

ESTUDIO DE REPETIBILIDAD Y REPRODUCIBILIDAD UTILIZANDO EL MÉTODO DE PROMEDIOS Y RANGOS PARA EL ASEGURAMIENTO DE LA CALIDAD DE LOS RESULTADOS DE CALIBRACIÓN DE ACUERDO CON LA NORMA TÉCNICA NTC-ISO/IEC 17025

STUDY OF REPETIBILITY AND REPRODUCIBILITY USING THE METHOD OF AVERAGES AND RANGES FOR THE INSURANCE OF THE QUALITY OF THE RESULTS OF CALIBRATION OF AGREEMENT WITH THE TECHNICAL NORM NTC-ISO/IEC 17025

RESUMEN

En este artículo se describe de manera detallada uno de los métodos (Promedio y Rango) que se utiliza para realizar el estudio de Repetibilidad y Reproducibilidad en el Laboratorio de Metrología – Variables Eléctricas de la Universidad Tecnológica de Pereira, y con esto dar cumplimiento al numeral “5.9 Aseguramiento de la calidad de los resultados de ensayo y de calibración” de la norma NTC-ISO/IEC 17025. Adicionalmente se desarrollan dos ejemplos para mostrar de forma práctica la implementación del método mencionado.

PALABRAS CLAVES: Exactitud de medición, Instrumento de medición digital, Patrón de trabajo, Calibración, Repetibilidad de los resultados de las mediciones, Reproducibilidad de los resultados de mediciones, Tolerancia.

ABSTRACT

In this article describes of way detailed one of methods (Average and Rank) that is used to make the study of Repeatability and Reproducibility in the Laboratorio de Metrología-VARIABLES Eléctricas de la Universidad Tecnológica de Pereira, and with this to give fulfillment to 5,9 numeral "Securing of the quality of the results of test and calibration" of norm NTC-ISO/IEC 17025. Additionally two examples are developed to show of practical form the implementation of the mentioned method.

KEYWORDS: exactitude of measurement, instrument of measuring, instrument patron, calibration, repeatability and reproducibility, tolerance.

1. INTRODUCCIÓN

La norma técnica NTC-ISO/IEC 17025 “Requisitos generales de competencia de laboratorios de ensayos y calibración.”, establece en el numeral 5.9 “Aseguramiento de la calidad de los resultados de ensayo y de calibración”, que todo laboratorio de calibración/ensayo DEBE tener procedimientos de control de la calidad para realizar el seguimiento de la validez de los ensayos y las calibraciones llevados a cabo [1], uno de estos métodos es el estudio de Repetibilidad y Reproducibilidad.

En metrología, las aplicaciones del estudio de Repetibilidad y Reproducibilidad son las siguientes:

- La evaluación de ensayos de aptitud.
- La validación de métodos de calibración.
- El análisis de comparaciones interlaboratorio.

LUIS ENRIQUE LLAMOSA R

Profesor Titular

Director Laboratorio de Metrología
Departamento de Física
Universidad Tecnológica de Pereira
lellamo@utp.edu.co

LUIS G. MEZA CONTRERAS

Profesor Departamento de física
Jefe de Calibración Laboratorio de
Metrología - Variables Eléctricas
Departamento de física.
Universidad Tecnológica de Pereira
lgmeza@utp.edu.co

MARCELA BOTERO

ARBELAEZ

Profesor Departamento de física
Universidad Tecnológica de Pereira
maboar@utp.edu.co

- La evaluación de cartas de control.
- La variabilidad de las mediciones e instrumentos.
- La evaluación de la deriva de instrumentos.

Para realizar el estudio de Repetibilidad y Reproducibilidad, existen tres métodos: Rango, Promedio y Rango y ANOVA (análisis de varianza) los cuales cuantifican de diferente forma la variabilidad del sistema de medición, su implementación depende del tipo de actividad que se lleve a cabo en el laboratorio.

2. DEFINICIONES

Las definiciones mencionadas en este artículo son extractadas del la norma técnica colombiana NTC-2194 [2], vocabulario de términos básicos y generales en metrología, ellas son:

1) **Exactitud de medición.** Cercanía del acuerdo entre el resultado de una medición y un valor verdadero de la magnitud por medir.

2) **Instrumento de medición digital.** Instrumento de medición que suministra una señal de salida en forma digital.

3) **Patrón de trabajo.** Patrón que se utiliza rutinariamente para calibrar o comprobar, instrumentos de medida.

4) **Calibración.** Conjunto de operaciones que establecen, bajo condiciones específicas, la relación entre los valores de las magnitudes que indiquen un instrumento de medición o un sistema de medición, o valores representados por una medida materializada o por un material de referencia, y los valores correspondientes determinados por medio de los patrones.

5) **Repetibilidad de los resultados de las mediciones:** Cercanía entre los resultados de mediciones sucesivas de la misma magnitud por medir, efectuadas en las mismas condiciones de medición.

Notas:

1. Estas condiciones se llaman *condiciones de repetibilidad*.

2. Las condiciones de repetibilidad incluyen: El mismo procedimiento de medición, el mismo observador, el mismo instrumento de medición utilizado en las mismas condiciones, el mismo lugar y repetición dentro de un período de tiempo corto.

3. La repetibilidad se puede expresar en forma cuantitativa, en función de las características de dispersión de los resultados.

6) **Reproducibilidad de los resultados de mediciones:** Cercanía entre los resultados de las mediciones de la misma magnitud por medir, efectuada bajo condiciones de medición diferentes.

Notas:

1. Para que una expresión de la reproducibilidad sea válida, es necesario especificar las condiciones que cambian.

2. Las condiciones que cambian pueden ser entre otras: El principio de medición, el método de medición, el observador, el instrumento de medición, el patrón de referencia, el lugar, las condiciones de uso y el tiempo.

3. La reproducibilidad se puede expresar en forma cuantitativa, en función de las características de dispersión de los resultados.

4. Los resultados considerados aquí son generalmente los resultados corregidos.

7) **Exactitud de un instrumento de medición:** Aptitud de un instrumento de medición para dar respuestas cercanas a un valor verdadero.

3. ESTUDIO DE REPETIBILIDAD Y REPRODUCIBILIDAD

La repetibilidad puede ser expresada cuantitativamente en términos de la dispersión característica de los

resultados. En la Figura 1 se muestra el concepto de repetibilidad.

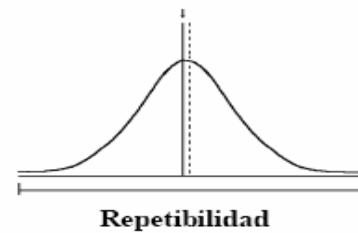


Figura 1. Representación gráfica del concepto de repetibilidad.

Teniendo en cuenta que la reproducibilidad es la proximidad de concordancia entre los resultados de mediciones sucesivas del mismo mensurando bajo condiciones de medición que cambian, ésta se puede expresar en forma cuantitativa, en función de las características de la dispersión de los resultados; en la Figura 2 se observa una representación gráfica del concepto de reproducibilidad.

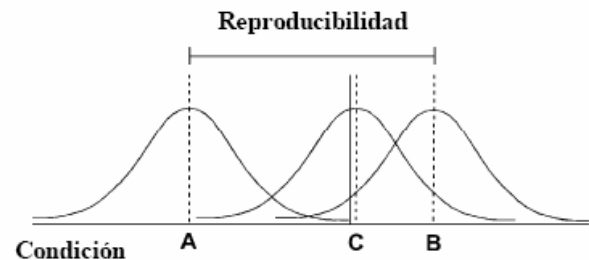


Figura 2. Representación gráfica del concepto de reproducibilidad.

Los métodos para determinar la repetibilidad y la reproducibilidad de las mediciones están basados en la evaluación estadística de las dispersiones de los resultados, ya sea en forma de rango o su representación como varianzas o desviaciones estándar. Los métodos que se utilizan son: Rango, Promedio y Rango, y ANOVA (análisis de varianza)

A continuación se muestra el método del promedio y rango implementado en el Laboratorio de Metrología de Variables Eléctricas de la Universidad Tecnológica de Pereira.

3.1 Método de promedios y rangos: Este método determina la repetibilidad y la reproducibilidad para un sistema de medición, este método permite descomponer la variabilidad del sistema en dos componentes independientes: la repetibilidad y la reproducibilidad. Los pasos que se siguen para la realización de este método según [3] son:

1. Se determinan los equipos que se desean ensayar, el número de operadores y el número de ensayos que debe efectuar cada uno de ellos.

2. Cada operador realiza los ensayos correspondientes de cada equipos y consigna los resultaos correspondientes en el formato respectivo para su posterior estudio.

3. Los operadores repiten las mediciones, pero esta vez en diferente orden y sin observar las mediciones realizadas anteriormente por sus compañeros.

4. Con los datos del formato se procede a calcular el rango de cada parte del equipo por medio de la ecuación (1).

$$R = x_{m\acute{a}x} - x_{m\acute{i}n} \quad (1)$$

5. Se calcula el rango promedio de cada operador utilizando la ecuación (2).

$$\bar{R} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_i \quad (2)$$

Donde:

n : es el número de mediciones realizadas por cada operador.

6. Se calcula el rango promedio de todos los rangos por medio de la ecuación (3).

$$\bar{R} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \bar{R}_i \quad (3)$$

Donde:

m : es el número de operadores y \bar{R}_i es el rango promedio de cada operador

7. Se calcula el porcentaje de la repetibilidad de las mediciones utilizando la ecuación (4).

$$\% \text{Repetibilidad} = \frac{K_1 \times \bar{R}}{T} \times 100\% \quad (4)$$

Donde:

K_1 : es una constante que depende del número de mediciones realizadas por cada operador y proporciona un intervalo de confianza del 99% para estas características.

\bar{R} : es el rango promedio de todos los rangos.

T : es la tolerancia de la característica medida, en este caso del equipo ensayado.

Nota: Los valores de K_1 se encuentran en la Tabla 1.

8. Se calcula la medición promedio de cada operador utilizando la ecuación (5).

$$\bar{x}_i = \frac{1}{nr} \sum_{i=1}^n x_i \quad (5)$$

Donde:

n : es el número de ensayos por operador, r es el número de partes y x_i es cada una de las medidas del operador.

9. Se calcula la diferencia entre el promedio mayor y el promedio menor de los operadores por medio de la ecuación (6).

$$\bar{x}_D = x_{im\acute{a}x} - x_{im\acute{i}n} \quad (6)$$

10. Se calcula el porcentaje de la reproducibilidad por medio de la ecuación (7).

$$\% \text{Reproducibilidad} = \frac{\sqrt{\left(K_2 \cdot \bar{x}_D\right)^2 - \left(K_1 \bar{R}\right)^2}}{T} \times 100\% \quad (7)$$

Donde:

K_2 : es una constante que depende del número de operadores y proporciona un intervalo de confianza del 99% para estas características.

\bar{x}_D : es la diferencia entre el promedio mayor y promedio menor de los operadores.

n : es el número de ensayos por operador.

r : es el número de partes medidas.

T : es la tolerancia de la característica medida, en este caso del equipo ensayado

Notas: Los valores de K_2 se encuentran en la Tabla 1 y si el valor dentro de la raíz es un número negativo, el valor de la reproducibilidad se considera como cero.

Número de ensayos	2	3	4	5
K1	4,56	3,05	2,50	2,21
Número de operadores	2	3	4	5
K2	3,65	2,70	2,30	2,08

Tabla 1. Valores de las constantes K_1 y K_2

11. Se calcula el porcentaje de la relación entre la repetibilidad y la reproducibilidad mediante la ecuación (8).

$$\%R \& R = \sqrt{(\% \text{Repetibilidad})^2 + (\% \text{Reproducibilidad})^2} \quad (8)$$

12. Se interpretan los resultados obtenidos, según [4], por medio de los siguientes criterios:

- Si $\%R \& R < 10\%$ el sistema de medición es aceptable.

- Si $10\% \leq \%R \& R < 30\%$ el sistema de medición puede ser aceptable según su uso, aplicación, costo del instrumento de medición, costo de reparación.
- Si $\%R \& R > 30\%$ el sistema de medición es considerado como no aceptable y requiere de mejoras en cuanto al operador, equipo, método, condiciones, etc.

Después de analizar la información que resulta del estudio de repetibilidad y reproducibilidad, es posible evaluar las causas que originan la variación del sistema o del instrumento:

- Si la repetibilidad es mayor a la reproducibilidad las posibles causas son: El instrumento necesita mantenimiento, el equipo requiere ser rediseñado para ser más rígido, el montaje o ubicación donde se efectúan las mediciones necesita ser mejorado y/o, existe una variabilidad excesiva entre las partes.
- Si la reproducibilidad es mayor que la repetibilidad, las causas pueden ser: El operador necesita mejor entrenamiento en como utilizar y como leer el instrumento, la indicación del instrumento no es clara, No se han mantenido condiciones de reproducibilidad (ambientales, montaje, ruidos, etc.) y/o el instrumento de medición presenta deriva.

A continuación se muestran dos ejemplos en los cuales se implementa el método de promedio y rango. Los datos mostrados en las tablas 1 y 3 son extraídos de ensayos realizados en el Laboratorio de Metrología – Variables Eléctricas.

Ejemplo 1: Los datos de calibración de la función Voltaje AC de tres multímetros digitales cuya tolerancia es de 11,7 V, se encuentran en la tabla 2. En esta calibración, participan tres operadores y cada uno realiza cinco mediciones por multímetro.

Determine si el sistema de medición es aceptable.

Operador	EQUIPOS		
	1 (V)	2 (V)	3 (V)
A	570,7	570,5	570,7
	570,7	570,6	570,8
	570,7	570,5	570,7
	570,8	570,6	570,8
	570,8	570,5	570,7
B	570,8	570,6	570,8
	570,7	570,6	570,8
	570,8	570,6	570,9
	570,8	570,7	570,8
	570,7	570,7	570,9
C	570,7	570,6	570,8
	570,8	570,7	570,8
	570,8	570,7	570,9
	570,8	570,6	570,9
	570,8	570,7	570,8

Tabla 2. Datos del Ejemplo 1

Calculando el rango para cada operador por medio de la ecuación (1), se obtiene la Tabla 3.

Equipo	Operador		
	R_A (V)	R_B (V)	R_C (V)
1	0,1	0,1	0,1
2	0,1	0,1	0,1
3	0,1	0,1	0,1

Tabla 3. Rango de cada operador

Calculando el rango promedio para cada operador utilizando la ecuación (2), se tiene:

$$\begin{aligned} R_A &= 0,1 \text{ V} \\ R_B &= 0,1 \text{ V} \\ R_C &= 0,1 \text{ V} \end{aligned}$$

Calculando el rango promedio de todos los rangos con la ecuación (3), se tiene:

$$\bar{R} = 0,1 \text{ V}$$

De la Tabla 1 se obtiene que $K_1 = 2,21$ para 5 ensayos, empleando la ecuación (4), se tiene que el porcentaje de repetibilidad es:

$$\% \text{Repetibilidad} = \frac{(2,21)(0,1 \text{ V})}{11,7 \text{ V}} \times 100\% = 1,89\%$$

Calculando la medición promedio de cada operador por medio de la ecuación (5), se tiene:

$$\begin{aligned} \bar{x}_A &= 570,67 \text{ V} \\ \bar{x}_B &= 570,75 \text{ V} \\ \bar{x}_C &= 570,76 \text{ V} \end{aligned}$$

Calculando la diferencia entre el promedio mayor y menor utilizando la ecuación (8) se tiene:

$$\bar{x}_D = 570,76 \text{ V} - 570,67 \text{ V} = 0,09 \text{ V}$$

De la Tabla 1, se obtiene que $K_2 = 2,70$ para 3 operadores y empleando la ecuación (7), se tiene que el porcentaje de reproducibilidad es:

$$\% \text{Reproducibilidad} = \frac{\sqrt{[(2,70)(0,09 \text{ V})]^2 - \frac{[(2,21)(0,1 \text{ V})]^2}{(5)(3)}}}{11,7 \text{ V}} \times 100\%$$

$$\% \text{Reproducibilidad} = 2,02\%$$

El porcentaje de la relación entre la repetibilidad y la reproducibilidad calculada por medio de la ecuación (8), es:

$$\% R \& R = \sqrt{(1,89\%)^2 + (2,02\%)^2} = 2,77\%$$

Como el porcentaje de la relación entre la repetibilidad y la reproducibilidad es menor al 10%, el sistema de medición es aceptable.

Ejemplo 2: Los datos de calibración de la función Resistencia de tres multímetros digitales cuya tolerancia es de 2,9 Ω, se encuentran en la tabla 4. En esta calibración, participan tres operadores y cada uno realiza cinco mediciones por multímetro.

Determine si el sistema de medición es aceptable.

Operador	EQUIPOS		
	1 (Ω)	2 (Ω)	3 (Ω)
A	300,4	300,1	300,5
	305,6	299,9	300,4
	300,8	300,0	300,4
	306,1	300,0	300,5
	305,0	299,9	300,6
Operador	EQUIPOS		
	1 (Ω)	2 (Ω)	3 (Ω)
B	306,6	300,0	300,4
	300,9	300,1	300,6
	304,5	300,0	300,4
	306,4	299,9	300,6
	300,1	300,0	300,5
C	300,9	300,1	300,4
	305,4	299,9	300,5
	303,1	300,0	300,6
	300,6	300,0	300,5
	307,0	300,1	300,4

Tabla 4. Datos del Ejemplo 2

Calculando el rango para cada operador por medio de la ecuación (1), se obtiene la Tabla 5.

Equipo	Operador		
	R _A (Ω)	R _B (Ω)	R _C (Ω)
1	5,7	6,5	6,4
2	0,2	0,2	0,2
3	0,2	0,2	0,2

Tabla 5. Rango de cada operador

Calculando el rango promedio para cada operador utilizando la ecuación (2), se tiene:

$$R_A = 2,03 \Omega$$

$$R_B = 2,30 \Omega$$

$$R_C = 2,27 \Omega$$

Calculando el rango promedio de todos los rangos con la ecuación (3).

$$\bar{R} = 2,20 \Omega$$

De la Tabla 1 se obtiene que K₁ = 2,21 para 5 ensayos, empleando la ecuación (4), se tiene que el porcentaje de repetibilidad es:

$$\% \text{Repetibilidad} = \frac{(2,21)(2,20 \Omega)}{2,9 \Omega} \times 100\% = 167,66\%$$

Calculando la medición promedio de cada operador por medio de la ecuación (5), se tiene:

$$\bar{x}_A = 301,35 \Omega$$

$$\bar{x}_B = 301,40 \Omega$$

$$\bar{x}_C = 301,30 \Omega$$

Calculando la diferencia entre el promedio mayor y menor utilizando la ecuación (8), se tiene:

$$\bar{x}_D = 301,40 \Omega - 301,30 \Omega = 0,1 \Omega$$

De la Tabla 1, se obtiene que K₂ = 2,70 para 3 operadores y empleando la ecuación (7), se tiene que el porcentaje de reproducibilidad es:

$$\% \text{Reproducibilidad} = \frac{\sqrt{[(2,70)(0,1 \Omega)]^2 - \frac{[(2,21)(2,20 \Omega)]^2}{(5)(3)}}}{2,9 \Omega} \times 100\%$$

$$\% \text{Reproducibilidad} = 0\%$$

El porcentaje de la relación entre la repetibilidad y la reproducibilidad calculada por medio de la ecuación (8), es:

$$\% R \& R = \sqrt{(177,56\%)^2 + (0\%)^2} = 177,56\%$$

Como el porcentaje de la relación entre la repetibilidad y la reproducibilidad es mayor al 30%, el sistema de medición no es aceptable.

4. CONCLUSIONES

De acuerdo con el estudio descrito anteriormente, se concluye:

El método de promedios y de rangos, es un método matemático que determina la repetibilidad y reproducibilidad de un sistema de medición, es decir, permite descomponer la variabilidad del sistema en dos componentes, repetibilidad y reproducibilidad.

Los indicadores %R&R proporcionan la siguiente información:

* Si el valor %R&R es igual o menor al 15% el sistema operador instrumento es el apropiado para la aplicación diseñada.

* Si el valor %R&R está entre 16 % y 25 % el sistema en general requiere mejoras, sin embargo puede ser utilizado de manera temporal.

* Si el valor %R&R es superior al 25% el sistema no es aceptable.

Si el valor de reproducibilidad es mayor con respecto a la repetibilidad, esto significa que se necesita entrenar al operador, ya sea al manipular el instrumento o en la toma

de datos. Adicionalmente, si el valor de repetibilidad es mayor en comparación con la reproducibilidad, esto quiere decir que el instrumento de medición requiere mantenimiento o simplemente no es el adecuado para realizar la medición.

5. BIBLIOGRAFÍA

- [1] NTC-ISO-17025 Requisitos generales de competencia de laboratorios de ensayos y calibración.
- [2] Norma NTC-2194 Vocabulario de términos básicos y generales en metrología.
- [3] Engineered Software, Inc.
(www.engineeredsoftware.com/pepers/msa_rr.pdf).
Copyright 1999.
- [4] Tecnológico de Monterrey.
(<http://academia.gda.itesm.mx/~mdeluna/control/ryr/metodo.pdf>).