

# Evaluación de eficiencia radial en el sector agroindustrial a través del modelo DEA VRS con salidas no deseadas

Edgar Hernán  
Alfonso Lizarazo<sup>1</sup>  
Edgar Gutiérrez  
Franco<sup>2</sup>

## Resumen

El aporte de este trabajo es la evaluación de la eficiencia radial de las parcelas proveedoras de materia prima (racimo de fruto de palma) necesaria para el procesamiento de los diferentes productos de una empresa productora de aceite de palma, con base en el modelo VRS (Retornos variables a escala) modificado para salidas no deseadas del enfoque DEA (Data Envelopment Analysis).

En este caso la eficiencia radial está definida como la máxima expansión de los niveles de las salidas deseadas con disminución de los niveles de las entradas y de salidas no deseadas.

Se presenta la aplicación de una modificación del modelo convencional DEA VRS orientado a salidas, debido a que en éste todas las salidas son incrementadas y todas las entradas son reducidas para mejorar la eficiencia. Sin embargo, existen situaciones como la que se presenta en este documento donde algunas salidas deben ser reducidas para alcanzar el mejor desempeño. Es así como la aplicación de este modelo modificado es apropiado para medir la eficiencia en el sector agroindustrial, en este caso en el sector de la industria del aceite de palma donde las no conformidades de la materia prima tienen un gran impacto en la eficiencia de producción.

La frontera eficiente se construye con base en la calidad de los racimos en el momento de la recolección determinada por la proporción de racimos maduros, sobremaduros, pintones, podridos, enfermos y malformados establecida a través de un estudio muestral estratificado por zonas de recolección, esta característica influye en la calidad del racimo y la cantidad cosechada. El tamaño de la muestra fue de 130 parcelas. La información se obtuvo a través de dos procedimientos: la utilización de los registros propios de la plantación donde se realizó el estudio y trabajo de campo en las zonas de recolección. Por último para la construcción del mo-

delo se tuvo en cuenta la extensión de tierra y el número de plantas cultivadas.

**Palabras clave:** Aceite de palma, análisis envolvente de datos, eficiencia radial, modelo VRS, salidas no deseadas.

**Assesing the radial efficiency in the agroindustrial sector through model DEA VRS with undesirable outputs**

## Abstract

The objective of this paper is to assess the technical efficiency of plot suppliers of raw material (bunch palm) necessary to process the different products of a firm producer of palm oil through the model VRS (variable return to scale) with undesirable outputs of focus DEA (Data Envelopment Analysis).

This model modified is very useful as this paper shows, especially in the oil palm industry where the raw material has a great impact in the efficiency of production.

The efficient frontier is built by the quality of bunches at the moment of gathering determined by the number of mature bunches, overmature bunches, rotten bunches, sick bunches obtained in a sample. In the same way is taking into account the area of the land and the number of plants cultivated.

**Key words:** Data envelopment analysis, palm oil, radial efficiency, undesirable outputs, VRS model.

## 1. Introducción

La industria del aceite de palma a nivel mundial presenta como sus principales productores a Malasia que contribuye con aproximadamente el 45.6% de la producción e Indonesia

<sup>1</sup> Investigador del grupo de investigación Sistemas Logísticos Universidad de la Sabana.

<sup>2</sup> Investigador del grupo de investigación Sistemas Logísticos Universidad de la Sabana.

con el 37.4%, le siguen Nigeria con el 3.5%, Tailandia con 2.3%, Colombia con el 2%, y Nueva Guinea con el 1.2%.

Colombia cuenta aproximadamente con 140.000 hectáreas sembradas en cuatro regiones del país. Las características de clima y de suelo permiten la obtención de algunos de los mejores rendimientos por unidad productiva en el mundo, que oscilan entre 5 y 6 toneladas de aceite por año. FAO [1].

El aumento en el consumo mundial de aceite, presenta un panorama optimista para países con capacidad de ofrecer buenos niveles de exportación con buena calidad y a costos competitivos. A partir del análisis y de las observaciones hechas en una plantación de Palma de aceite en Colombia se ha identificado que los primeros eslabones de la cadena son críticos, ya que el manejo de estos contribuyen a la calidad y la vida útil del fruto, los principales factores que determinan su calidad son su grado de madurez y acidez, estos influyen en el estado de oxidación del fruto y por ende en la calidad del aceite extraído.

El problema que enfrenta el planificador de la recolección y distribución de productos agrícolas es complejo, ya que el proceso de recepción del producto debe compatibilizar con la cosecha del producto, que debe hacerse en el momento óptimo de madurez. Las tendencias actuales apuntan a mantener la calidad del producto una vez es cosechado, prevenir su deterioro y mantener así una calidad satisfactoria, por ello la gran importancia de evaluar la eficiencia del proceso de recolección en las parcelas proveedoras de materia prima y de esta manera poder identificar las mejores prácticas y realizar los correctivos necesarios para optimizar el proceso de cosecha y no incurrir en problemas de comercialización debido a la mala calidad del producto.

Este documento presenta en el apartado 2 un marco conceptual general los modelos DEA y el contexto de sus aplicaciones. El apartado 3 presenta la derivación conceptual y matemática del modelo de retornos variables a escala modificado para trabajar salidas no deseadas. El apartado 4 presenta los elementos propios de la aplicación del modelo modificado en el escenario real. El apartado 5

presenta los resultados de la aplicación y finalmente en el apartado 6 se presentan las principales conclusiones derivadas de este trabajo

## 2. Marco referencial

El análisis envolvente de datos (DEA) por sus siglas en inglés, es una herramienta o método no paramétrico que usa técnicas de programación matemática para evaluar el desempeño o la eficiencia comparativa de unidades homogéneas *DMU's* (*Decision Making Unit*) como por ejemplo equipos, personas, sucursales de bancos, hospitales, colegios, etc., en términos de múltiples entradas y múltiples salidas. El enfoque DEA fue desarrollado originalmente por Charnes et al. [2]. Desde allí, las técnicas propias de los modelos DEA se han desarrollado y expandido a una gran variedad de aplicaciones en diferentes contextos como la educación, el cuidado de la salud, sucursales bancarias, educación superior, fuerzas armadas, investigación de mercados, gestión de cadenas de suministro, manufactura, etc.) [3], no solo para evaluar la eficiencia radial, sino también para estimar la utilización óptima de los recursos, productividad y estudios de benchmark.

DEA analiza los recursos disponibles para cada unidad de producción (DMU) y monitorea la conversión de esos recursos en las salidas deseadas, comparando cada DMU con las mejores unidades de producción. La frontera eficiente o “mejor práctica” se construye con base en una combinación lineal de las entradas y las salidas, y la eficiencia radial es calculada en relación a dicha frontera.

Los modelos DEA pueden ser orientados a entradas y orientados a salidas: en los primeros se puede establecer la cantidad en la cual las entradas pueden ser proporcionalmente reducidas y aun producir el nivel deseado de salidas. En los segundos se puede establecer la cantidad en la cual las salidas pueden ser proporcionalmente aumentadas dados los niveles de las entradas existentes. De igual forma, los modelos DEA pueden ser de retornos constantes a escala (CRS) y retornos variables a escala (VRS).

En los retornos constantes a escala (CRS) las salidas aumentan o disminuyen en la misma proporción que lo hacen las entradas. Mien-

tras en los retornos variables a escala (VRS) las salidas aumentan o disminuyen en una proporción distinta de lo que lo hacen las entradas.

Según el modelo utilizado se construye un conjunto factible de producción o una frontera eficiente, como se muestra en la Figura 1.

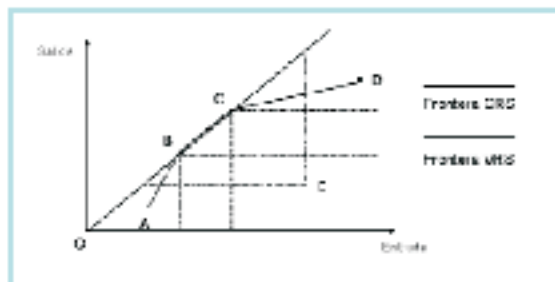


Figura 1. Serie de tiempo del tráfico wimax extraído

Por la naturaleza del problema se analizará en este trabajo, con mayor detalle, el modelo VRS orientado a salidas.

### 3. DERIVACIÓN DEL MODELO VRS (RETORNOS VARIABLES A ESCALA) CON SALIDAS NO DESEADAS

Los modelos DEA tienen su origen en las tecnologías de Leontief [4]. Con base en Farrell et al [5] el conjunto de producción factible  $P(x)$  está dado por la tecnología de producción  $T$  que transforma las entradas:

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^N = \{x : x \in R^N, x \geq 0\} \quad (1)$$

en salidas

$$y = (y_1, y_2, \dots, y_s) \in R^S = \{y : y \in R^S, y \geq 0\} \quad (2)$$

Así el conjunto de producción factible PPS (Production Possibility Set), por sus siglas en inglés, se puede definir

$$T = \{(x, y) \in R^{N+S} \mid x \text{ puede producir } y\} \quad (3)$$

De esta manera el conjunto de salidas  $P(x)$  que indica la colección de todas las salidas  $y \in R_+^S$  que pueden ser producidas por el vector de entradas  $x \in R_+^N$  puede ser representado entonces como:

$$P(x) = \{y \mid (x, y) \in T\} \Leftrightarrow y \in P(x) \Leftrightarrow (x, y) \in T \quad (4)$$

Una vez definidos los anteriores conjuntos la eficiencia de las DMU está determinada por la razón entre las entradas y las salidas. En el caso del modelo VRS orientado a salidas, las razones que determinan la eficiencia de la

DMU están representadas a través del siguiente modelo fraccional:

$$\text{Mín } \psi = \frac{\sum_{j=1}^N v_j x_{ij}}{\sum_{r=1}^S \mu_r y_{rj}} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N v_j x_{ij} &\geq 1, \quad j = 1, \dots, N \\ \sum_{r=1}^S \mu_r y_{rj} &\leq \psi, \quad j = 1, \dots, N \\ v_i, \mu_r &\geq \epsilon, \quad i = 1, \dots, N \\ &\quad r = 1, \dots, S \end{aligned}$$

Donde:

Los conjuntos están determinados por  
 $i = \text{la entrada tipo } i \quad i = 1, \dots, N$   
 $r = \text{la salida tipo } r \quad r = 1, \dots, S$   
 $j = \text{la DMU tipo } j \quad j = 1, \dots, N$

El subíndice  $o$  representa la DMU bajo evaluación

Los parámetros están representados por

$x_{ij}$ ,  $y_{rj}$  representan los valores de la  $i$ -ésima entrada y la  $r$ -ésima salida respectivamente, de la DMU  $j$ .

$x_{io}$ ,  $y_{ro}$  representan los valores de la  $i$ -ésima entrada y la  $r$ -ésima salida, respectivamente, de la DMU bajo evaluación.

$\epsilon$  representa un número real pequeño positivo que facilita la convergencia de los algoritmos de programación lineal. Su utilización se debe a la dificultad manifestada con entradas o salidas de DEA iguales a cero.

Las variables están representadas por

$\psi$  representa la eficiencia radial de la DMU bajo la evaluación.

$v_i$ ,  $\mu_r$  representan las variables de decisión que serán utilizadas para ponderar cada una de las entradas y salidas, respectivamente, en la construcción de la entrada y salida virtual de la expresión (5).

De acuerdo a Charnes et al. [2] el modelo (5) puede ser reducido a un modelo lineal, que corresponde al dual del modelo general de retornos variables a escala orientado a salidas, el cual es la base de la aplicación que se presenta a continuación.

$$\text{Max } \psi - \varepsilon \left( \sum_{i=1}^M H_i^- + \sum_{r=1}^S H_r^+ \right) \quad (6)$$

s.a.

$$\sum_{j=1}^N X_{ij} \lambda_j + H_i^- = x_{io} \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (6.1)$$

$$\sum_{j=1}^N Y_{rj} \lambda_j - H_r^+ = \psi y_{ro} \quad r = 1, 2, \dots, S \quad (6.2)$$

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j = 1 \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (6.3)$$

Como en (5)

Los conjuntos están determinados por

$$\begin{aligned} i &= \text{la entrada tipo } i & i &= 1, \dots, M \\ i &= \text{la salida tipo } i & r &= 1, \dots, S \\ i &= \text{la DMU tipo } j & j &= 1, \dots, N \end{aligned}$$

El subíndice  $i$  representa la DMU bajo evaluación

Los parámetros están representados por

$x_{ij}, y_{rj}$  representan los valores de la  $i$ -ésima entrada y la  $i$ -ésima salida de la DMU  $j$ .

$x_{io}, y_{ro}$  representan los valores de la  $i$ -ésima entrada y la  $i$ -ésima salida, respectivamente, de la DMU bajo evaluación.

$\varepsilon$  representa un número real pequeño positivo

Las variables están representadas por

$\psi$  representa la eficiencia radial de la DMU bajo la evaluación.

$\lambda_j$  representa los escalares que construyen la frontera eficiente.

$H_i, H_r$  representan las variables de holgura de las entradas y las salidas respectivamente.

Así con base en (4) el conjunto de producción factible  $P(x)_{VRS}$  estaría definido por el siguiente conjunto:

$$P(x)_{VRS} = \left\{ y \mid x \geq \sum_{j=1}^N \lambda_j x_j; y \leq \sum_{j=1}^N \lambda_j y_j; \sum_{j=1}^N \lambda_j = 1 \quad \forall_j \right\} \quad (7)$$

Este modelo aunque es la base fundamental para calcular la eficiencia de las parcelas proveedoras de materia prima, construye una frontera eficiente que modela todas las salidas como deseables, por lo tanto, expande todas las salidas en la misma proporción. Para modelar las salidas no deseables es necesario realizar algunas modificaciones al modelo original.

Seiford y Zhu [6] desarrollaron una aproximación para determinar la eficiencia de DMU<sub>s</sub> bajo retornos variables a escala, teniendo salidas no deseadas. La aproximación se basa en la propiedad de los espacios de solución de los modelos VRS, que son invariantes ante una traslación. En nuestro caso la traslación se representa como  $\Delta_i$ . [7] [8].

$$x_{ij}^* = x_{ij} + \Delta_i \quad (8.1)$$

$$x_{io}^* = x_{io} + \Delta_i \quad (8.2)$$

Teniendo en cuenta estas consideraciones y siendo  $x_{ij}^*, x_{io}^*$  la traslación de los datos de entradas definidos por

Donde  $\Delta_i$  es la variación en el nivel de la entrada tipo  $i$ .

A continuación se demuestra esta propiedad:

Reemplazando (8.1) en la ecuación (6.1) el modelo estaría definido por:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N (x_{ij} + \Delta_i) \lambda_j + H_i^- &= x_{io} + \Delta_i \\ \sum_{j=1}^N x_{ij} \lambda_j + \sum_{j=1}^N \Delta_i \lambda_j + H_i^- &= x_{io} + \Delta_i \\ \sum_{j=1}^N x_{ij} \lambda_j + H_i^- &= x_{io} + \Delta_i - \sum_{j=1}^N \Delta_i \lambda_j \\ \sum_{j=1}^N x_{ij} \lambda_j + H_i^- &= x_{io} + \Delta_i - \Delta_i \sum_{j=1}^N \lambda_j \end{aligned}$$

Entonces para (9) se tiene que

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N (x_{ij} + \Delta_i) \lambda_j + H_i^- &= x_{io} + \Delta_i \\ \sum_{j=1}^N x_{ij} \lambda_j + \sum_{j=1}^N \Delta_i \lambda_j + H_i^- &= x_{io} + \Delta_i \\ \sum_{j=1}^N x_{ij} \lambda_j + H_i^- &= x_{io} + \Delta_i - \sum_{j=1}^N \Delta_i \lambda_j \\ \sum_{j=1}^N x_{ij} \lambda_j + H_i^- &= x_{io} + \Delta_i - \Delta_i \sum_{j=1}^N \lambda_j \end{aligned}$$

$$\text{Dado que } \sum_{j=1}^N \lambda_j = 1$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N x_{ij} \lambda_j + H_i^- &= x_{io} + \Delta_i - \Delta_i \\ \sum_{j=1}^N x_{ij} \lambda_j + H_i^- &= x_{io} \text{ es igual a (6.1)} \end{aligned}$$

Como se observó anteriormente el modelo VRS orientado a salidas expande, por igual, las salidas deseadas y las no deseadas. Sin embargo, con base en la anterior propiedad, es posible incrementar las salidas deseadas y disminuir las salidas no deseadas.

Sean  $y_{dj}$ ,  $y_{lj}$  las salidas deseadas y las salidas no deseadas, respectivamente, es posible transformar las salidas no deseadas en un vector de la forma

$$\bar{y}_{lj} = -y_{lj} + v_l > 0 \quad (10.1)$$

donde

$$v_l = \max_j \{y_{lj}\} + 1 \quad (10.2)$$

Con base en lo anterior, el modelo modificado VRS orientado a salidas para aumentar las salidas deseadas y disminuir las salidas no deseadas, se puede formular de la siguiente manera:

$$\text{Max } \psi - \varepsilon \left( \sum_{i=1}^M H_i^- + \sum_{d=1}^D H_d^+ + \sum_{l=1}^L H_l^+ \right) \quad (11)$$

s.a.

$$\sum_{j=1}^N x_{ij} \lambda_j + H_i^- = x_{io} \quad i = 1, 2, \dots, M$$

$$\sum_{j=1}^N y_{dj} \lambda_j - H_d^+ = \psi y_{do} \quad d = 1, 2, \dots, D$$

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j (v_l - y_{lj}) - H_l^+ = \psi (v_l - y_{lo}) \quad l = 1, 2, \dots, L$$

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j = 1 \quad j = 1, 2, \dots, N$$

$$v_l - y_{lj} > 0$$

Los conjuntos están determinados por  
 $i =$  la entrada tipo  $i \quad i = 1, \dots, M$   
 $d =$  la salida deseada tipo  $d \quad d = 1, \dots, D$   
 $l =$  la salida no deseada tipo  $l \quad l = 1, \dots, L$   
 $j =$  la DMU tipo  $j \quad j = 1, \dots, N$

El subíndice  $o$  representa la DMU bajo evaluación

Los parámetros están representados por

$x_{ij}$ ,  $y_{dj}$ ,  $y_{lj}$  representan los valores de la  $i$ -ésima entrada, la  $i$ -ésima salida deseada y la  $i$ -ésima salida no deseada de la DMU  $j$ .

$x_{io}$ ,  $y_{do}$ ,  $y_{lo}$  representan los valores de la  $i$ -ésima entrada, la  $i$ -ésima salida deseada y la  $i$ -ésima salida no deseada de la DMU bajo evaluación.  $\varepsilon$  representa un número real pequeño positivo

Las variables están representadas por

$\psi$  representa la eficiencia radial de la DMU bajo la evaluación.

$\lambda_j$  representa los escalares que construyen la frontera eficiente.

$H_i$ ,  $H_d$ ,  $H_l$  representan las variables de holgura de las entradas, de las salidas deseadas y de las salidas no deseada respectivamente.

## 4. Desarrollo de la aplicación

En esta sección se aplica el modelo VRS orientado a salidas modificado con salidas deseadas y no deseadas para estimar la eficiencia de 130 parcelas proveedoras de materia prima de aceite de palma. La información es producto del estudio muestral anteriormente descrito, cuyo objetivo era determinar la calidad de los racimos recogidos en cosecha.

Una vez analizada la información suministrada, la frontera eficiente para evaluar las parcelas se construyó con base en las siguientes variables de entrada y variables de salida deseadas y no deseadas:

$$DMU_j: \text{Parcela } j, j = 1, 2, 3, \dots, 130$$

Entradas

- HECTÁREAS: Extensión de tierra disponible para cultivar
- PALMAS: Nro. de palmas cultivadas en la parcela

Salidas deseadas

- RACMAD: Porcentaje de racimos maduros obtenido en la muestra

Salidas no deseadas

- RACPIN: Porcentaje de racimos pintones obtenido en la muestra
- RACSOB: Porcentaje de racimos sobremaduros obtenido en la muestra
- RACVER: Porcentaje de racimos verdes obtenido en la muestra
- RACPOD: Porcentaje de racimos podridos obtenido en la muestra
- RACENF: Porcentaje de racimos enfermos obtenido en la muestra
- RACMALF: Porcentaje de racimos malformados obtenido en la muestra

Aplicando el modelo presentado en (11), la eficiencia radial de la parcela No. 1 estaría determinada por el siguiente modelo de programación lineal.

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } \psi - \epsilon(H_T^+ + H_P^+ + H_{RM}^+ + H_{RP}^+ + H_{RSM}^+ + H_{RP}^+ + H_{RPO}^+ + H_{RE}^+ + H_{RMA}^+) \\
 & \text{s.a.} \\
 & 13.73\lambda_1 + 14.58\lambda_2 + \dots + 19.84\lambda_{130} + H_T^- = 13.73 \\
 & 1964\lambda_1 + 2084\lambda_2 + \dots + 2837\lambda_{130} + H_P^- = 1964 \\
 & 0.672\lambda_1 + 0.855\lambda_2 + \dots + 0.945\lambda_{130} + H_{RM}^- = \psi(0.672) \\
 & (0.096 - 0.017)\lambda_1 + (0.096 - 0)\lambda_2 + \dots + (0.096 - 0)\lambda_{130} - H_{RP}^+ = \psi(0.096 - 0.017) \\
 & (0.429 - 0.310)\lambda_1 + (0.429 - 0.118)\lambda_2 + \dots + (0.429 - 0.055)\lambda_{130} - H_{RSM}^+ = \psi(0.429 - 0.310) \\
 & (0.019 - 0)\lambda_1 + (0.019 - 0)\lambda_2 + \dots + (0.019 - 0)\lambda_{130} - H_{RP}^+ = \psi(0.019 - 0) \\
 & (0.039 - 0)\lambda_1 + (0.039 - 0)\lambda_2 + \dots + (0.039 - 0)\lambda_{130} - H_{RPO}^+ = \psi(0.039 - 0) \\
 & (0.455 - 0)\lambda_1 + (0.455 - 0.026)\lambda_2 + \dots + (0.455 - 0)\lambda_{130} - H_{RE}^+ = \psi(0.455 - 0) \\
 & (0.066 - 0)\lambda_1 + (0.066 - 0)\lambda_2 + \dots + (0.066 - 0)\lambda_{130} - H_{RMA}^+ = \psi(0.066 - 0) \\
 & \sum_{j=1}^{130} \lambda_j = 1 \quad j = 1, 2, \dots, 130
 \end{aligned}$$

## 5. Resultados

Una vez implementados los modelos semejantes al presentado anteriormente para cada una de las DMU<sub>s</sub> en el código de programación lineal GAMS, la eficiencia radial para cada una de las parcelas se presenta en la Tabla I:

**Tabl. Eficiencias radiales de las parcelas proveedoras de materia prima a través del modelo DEA-VRS con salidas no deseadas.**

Parcela	ER	Parcela	ER	Parcela	ER	Parcela	ER
DMU1	0,686	DMU34	1,000	DMU67	0,979	DMU100	0,523
DMU2	0,872	DMU35	0,971	DMU68	0,939	DMU101	0,861
DMU3	0,799	DMU36	0,988	DMU69	0,786	DMU102	0,770
DMU4	0,953	DMU37	0,984	DMU70	0,848	DMU103	0,979
DMU5	0,936	DMU38	0,889	DMU71	0,765	DMU104	0,590
DMU6	0,911	DMU39	0,818	DMU72	0,951	DMU105	0,610
DMU7	0,893	DMU40	0,805	DMU73	0,824	DMU106	0,826
DMU8	0,918	DMU41	0,837	DMU74	1,000	DMU107	0,744
DMU9	0,891	DMU42	0,891	DMU75	0,926	DMU108	0,732
DMU10	0,926	DMU43	0,857	DMU76	0,931	DMU109	0,691
DMU11	0,915	DMU44	0,824	DMU77	0,820	DMU110	0,703
DMU12	0,900	DMU45	0,731	DMU78	0,763	DMU111	0,787
DMU13	0,900	DMU46	0,787	DMU79	0,745	DMU112	0,865
DMU14	0,818	DMU47	0,815	DMU80	0,807	DMU113	0,818
DMU15	0,868	DMU48	0,860	DMU81	0,984	DMU114	0,872
DMU16	0,884	DMU49	0,707	DMU82	0,959	DMU115	0,843
DMU17	0,863	DMU50	0,987	DMU83	0,999	DMU116	0,854
DMU18	0,841	DMU51	0,983	DMU84	0,926	DMU117	0,803
DMU19	0,858	DMU52	0,979	DMU85	0,952	DMU118	0,830
DMU20	0,849	DMU53	0,982	DMU86	0,824	DMU119	0,854
DMU21	0,885	DMU54	0,923	DMU87	0,360	DMU120	0,821
DMU22	0,963	DMU55	0,854	DMU88	0,303	DMU121	0,760
DMU23	0,927	DMU56	0,861	DMU89	0,848	DMU122	0,893
DMU24	0,882	DMU57	0,723	DMU90	0,820	DMU123	0,827
DMU25	0,889	DMU58	0,769	DMU91	0,781	DMU124	0,828
DMU26	0,880	DMU59	0,795	DMU92	0,800	DMU125	0,751
DMU27	0,908	DMU60	0,859	DMU93	0,762	DMU126	0,744
DMU28	0,895	DMU61	0,904	DMU94	0,454	DMU127	0,686
DMU29	0,870	DMU62	0,926	DMU95	0,719	DMU128	0,840
DMU30	1,000	DMU63	0,948	DMU96	0,735	DMU129	0,892
DMU31	0,909	DMU64	0,931	DMU97	0,978	DMU130	0,963
DMU32	0,949	DMU65	1,000	DMU98	0,966		
DMU33	0,985	DMU66	0,980	DMU99	0,804		

ER Eficiencia Radial

Las parcelas con mayor eficiencia radial y que, a su vez, son Pareto eficientes dado que,

$$\psi = 1 \vee H_T^- \vee H_P^- \vee H_{RM}^- \vee H_{RP}^+ \vee H_{RSM}^+ \vee H_{RP}^+ \vee H_{RPO}^+ \vee H_{RE}^+ \vee H_{RMA}^+ = 0$$

Son:

Parcela 30, parcela 34, parcela 65 y parcela 74

Por ultimo, los mayores pares de referencia, es decir, cuando  $\lambda_j > 0$  se presentan a continuación:

- La parcela 74 es par de referencia de 50 parcelas La parcela 30 es par de referencia de 33 parcelas
- La parcela 72 es par de referencia de 31 parcelas La parcela 83 es par de referencia de 28 parcelas
- La parcela 51 es par de referencia de 24 parcelas
- La parcela 42 es par de referencia de 11 parcelas
- La parcela 88 es par de referencia de 10 parcelas

Otros pares de referencia son las parcelas 86, 85, 33, 48, 55, 65, 34, 41, 58, 97, 50, 81, 68, 47, 53, 129, 73, 123.

Las parcelas pares conforman el conjunto de referencia que muestra la cantidad en que las entradas y las salidas no deseadas pueden ser disminuidas y las salidas deseadas pueden ser aumentadas para hacer eficiente la DMU, en este caso la parcela bajo evaluación. De esta manera es posible identificar las practicas tanto eficientes como las ineficientes.

## 6. Conclusiones

La aplicación del enfoque DEA en este caso en particular permitió identificar las parcelas más eficientes en la recolección de racimo de fruto de palma, a través de un modelo modificado que permitió medir la eficiencia bajo retornos variables de escala con salidas no deseadas.

Este modelo permite una valoración mas pertinente de la eficiencia. Aquí es importante resaltar, por ejemplo, cómo, si se hubiese utili-

zando el modelo VRS orientado a salidas tradicional, es decir, sin tener en cuenta las salidas no deseadas, los resultados hubiesen sido muy diferentes, por ejemplo aplicando el modelo tradicional las parcelas con mayor eficiencia técnica hubiesen sido 65, 74, 104,110, parcelas que a la luz del modelo modificado no son eficientes.

Esta información le permitirá a la empresa estudiar las parcelas 30, 34, 65, 74 con detenimiento de tal forma que identifiquen las prácticas y procedimientos que las han llevado a ser las más eficientes, prácticas y procedimientos que podrán convertirse en el benchmark de las demás parcelas.

Se propone para futuras investigaciones, la evaluación de la eficiencia en otros eslabones de la cadena del aceite de palma.

## Referencias bibliográficas

- [1] FAO. Organización de las Naciones Unidas para la agricultura y alimentación. 2004.
- [2] Charnes, A., W. Cooper, and E. Rhodes. Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research* 2: 429-444. 1978.
- [3] Charnes, A., W. Cooper, A. Lewin, and L. Seiford. *Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology, and Applications*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1994.
- [4] Leontief W. *Input-Output Economics*. Oxford University Press, Nueva York. 1986.
- [5] Färe, R., S. Grosskopf, and C.A.K. Lovell. *Production*

*frontiers*. New York, Cambridge University Press. 1994

- [6] Lawrence M. Seiford, Joe Zhu: *Modeling undesirable factors in efficiency evaluation*. *European Journal of Operational Research* 142(1): 16-20 .2002
- [7] Ali, A.I., Seiford, L.M. *Translation invariance in data envelopment analysis*. *Operations Research Letters* 9, 403–405. 1990
- [8] Pastor, T. *Translation invariance in DEA: A generalization*. *Annals of Operations Research* 66, 93–102. 1996

---

### Edgar Hernán Alfonso Lizarazo

Ingeniero industrial, Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Actualmente se encuentra desarrollando sus estudios de maestría en Ingeniería Industrial de la Universidad de los Andes. Se desempeñó como director del programa de ingeniería industrial de la Escuela Colombiana de Carreras Industriales durante 3 años. Actualmente se desempeña como profesor de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de la Sabana e investigador del grupo Sistemas Logísticos de la misma Universidad donde realiza estudios sobre modelos matemáticos aplicados a análisis de decisión y logística agroindustrial.  
[edgar.alfonso@unisabana.edu.co](mailto:edgar.alfonso@unisabana.edu.co)

---

### Edgar Gutiérrez Franco

Ingeniero industrial de la Universidad de la Sabana. Actualmente se encuentra desarrollando sus estudios de maestría en ingeniería industrial de la Universidad de los Andes. Actualmente se desempeña como profesor de la facultad de ingeniería de la Universidad de la Sabana e investigador del grupo Sistemas Logísticos de la misma universidad donde realiza estudios sobre modelos matemáticos aplicados a logística agroindustrial y mercados energéticos  
[edgar.gutierrez@unisabana.edu.co](mailto:edgar.gutierrez@unisabana.edu.co)