

# Herramientas Computacionales en el Aprendizaje de las Matemáticas: Asistentes y Tutoriales

Dr. Francisco A. Fernández Nodarse, Dra. Sylvia Lima Montenegro.\*  
CEDISAC, (\*) ISPEJ Varona, Ciudad Libertad, Marianao, Cuba.  
e-mail- cdisac@ceniai.inf.cu

Resumen :

*Los asistentes matemáticos, la Internet, los micromundos computacionales y los tutoriales clásicos, inteligentes e hipermedia unidos a otros medios audiovisuales propician que el profesor se concentre en su nuevo papel de estimulador y orientador del aprendizaje. En este trabajo nos concentraremos en la estructuración de clases con el empleo de asistentes matemáticos y de una colección de tutoriales hipermediales para la enseñanza - aprendizaje de las Matemáticas que desarrollamos a tal efecto orientado al trabajo en un ambiente de red local.*

## 1. Introducción

El uso de las nuevas tecnologías computacionales en la enseñanza de las matemáticas permite al estudiante explorar, inferir, hacer conjeturas, justificar, poner a prueba argumentos y de esta forma construir su propio conocimiento. El panorama de la tecnología en el campo de la educación tiende a caracterizarse por microcomputadoras multimedias; juegos educativos y paquetes de instrucción ampliamente diseminados; libros electrónicos; redes de microcomputadoras; uso escolar de sistemas de aprendizaje abiertos; diseño de un modelo activo con varias actividades de aprendizaje y observación del progreso vía la simulación por computadora; individualización: énfasis en el análisis conceptual de los objetivos cognoscitivos, y de la actividad; y el empleo de técnicas de aprendizaje rápido. En la nueva estructuración de la educación, la Informática y Matemática ocupan un espacio de formación altamente significativo que exige la preparación y actualización técnica, pedagógica y científica del docente. Los asistentes matemáticos, la Internet, los micromundos computacionales y los tutoriales clásicos, inteligentes e hipermedia unidos a otros medios audiovisuales propician que el profesor se concentre en su nuevo papel de estimulador y orientador del aprendizaje. Evidentemente esto está ligado a las teorías del aprendizaje que actualmente encontramos en el contexto de la informática educativa dado que el proceso de aprendizaje como fenómeno subjetivo puede ser abordado desde diferentes ópticas y es altamente complejo. Aquí el maestro se convierte en un facilitador que explora el conocimiento previo de los estudiantes y proporciona un ambiente adecuado para que el estudiante construya su propio conocimiento. El estudiante, por su parte, interactúa con el objeto de aprendizaje para lograr su objetivo. La tarea del profesor bajo estas situaciones será diseñar y presentar situaciones que apelando a las estructuras anteriores que el estudiante dispone, le permita asimilar y acomodar nuevos significados. Este nuevo rol, exige una actividad mayor de parte del educador, pues es necesaria una constante creatividad de parte de éste. Los planes y programas de estudio señalan como propósitos fundamentales para los cursos de matemáticas, desarrollar en los estudiantes habilidades y conocimientos para

adquirir un pensamiento crítico, reflexivo, flexible, capaz de realizar generalizaciones, clasificar, inducir, inferir, estimar numéricamente y resolver problemas. Las actividades y recursos didácticos de uso generalizado en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas han proporcionado resultados poco satisfactorios, los diagnósticos muestran que el aprendizaje de los estudiantes es principalmente de tipo algorítmico, con escaso aprendizaje de los aspectos conceptuales y de aplicación. Para algunos esto es resultado de una enseñanza que utiliza poco la visualización y la contextualización de las propiedades de los conceptos y procesos matemáticos, así como de las dificultades que se presentan para vincular cognitivamente aspectos gráfico-visuales y analítico-algorítmicos relacionados con ellos.

En este trabajo nos concentraremos en la estructuración de clases con el empleo de asistentes matemáticos y de una colección de tutoriales para la enseñanza - aprendizaje de las Matemáticas que desarrollamos a tal efecto orientados al trabajo en un ambiente de red. Fueron elaborados en un marco teórico que combinó la enseñanza orientada a problemas con la construcción del conocimiento. En la selección de los métodos se tuvieron en cuenta los objetivos y tareas de la investigación y se incluyeron los de carácter histórico -lógico, de análisis y síntesis, de inducción -deducción, y de carácter empírico para sustentar aspectos teóricos que abarcaron entrevistas y encuestas estadísticas. Tomamos como base los resultados las investigaciones pedagógicas realizadas sobre las dificultades en Matemáticas que presentan los estudiantes de nivel medio que optan por ingresar en carreras universitarias y sus programas de estudio. Abarcó 4 temas centrales que fueron defendidos como trabajos de Maestría en Informática Educativa: preparación para los exámenes de ingreso, introducción al Calculo Diferencial Integral, Estadística descriptiva y Estadística no paramétrica.

## **2. Estructuración de clases con el empleo de asistentes matemáticos**

Las experiencias llevadas a cabo por nuestro grupo de investigación durante varios años han estado encaminadas al desarrollo de trabajos de investigación relacionados con la introducción de los ambientes computacionales en la enseñanza de la matemática. Esto nos permite describir algunos de los resultados alcanzados en un grupo de trabajos científicos de alumnos que se especializan como profesores de Matemática-Computación y de tesis de la Maestría de Informática Educativa en los que abordan un rediseño de la enseñanza de la Matemática con el uso combinado de varias herramientas de la computación, en particular, con los asistentes matemáticos y estadísticos tales como el "DERIVE", CABRI-GEOMETRY, MATHEMATICA, MODELUS, STATISTICA, MAPLE, etc y que prueban que estos sistemas pueden mejorar los resultados alcanzados con la metodología tradicional. Esta ha dado lugar al desarrollo de algunos sistemas de clases computarizadas en temas de Matemática en la enseñanza media y superior y en las asignaturas de Algebra, Análisis Matemático, Estadística y Matemática Numérica que son validadas desde el punto de vista metodológico actualmente y que combinan las herramientas computacionales antes señaladas y en cuyo diseño y elaboración hemos trabajado. Para la elaboración de la propuesta metodológica de los sistemas de clases se cumplieron las siguientes etapas:

**-Análisis de necesidades educativas.** En esta etapa debíamos: detectar problemas educativos, establecer prioridades para solucionar, analizar alternativas de solución y establecer el papel de la computadora en la solución. Para realizar esta etapa se diseñaron

encuestas a profesores y estudiantes en diferentes asignaturas y niveles de enseñanza, para detectar en cada una temas en los cursos susceptibles de apoyar con informática.

**-Selección del software matemático a utilizar.-** Una vez identificados los temas debíamos definir el soporte computacional a utilizar. Este fue un punto ampliamente discutido en el grupo. Finalmente decidimos trabajar con diferentes paquetes matemáticos en dependencia de las necesidades del tema abordado.

**-Diseño de los trabajos científicos a realizar.-** Un estándar que establecimos en el diseño de los trabajos es que tuvieran una estructura común, teniendo en cuenta la estructuración metodológica del contenido a tratar y el sistema de clases a desarrollar, así como las orientaciones necesarias a estudiantes y profesores en dependencia del tipo de clase planificada. Incluyendo las actividades a realizar en la computadora con su respectiva hoja de trabajo.

**-Desarrollo de los trabajos.-** Para el desarrollo de los trabajos contamos con la colaboración de especialistas en cada materia a realizar el sistema de clases computarizadas y con estudiantes de últimos años de la carrera profesoral de matemática - computación para los cuales constituyó este trabajo su tesis de diplomado y algunos tesis de la maestría de informática educativa en la mención enseñanza de la matemática con ayuda de la informática. Este desarrollo contó con la asesoría educativa permanente de los miembros del grupo. Los sistemas de clases fueron desarrollados para plataforma DOS y/o WINDOWS.

**-Validación de los trabajos.-** Desde finales del año 1995 se realizaron las validaciones de los primeros sistemas de clases y tareas con el asistente matemático DERIVE y STATISTICA para la impartición de algunos contenidos matemáticos para estudiantes de la especialidad y para estudiantes de la especialidad de física. En este curso se realiza la experiencia en estudiantes preuniversitarios vocacionales de 10° grado. Además se seleccionaron algunos profesores y estudiantes con el fin de que evaluaran las clases diseñadas y el sistema de tareas concebido.

Los temas abordados con la utilización de asistentes matemáticos son: trigonometría, funciones elementales, propiedades y gráficos (en la enseñanza media y superior), curvas de segundo orden, movimientos en 2D, discusión de sistemas con parámetros, elementos de Estadística, métodos numéricos, cálculo diferencial e integral, límite de sucesiones y funciones y ecuaciones diferenciales ordinarias.

### **3. Colección de tutoriales para la enseñanza - aprendizaje de las Matemáticas**

Los asistentes matemáticos brindan amplias posibilidades para la ejercitación y elaboración de conceptos, pero adolecen en general de pocas explicaciones teóricas y una insuficiente estrategia pedagógica para el estudio o recapitulación de los conceptos objeto de estudio. Es en este espacio en que se enmarca el empleo de los sistemas tutoriales que constituyen un necesario complemento del asistente dentro del proceso de enseñanza - aprendizaje cuyo uso puede ser paralelo y combinado.

El sistema tutorial necesita tener una comprensión del estado del usuario; una idea acerca de qué tipo de respuesta o capacidad de sistema es apropiada; un modelo del usuario, incluyendo objetivos, intenciones y experiencia; una descripción de la situación que el usuario está enfrentando y el conocimiento del usuario acerca de ello; y una hipótesis acerca de qué tipo de modo de diálogo es apropiado. Finalmente el sistema pudiera necesitar explicar esta operación al usuario. Uno de los modelos para el diseño del contenido de un curso combina tres componentes fundamentales: exposición, red de preguntas y monitor de solución de problemas. El modelo para tutoriales empleado incluye además: el administrador del aprendizaje, el generador del aprendizaje, la estrategia de aprendizaje, el modelo del estudiante e historia o perfil del estudiante. De igual forma el profesor en un ambiente de red local necesita tener información sobre los contenidos consultados y los resultados del aprendizaje.

En un sistema tutorial de enseñanza se necesita representar el conocimiento y modelar tal estructura siguiendo los principios y estrategias de desarrollo de hipertextos. El empleo de modelos de redes semánticas de representación del conocimiento es una alternativa de solución que empleamos. Las estructuras hipertextuales combinaron nodos encadenados, hipertexto estructurado e hipertexto jerarquizado. Para diseñar cursos y sistemas textuales consistentes con una representación del conocimiento es necesario establecer el sistema de representación. El modelo más aceptado es el de redes estructuradas activas compuesta por nodos y arcos según relaciones de niveles que los conectan. Los nodos son instancias de estructuras proposicionales o símbolos de instancias de conceptos. Una total aplicación de los principios de aprendizaje/ enseñanza en redes para planear cursos integra la estructura de la materia con la red semántica del estudiante. Un principio teórico para el diseño del hipertexto fue la hipótesis de aprendizaje generativo. Los mapas conceptuales elaborados son un desarrollo de la teoría postpiagetiana en el ámbito de la teoría de asimilación.

### **Sistemas tutoriales para la Matemática y la Estadística**

Estos sistemas para la enseñanza -aprendizaje constituyen una colección de libros electrónicos multimedia orientado a estudiantes, técnicos de nivel medio y profesionales que requieran de conocimientos estadísticos y matemáticos dirigidos fundamentalmente a la solución de problemas. Se trata de cursos eminentemente prácticos para que cada usuario "construya" su propio conocimiento. Pueden combinarse con el uso de asistentes matemáticos y paquetes estadísticos, y pueden ser clasificados como tutoriales hipermediales con elementos de "navegación" inteligente. Contienen una calculadora, la posibilidad de personalizar el trabajo del profesor, orientaciones metodológicas, cientos de ejercicios propuestos y resueltos, y le permite autoevaluarse aconsejándole los aspectos que debe recapitular. La Ayuda incluye una explicación del uso, Índice de contenido, Estadísticas e Navegación y Evaluación, un Glosario, Tablas Estadísticas y un Demo que le ofrece una panorámica general. Con una navegación muy flexible puede acceder prácticamente en un solo paso al contenido que desea consultar. El sonido es opcional y refuerza el mensaje educativo. Estos sistemas, que han evolucionado hacia un libro intelectual, son:

-Tutorial de Matemáticas para la enseñanza media (Prematic)

Destinado a estudiantes de nivel medio contiene los conceptos, definiciones, fórmulas, teoremas, y métodos de resolución de problemas que se incluyen en los cursos de

Matemáticas. Puede servir como guía, en el repaso y en la sistematización de los conocimientos y cuenta con una colección de más de 700 ejercicios graduados precedidos de ejemplos. Hace énfasis en las operaciones aritméticas con números reales, el trabajo con variables, funciones, ecuaciones, trigonometría y Geometría.

#### -Tutorial de Análisis Matemático y el Cálculo (Calculus)

Similar al anterior con un programa del curso está enfocado al cálculo diferencial e integral aplicado a la Física. Incluye un capítulo dedicado a la Matemática Numérica. Los objetivos generales pueden resumirse en que los estudiantes se familiaricen y empleen procesos infinitos; adquieran las bases intuitivas y las ideas fundamentales del límite, la derivada y la integral; las apliquen en la resolución de problemas físicos; aborden problemas de variabilidad a través del cálculo y utilicen la geometría para visualizarlo

#### -Tutorial de Estadística descriptiva y no paramétrica (Estadís)

Incluye más de 130 ejemplos y ejercicios, una calculadora electrónica y abarca los contenidos básicos de Estadística descriptiva y no paramétrica. Dirigido a usuarios de nivel medio y superior con un enfoque eminentemente práctico orientado a la solución de problemas.

Estos tutoriales se caracterizan además por incluir un juego de temarios para el diagnóstico del estado del estudiante, que es accesible en cualquier momento; textos, gráficos, animaciones, calculadora, ejemplos de solución de problemas tipo de forma tradicional y con el uso de asistentes matemáticos y ejercicios en cada capítulo; y un módulo del profesor que permite personalizar el trabajo incluyendo el control del acceso de cada estudiante, sus evaluaciones parciales y su trayectoria. Para PC con Windows 3.1 o superior y 8 Mbytes RAM, utilizando el lenguaje "C", el ACCESS, y el sistema de autor Toolbook, fueron desarrolladas dos versiones comerciales: una reducida para disquete y otra sobre CD-ROM que incorpora además video y sonido.

## 4. Conclusiones

Como conclusiones del trabajo, destacamos los siguientes aspectos:

- La articulación de la informática en una institución educativa debe comenzar con la capacitación de profesores y luego éstos se encargarán de "contaminar" a los estudiantes.
- El grupo de investigadores adquirió una enorme experiencia tanto en informática como en educación siendo lo más destacable, la experiencia en el diseño y estructuración de los contenidos que serán abordados en la clase computarizada.
- Los sistemas de formación de conceptos, ejercitación y resolución de problemas son los temas ideales para en ciertos temas utilizar el asistente matemático computarizado. La representación gráfica junto con el efecto zoom(fundamental en el cálculo diferencial e integral); la posibilidad de simplificar rápidamente, de realizar cálculos complicados en pocos segundos, lo que aporta un enorme grado de realismo a las aplicaciones; finalmente, el simbolismo, que nos permite conocer algún aspecto formal del tema

tratado. Estos asistentes se caracterizan por su sencillez manipulativa y pocas exigencias de hardware.

- La utilización de la multimedia y la hipermedia en el proceso de enseñanza- aprendizaje de la matemática y el cálculo en particular enriquecen las herramientas audiovisuales a disposición del educador, mientras que la inclusión de herramientas inteligentes con incidencia en navegación, permiten individualizar aun más dicho proceso. Estos estudios nos confirmaron los beneficios que incluyen el coste reducido, la consistencia instructiva, el incremento de la retención, el aumento de la motivación, el acceso generalizado, mayor individualización, reducción del tiempo y la flexibilidad de los periodos de formación. Esta herramienta debe ser utilizada en correspondencia a las características del grupo de usuarios a quien va dirigida.

En este momento se realiza la generalización de estos resultados en varias instituciones de nivel medio y superior en Latinoamérica.

## **Recomendaciones**

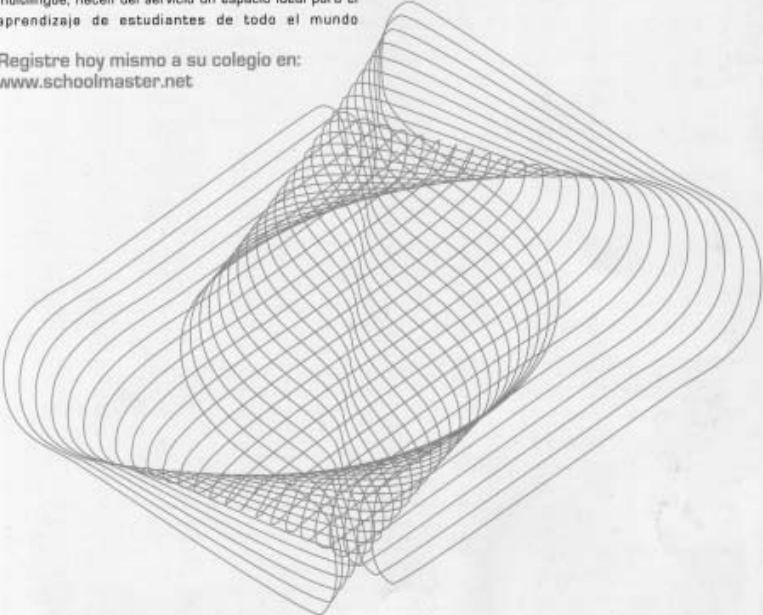

Para el futuro inmediato continuar trabajando en el desarrollo y empleo de tutoriales hipermediales, páginas Webs para INTERNET, que unidas a las clases con ayuda de asistentes matemáticos (con independencia del paquete a utilizar) conformen el diseño de las asignaturas incluyendo en algunos casos si fuera necesario, en la resolución de determinados problemas, la programación por parte del estudiante.

Resulta imprescindible informatizar primero al profesor para que éste se convierta en portador de las nuevas tecnologías en la educación y un agente creador y activo, ya que su empleo está condicionado a las características del grupo de estudiantes a quien va dirigido.

## **Bibliografía**

- 1- Actas de las Jornadas sobre la enseñanza de matemáticas con Derive.(1995). Santander, España.  
Dubinsky De. Et al (1995) Calculus , Concepts and Computers. Mc. Graw-Hill Inc. College Austom Series, USA.
- 2- Johnson J et. al. (1995). Dicovering. Calculus with DERIVE (. New York. John Wiley & Sons. Inc.
- 3- Melendez Acuña A. (1995).Informática y Software Educativo. Grupo ICFES. Colombia.
- 4- Fernández, F y otros, Sistemas Tutoriales para la enseñanza - aprendizaje de la Matemática y la Estadística, Convención Internacional Informática'98, Memorias del 6to. Congreso Internacional de Informática en la Educación, 4-9 de febrero de 1998, Cuba.
- 5- Lima, S, y otros, Experiencias en el uso del asistente matemático Derive en la enseñanza de la Matemática, Convención Internacional Informática'98, Memorias del 6to. Congreso Internacional de Informática en la Educación, 4-9 de febrero de 1998, Cuba.

6- Fernández, F, From the hypertext to the expertext. Applications to an intelligent tutoring system, Proceedings of the IV World Congress on Expert Systems: Applications of Advanced Information Technologies, Vol.2 p.745- 748, ISBN 1-882345-22-3, ITESM Cd. de México, 16 - 20 de marzo de 1998, México.

<p><b>schoolmaster.net</b></p> <p>schoolmaster.net: Habilitando a los colegios y a sus Comunidades</p> <p>Schoolmaster.net proporciona la más extensa gama de contenidos en Internet hoy. Las múltiples y beneficiosas características de schoolmaster.net y su portada multilingüe, hacen del servicio un espacio ideal para el aprendizaje de estudiantes de todo el mundo</p> <p>Registre hoy mismo a su colegio en: <a href="http://www.schoolmaster.net">www.schoolmaster.net</a></p>  <p><b>schoolmaster.net™</b> 50 Carnwath Road London SW6 3EG Tel: +44 (0)207 384 6960 Fax: +44 (0)207 384 6901 <a href="mailto:consultas@schoolmaster.net">consultas@schoolmaster.net</a> <a href="http://www.schoolmaster.net">www.schoolmaster.net</a></p> <p> Patrocinado por BiblioTech</p>	<p><b>schoolmaster.net</b></p> <p><b>Ofrece a tu colegio los beneficios de Internet.</b></p> <p><b>Gratuito para la educación.</b></p> <p><b>Contacto:</b> <a href="mailto:consultas@schoolmaster.net">consultas@schoolmaster.net</a> <a href="http://www.schoolmaster.net">www.schoolmaster.net</a></p>
--	--