

# BALANCE DE FASES MULTI OBJETIVO EN SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN

## Multiobjective Phase Balancing in Distribution Systems

### RESUMEN

Se presenta un algoritmo de balance de fases en sistemas de distribución usando un modelamiento multiobjetivo el cual permite minimizar las pérdidas de potencia activa así como el número de cambios a realizar en el sistema. La metodología de optimización combinatorial utilizada corresponde al algoritmo *Non Dominated Elitist Genetic Algorithm* en su segunda versión. La metodología y el modelo son testados en un sistema de prueba de la literatura internacional.

**PALABRAS CLAVES:** Balance de Fases, NSGA II, Optimización Multiobjetivo, Algoritmos Evolutivos, Técnicas Combinatorias.

### ABSTRACT

*A distribution systems phase balancing algorithm is presented; it uses a multiobjective model which permits minimize active power loss but the quantity changes which have been done in the system. The optimization methodology is a Non Dominated Elitist Genetic Algorithm in its second version. Methodology and model were tested in a test system of the international literature.*

**KEYWORDS:** *Phase Balancing, NSGA II, Multiobjective Optimization, Evolutionary Algorithms, Combinatorial Techniques.*

### CARLOS ADRIÁN CORREA

Ingeniero Electricista  
Profesor Catedrático  
Programa de Ingeniería Eléctrica  
Estudiante Maestría en Ingeniería Eléctrica  
Universidad Tecnológica de Pereira  
adrian@ohm.utp.edu.co

### RICARDO ANDRÉS BOLAÑOS

Ingeniero Electricista  
Profesor Catedrático  
Programa de Ingeniería Eléctrica  
Estudiante Maestría en Ingeniería Eléctrica  
Universidad Tecnológica de Pereira  
rbolanos@utp.edu.co

### ALEJANDRO GARCÉS RUIZ

Ingeniero Electricista, M.Sc.  
Profesor Auxiliar  
Programa de Ingeniería Eléctrica  
Universidad Tecnológica de Pereira  
alejandrog@ohm.utp.edu.co

### GRUPO PLANEAMIENTO EN SISTEMAS ELÉCTRICOS, UTP.

## 1. NOMENCLATURA

$P_{G(i)}$	Potencia activa suministrada en la subestación en la fase.
$Q_{G(i)}$	Potencia reactiva suministrada en la subestación en la fase.
$P_{D(k,i)}$	Potencia activa demanda en la carga $k$ y la fase $i$ .
$Q_{D(k,i)}$	Potencia reactiva demanda en la carga $k$ , fase $i$ .
$H_k$	Número entero en el intervalo 1,6 que determina el cambio a realizar en la carga $k$ .
$Y$	Matriz de admitancia nodal.
$U$	Función escalón unitario.
$\alpha$	Modelo de la carga.
$V_{nom}$	Voltaje nominal.
$V_{(k,i)}$	Voltaje en la carga $k$ y la fase $i$ .
$N_C$	Número de cargas del sistema.
$N$	Tamaño de la población.

## 2. INTRODUCCIÓN

En los sistemas de distribución es común encontrar cargas monofásicas a lo largo de alimentadores trifásicos lo cual ocasiona un aumento de las pérdidas técnicas del sistema. Las elevadas corrientes en el neutro, ocasionadas por el desbalance de las cargas, pueden generar disparos indeseados de las protecciones así como una limitación adicional en la capacidad de las líneas dada por el límite térmico del conductor de neutro. El desbalance es implícito del tipo de cargas, especialmente debido a la existencia de transformadores monofásicos a lo largo del alimentador, esto significa que en la práctica es imposible lograr un balance total del sistema. No obstante, es posible disminuir el grado de desbalance del sistema (el cual puede ser medido por medio de las corrientes de secuencia cero) mediante un conjunto de cambios en las fases a las que están conectadas las cargas.

El balance de fases permite disminuir las pérdidas técnicas en el sistema a un costo relativamente bajo dado por los cambios físicos que se deben realizar en el sistema. Cada cambio realizado en una carga o un transformador incurre en un costo directo dado por la contratación de personal, e indirecto por los costos

asociados al corte del servicio necesario para realizar el cambio y el cual puede estar limitado por la regulación existente. Por tal razón, aunque el problema es planteado normalmente para disminuir pérdidas exclusivamente, es conveniente una formulación multiobjetivo que permite disminuir las pérdidas técnicas así como los gastos asociados a los cambios que deben ser efectuados en el sistema.

En la literatura internacional, se han propuesto diferentes metodologías para dar solución al modelo mono-objetivo. Mediante una linealización del problema y asumiendo cargas modeladas como corriente constante, es posible plantear un balance de fases usando programación lineal entera mixta como se muestra en [1].

Las técnicas de optimización combinatorial también han sido aplicadas con éxito en la formulación no lineal del problema destacándose algoritmos como *Simulated Annealing* [2] y *Colonia de hormigas* [3].

Por otra parte, los algoritmos evolutivos han mostrado un importante desarrollo en los últimos años para dar solución a diferentes problemas de optimización multiobjetivo. Entre los algoritmos evolutivos multiobjetivo más destacados se encuentra el *Non Dominated Elitist Genetic Algorithm (NSGA II)* el cual ha generado una segunda generación de algoritmos con mayor presencia operadores “elitistas” que permiten una mayor calidad en las soluciones. Esta técnica ha sido aplicada con éxito en diferentes problemas de ingeniería aunque no en el problema del balance de fases.

El artículo está estructurado de la siguiente forma, inicialmente se presenta la formulación matemática del problema, así como algunos detalles de la codificación utilizada, posteriormente se presentan algunas generalidades sobre optimización multiobjetivo y el algoritmo NSGA II. Finalmente se muestra la aplicación de la metodología en el sistema de prueba IEEE de 37 nodos además de las conclusiones pertinentes.

### 3. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

El problema consiste en la modificación de las conexiones de las diferentes cargas en un alimentador primario de tal forma que se minimicen las pérdidas de potencia activa así como los costos asociados a los cambios realizados. Idealmente la mejor solución posible consiste en un balance total del sistema, sin embargo, esta alternativa es imposible dadas las características implícitas de los sistemas de distribución:

- Presencia de transformadores y laterales monofásicos.

- Dificultad para realizar cambios a niveles de tensión secundarios.

- Presencia de cargas de distinta naturaleza.

Los objetivos seleccionados (pérdidas e inversión) están en conflicto por lo que deben ser modelados bajo el esquema de la optimización multiobjetivo. Los costos de inversión asociados a los cambios a realizar en cada configuración son directamente proporcionales al número de estos cambios, por lo que la segunda función objetivo corresponde a este valor.

Las variables de decisión ( $H_k$ ) corresponden a los cambios a realizar en el sistema con base en la nomenclatura presentada en la tabla 1.

H	Cambios	Secuencia
1	A B C	Igual
2	B C A	Igual
3	C A B	Igual
4	A C B	Contraria
5	B A C	Contraria
6	C B A	Contraria

Tabla 1. Variables de decisión

Esta codificación permite representar cualquier cambio en la topología de las cargas, por ejemplo, para  $H_k = 3$ , la carga inicialmente conectada en la fase A pasa a la nueva fase C, la carga conectada en la fase B pasa a la fase A y la carga conectada en la fase C pasa a la fase B; desde luego este cambio es realizado solo en la carga k. La factibilidad está asegurada por la codificación por lo que el número de configuraciones factibles es igual a  $6^{N_c}$ .

El modelo matemático que representa el balance de fases multiobjetivo se presenta a continuación:

$$\min \{f_1(H), f_2(H)\} \quad (1)$$

s.a.

$$f_1(H) = \sum_{i=1}^3 P_{G(i)} - \sum_{k=1}^{N_c} \sum_{i=1}^3 P_{D(k,i)} \quad (2)$$

$$f_2(H) = \sum_{k=1}^{N_c} U(H_k - 1) \quad (3)$$

$$P_{D(k,i)} = P_{0(k,i)} \cdot \left( \frac{V_{(k,i)}}{V_{nom}} \right)^\alpha \quad (4)$$

$$Q_{D(k,i)} = Q_{0(k,i)} \cdot \left( \frac{V_{(k,i)}}{V_{nom}} \right)^\alpha \quad (5)$$

$$P_{G(i)} + jQ_{G(i)} = F_C(H, Y, P_0, Q_0) \quad (6)$$

$$H_k \in \{1, \dots, 6\} \quad (7)$$

La ecuación (1) representa el objetivo deseado que a diferencia del enfoque mono-objetivo, requiere de un

vector para ser modelado La ecuación (2) está asociado a las pérdidas de potencia activa ( $f_1$ ), dadas por la diferencia entre la potencia inyectada en la subestación y la demanda total. La función objetivo  $f_2$  (3) corresponde a la suma de los cambios a realizar en cada una de las cargas, desde luego para  $H_k = 1$  la carga permanece invariable con respecto a la situación inicial por lo cual se cuenta un cambio para cada una de las configuraciones superiores.

La función flujo de carga trifásico ( $F_C$ ) permite determinar tanto las pérdidas de potencia activa y reactiva como el valor de los voltajes y las demandas, estas últimas delimitadas por un modelo que puede estar dentro de los siguientes:

- $\alpha = 0$  para cargas de potencia constante, normalmente de tipo industrial.
- $\alpha = 1$  para cargas modeladas como corriente constante (tipo comercial).
- $\alpha = 2$  para cargas modeladas como impedancia constante (tipo residencial)

Desde luego, es posible obtener modelos híbridos con valores de  $\alpha$  no enteros.

El problema puede ser restringido a las configuraciones que no presentan cambios en la red de secuencia, para ello solo es necesario limitar los valor que toma H al intervalo 0-3. No obstante, en la mayoría de los casos las cargas son de tipo monofásicas por lo que resulta innecesaria esta consideración.

#### 4. ALGORITMO NSGA II

A diferencia de los problemas de optimización convencionales en donde una única función objetivo define el grado de optimalidad de una solución, en los problemas de optimización multiobjetivo, el óptimo viene dado por un conjunto de puntos que presentan como característica la no dominancia entre sí.

Se dice que una solución, en un problema de minimización, es dominada con respecto a otra si en todos los objetivos la primera es superior a la segunda, es de esperarse entonces que la meta de los problemas de optimización multiobjetivo sea encontrar el conjunto de soluciones no dominadas, es decir, aquellas soluciones que superan a las demás en un objetivo pero no lo pueden hacer en todos (debido a que las funciones objetivo se encuentran en conflicto). Un conjunto de soluciones no dominadas recibe el nombre de *Frente de Pareto*.

El algoritmo NSGA II trabaja bajo un esquema elitista promoviendo en cada ciclo generacional aquellas configuraciones que pertenecen a los mejores frentes de

Pareto, que para el caso de un problema *min - min*, son aquellos frentes más cercanos a los ejes vertical y horizontal. Esta estrategia multiobjetivo es de la familia de los *Algoritmos Evolutivos* porque a partir una población base, padres (P), de tamaño N, se genera una población de descendientes, hijos (Q), de igual tamaño, que son obtenidos mediante operadores de selección, recombinación y mutación de P. Con los dos conjuntos, P y Q, se genera una población,  $R = P \cup Q$ , de tamaño aumentado 2N. Se evalúan las funciones objetivo de toda la población y se obtiene el conjunto de frentes de Pareto correspondiente, finalmente, toda la población R es enfrentada mediante selección por torneo dando prioridad a aquellas configuraciones de mejor rango  $r_i$ , que se asigna según el frente de Pareto del que hace parte dicha configuración, así, las soluciones del primer frente presentan rango  $r=1$ , las del segundo  $r=2$  y así sucesivamente. En caso de empate (igual rango), entre dos o más configuraciones que vayan a ser promovidas al siguiente ciclo generacional, se escogen aquellas que tengan una mayor distancia a sus configuraciones vecinas dentro del mismo frente, dándole mayor diversidad al problema. Esto se mide usando la *distancia de apilamiento*  $d_{ljm}$  para cada solución  $j$ , según un índice I, la cual es determinada algorítmicamente, haciendo uso de la siguiente relación:

$$d_{I_j^m} = d_{I_j^m} + \frac{f_m^{(I_{j+1}^m)} - f_m^{(I_{j-1}^m)}}{f_m^{max} - f_m^{min}} \quad (8)$$

donde  $f_m^{max}$ ,  $f_m^{min}$  son el valor máximo y mínimo de la función objetivo  $m$ , mientras que  $f_m^{(I_{j+1}^m)}$ ,  $f_m^{(I_{j-1}^m)}$  son las soluciones vecinas a la configuración  $j$  para cada una de las funciones objetivo  $m$ . Las distancias consideran todas las funciones objetivo y se asigna el valor de infinito a las soluciones extremas del frente de Pareto considerado, por ser las que cuentan con el mejor valor en una de las funciones, la distancia resultante es la suma de las distancias en cada una de las direcciones de las funciones objetivo del problema. Finalmente, al ser tenido en cuenta cada uno de los vecinos la  $j$ -ésima configuración del frente considerado, las funciones objetivo deben ser ordenadas ascendente o descendientemente para evaluar cada distancia. El algoritmo para la evaluación de distancias es el siguiente:

#### Algoritmo Distancias

**Paso 1:** Llamar el número de soluciones del frente  $F$  como:  $J = |F|$ , e inicializar cada distancia  $j$  del conjunto,  $d_j = 0$ .

**Paso 2:** Para cada función objetivo  $m = 1, 2, \dots, M$ , ordenar el conjunto y hallar el vector de índices:  $I^m = \text{sort}(f_m >)$ .

**Paso 3:** Para  $m = 1, 2, \dots, M$ , asignar  $d_{lmi} = d_{lmj} = \infty$  a las soluciones extremas del frente  $F$ , y hallar las demás distancias para las soluciones  $j = 2, 3, \dots, (J-1)$  de (8).

Así, después de efectuada la selección se promueven al siguiente ciclo generacional aquellas configuraciones que queden ocupando los primeros frentes, usando los dos criterios: menor rango o mayor distancia.

La figura 1 ilustra el proceso de promoción de alternativas de buena calidad al siguiente ciclo generacional.

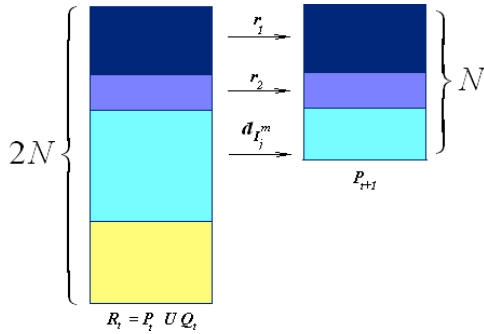


Figura 1. Promoción de soluciones a nuevos ciclos generacionales

La figura 2 presenta el cuboide para el cálculo de las distancias en el proceso de selección de alternativas bajo este criterio. Nótese que se calcula la distancia tanto horizontal como vertical de la  $j$ -ésima configuración a sus vecinas  $j-1$  y  $j+1$  que hacen parte del mismo frente de Pareto.

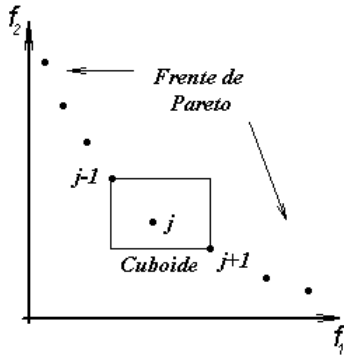


Figura 2. Cuboide para el cálculo de distancias

Aquellas soluciones que no son seleccionadas por ninguno de los dos criterios son eliminadas de la población, lo que indica que aquellas de peor calidad, es decir, las que ocupan los últimos frentes de Pareto van siendo descartadas durante el proceso iterativo por su alto rango. Las que son descartadas por el proceso de cálculo de las distancias son aquellas que por su pequeño valor o distancia a otras configuraciones, tienen la tendencia a homogenizar la población en torno a óptimos locales.

Mientras que los algoritmos de optimización mono-objetivo se preocupan exclusivamente del grado de optimalidad de las soluciones encontradas, los algoritmos multiobjetivo deben buscar además el mayor número de soluciones dentro del frente principal, de tal forma que el

uso de la distancia de apilamiento permite mantener una población diversa dentro de los frentes de Pareto.

A continuación se resume el algoritmo NSGA-II implementado.

#### Algoritmo NSGA-II

$Datos \leftarrow \text{Lineas, Nodos, Demanda, Generación}$

$P_0 \leftarrow \text{Aleatorio}$

$Q_0 \leftarrow \text{Recombinación } (P)$

$R_0 \leftarrow P_0 \cup Q_0$

**For**  $t = 1 : T$

$(f_1, f_2) \leftarrow \text{Evaluar Funciones Objetivo}$

$ND \leftarrow \text{Dominancia } (R_t, f_1, f_2)$

$(F, D) \leftarrow \text{fitness } (ND)$

$S \leftarrow \text{Selección } (F, D)$

$P_t \leftarrow R_t(S)$

**While**  $(J > N)$

$P_t \leftarrow \text{Distancias } (R_t, ND)$

**Endwhile**

$Q_t \leftarrow \text{Recombinación } (S, P_t)$

$Q_t \leftarrow \text{Mutación } (Q_t)$

$R_t \leftarrow P_t \cup Q_t$

**Endfor**

donde  $P_t$  es la población base o padres y  $Q_t$  son los descendientes en cada iteración  $t$ . La función *dominancia* retorna cada uno de los frentes de Pareto a los que pertenece cada individuo de la población total  $R_t$ , *selección* ejecuta un *torneo* que da mayor prioridad a las soluciones no dominadas de los mejores frentes de Pareto. Aunque el problema no es codificado de forma binaria, la *recombinación* es realizada con el mismo principio del algoritmo genético convencional (Naive crossover). La *mutación* consiste en adicionar o descontar un número entero a una posición aleatoria  $H_k$ , finalmente la función *distancias* es evaluada mediante la expresión (8) siempre que dos configuraciones que vayan a hacer parte de la población base,  $(P_{t+1})$ , del siguiente ciclo generacional estén dentro del mismo frente de Pareto.

## 5. APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA

Como se mostró en las ecuaciones (1) a (7), las variables de decisión  $H$  permiten determinar las demás restricciones del sistema así como la función objetivo, esto significa que una vez fijado un conjunto de valores de  $H$  es posible determinar las demás variables operativas del sistema (voltajes, corrientes, pérdidas, etc). Por ello el problema es separado en dos partes a saber:

- Problema operativo: Dado por un flujo de carga trifásico el cual determina las variables operativas del sistema.
- Problema de optimización: Dado por el algoritmo evolutivo (NSGA II) el cual determina los cambios a realizarse en las cargas del sistema

Este esquema puede ser representado por medio de la figura 3.

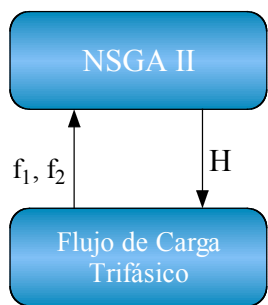


Figura 3. Separación del problema

Este esquema de optimización permite igualmente una mayor eficiencia computacional y la posibilidad de incluir sistemas de pruebas con elementos adicionales sujetos de optimización tales como los reguladores de tensión.

El flujo de carga trifásico fue programado usando la metodología presentada en [5], teniendo en cuenta el modelamiento de los reguladores de tensión (lo cuales permanecen con el tap invariante).

Cada cromosoma presenta un tamaño igual al número de cargas del sistema en donde cada uno de los elementos es un número en el intervalo 1-6. La inicialización es aleatoria mientras los operadores de selección, recombinación y mutación son los del algoritmo básico NSGA II.

El esquema de vecindad del operador mutación está garantizado por la codificación elegida pues entre configuraciones vecinas los cambios a realizar son relativamente pocos.

### 6. SISTEMA DE PRUEBA

Se utilizó el sistema de prueba IEEE de 37 nodos el cual corresponde a un alimentador localizado en California con las siguientes características:

- Un regulador de tensión consistente en dos unidades monofásicas con conexión delta abierta en las fases AB y BC con un valor de taps fijo en 4 y 7 respectivamente.
- Cargas monofásicas de distinta naturaleza (PQ; Z, I).
- Las cargas son altamente desbalanceadas.

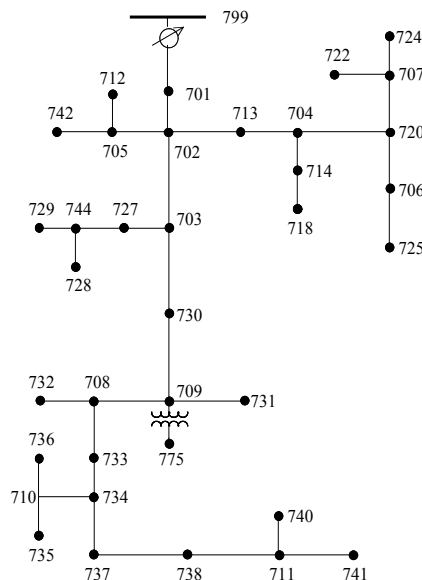


Figura 4. Sistema de Prueba IEEE 37 Nodos

Los datos del sistema pueden ser consultados en la referencia [6].

El algoritmo requirió una población de tamaño 20 y 3940 ciclos generacionales. El frente de Pareto principal obtenido se presenta en la figura 5.

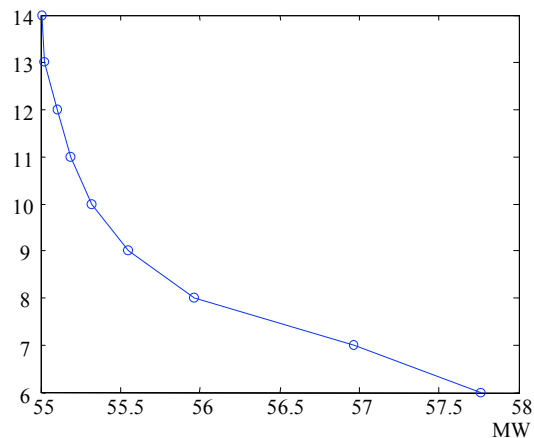


Figura 5. Frente de Pareto encontrado

Una de las principales ventajas del enfoque multiobjetivo es la posibilidad de encontrar soluciones con un grado de optimalidad levemente inferior con respecto al óptimo mono-objetivo de pérdidas de potencia activa pero con un grado de inversión muy inferior por lo que es posible sacrificar un poco el grado de optimalidad para realizar una inversión mucho menor.

Esto se puede medir por medio un índice denominado *tasa de intercambio* (trade off) el cual indica cuanto hay

que variar en un criterio para lograr un incremento unitario en otro.

$$T = \frac{|f_1(H_1) - f_1(H_2)|}{|f_2(H_1) - f_2(H_2)|} \quad (9)$$

Una tasa de intercambio alta implica que es posible un cambio grande en la función objetivo 1 (pérdidas) haciendo una pequeña modificación en la función objetivo 2 (número de cambios del sistema).

El sistema base presenta unas pérdidas de potencia activa de 60,453 MW, las nuevas configuraciones pueden lograr una disminución de las pérdidas de hasta 9,2 % lo cual es un valor significativo teniendo en cuenta que solo es necesario realizar cambios en las configuraciones de las cargas. La tabla 2 muestra los resultados obtenidos así como la tasa de intercambio porcentual medida con respecto a la solución de mínimas pérdidas.

$f_1$ [MW]	$f_1$ [%]	$f_2$	T [%]
55,0113	9,1668	14	0
55,0229	9,1477	13	0,0192 / 1
55,1055	9,0113	12	0,1555 / 2
55,1930	8,8668	11	0,3000 / 3
55,3210	8,6554	10	0,5114 / 4
55,5481	8,2805	9	0,8863 / 5
55,9675	7,5880	8	1,5789 / 6
56,9639	5,9427	7	3,2241 / 7
57,7601	4,6281	6	4,5387 / 8

Tabla 2: Resultados obtenidos

Aunque un algoritmo evolutivo convencional entrega un conjunto de soluciones, solo el modelamiento multiobjetivo permite un grado de diversidad como el mostrado. Una tasa de intercambio de 0,3/3 significa que es posible encontrar una solución 0,3 % menos óptima con respecto a la primera solución pero haciendo una inversión que permite 3 cambios menos.

## 7. CONCLUSIONES

La metodología implementada permite reducir el nivel de pérdidas técnicas en sistemas de distribución a un costo relativamente bajo, por lo cual implementar programas de balance de fases en las empresas de distribución sería una alternativa viable no solo para la reducción de las pérdidas técnicas sino también para aumentar la calidad, seguridad y confiabilidad del sistema.

La metodología multiobjetivo determina un conjunto de soluciones viables de balance con diferente nivel de costos, esto permite tomar una decisión más acertada por parte del operador de la red.

La tasa de intercambio se presenta como una alternativa interesante y que complementa la información arrojada por el frente de Pareto. Puede ser utilizada por quien tome la decisión haciendo esta más analítica.

## 8. AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan sus agradecimientos al grupo de investigación en planeamiento de sistemas eléctricos de la Universidad Tecnológica de Pereira.

## 9. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Zhu J, Griff B, Chow M. "Phase balancing using mixed-integer programming". IEEE Trans. Power System. Vol 13 N 4. Nov. 1998.
- [2] Zhu J, Griff B, Chow M. "Phase balancing using simulated annealing". Vol 14 N 4. Nov 1999.
- [3] Garcés Ruiz Alejandro, Granada Echeverri Mauricio, Gallego Rendón Ramón Alfonso. "Balance de fases usando colonia de hormigas" En: Revista Ingeniería y competitividad. Universidad del valle. Volumen 7, Número 2. Diciembre de 2005.
- [4] Deb Kalyamoy, "Multiobjective Optimization Using Evolutionary Algorithms", John Wiley & Sons Ltd, 2004
- [5] Garcés Ruiz Alejandro, Granada Echeverri Mauricio, Gallego Rendón Ramón Alfonso. "Flujo de carga trifásico para sistemas radiales de distribución". Revista Scientia et technica. 2004.
- [6] IEEE Distribution Planning Working Group Report, "Radial distribution test feeders", IEEE Transactions on Power Systems,, August 1991, Volume 6, Number3, pp 975-985.