

QUEBRANDO A BANCA – A PROBABILIDADE E OS CASSINOS***Bringing Down the House – Probability and the Casinos*****CELSO RIBEIRO CAMPOS,****MARIA LUCIA LORENZETTI WODEWOTZKI,****OTÁVIO ROBERTO JACOBINI****E DENISE HELENA LOMBARDO FERREIRA**

(UNESP, Brasil)

1. Introdução

Kevin sipped his Martini, amazed. Martinez was right, of course. It was more math than magic. But it was still incredible to watch. Altogether, they had made close to ten thousand dollars – in under an hour. And it hadn't been simple luck. Martinez had truly tracked that dealer's shuffle. (Mezrich, 2004: 35)

O filme *Quebrando a Banca (Bringing Down the House, 21, EUA, 2008, 123 min, direção de Robert Luketic)* é baseado em fatos reais, ocorridos na década de 1990, adaptados do livro homônimo “Quebrando a Banca - Como Seis Estudantes Ganharam Milhões em Las Vegas”, lançado no Brasil pela editora Companhia das Letras, tradução do original de Mezrich (op. cit.).

Na história narrada no filme, um professor (Kevin Spacey) de Estatística do *Massachusetts Institute of Technology* (MIT, Boston, EUA) recruta os melhores alunos para compor uma equipe e treina os jovens para ganhar dinheiro no cassino. Ben Campbell (Jim Struggess) é um desses alunos recrutados, mas ele reluta em aderir à ideia, pois acha muito arriscado. Entretanto, ele precisa de dinheiro para custear o curso e, assim, resolve participar, na esperança de ganhar esse montante e depois abandonar o grupo.

O tema é bastante curioso, pois o professor ensina uma técnica de contar cartas no jogo 21 (*Black Jack*) e a ideia é vencer baseado nos conceitos de probabilidade e nas estratégias adotadas e não contando apenas com a sorte.

O plano inicial de Campbell sofre mudanças ao longo do filme, pois ele se empolga com as vitórias, com o dinheiro e a vida luxuosa de Las Vegas e começa a extrapolar seus limites. O filme se torna mais interessante e atraente quando se entende que as estratégias adotadas pelos jogadores, ao alcance de todos, não chega a ser um segredo.

Neste artigo, desvendamos essas estratégias usadas pelos jogadores dos cassinos, focando o conteúdo da probabilidade, suas aplicações nos jogos de azar e passando por sua aplicabilidade em aulas de Estatística.

2. Breve histórico da Estatística

A Estatística é um ramo científico relacionado à obtenção de informações com base em dados numéricos e ao emprego dessas informações para efetuar inferências a respeito de uma população, da qual os dados são coletados. O estatístico estuda procedimentos inferenciais, sempre visando a obter o melhor processo de realizar previsões ou tomar decisões a respeito de uma dada situação; mais importante que isso, o estatístico obtém informações a respeito da boa qualidade de um procedimento inferencial.

Em outras palavras, a Estatística é uma metodologia de coleta, sistematização, descrição, análise, apresentação e interpretação de dados, para a tomada de decisões. Basicamente, temos dois ramos de Estatística:

- a) Estatística Descritiva ou Dedutiva: conjunto de técnicas destinadas à síntese dos dados numéricos.
- b) Estatística Inferencial ou Indutiva: compreende as técnicas segundo as quais são tomadas decisões sobre uma população, com base na observação de uma amostra.

É importante destacar que a Estatística não é um ramo da Matemática. Ela se estruturou como ciência a partir do século XIX, de forma independente da Matemática. No século XX, ela sofreu um grande avanço, com o

desenvolvimento de suas teorias e com a incorporação de novas tecnologias, notadamente as calculadoras e os computadores.

Os pesquisadores, de um modo geral, aplicam os princípios da Estatística para fundamentar suas hipóteses e a metodologia quantitativa serve como base para trabalhos de investigação nas mais diversas áreas de conhecimento. Segundo Cordani (2001), fazer ciência representa seguir um conjunto de procedimentos aos quais a Estatística está sempre atrelada.

Batanero (2001: 3) destaca que:

A relação entre o desenvolvimento de um país e o grau em que seu sistema estatístico produz estatísticas completas e confiáveis é clara, porque esta informação é necessária para a tomada de decisões acertadas do tipo econômico, social e político. A educação estatística, não só dos técnicos que produzem essas estatísticas, mas dos profissionais e cidadãos que devem interpretá-las e tomar por sua vez decisões baseadas nessas informações, assim como dos que devem colaborar na obtenção dos dados requeridos, é, portanto, um motor de desenvolvimento.

Batanero (2001: 7) ainda afirma que “é indiscutível que o século XX foi o século da Estatística, que passou a considerá-la uma das ciências metodológicas fundamentais e base do método científico experimental”.

Adicionalmente, Campos (2007) destaca que a Estatística não se resume à ciência ou à pesquisa. Ela está em nossa sociedade, na política, no esporte, nos meios de comunicação, nas loterias, no lazer e também na educação.

3. A aplicabilidade da Estatística

A Estatística está presente na vida do homem desde a antiguidade, quando se fazia uso de levantamentos do tipo censitário, com o objetivo de se recolher tributos. Assim, as primeiras aplicações do pensamento estatístico estavam voltadas para as necessidades do Estado na formulação de políticas públicas. Segundo Costa (2005), a palavra estatística, associada à palavra latina *status* (Estado) parece ter sido adotada pela primeira vez na Alemanha, em

meados do século XVIII, pelo historiador e jurista alemão Gottfried Achenwall (1719-1772).

Como ciência, a Estatística pode ser considerada recente na medida em que suas primeiras teorias formalizadas emergiram no século XIX. Desde então, sua importância só vem crescendo mediante suas variadas aplicações, principalmente no campo experimental. Segundo Sousa (2002: 24-25):

Os resultados obtidos com a aplicação dos métodos estatísticos na resolução de problemas dos diversos domínios do conhecimento, aliados à evolução tecnológica dos últimos anos, fizeram com que os conhecimentos estatísticos se tornassem indispensáveis em todos os domínios.

Desde a Estatística Básica, com os conceitos de medidas de posição e dispersão, gráficos e tabelas, até a Econometria, que é uma aplicação avançada da Estatística para a análise e descrição de fenômenos econômicos, a disciplina aborda ainda diversos conteúdos, tais como os Números Índices, as Séries Temporais, os Testes de Hipóteses e, como não poderia deixar de ser, a Probabilidade.

A Estatística apresenta-se como disciplina obrigatória nos diversos campos de formação acadêmica, nas áreas de Ciências Exatas, Humanas e Biológicas. Cursos como Economia e Administração de Empresas têm na Estatística uma importante ferramenta para estudo e análise dos diversos fenômenos de interesse geral e específico da formação profissional. Vemos hoje, nos cursos de graduação, disciplinas como Estatística aplicada à Educação, Estatística Econômica, Bioestatística etc., demonstrando a disseminação dessa disciplina pelas mais variadas áreas de formação acadêmica e profissional. Os cursos de Ciências Econômicas, em particular, costumam ter uma carga horária de Estatística bastante generosa, o que já dá uma ideia da importância dessa disciplina para a profissão de economista.

4. A Educação Estatística

O estudo das problemáticas relacionadas ao ensino e à aprendizagem da Matemática já é bastante conhecido dos pesquisadores da área pedagógica e deu

origem ao que se denomina Educação Matemática (EM). O avanço nas pesquisas em EM mostrou que, apesar de a Estatística e a Matemática conjugarem muitos aspectos comuns, elas apresentam também diferenças significativas. Batanero (2001) afirma que é necessário experimentar e avaliar métodos de ensino adaptados à natureza específica da Estatística, pois a ela não se podem transferir os princípios gerais do ensino da Matemática.

Campos *et al* (2011: 13) observam que os conteúdos e valores da Estatística são, em geral, distintos daqueles da Matemática:

Princípios como os da aleatoriedade e da incerteza se diferenciam dos aspectos mais lógicos ou determinísticos da matemática. A existência de faces mais subjetivas, tais como a escolha da forma de organização dos dados, a interpretação, a reflexão, a análise e a tomada de decisões, fazem com que a Estatística apresente um foco diferenciado ao da Matemática.

É nesse contexto de diferenciação com a EM que, a partir da década de 1990, avançaram significativamente as pesquisas sobre a Educação Estatística (EE). Numa perspectiva geral, podemos dizer que os estudos em EE preconizam que os estudantes devem ser estimulados por meio de problemas de seu interesse, que abordem questões práticas, com dados reais, contextualizadas, nas quais eles são convidados a refletir, discutir e analisar criticamente, considerando as limitações da Estatística, sobretudo no que se refere à incerteza e à variabilidade.

Garfield e Gal (1999) identificaram alguns objetivos que o ensino de Estatística deve perseguir, entre os quais destacamos:

- a) entender a probabilidade, a chance, a incerteza, os modelos e a simulação;
- b) desenvolver habilidades interpretativas para argumentar, refletir e criticar;

Campos *et al* (2011) complementam esses objetivos:

- a) desenvolver habilidades de transposição dos saberes escolares para sua vida cotidiana, como cidadão e como profissional;

- b) desenvolver hábitos de questionamento dos valores, grandezas, dados e informações.

O trabalho pedagógico com livros e filmes é um instrumento importante para se perseguir esses objetivos. O filme que ora analisamos, assim como o livro a ele associado, compõem uma estratégia bastante interessante para se introduzir o tema da probabilidade nas aulas de Estatística e pode servir como elemento motivador para o estudante entender os contextos que envolvem a incerteza, que é um dos princípios fundamentais dessa disciplina.

5. A Probabilidade

O ponto de partida da moderna teoria das probabilidades se deve ao matemático Girolamo Cardano (1501 – 1576), que se assumia viciado em xadrez e no jogo de dados. No século XVI, seu vício gerou um pequeno tratado, intitulado *O livro dos jogos de azar*, considerado a primeira análise científica da probabilidade, que, entretanto, só foi publicado um século após sua morte.

Blaise Pascal (1623 – 1662) e Pierre de Fermat (1601 – 1665), matemáticos franceses, no século XVII trocavam correspondências com o intuito de estudar os jogos de azar e avançaram no estudo das probabilidades. A primeira publicação sobre essas correspondências se deve a Huygens, em 1657¹ (BOYER, 1994). As leis axiomáticas da teoria matemática das probabilidades foram publicadas, já no século XX, pelo matemático russo Kolmogorov.

A probabilidade, como um conceito matemático, visa formular quantitativamente predições em face da incerteza. Ela pode ser calculada por meio de uma razão entre o número de casos favoráveis e o número total de possibilidades de um experimento aleatório. Se pensarmos em um dado, que tem seis faces, a probabilidade de, num lançamento, obter um número específico (digamos o número 4), é uma em seis possibilidades, ou seja, $1/6$. Essa abordagem, entretanto, sofre severas limitações devido à sua falta de generalidade, visto que não se aplica a dados viciados, por exemplo. Em vista disso, podemos entender a probabilidade como a frequência relativa de

¹ O livro se chamava *De ratiociniis in ludo aleæ* (Sobre o raciocínio em jogos de dados).

ocorrência de certo resultado em um número muito grande de repetições do experimento. Sendo assim, podemos definir a probabilidade de duas formas:

- i. Probabilidade de ocorrer um evento A é igual ao número de casos favoráveis ao evento A dividido pelo número total de resultados possíveis do experimento, ou seja,

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)},$$

S representa o espaço amostral, isto é, o conjunto de todos os resultados possíveis do experimento aleatório. Esse é o conceito clássico de probabilidade, também chamado de Lei de Laplace, no qual os resultados do experimento são equiprováveis, ou seja, tem a mesma chance de ocorrer.

- ii. Probabilidade de ocorrer um evento A é igual ao limite dado pelo número de ocorrências favoráveis ao evento A dividido pelo número total de repetições do experimento, sendo esse número muito grande, ou seja:

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_A}{n}$$

Esse é o chamado método empírico de cálculo das probabilidades, base da Lei dos Grandes Números (ou Teorema de Jacob Bernoulli), que aqui denominaremos definição frequentista de probabilidade.

Hoje sabemos que as aplicações da teoria das probabilidades são vastas e há muito ultrapassaram o universo dos jogos de azar. Governos e empresas utilizam seus conceitos para procederem análises mais qualificadas e, assim, tomar decisões mais racionais.

Destacamos que o entendimento da probabilidade extrapola a compreensão de sua formulação matemática, que a nosso ver configura-se como bastante simples. Por trás dessas definições matemáticas e até mais importante do que elas, está o conceito de aleatoriedade, que tem uma assimilação mais complexa e que não se traduz em poucas palavras. Nesse sentido, o trabalho pedagógico com filmes e livros, além de outras mídias, pode ajudar sobremaneira o seu entendimento, desde que trate de episódios ligados a contextos reais ou realísticos, relacionados a ambientes familiares ao estudante.

6. O início do filme *Quebrando a banca*: recrutamento

No início do filme, o professor propõe a seus alunos um problema de probabilidade muito peculiar, prontamente resolvido pelo protagonista, o que o leva involuntariamente a ser selecionado para compor a equipe que vai atuar nos cassinos. Eis o problema:

Suponha que você esteja em um programa de auditório e que o apresentador mostre, no palco, três portas. Ele explica que atrás de uma das portas está um carro novo e que atrás das demais portas não há nada. Sendo você selecionado na platéia para participar do quadro, deverá escolher uma porta. Depois de escolhida a porta, o apresentador (que sabe onde está o carro) dirige-se a uma das portas não escolhidas e abre-a, mostrando que atrás dela não há nada. Sobram, então, somente duas portas, a que você escolheu e outra, que permanecem fechadas. Ato contínuo, o apresentador lhe pergunta se você deseja permanecer com sua escolha ou se prefere trocar de porta. Essa é a pergunta crucial, que enseja a raiz do problema: qual decisão deve ser tomada? A chance de ganhar, trocando ou não de porta, é de 50%?

Esse problema, conhecido como dilema de Monty Hall, representa um paradoxo da probabilidade que surgiu inspirado em um programa de televisão dos Estados Unidos, transmitido entre 1963 e 1976, chamado *Let's Make a Deal*. A pergunta do problema foi feita em uma coluna da revista *Parade*, chamada *Ask Marilyn*, lançada em 1986 e distribuída em cerca de 350 periódicos norte americanos. Marilyn vos Savant, responsável pela coluna, ficou famosa ao ser citada no Livro Guinness dos recordes como a pessoa com maior QI já registrado no mundo (228).

A solução ou a explicação desse problema aparentemente simples não é nada trivial.

Se você não trocar de porta, sua chance de ganhar o carro é de $1/3$, mas se trocar, sua chance aumenta para $2/3$. Para explicar essa solução, digamos que as três portas são A, B e C. Suponhamos, por hipótese, que você escolha a porta A. Existem, portanto, três possibilidades identificadas:

- 1º) o carro está atrás da porta A;
- 2º) o carro está atrás da porta B;
- 3º) o carro está atrás da porta C.

Somente o apresentador sabe onde está o carro. Suponhamos inicialmente que o carro está atrás da porta A – o apresentador abrirá uma das outras portas (B ou C) e, se você trocar de porta, perderá o carro. Agora imaginemos que o carro está atrás da porta B – o apresentador abrirá a porta C e, se você trocar de porta, ganhará o carro. Por último, suponhamos que o carro está atrás da porta C – o apresentador abrirá a porta B e, se você trocar de porta, ganhará o carro. Analisando dessa forma, vemos que, se você trocar de porta, terá duas chances em três de ganhar o carro, ou seja, sua chance de ganhar é de $2/3$. Se você não trocar de porta, terá uma chance em três de ganhar o carro, ou seja, a probabilidade de você ganhar é de $1/3$.

Esse problema se tornou muito famoso no meio estatístico e diversas publicações e sites, tais como <<http://www.cut-the-knot.org/hall.shtml>> o descrevem.

7. O cassino

Como vimos, os jogos de azar deram origem aos primeiros estudos sobre probabilidade e, num cassino, podemos vislumbrar a incerteza e a aleatoriedade operando em todas as modalidades ali praticadas.

A roleta, por exemplo, é um jogo no qual existem 36 números apostáveis de diversas maneiras, sendo 18 pares e 18 ímpares. Nesse jogo, o prêmio do jogador é inversamente proporcional à probabilidade de acerto. Assim, se um jogador apostar no par (ou no ímpar), terá um prêmio igual a duas vezes o número de fichas apostadas, visto que a chance de ganhar é igual a $1/2$. Se um jogador apostar num único número, concorre a um prêmio igual a 36 vezes o número de fichas apostadas, pois a chance dele ganhar é da ordem de $1/36$. Dessa forma, surge então uma indagação: qual é a vantagem do cassino? Na verdade, a roleta não tem 36 números e sim 37, pois tem também o número zero (0), que não é apostável. Assim, se o resultado for 0, a banca ganha, ou seja, nenhum jogador ganhará. Dessa forma, precisamos corrigir as probabilidades dadas acima: o jogador que aposta no par tem chance de ganhar dada por $18/37$ e o jogador que aposta num único número tem $1/37$ de chance de ganhar.

Se analisarmos a roleta sob o ponto de vista da definição clássica de probabilidade, chegamos à conclusão de que os cassinos sempre ganham, pois, estatisticamente falando, as chances de vitória são mais favoráveis à banca. Sobre esse aspecto, Mlodinow (2009) relata um caso notável. Em 1873, um engenheiro britânico chamado Joseph Jagger contratou seis pessoas e levou-as ao cassino de Monte Carlo, em Mônaco. Ele partiu da premissa de que as roletas não são perfeitas e que todas deveriam conter algum vício. Ajudado pelos seus contratados, ele pôs-se a observar os resultados das roletas e, após seis dias, conseguiu identificar uma roleta viciada, na qual ele depositou suas apostas. Em uma noite ele ganhou cerca de 70 mil dólares. Ao cabo de alguns dias, ele ganhou mais de 300 mil dólares, o que corresponderia hoje a mais de cinco milhões de dólares. Voltou para casa, largou seu emprego e investiu seu dinheiro em imóveis. Essa história não passou incólume e hoje os cassinos trocam as roletas de lugar com bastante frequência, com o objetivo de evitar esse tipo de procedimento de Jagger. Nesse exemplo, podemos observar a valiosa diferença entre a visão clássica (ou laplaciana) da probabilidade e a visão frequentista, que foi adotada por Jagger.

Bellos (2011) descreve em sua obra outra estratégia para vencer na roleta, chamada por ele de *martingale*. Basicamente essa estratégia consiste em dobrar a aposta quando se perde. Suponhamos, para simplificar, que o jogador vai fazer a aposta mais simples, no par, cuja probabilidade de se ganhar é de aproximadamente $1/2$. O jogador deve começar apostando \$1 no par. Se ganhar, terá \$1 de lucro e deverá continuar apostando \$1. Se perder, estará com prejuízo de \$1 e, para recuperá-lo, deve apostar \$2 no par na rodada seguinte. Se ganhar, recuperará o prejuízo e ainda terá um lucro de \$1 e deverá continuar apostando \$1. Se perder, estará com prejuízo acumulado de \$3 e, para recuperá-lo, deverá apostar \$4 na rodada seguinte. O raciocínio se estende indefinidamente, de forma que sempre será possível recuperar o prejuízo e ainda ter lucro. Para evitar o uso desse tipo de estratégia, alguns cassinos adotam uma regra de aposta mínima, o que inibe o jogador, pois exige que ele tenha uma alta quantia para seguir apostando em caso de algumas derrotas seguidas.

8. O jogo Black Jack¹

Também chamado de 21, o objetivo do jogo é formar, com as cartas do baralho, um total de 21 pontos. Os pontos são dados conforme o número das cartas, sendo que o Ás vale 1 ponto e as figuras (Valete, Dama e Rei) valem 10 pontos. No Black Jack americano, o Ás vale 11 pontos, assim um Ás e uma figura totalizam 21 pontos. Essa é a modalidade praticada nos cassinos retratados no filme².

Simplificadamente, as regras do jogo são as seguintes: o jogador recebe uma carta aberta e aposta certa quantidade de fichas. Daí, ele vai pedindo ao *dealer*³ mais cartas, uma de cada vez, até se dar por satisfeito. Ele não pode ultrapassar 21 pontos na soma dos pontos das cartas, pois se isso ocorrer, ele perde tudo que apostou. Depois de todos os jogadores receberem suas cartas, a banca começa a abrir, uma a uma, suas cartas. Assim como os jogadores, a banca abre quantas cartas quiser. Se a banca fizer um número de pontos igual ou maior que um jogador, ela ganha as fichas apostadas por ele. Se a banca estourar, ou seja, ultrapassar os 21 pontos, o jogador ganha um prêmio proporcional ao número de fichas apostadas.

É importante destacar que o *dealer* não embaralha as cartas. Ele tem uma caixa com cerca de oito baralhos, já embaralhados. No final dessas cartas há uma carta marcada. Assim, o jogo se desenrola e quando o *dealer* pega as cartas da mesa, ele as coloca no final do baralho. Quando a carta marcada aparece, ele substitui aquele conjunto de oito baralhos por outro novo, e assim, sucessivamente.

9. A estratégia

A estratégia desenvolvida na história do filme consiste em contar mentalmente os pontos do jogo. Colocando as cartas em ordem de pontos, vemos que a mediana é o 7, pois existem seis cartas de valor menor que ele (do Ás ao 6) e seis cartas de valor maior que ele (do 8 ao Rei). Então, ao 7 é atribuído o valor 0

¹No Brasil, é muito popular uma variação desse jogo, conhecida como 7 ½.

²Existem muitas outras variações dessas regras.

³Nome dado nos cassinos ao funcionário que dá as cartas e recebe as apostas.

(zero). Simplificamos a explicação dizendo que às cartas menores que 7 é atribuído o valor -1 e às cartas maiores que 7 é atribuído o valor +1.

Um jogador (laranja) senta-se à mesa de jogo só para contar as cartas. Ele aposta o mínimo e não se importa em ganhar ou perder, apenas presta atenção em todas as cartas que aparecem na mesa e vai somando os seus pontos conforme a escala apresentada acima. Se a contagem fica muito alta (digamos que esteja totalizando +20), a chance de sair cartas menores que 7 é bem maior do que de valores maiores. Assim, um jogador é secretamente informado pelo laranja e ele entra na mesa para aquela rodada, fazendo sua estratégia de jogo de forma a ter mais chance de fazer os 21 pontos. Da mesma forma, se a contagem fica muito baixa (por exemplo – 20), o laranja informa o jogador apostador, que assim poderá fazer sua estratégia de jogo com base nessa informação. As cartas de valores mais altos são as mais desejadas pelos apostadores, pois facilitam a obtenção de mais pontos com menos risco de ultrapassar o limite de 21, assim as mesas com pontuação baixa são os alvos dos apostadores do filme.

É preciso esclarecer que os cassinos proíbem esse tipo de atuação. Embora aparentemente não haja ilegalidade alguma no procedimento (pois a contagem dos pontos da mesa é feita mentalmente), os cassinos podem impedir que uma pessoa jogue, *convidando-a* a se retirar do estabelecimento. Dessa forma, tudo tem de ser feito de maneira a não dar pistas aos funcionários do cassino. Para isso, no filme os jogadores são treinados a fazer sinais, aparentemente imperceptíveis, mas que são indicativos para seus parceiros fazerem as apostas sem deixar suspeitas.

10. Considerações Finais

É interessante saber que a teoria da probabilidade está ao alcance de todos, afinal ela é ensinada inclusive no ensino médio, mas algumas pessoas com uma percepção mais desenvolvida aproveitam-se de dessa característica particular para elaborar estratégias visando obter lucro em algumas situações, como essa que vemos no filme *Quebrando a Banca*.

Destacamos também que o filme, além de ser uma boa opção de lazer, apresenta-se como uma importante estratégia pedagógica corroborada pelos princípios da EE, servindo como um excelente motivador para os estudantes serem incentivados a dedicarem-se ao estudo das probabilidades e da Estatística.

Outro filme que ficou muito famoso, e que aborda também a ideia de contar cartas no jogo Black Jack, é *Rain Man*, de 1988, estrelado por Tom Cruise e Dustin Hoffman. Esse filme trata da relação de dois irmãos, sendo um deles autista (Hoffman), que embora tenha dificuldades em desempenhar tarefas simples, possui uma habilidade muito desenvolvida para a contagem. Essa habilidade é explorada pelo irmão em um momento do filme em que eles passam por um cassino nos EUA. Diferentemente do filme *Quebrando a Banca*, que dramatiza um fato real, o filme *Rain Man* é uma obra de ficção.

11. Bibliografia

BATANERO, C. *Didáctica de la Estadística*. Grupo de Investigación en Educación Estadística, ISBN 84-699-4295-6, Universidad de Granada, Espanha, 2001. Disponível em <http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/didacticaestadistica.zip> (acesso em 20/09/2012).

BELLOS, A. *Alex no país dos números*. São Paulo: Companhia das Letras, 2011.

BOYER, C. B. *História da Matemática*. 2ª ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

CAMPOS, C. R. *A Educação Estatística: uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da Estatística em cursos de graduação*. Tese de doutorado. Rio Claro, SP: UNESP, 2007.

CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. R. *Educação Estatística – teoria e prática em ambientes de modelagem matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

CORDANI, L. K. *O Ensino de Estatística na Universidade e a controvérsia sobre os fundamentos da inferência*. Tese de doutorado. São Paulo: USP, 2001.

COSTA, S. F. *Introdução Ilustrada à Estatística*. 4ª ed. São Paulo: Harbra, 2005.

GARFIELD, J. & GAL, I. *Teaching and assessing statistical reasoning*. In: *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12*, National Council of Teachers of Mathematics, pp. 207-219. Reston, VA: Ed. L. Staff, 1999.

MEZRICH, B. *Bringing Down the House – How six students took Vegas for millions*. London: Arrow Books, 2004.

MLODINOW, L. *O andar do bêbado*. Rio de Janeiro: Zahar, 2009.

SOUSA, O. *Investigações Estatísticas no 2o. ciclo do ensino básico*. Dissertação de Mestrado. Universidade de Lisboa, Portugal, 2002.