

MODELO GLOBAL DE LA DINÁMICA DE CONTACTO RUEDA-CARRIL PARA DETERMINAR LA VIBRACIÓN DE UN PUNTO DEL CARRIL AL PASO DE UN TREN

RESUMEN

Las irregularidades del perfil de las ruedas constituyen la fuente de las vibraciones generadas al paso de un tren. Estas vibraciones se transmiten al entorno afectando las zonas próximas al sistema ferroviario. En este trabajo, se presenta un modelo analítico de contacto rueda-carril basado en la teoría de Hertz, con el objetivo de estudiar las vibraciones en un punto de la vía. Se analiza la viabilidad de utilizar el contacto lineal y el no lineal. Mediante este modelo se estudia la respuesta de la vía, ante la presencia de planos y otras irregularidades en el perfil de la rueda.

PALABRAS CLAVES: Contacto rueda-carril, teoría de Hertz, perfil de irregularidades de las ruedas.

ABSTRACT

The profile irregularities of railway wheels are the main source of vibrations generated by the passage of a train. These vibrations are transmitted to the surroundings, affecting the zones near the railway network. In this work, an analytical wheel-rail contact model based on the hertzian contact theory is presented, with the aim of studying the vibration in a track location. The utility of the linear and nonlinear contact is analyzed. Using this model, the rail response to the presence of wheel flats and other wheel profile irregularities is studied.

KEYWORDS: Wheel-rail contact, hertzian theory, wheel profile irregularities.

JESÚS OTERO YUGAT

Ingeniero Mecánico
Doctorando
Universidad Politécnica de Cataluña
jesus.otero-yugat@upc.edu

JORDI MARTÍNEZ

Doctor Ingeniero Industrial
Titular de Universidad
Universidad Politécnica de Cataluña
jmartinez.miralles@upc.edu

MARÍA ANTONIA DE LOS SANTOS

Doctora en Ciencias Físicas
Titular de Universidad
Universidad Politécnica de Cataluña
tania.santos@upc.edu

SALVADOR CARDONA

Doctor Ingeniero Industrial.
Catedrático de Universidad
Universidad Politécnica de Cataluña
salvador.cardona@upc.edu

1. INTRODUCCIÓN

Cuando una rueda se desplaza a una determinada velocidad sobre el carril, las irregularidades presentes en la superficie de la rueda, originan vibraciones que se transmiten al entorno.

Los modelos de generación de vibraciones generadas por el contacto rueda-carril, permiten estudiar la relación existente entre las vibraciones producidas en un punto del carril y las irregularidades del perfil de las ruedas. Atendiendo a lo establecido en [1], de estas irregularidades destacan significativamente los planos y la rugosidad de los perfiles, ya que pueden ser responsables de altos niveles de vibración.

En la práctica, a pesar de que la rueda puede ser idealizada como un sistema lineal, la deformación local elástica de la zona de contacto presenta características de rigidez no lineal. No obstante, usualmente se justifica el uso de un modelo de contacto lineal en base al hecho de que las deformaciones son pequeñas, aunque esta aplicación se encuentre limitada en función de las irregularidades en la rueda.

En este artículo se presenta un modelo global de generación de vibraciones que comprende el modelo de la vía, el modelo del material rodante y el modelo de fuerza de contacto entre una rueda y el carril. Con el objetivo de estudiar las vibraciones en un punto de la vía, se emplea el modelo de contacto de Hertz, en su versión lineal y no lineal, para determinar dicha fuerza, con la intención de comparar los resultados y determinar el margen de validez del modelo lineal. Estos modelos serán lo más sencillo posible garantizando que el sistema quede adecuadamente representado y que no se produce pérdida de información fundamental.

2. MODELO DINÁMICO DE LA VÍA

Para analizar el comportamiento dinámico de la vía se han desarrollado dos modelos distintos. El primero es un modelo de vía continua en el cual el carril se considera como una viga infinita de Euler, y las traviesas y el balasto se consideran como masas uniformemente distribuidas a lo largo de la vía. Entre el carril y las traviesas, así como entre las traviesas y el balasto se considera rigidez y amortiguamiento por histéresis, también uniformemente distribuidos.

Resultados anteriores de [2,3], muestran que este modelo describe correctamente el comportamiento dinámico de la vía, hasta frecuencias del orden de 500 Hz. Para frecuencias superiores, aparecen los modos propios asociados al apoyo discreto del carril sobre las traviesas, así como otros modos propios del carril. Las vibraciones producidas por el paso de un tren y que afectan al entorno, están comprendidas entre 10 y 400 Hz, lo que justifica la consideración del modelo continuo de vía.

El segundo modelo de vía, es un modelo de dos grados de libertad obtenido mediante análisis modal a partir del modelo de vía continua. Los parámetros modales: inercia, rigidez y amortiguamiento viscoso, se obtienen del análisis de la receptancia de la vía obtenida con el modelo de vía continua. Dicha receptancia relaciona el desplazamiento vertical del carril en un punto con la fuerza vertical aplicada en el mismo punto.

Las frecuencias propias de los dos grados de libertad corresponden a los máximos de la receptancia vertical de la vía en el margen frecuencial de hasta 500 Hz. En la figura 1 se presenta una comparación de la receptancia de la vía, magnitud y fase, calculada con los dos modelos descritos. No se observan diferencias significativas entre ambas en el margen de frecuencias de interés.

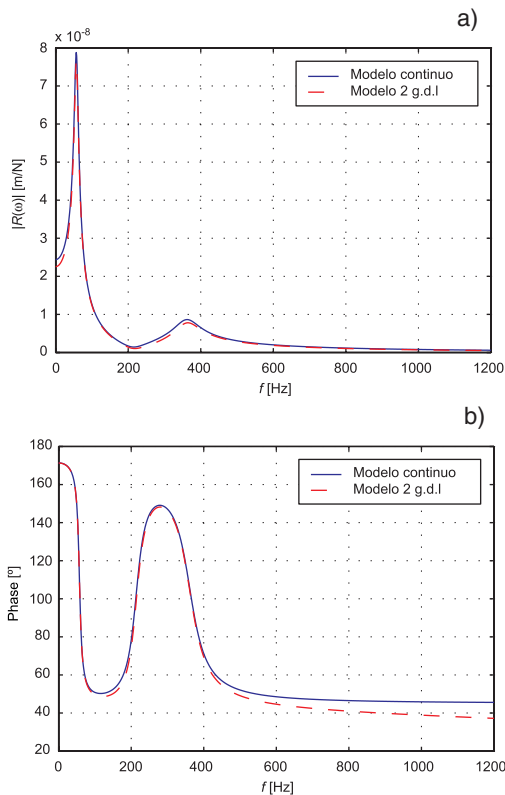


Figura 1. Comparación de la receptancia vertical de la vía determinada a partir del modelo de vía continua y del modelo simplificado. a. Amplitud. b. Fase.

El interés que presenta el modelo de dos grados de libertad reside en ser de más fácil implementación, en el

sistema de ecuaciones que describen la interacción rueda-carril y que conducen a la simulación de la generación de vibraciones.

3. MODELO DINÁMICO DE LA INTERACCIÓN RUEDA-CARRIL PARA DETERMINAR LA FUERZA DE CONTACTO

El objetivo del modelo dinámico que se presenta es la determinación de la historia temporal de la fuerza de contacto. El modelo dinámico consta de tres partes: el modelo de vía, el modelo de rueda y el modelo de fuerza de contacto. El modelo de vía es el modelo de dos grados de libertad expuesto en el apartado 2 y se esquematiza en la figura 2.

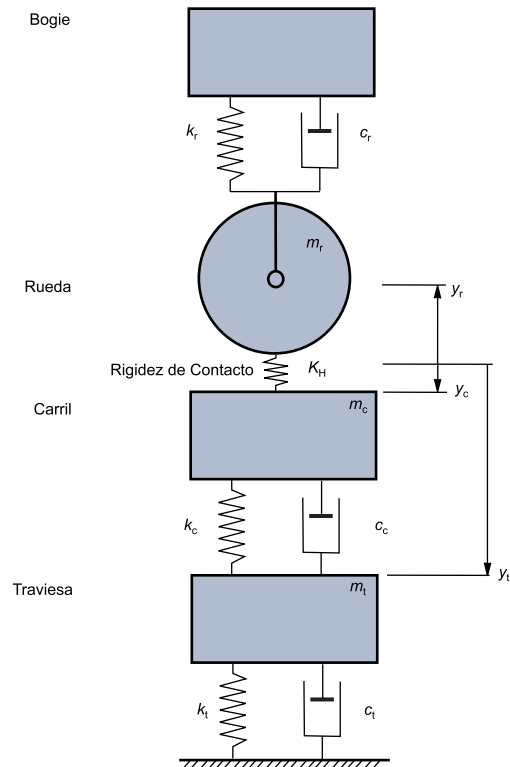


Figura 2. Modelo dinámico de la interacción rueda-carril considerando al carril como un sistema de dos grados de libertad.

La rueda se modeliza como una masa rígida con una suspensión primaria, conformada por un sistema muelle-amortiguador de comportamiento lineal. Se considera que la masa no suspendida, bogie más coche, no está afectada por el movimiento de la suspensión. Esta premisa es válida para frecuencias superiores a 10 Hz, que es el caso considerado. El peso del coche se reparte sobre las ocho ruedas de los dos bogies. A través de este modelo se determina el desplazamiento vertical del centro de la rueda que interviene en la expresión de la fuerza de contacto. Las ecuaciones de movimiento que describen la dinámica del modelo de interacción, se representan a continuación.

$$m_r \ddot{y}_r + c_r \dot{y}_r + k_r y_r - F = W_1 \quad (1)$$

$$m_c \ddot{y}_c + c_c (\dot{y}_c - \dot{y}_t) + k_c (y_c - y_t) + F = W_2 \quad (2)$$

$$m_t \ddot{y}_t + c_c (\dot{y}_t - \dot{y}_c) + k_c (y_t - y_c) + c_t \dot{y}_t + k_t y_t = W_3 \quad (3)$$

donde los subíndices r, c y t identifican respectivamente los parámetros de inercia, amortiguamiento y rigidez de la rueda, del carril y de las traviesas. W_1 , W_2 y W_3 son fuerzas constantes determinadas en condiciones de reposo y F representa la fuerza de contacto.

El modelo de la fuerza de contacto se basa en la teoría de contacto no lineal de Hertz. Así la fuerza se considera directamente proporcional a la deflexión elástica de contacto elevada a una potencia.

Esta formulación depende de los desplazamientos verticales del carril y de la rueda, del radio r de la rueda, de su perfil de irregularidad ε , expresado en función del tiempo y por tanto dependiente de la velocidad, y de la constante de elasticidad no lineal K_H , que se obtiene a partir de los radios de curvatura de las superficies en contacto y de las propiedades de sus materiales constituyentes.

$$F = \begin{cases} K_H (y_c - y_r + r - \varepsilon(t))^{3/2} & \delta = y_c - y_r + r - \varepsilon(t) > 0 \\ 0 & \delta = y_c - y_r + r - \varepsilon(t) \leq 0 \end{cases} \quad (4)$$

Cuando la deformación conjunta δ es pequeña, el modelo lineal de contacto de Hertz representa una alternativa de cálculo de la fuerza. El trabajo desarrollado por [4] limita el empleo de esta modelización, bajo ciertas condiciones de la amplitud del valor eficaz del perfil de rugosidad de la rueda, así como también de la deformación estática en la zona de contacto. Las ecuaciones 5 y 6 muestran la formulación del modelo lineal de contacto de Hertz.

$$F = W + dF \quad (5)$$

$$dF = \frac{3}{2} K_H \delta_0^{1/2} d\delta \approx C_H d\delta \quad (6)$$

donde W representa la octava parte del peso del coche, dF la componente fluctuante de la fuerza de contacto, C_H la constante de elasticidad linealizada, δ_0 la deformación conjunta estática y $d\delta$ la componente fluctuante de la deformación de contacto.

Los modelos previamente expuestos dependen de las irregularidades presentes en el perfil de la rueda, por lo que resulta necesario realizar un análisis de las modelizaciones asociadas a tales imperfecciones.

4. MODELO DEL PERFIL DE IRREGULARIDAD DE LA RUEDA

Dos idealizaciones diferentes han sido empleadas para modelar el perfil de irregularidad de la rueda. La primera de ellas hace referencia a los planos incipientes en las ruedas, los cuales se originan debido al bloqueo y deslizamiento de las mismas sobre el carril, durante el frenado del tren.

Esta situación se produce por la carencia de adhesión en la interfase rueda-carril y por defectos en el sistema de frenado del tren, conllevando a un desgaste severo de la zona de la rueda que se encuentra en contacto con el carril, lo cual contribuye a la formación de estos planos. Según la metodología expuesta por [5], es posible modelizar la geometría de un plano redondeado en sus extremos, atendiendo al perfil de irregularidad descrito en la ecuación 7.

$$\varepsilon(x) = \frac{d}{2} \left(1 - \cos \left(\frac{2\pi x}{l} \right) \right) \quad (7)$$

Donde d representa la profundidad del plano y l su longitud, las cuales se relacionan según la ecuación 8.

$$d \approx \frac{l^2}{8r} \quad (8)$$

El segundo modelo utilizado para describir el perfil de irregularidad de la rueda, parte de las investigaciones desarrolladas por [6], a través de las cuales se presentaron una serie de resultados experimentales, referidos a las irregularidades presentes en las ruedas y carriles de un sistema ferroviario.

A partir de los resultados esquematizados en el citado trabajo, se ha generado un perfil teórico de la rueda con fase aleatoria, el cual considera el aporte de las irregularidades formadas por el contacto rueda-carril, así como también aquellas producidas por la corrugación propia del carril.

Los espectros asociados al perfil de rugosidad se obtuvieron a partir de los espectros de potencia esquematizados en [6] y dependientes de la longitud de onda, introduciendo una fase aleatoria para cada uno de sus componente. La figura 4 muestra el perfil de irregularidad con fase aleatoria, obtenido para una rueda que presenta severas condiciones de rugosidad en su periferia.

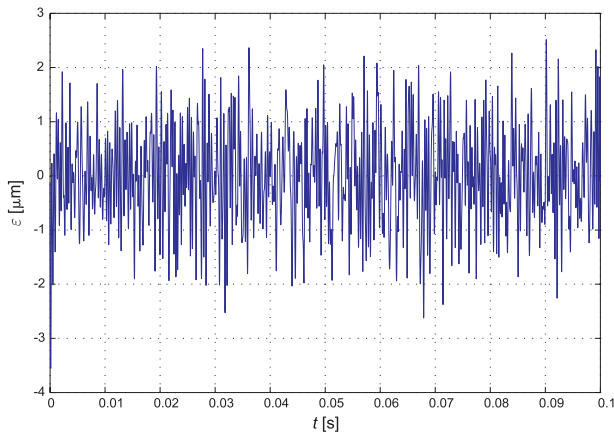


Figura 4. Perfil severo de irregularidad para una rueda.

5. HISTORIA TEMPORAL DE LA FUERZA DE CONTACTO

En esta sección se presenta la historia temporal de la fuerza de contacto obtenida a partir del modelo dinámico propuesto. La fuerza se obtiene mediante el modelo de contacto lineal y no lineal de Hertz, con la finalidad de establecer una comparación entre la viabilidad y alcance de ambos, justificando de esta forma la conclusión establecida por [4]. Para ello se consideran tres situaciones de interacción rueda-carril, que hacen referencia a los perfiles de irregularidad analizados en el apartado 4. La figura 5 muestra la historia temporal de la fuerza de contacto, para una rueda lisa con un plano en su perfil, calculada mediante el modelo lineal y no lineal. Se observan diferencias significativas, entre los resultados obtenidos por medio de la aplicación de ambas modelizaciones, debidas principalmente a la importancia de la irregularidad.

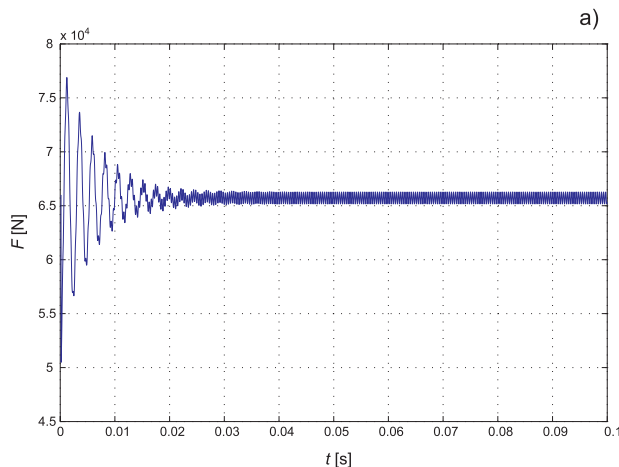


Figura 5.a. Fuerza de contacto con un plano obtenida a través del modelo no lineal.

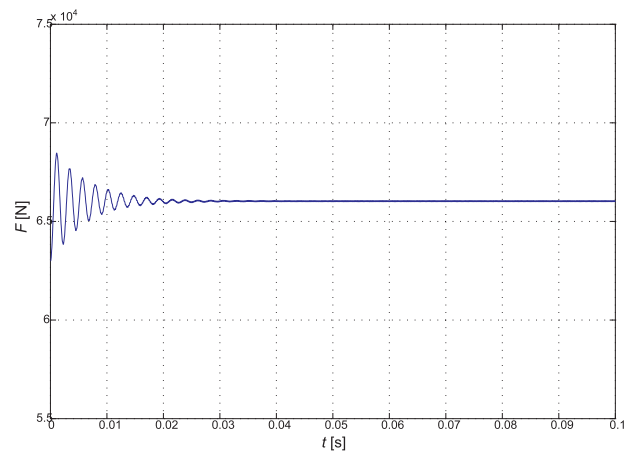


Figura 5.b. Fuerza de contacto con un plano obtenida a través del modelo lineal.

Por otra parte en la figura 6, se puede apreciar la historia temporal de la fuerza de contacto, determinada para una rueda con un perfil severo de irregularidad.

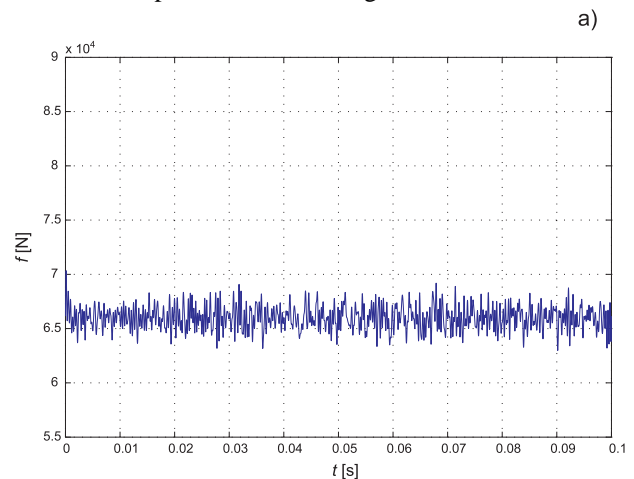


Figura 6.a. Fuerza de contacto para un perfil de irregularidad severo obtenida a través del modelo no lineal.

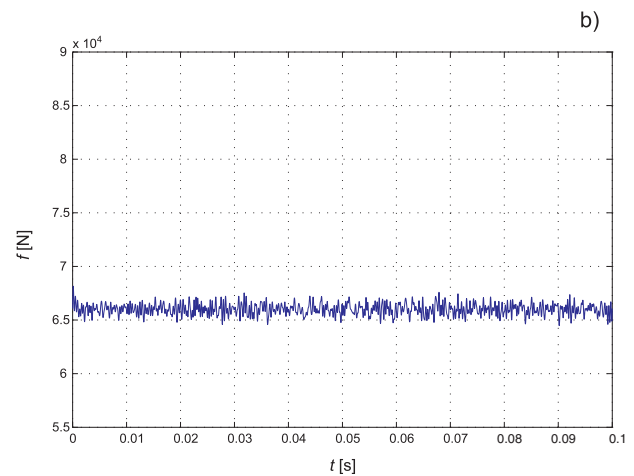


Figura 6.b. Fuerza de contacto para un perfil de irregularidad severo obtenida a través del modelo lineal.

Si la rueda presenta una irregularidad severa, se observa que se presentan diferencias significativas, entre la

aplicación del modelo lineal de contacto y el modelo no lineal. Finalmente, si se determina la fuerza de contacto considerando que la rueda posee un perfil moderado de irregularidad, se originan resultados similares a través del empleo de ambas modelizaciones.

6. HISTORIA TEMPORAL DE LA VELOCIDAD DE DESPLAZAMIENTO EN UN PUNTO FIJO DEL CARRIL PARA DIFERENTES PERFILES DE RUEDA

La evolución temporal del desplazamiento vertical de un punto fijo del carril provocado por la fuerza de contacto que actúa sobre el carril, se caracteriza mediante la metodología basada en el producto de convolución de núcleo variable propuesto por [7] y representado por medio de la ecuación 9.

$$\dot{y}(t) = \int_0^t F(\tau)h(t-\tau)d\tau \tag{9}$$

Esta metodología parte de la respuesta impulsional cruzada h de la vía, obtenida a partir de la movilidad vertical del modelo de vía continuo, definida como la relación existente entre la velocidad vertical del carril y la velocidad aplicada en el mismo, según lo expresado en la ecuación 10.

$$M(\omega) = \frac{\dot{y}_c(x,t)}{F e^{j2\pi ft}} \tag{10}$$

Esta respuesta impulsional permite describir la velocidad vertical del carril, en un punto de contacto situado a una determinada posición, correspondiente a una fuerza ejercida por la rueda sobre el carril, localizada a una cierta distancia, permitiendo así considerar el efecto producido por la velocidad de desplazamiento del tren. La figura 7, muestra la historia temporal de la velocidad de desplazamiento en un punto del carril, obtenida a partir de la fuerza de contacto hallada para un perfil severo de rugosidad y empleando tanto el modelo lineal como el no lineal.

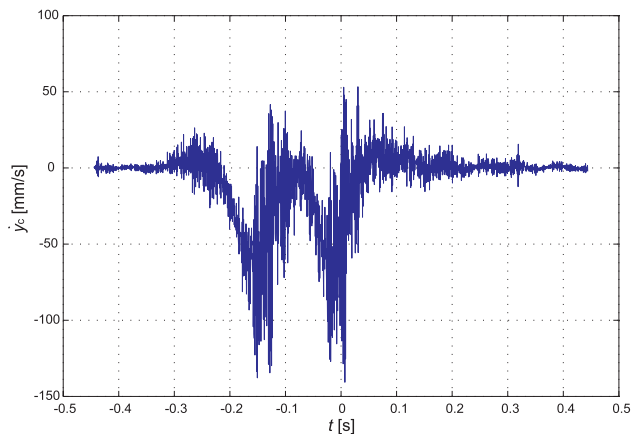


Figura 7.a. Velocidad de desplazamiento del carril al paso de un bogie obtenida por medio del modelo no lineal para un perfil severo de irregularidad.

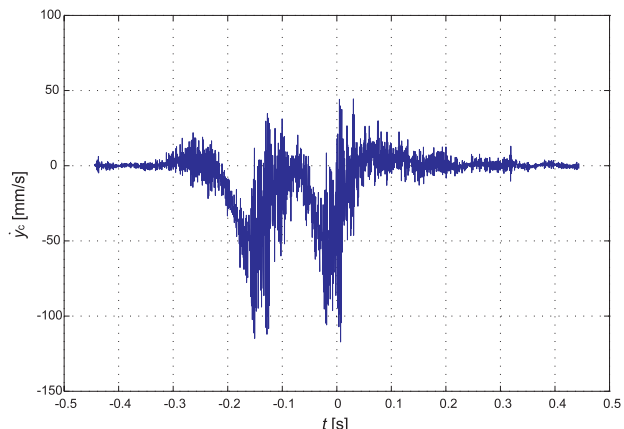


Figura 7.b. Velocidad de desplazamiento del carril al paso de un bogie obtenida por medio del modelo lineal para un perfil severo de irregularidad.

La figura 8 esquematiza los resultados originados cuando la rueda posee un plano en su superficie.

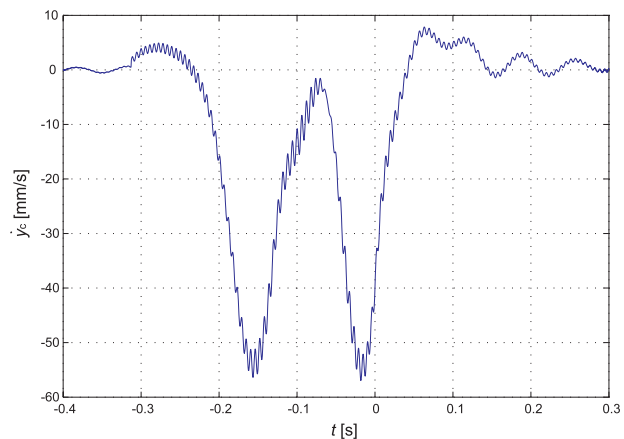


Figura 8.a. Velocidad de desplazamiento del carril al paso de un bogie obtenida por medio del modelo no lineal para un plano.

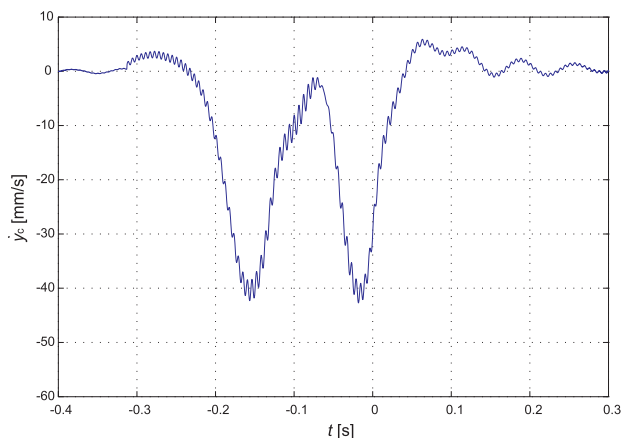


Figura 8.b. Velocidad de desplazamiento del carril al paso de un bogie obtenida por medio del modelo lineal para un plano.

Análogamente al apartado anterior, se observan diferencias significativas entre los resultados obtenidos por medio de la teoría no lineal de contacto y la teoría

lineal; acentuándose para el caso en el cual la rueda tenga un plano en su superficie o bien cuando el perfil de irregularidad sea severo. Si dicho perfil es moderado, se originan historias temporales de la velocidad de desplazamiento en un punto fijo del carril, con diferencias poco apreciables.

7. CONCLUSIONES

El modelo descrito en el presente artículo, ha sido desarrollado para describir la interacción rueda-carril en la dirección vertical.

El modelo simplificado del carril obtenido a partir del análisis modal, es adecuado para estudiar la dinámica de la interacción rueda-carril para el rango frecuencial de interés. El contacto de Hertz se muestra como un método válido, para determinar la evolución temporal de la fuerza de contacto entre la rueda y el carril.

Se ha desarrollado un modelo global de la dinámica del contacto rueda-carril, que permite determinar la vibración de un punto del carril al paso de un bogie, con diferentes características en la superficie de sus ruedas.

Comparando la teoría de contacto no lineal de Hertz con la teoría lineal, se ha observado que el modelo lineal de fuerza de contacto presenta serias limitaciones, para el caso en que los perfiles de irregularidad sean significativos, y para cuando se presenten discontinuidades discretas o planos en la rueda.

El modelo presentado permite estudiar la influencia que posee la presencia de diversos tipos de irregularidades en la superficie de una rueda, en la producción de vibraciones debido al contacto rueda-carril.

El modelo presentado constituye la base para estudiar la generación de vibraciones al paso de un tren en el sistema ferroviario

8. AGRADECIMIENTOS

Este proyecto de investigación (TRA2004 – 02624 / TREN) se está llevando a cabo gracias al soporte económico del Ministerio de Educación y Ciencia de España, dentro del Plan Nacional de I + D + I del año 2004.

9. BIBLIOGRAFÍA

- [1] WU, T.X., THOMPSON, D.J. *A hybrid model for the noise generation due to railway wheel flats*. Journal of Sound and Vibration 251(1), 2002, pp. 115 – 139.
- [2] DE LOS SANTOS, M.A., MARTÍNEZ, J., CARDONA, S. *A convolution application to determine the dynamic response of a railway track*. Mechanical Systems and Signal Processing 9(6), 1995, pp. 707 – 708.
- [3] GRASSIE, S.L., GREGORY, R.W., HARRISON, D., JOHNSON, K. L., *The dynamic response of railway track to high frequency vertical excitation*. Journal of Mechanical Engineering Science 24(2), 1982, pp. 77 – 90.
- [4] THOMPSON, D.J., WU, T.X., ARMSTRONG, T. *Wheel/rail rolling noise – The effects of non-linearities in the contact zone*. Tenth International Congress on Sound and Vibration. 2003.
- [5] NEWTON, S.G., CLARK, R.A. *An investigation into the dynamic effects on the track of wheel flats on railway vehicles*. Journal of Mechanical Engineering Science 21, 1979, pp. 287 – 297.
- [6] DINGS, P.C., DITTRICH, M.G. *Roughness on Dutch railway wheels and rails*. Journal of Sound and Vibration 193(1), 1996, pp. 103 – 112.
- [7] MARTÍNEZ, J., DE LOS SANTOS, M.A., CARDONA, S. *A convolution method to determine the dynamic response in a railway track submitted to a moving vertical excitation*. Machine Vibration 4, 1995, pp. 142 – 146.