USO DE LAS CADENAS DE MARKOV EN LA SELECCIÓN DE POLÍTICAS DE MANTENIMIENTO

ANDRÉS ESCOBAR MEJÍA
Ingeniero Electricista, Ms.C
Profesor Auxiliar
Universidad Tecnológica de Pereira
andreses1@utp.edu.co

MAURICIO HOLGUIN L.
Ingeniero Electricista
Profesor Catedrático
Universidad Tecnológica de Pereira
ma_hol@ohm.utp.edu.co

GUSTAVO BETANCOURT
Ingeniero Electricista
Profesor Catedrático
Universidad Tecnológica de Pereira
gustavoa@ohm.utp.edu.co

RESUMEN
Actualmente el mantenimiento ha dejado de ser aquel campo que perseguía como único objeto mantener en un estado operacional los sistemas y se ha convertido ahora en la herramienta fundamental para toda empresa que busca conseguir objetivos corporativos que siempre recaen sobre un dominio total de los procesos productivos. Debido a la naturaleza estocástica inherente a los componentes de un sistema, en este artículo, se muestra el uso de las cadenas de Markov para la evaluación de políticas de mantenimiento, mostrando la forma de implementación y como decidir sobre diferentes políticas de acuerdo con los resultados obtenidos.

PALABRAS CLAVES: Mantenimiento, Cadenas de Markov, Degradación de Sistemas, Políticas de Mantenimiento, Probabilidad.

ABSTRACT
Today maintenance is not a field with the only intention of retains a particular operational state in a system. Now it has become in a fundamental tool for all company to reach corporate objectives which always have influence over the whole productive process. Due to probabilistic nature of system components behavior, this paper shows the use of Markov Chains for maintenance policies design, indicating the way for its implementation and how to decide about different policies with the results obtained

KEYWORDS: *Maintenance, Markov Chains, System Degradations, Maintenance Politics, Probabilistic.*

1. INTRODUCCIÓN

La definición de una política de mantenimiento se ha convertido en un punto esencial dentro de un marco de diseño de estrategias empresariales orientadas a tener cada día mejores operaciones de mantenimiento, reducción de la cantidad y frecuencia de intervenciones, reducción efectiva de la complejidad, mejorar la organización y optimización de costos en el mantenimiento y producción [8], [9], [3].

Todos los procesos de decisión involucrados con el mantenimiento son estocásticos por naturaleza debido a la gran cantidad de factores ambientales de carácter incierto que afectan la duración de la vida de servicio y la variabilidad inherente con cada componente [1]. Por tanto es deseable simular y predecir estos procesos dentro de los modelos estocásticos. Sin embargo, la exactitud del modelo es la que determina la validez de las conclusiones. La discusión siempre estará centrada entre seleccionar un modelo inexacto pero solucionable y uno exacto pero potencialmente in-solucionable. En la mayoría de los sistemas reales, sin embargo, existen muchos elementos de incertidumbre involucrados con los procesos y sus parámetros lo cual puede conducir a deficiencias en las definiciones y mediciones realizadas, especialmente cuando de forma adicional se incluye la subjetividad humana en la determinación de estados y condiciones [2].
Cuando se desarrolla un modelo de un sistema con incertidumbre se puede optar ya sea por ignorarla, reconocerla de manera implícita o modelarla de manera explicita. Las cadenas de Markov son un modelo matemático que de forma explícita permiten incorporar imprecisiones dentro de los modelos de toma de decisiones, especialmente si el sistema involucra probabilidades y la subjetividad humana [2], [7], [11].

En la aplicación implementada, se pretende mostrar la forma en la cual se pueden utilizar las cadenas de Markov para representar y predecir el grado de degradación que sufre cualquier equipo o sistema, justificando así la viabilidad de esté método para dar una visión en la selección de políticas de mantenimiento y por ende la planificación de presupuestos y desempeño global de los sistemas [4], [6].

2. MODELO PARA SELECCIÓN DE POLÍTICAS DE MANTENIMIENTO EMPLEANDO CADENAS DE MARKOV

En la implementación del modelo se involucra la determinación de las probabilidades de degradación del sistema las cuales luego se convierten en los parámetros

Fecha de Recepción: 09 Febrero de 2007
Fecha de Aceptación: 12 Abril de 2007

que serán usados como los coeficientes de la matriz de transición. En muchos casos estos parámetros son proporcionados por diferentes referencias [11], [12] pero con poca discusión sobre el método como se determinaron dichos valores, en otros casos son obtenidos a partir de la realización de un análisis estadístico producto de la recolección de suficiente información de campo y teniendo en cuenta su rango y varianza debido a la naturaleza probabilística a través de todas las unidades individuales que son componentes del sistema.

Se requiere inicialmente definir una escala de degradación porcentual de acuerdo con los datos obtenidos a través de las inspecciones, esta escala será el universo de discusión de la variable aleatoria S_n que define el estado actual del sistema. A continuación se muestra una tabla con la selección realizada para la variable: [4]

Grado	Descripción	Degradación
1	Excelente	0 al 10 %
2	Muy Bueno	11 al 25 %
3	Bueno	26 al 40 %
4	Aceptable	41 al 55 %
5	Deficiente	56 al 70 %
6	Muy Deficiente	71 al 85 %
7	En falla	Mayor a 85 %

Tabla 1. Clasificación de la Degradación

Ya que S_n representa el estado del sistema en la observación n-ésima, esta tomará valores de 1 a 7 de acuerdo a la escala definida en la tabla 1 con cierta probabilidad. Esta colección de datos $\{S_1, S_2, S_3, ...S_n\}$ constituye el proceso estocástico [4], [5].

Es claro que este tipo de modelamiento requiere que el estado futuro dependa únicamente del estado presente y sea independiente de los estados pasados. Si esto es así, entonces se puede decir que el proceso tiene la propiedad Markoviana y por tanto la probabilidad de transición del estado i al estado j estará dada por [12], [10]:

$$P_{ij} = P\left(S_n = {}^{j}\!\!\diagup_{S_{n-1}} = i\right) \quad (1)$$

La ecuación uno se interpreta como la probabilidad que tiene el sistema para alcanzar el estado j, dado que se encuentra en el estado i.

El proceso se puede entonces definir mediante el conjunto de ecuaciones para una cadena de Markov [4], [10] de la siguiente manera:

$$S_n = r \cdot P^{(n)} \quad (2)$$

$$E(S) = \sum_{i=1}^{n} i \cdot S_n(i)$$

En donde:

S_n es el vector de estado en el paso n.

$S_n(i)$ es la i-ésima componente del vector S_n indicando la probabilidad de que el sistema tome el valor i.

P es la matriz de transición de una etapa donde P_{ij} representa la probabilidad para que el sistema vaya del estado i al j.

r es el vector de estado inicial.

$E(S_n)$ representa el estado que se predice para el sistema y por tanto siendo el resultado de interés para decidir.

$P^{(n)}$ es la matriz de transición de n pasos, denotando con sus componentes $P_{ij}^{(n)}$ la probabilidad condicional de que el sistema se encuentre en el estado de degradación j dado que se encontraba en el estado i, lo anterior luego de n pasos.

Es importante hacer énfasis en que al tratar con probabilidades la matriz de transición de uno o varios pasos debe cumplir con el hecho que cada uno de sus componentes P_{ij} debe ser mayor o igual que cero, pero menor o igual a 1. Además la sumatoria de todas las probabilidades de transición de un estado a otro debe ser igual a 1, ya que en el tiempo $t+1$ el sistema puede estar en cualquier estado incluyéndose el mismo, esto se representa por: $\sum_j p_{ij} = 1$.

La matriz de transición P toma entonces la siguiente forma: para cada tiempo = 0,1,2,3,….. con n = 0,1,2,3,…. se tiene:

$$P(S_{t+n} = j / S_t = i) = P(S_n = j / S_o = i) \quad (3)$$

Si n = 1 se tendrá P_{ij}.

Si n = 0 se tendrá:

$$p_{ij}^{(0)} = P(S_0 = j / S_0 = i) = \begin{cases} 1 & si \quad i = j \\ 0 & si \quad i \neq j \end{cases} \quad (4)$$

3. REPRESENTACIÓN DE LA POLÍTICA DE MANTENIMIENTO

En este tipo de modelamiento es importante asumir que los intervalos de inspección deben ser lo suficientemente pequeños como para asegurar que el sistema no exceda en más de una clasificación entre intervalos [4]. En la realidad esta situación es práctica ya que estos intervalos frecuentemente tienen una periodicidad igual o incluso inferior a un mes y la decisión a tomar involucra el estado estable en años.

La escogencia de la filosofía de mantenimiento se centra en la selección del estado j al cual puede llegar la degradación del sistema y por tanto, una vez en el se debe recobrar un estado i. La información obtenida se puede representar en formato matricial, por ejemplo, si se define como política que se permitirá como máximo que el sistema alcance el estado 4 de degradación (Aceptable) y que se procederá entonces a regresar el sistema al estado 2 (Muy Bueno), tal como se definió en la Tabla 1, la matriz de mantenimiento (M) [4] será:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Y el vector de estado en el paso n será entonces:

$$S_n = r \cdot \left(M \cdot P \right)^{(n)} \tag{5}$$

Este tipo de modelo asume que la labor de mantenimiento se realiza garantizando que el sistema no cambia de estado antes de ser llevado a efecto.

La idea es que si no se realiza ningún tipo de mantenimiento el sistema irremediablemente caerá en el estado 7 de “En Falla”, sin embargo, realizando las intervenciones adecuadas el sistema permanece operacional por largos tiempos de ejecución.

De manera gráfica y por medio de una representación de estados, la degradación del sistema se puede representar como:

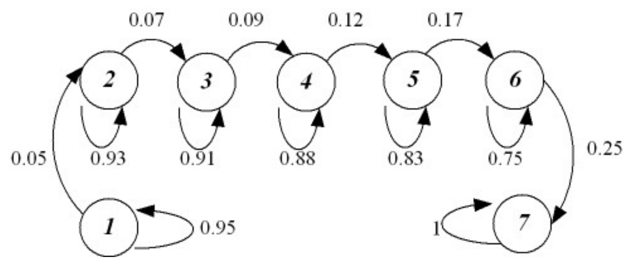

Figura 1. Degradación del sistema.

En la Figura 1 se puede observar que los valores escogidos de ejemplo para las probabilidades de transición reflejan el hecho que es mayor la probabilidad de permanecer en el mismo estado que la de pasar, esto refleja la degradación gradual que sufren los sistemas. Además se puede observar que a medida que se efectúa una transición de etapa crece la posibilidad de pasar de esta a otra etapa, reflejando el comportamiento progresivo de la degradación hasta que finalmente el sistema se encuentre en falla como es el caso del estado 7.

La matriz de transición de una etapa de forma matricial es la siguiente:

$$P = \begin{bmatrix} 0.95 & 0.05 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.93 & 0.07 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.91 & 0.09 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.88 & 0.12 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.83 & 0.17 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.75 & 0.25 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Al aplicar la filosofía de mantenimiento propuesta no se deben alcanzar etapas mayores a la 4, con lo cual la secuencia de etapas 2-3-4 se vuelve periódica en largos tiempos de ejecución y donde la etapa 4 es un estado que se alcanza pero en el cual no se debe permanecer.

Gráficamente esta filosofía se puede representar así:

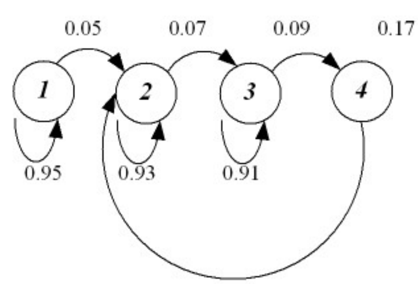

Figura 2. Implementación de política de mantenimiento.

Con el periodo del sistema identificado, todo el ciclo de vida del proceso se restringe justo en dos partes:

- Una primera que va desde el estado inicial al primer estado periódico, en nuestro caso del estado 1 al 2.
- Una segunda con un comportamiento periódico sucesivo, que en nuestro ejemplo cicla entre las etapas 2, 3 y 4.

Así, la duración esperada de tiempo para la primera parte es el tiempo $E\left(S_n\right)$ para alcanzar el estado periódico. Para la segunda parte, la distribución estacionaria del proceso se establece de las cadenas de Markov como sigue y aprovechando el hecho de ser irreducible y ergódica:

$$\pi = \pi \cdot P \tag{6}$$

E implementando la política de mantenimiento, entonces se puede escribir: [12][10][4]

$$\pi = \pi \cdot \left(M \cdot P\right) \tag{7}$$

Donde cada π_j se interpreta como la proporción de tiempo que el sistema permanece en el estado j luego de alcanzar el estado estable, o sea el comportamiento periódico. Si en el análisis consideramos un comportamiento para el ciclo de vida de N años y al sistema le toma N_1 años alcanzar la fase periódica, entonces se puede deducir que el sistema permanece en fase periódica por un tiempo de $N - N_1$ años. Para cualquiera de los estados periódicos i, el sistema permanecerá en él durante $\left(N - N_1\right) \cdot \pi_j$ años.

Así, si inicialmente evaluamos el comportamiento del sistema en 20, 50 y 100 pasos encontraremos que el vector de estado resultante de resolver la ecuación (5) será respectivamente:

$$S_{20} = \left[0.358 \ \ 0.408 \ \ 0.216 \ \ 0.018 \ \ 0 \ \ 0 \ \ 0\right]$$

$$S_{50} = \left[0.077 \ \ 0.500 \ \ 0.388 \ \ 0.035 \ \ 0 \ \ 0 \ \ 0\right]$$

$$S_{100} = \left[0.006 \ \ 0.521 \ \ 0.434 \ \ 0.039 \ \ 0 \ \ 0 \ \ 0\right]$$

De donde se puede concluir que a medida que pasa el tiempo, la probabilidad de que el sistema esté en el estado 1 es menor ya que este no pertenece al comportamiento periódico. Los estados 2 y 3 son donde se concentra la mayor probabilidad de encontrar el sistema siempre y cuando ya se haya alcanzado la periodicidad.

El comportamiento en estado estacionario del sistema (cuando n tiende a infinito) será entonces el encontrado al resolver la ecuación (7). A continuación se muestra este resultado de donde se observa que en el estado estacionario la probabilidad de encontrar el sistema en los estados 1, 5, 6 y 7 es de cero:

$$\pi = \left[0 \ \ 0.5231 \ \ 0.4375 \ \ 0.0394 \ \ 0 \ \ 0 \ \ 0\right]$$

Este resultado cobra su valor al compararlo con otros tipos de políticas a implementar, por ejemplo, si se quisiera implementa un método de mantenimiento donde no se alcanzara etapas superiores a 5, con lo cual la secuencia periódica sería 2, 3, 4 y 5. Se obtendría inicialmente la siguiente representación gráfica:

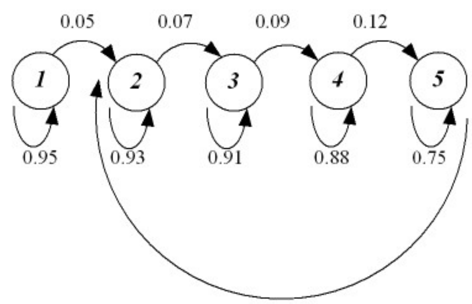

Figura 3: Implementación del segundo caso de política de mantenimiento.

La matriz M en este caso se define como:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Al evaluar el comportamiento del sistema en 20, 50 y 100 pasos mediante la ecuación (5) se encuentra que el vector de estado para cada caso es respectivamente:

$$S_{20} = \left[0.358 \ \ 0.351 \ \ 0.194 \ \ 0.088 \ \ 0.009 \ \ 0 \ \ 0\right]$$

$$S_{50} = \left[0.077 \ \ 0.383 \ \ 0.303 \ \ 0.212 \ \ 0.025 \ \ 0 \ \ 0\right]$$

$$S_{100} = [0.006 \;\; 0.393 \;\; 0.327 \;\; 0.245 \;\; 0.029 \;\; 0 \;\; 0]$$

Es importante notar como las probabilidades para el primer estado no cambian de acuerdo con la filosofía anterior, lo cual era de esperarse ya que debe existir la misma probabilidad de permanecer en este estado en ambos casos y solo deben variar las probabilidades correspondientes a los estados periódicos.

La distribución estacionaria para este segundo caso resultante de evaluar la ecuación (7) será:

$$\pi = [0 \;\; 0.394 \;\; 0.329 \;\; 0.247 \;\; 0.030 \;\; 0 \;\; 0]$$

garantizar que el sistema no ingrese en los estados definidos con alta degradación, es más, se necesitará actuar con mayor celeridad una vez el sistema ingrese en el estado 5 del segundo modelo ya que la probabilidad para que el sistema permanezca ahí es menor a la presentada en el estado 4 para el primer modelo. De forma gráfica podemos representar estos resultados como se observa en la Figura 4

Como los π_j representan la proporción de tiempo que el sistema estará en el estado j cuando se alcance el estado estable, en la Figura 4 el ancho de cada intervalo representa esta proporción según el modelo. A menor probabilidad de estar en un estado se requiere de más acciones de mantenimiento, incluso antes de finalizar un ciclo es necesario intensificar el mantenimiento con el fin de evitar que el sistema pase del estado máximo permitido. Este comportamiento se refleja mediante la escala de intervalos de mantenimiento en la parte superior de cada modelo en la Figura 4.

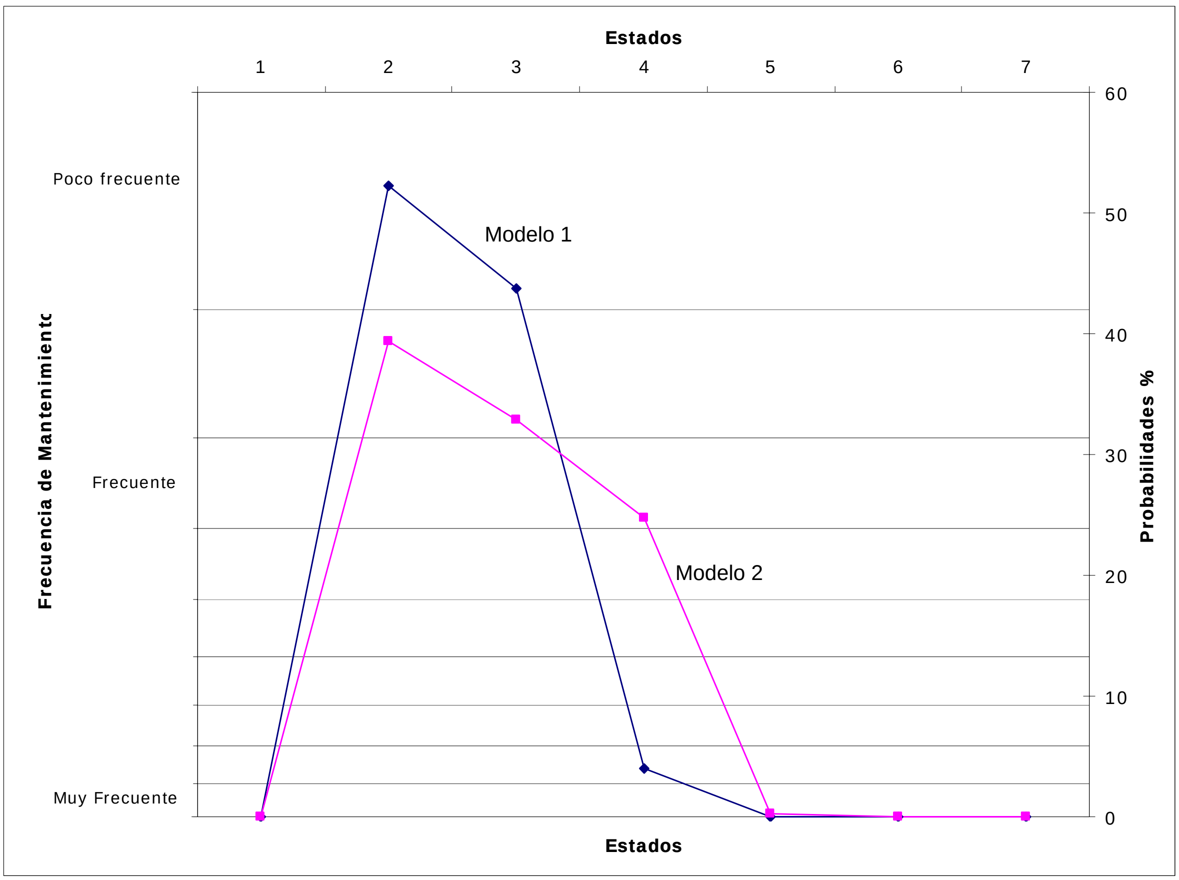

Figura 4. Periodicidad de Mantenimiento de acuerdo con cada modelo de política.

Comparando este resultado con el anterior se puede observar que el sistema permanecerá en el segundo modelo menos tiempo en los estados definidos como de mejor condición y adicionalmente la probabilidad de encontrar el sistema en el último estado aceptable decrece, es decir, en el primer caso la probabilidad de hallar el sistema en el estado 3 es del 43,75% mientras en el segundo caso la probabilidad de hallar el sistema en el estado 4 es del 24,7%. Estos resultados tiene grandes implicaciones, ya que se requerirá de la disminución de los tiempos entre los intervalos de inspección para

4. CONCLUSIONES

Las decisiones tomadas en cuanto a la implementación de filosofías y/o políticas de mantenimiento no se deben restringir solamente al monitoreo de sistemas completos o sus componentes, estas decisiones deben estar basadas en análisis completos que permitan definir claramente caminos a seguir durante las actividades de mantenimiento.

Una de las metodologías existentes para tratar este tipo de retos son las cadenas de Markov las cuales presentan un marco teórico definido especialmente para adentrarse dentro de la solución de problemas donde las variables son probabilísticas, como es el caso de las probabilidades de falla y de condición en los sistemas de producción o cualquier activo requiriendo mantenimiento.

El modelamiento de políticas de mantenimiento bajo las cadenas de Markov permite predecir como se comportará un sistema durante su ciclo de vida, determinar las estrategias a tomar e identificar los tipos de riesgo involucrados con cada estrategia en estudio.

Toda la información obtenida por el modelo se puede complementar o puede incluso servir como datos de alimentación para definir presupuestos, políticas de cambio de partes, priorización de recursos e incluso definir requerimientos de compra de repuestos.

Es vital definir claramente las escalas de degradación pertinentes para cada caso en particular. Además los parámetros del sistema requieren de una evaluación independiente ya sea que se obtengan de autores, fabricantes o sean el producto de análisis estadísticos sobre datos obtenidos en campo.

La determinación y evaluación de políticas de mantenimiento es un campo altamente probabilístico. Este artículo es el inicio de un camino en el cual se pretende seguir ahondando sobre técnicas para la evaluación de este tipo de problemas y ampliar su campo de acción a la evaluación económica, consecuencias, impacto y acciones derivadas.

5. BIBLIOGRAFÍA

[1] Ma L, Sun Y & Mathew J. (2004) Asset Management Process Modelling. Proceedings of the Internacional Conference of Maintenance Societies, Sydney, Australia.

[2] Augustine O. Esogbue, and Warren E. Hearnes. On Replacement Models Via a Fuzzy Set Theoretic Framework. IEEE Transactions On Systems, Man, And Cybernetics—Part C: Applications And Reviews, Vol. 28, No. 4, November 1998

[3] Mathew, Avin and Zhang, Sheng and Ma, Lin and Earle, Tom and Hargreaves, Doug (2006). Reducing Maintenance Cost Through Effective Prediction Analysis and Process Integration. Advances in Vibration Engineering 5(2):pp. 87-96.

[4] Zhang Yan, Godfried Augenbroe, Vidakovic Brani. Uncertainty Analysis in Using Markov Chain Model to Predict Roof Life Cycle Performance. 10DBMC International Conférence on Durability of Building Materials and Components LYON [France] 17-20 April 2005

[5] Tadao Murata. Petri Nets: Properties, Analysis and Applications. IEEE, Vol 77 No 4. Abril de 1989. pág 541 a 580

[6] Altman Eitan, Gaujal Bruno, Hordijk Arie. Discrete-Event Control of Stochastic Networks: Multimodularity and Regularity. Mathematical Institute, Leinden University, Leiden, The Netherlands. August 4, 2003.

[7] Smith David J. Reliability, Maintainability and Risk. Butterworth-Heinemann. Linacre House, Jordan Hill, Oxford OX2. ISBN 0 7506 5168 7

[8] B.S. Dhillon. Engineering Maintenance: A Modern Approach. 2002 by CRC Press LLC. ISBN 1-58716-142-7.

[9] R. Keith Mobley. An Introduction to Predictive Maintenance. Segunda Edición. Butterworth-Heinemann, 2002. ISBN 0-7506-7531-4.

[10] Giraldo Suárez, Eduardo. Redes de Petri Estocásticas, Cadenas de Markov, Técnicas de Análisis. Apuntes de Clase Maestría en Ingeniería Eléctrica, Universidad Tecnológica de Pereira. 2006.

[11] A. M. Behrens and F. Choobineh, “Can economic uncertainty always be described by randomness?” in Proc. 1989 Int. Ind. Eng. Conf., pages 116–120.

[12] Bobbio Andrea. System Reliability Assessment. A.G. Colombo and A. Saiz de Bustamante. pág 102-143, 1990.