quociente”, “Técnica de contagem de casos” e “Lei dos grandes números”. Os conceitos incluídos nesta sub-rede estão relacionados com o cálculo de Probabilidades e, alguns, são frequentemente utilizados noutros contextos Matemáticos.

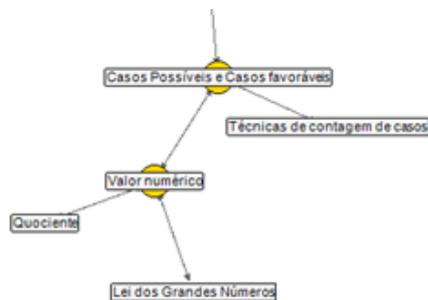


Figura 3 – Sub-rede da rede associativa média

O segundo ramo (Figura 4) desta rede contempla os conceitos nucleares “Probabilidade” e “Lançamento de moedas/dados” e os nós extremidade “Acaso”, “Experiência aleatória”, “Lei (ou regra) de Laplace” e “Acontecimento”, que são exemplos e ideias mais específicas no âmbito da Teoria da Probabilidade.

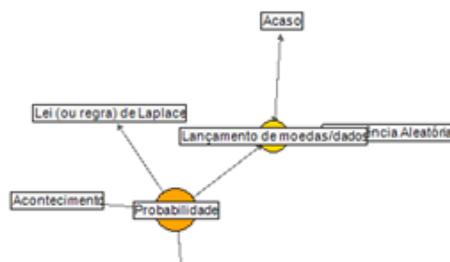


Figura 4 – Sub-rede da rede associativa média

3. Conclusões

Os resultados obtidos com este estudo, permitiram-nos tirar as seguintes conclusões, relacionadas com os objetivos definidos para este trabalho:

O₁: É estatisticamente significativa a proporção de alunos que consideram a “Probabilidade” e “Lançamento de moedas/dados” como Conceitos Nucleares. Este último conceito, enquanto exemplo utilizado no processo de ensino da Probabilidade, vem corroborar um dos pressupostos da Teoria dos Conceitos Nucleares. É estatisticamente significativa a proporção de alunos que consideram o “Quociente” e “Lei dos Grandes Números”, como nós extremidade, o que evidencia a reduzida inclusão destes conceitos na estrutura cognitiva;

O₂: A estrutura cognitiva dos alunos do 9.º ano, avaliada através dos vários indicadores quantitativos das redes PFNET, em torno do conceito de Probabilidade é, estatisticamente semelhante, entre estudantes femininos e masculinos;

O₃: Na rede associativa média existem quatro (4) Conceitos Nucleares: “Probabilidade” (objeto Matemático em estudo), “Casos possíveis e casos favoráveis” (termos próprias da linguagem probabilística), “Lançamento de moedas/dados” (exemplos utilizados no processo de ensino) e “Valor numérico” (descobrir Probabilidades). A existência na rede média associativa de sete (7) nós extremidade: “Lei dos grandes Números”, “Quociente”, “Técnicas de contagem de casos”, “Acontecimento”, “Lei (ou regra) de Laplace”, “Acaso” e “Experiência aleatória”. A identificação de dois sub-ramos nesta rede: 1) Um ramo que contém os conceitos nucleares “Casos possíveis e casos favoráveis” e “Valor numérico” e os nós extremidade “Quociente”, “Técnica de contagem de dados” e “Lei dos grandes números”, os quais estão relacionados com o cálculo de Probabilidades e, alguns, são frequentemente utilizados noutros contextos Matemáticos; 2) Outro ramo, que contempla os conceitos nucleares “Probabilidade” e “Lançamento de moedas/dados” e os nós extremidade “Acaso”, “Experiência aleatória”, “Lei (ou regra) de Laplace” e “Acontecimento”, que nos parecem ideias mais próximas e específicas da Teoria da Probabilidade.

Referencias

- Antunes, A. (2010). *Estructura Cognitiva y Conceptos Nucleares en la Enseñanza/Aprendizaje de la Trigonometría: Estudio Comparativo Realizado con Alumnos del 10.º al 12.º Año de Enseñanza Secundária a Través de la Aplicación de Diferentes Metodologías*. Tese de Doutoramento em Enseñanza de las Ciéncias Experimentales e de las Matemáticas. Badajoz: Universidade de Extremadura.
- Azcárate, P. & Cardeñoso, J. & Serradó, A. (2004). “Hazard's treatment” in secondary school. *Actas do European Research in Mathematics Education III. Itália: University of Pisa*.

- Batanero, C. (2004). Ideas estocásticas fundamentales ¿Qué Contenidos se Debe Enseñar en la Clase de Probabilidad?. In Fernandes, J., Sousa, M. & Ribeiro, S. (Orgs.), *Ensino e aprendizagem de probabilidades e estatística – Atas do I Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola*, 9-30. Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidade en la educación secundaria. *Relime - Revista Latinoamericana de Investigación en Educación en Matemática Educativa*, Volume 8(3,) 247-263.
- Batanero, C. & Henry, M. & Parzysz, B. (2005). The nature of chance and probability. In G.A.Jones (ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning*, 15-37. New York, USA: Springer.
- Casas, L. (2002). *El Estudio de la Estructura Cognitiva de Alumnos a Través de Redes Asociativas Pathfinder. Aplicaciones y Posibilidades en Geometría*. Tese de Doutoramento. Badajoz: Universidade de Extremadura.
- Casas, L. & Luengo, R. (2005). Conceptos Nucleares en la Construcción del Concepto de Ángulo. *Enseñanza de las Ciencias*, 23(2), 201–216.
- Casas, L., Luengo, R., & Godinho, V. (2011). Software GOLUCA: Knowledge Representation in Mental Calculation. *US-China Education Review*, 592-600.
- Gal, I. (2005). Towards "probability literacy" for all citizens: building blocks and instructional dilemas. Em Jones, G. (eds), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning*, 39-43.
- Ponte, J., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M., & Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Schvaneveldt, R., Dearholt, D. & Durso, F. (1988). Graph Theoretic Foundations of Pathfinder Networks. *Computer Mathematics Applications*, 15(4), 337-345.