

MOTOR DE INDUCCIÓN: OBTENCIÓN DE P Y Q ANTE VARIACIONES DE VOLTAJE

RESUMEN

En el presente artículo se desarrolla una metodología útil para evaluar las variaciones en la potencia activa P y reactiva Q presentadas en el Motor de Inducción (MI) ante cambios en la magnitud del voltaje. Dicho análisis emplea modelos lineales y es útil para el modelamiento de la máquina de inducción en sistemas de distribución.

PALABRAS CLAVES: Modelamiento de carga, Circuito equivalente de motor de inducción, variación de voltaje.

ABSTRACT

This paper shows a technique that can be used for compute the changes in the active power P and reactive power Q when the voltage changes. This approach is useful in distribution systems and represents an induction motor through a linear model that can represent active and reactive power changes.

KEYWORDS: Load modeling, MI equivalent circuit, voltage changes.

DARÍO E. RODAS R

Ingeniero Electricista
Profesor Titular
Universidad Tecnológica de
Pereira.
drodas@utp.edu.co

FABIO A. OCAMPO MUÑOZ

Ingeniero Electricista, M.Sc
Profesor Asistente
Universidad Tecnológica de
Pereira.
faom@utp.edu.co

ANDRÉS ESCOBAR MEJÍA

Ingeniero Electricista, M.Sc
Profesor Auxiliar
Universidad Tecnológica de
Pereira
andreses1@utp.edu.co

1. INTRODUCCIÓN

Los analistas de sistemas de potencia cuando se ven abocados al estudio de sistemas de distribución deben contar con los modelos de las cargas con el fin de planear la expansión de los sistemas eléctricos [1]. En este artículo se desarrolla una metodología que permite analizar el comportamiento de la potencia activa P y reactiva Q que el motor de inducción toma de la red eléctrica durante cambios de voltaje en los terminales, lo cual permitirá acondicionarlo en cada iteración en los flujos de carga.

En [2] se representa el motor de inducción mediante un modelo de potencias en función del voltaje aplicado. Dicho modelo se comprobará en este artículo y de no tener vigencia se pondrán otras alternativas.

2. MOTORES Y CARGA

La diversidad de motores existentes al igual que las diferentes cargas mecánicas que el motor deberá accionar dificultan la obtención de un modelo único que permita evaluar las potencias activa y reactiva que el motor toma de la red ante cambios de voltaje.

En el caso de motores jaula de ardilla, existen diferentes diseños: A, B, C, D [3], [8], etc; adicionalmente estos diseños, aparentemente estandarizados, presentan diferencias si se trata, bien sea, de motores pequeños, medianos o grandes, razón por la cual es aventurado pretender desarrollar un modelo único y en lugar de esto, se presenta una metodología que se debe seguir para

solucionar el problema mencionado. Dicha metodología se validará con dos motores.

Es probable que respecto al motor de inducción se pueda trabajar en el sistema por unidad (pu), en cuyo caso los valores típicos o rangos en los que se ubican los parámetros del motor de inducción están dados por [13]:

Las resistencias del estator y la del rotor referida al estator se ubican entre 1% a 5%.

La reactancia del estator del 6% al 12%.

La reactancia del rotor referida al estator entre un 8% y un 12%.

La reactancia de magnetización del 150% al 350%

2.1 Motor Utilizado

Motor 1: Presentado en [10]. Motor de 20Hp, 380V, 50Hz, de 4 polos, con los siguientes parámetros:

$$R_s = 0,29 \Omega, \quad R'_r = 0,38 \Omega, \quad X_m = 14,86 \Omega, \\ X_s = X'_r = 0,85 \Omega.$$

En donde:

R_s : Resistencia del estator

R'_r : Resistencia del rotor referida al estator

X_m : Reactancia de magnetización modelada en serie

X_s : Reactancia de dispersión del estator

X'_r : Reactancia de dispersión del rotor referida al estator

Motor 2: Presentado en [12]. Motor de 1000Hp, 2200V, 60Hz, de 24 polos, con los siguientes parámetros:

$$R_s = 0,137 \, \Omega, \quad R'_r = 0,139 \, \Omega, \quad X_m = 18 \, \Omega, \\ X_s = 0,572 \, \Omega, \quad X'_r = 0,565 \, \Omega.$$

2.2 Carga

Los tipos de cargas más representativas que se pueden acoplar al eje de la máquina son:

- $T_{11} = \text{constante}$
- $T_{12} = a + b (\text{Rpm})^2$
- $T_{13} = c + d / (\text{Rpm})$

Carga a): Torque constante. Este tipo de torque se observa principalmente en máquinas empleadas como herramientas con fuerza de corte constante; es propia de aparatos de elevación, bandas transportadoras, cepillos, bombas y compresores de émbolo que se impulsan venciendo una presión constante, laminadoras, trenes de rodillos, molinos sin efecto ventilador.

La mayoría de las cargas que se encuentran a nivel industrial corresponden a este tipo.

Carga b): El torque crece proporcional al cuadrado de la velocidad. Es propia de ventiladores, bombas, centrifugadores, compresores, bancos de prueba. Se observa en máquinas de émbolo que alimentan una red de tuberías abiertas, bombas centrífugas, ventiladores y soplantes centrífugos. Se caracterizan por su arranque bajo carga. Muy pocas cargas presentan esta característica.

La carga c): Potencia constante. El torque está en proporción inversa con la velocidad. Es propia de fresadoras, bobinadoras, descortezadoras, mecanismos de elevación y traslación, agitadores y molinos. Se observa en procesos de regulación, tornos, y máquinas herramientas similares.

Si las transmisiones se ejecutan por medio de correas o engranajes, se debe referir el torque resistente a la velocidad de rotación del motor.

3. MODELO PARA SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN

La obtención de un modelo adecuado para cargas dinámicas es de gran importancia para estudios de estabilidad en los sistemas eléctricos [4], [5]. Diferentes modelos son implementados para los análisis [6] y se fundamentan en el comportamiento de la potencia activa y reactiva que consume la máquina cuando ocurren variaciones en el voltaje y la frecuencia a la entrada [7].

Una representación del modelo de la máquina cuando solamente se varía el voltaje aplicado es como la que se presenta en [2]:

$$P = 0,720 + 0,109|V| + 0,172|V|^{-1}. \\ Q = 2,8 + 1,63|V| - 7,6|V|^2 + 4,89|V|^3.$$

En donde:

P = Potencia activa en P.U

Q = Potencia reactiva en P.U

V = Voltaje en P.U

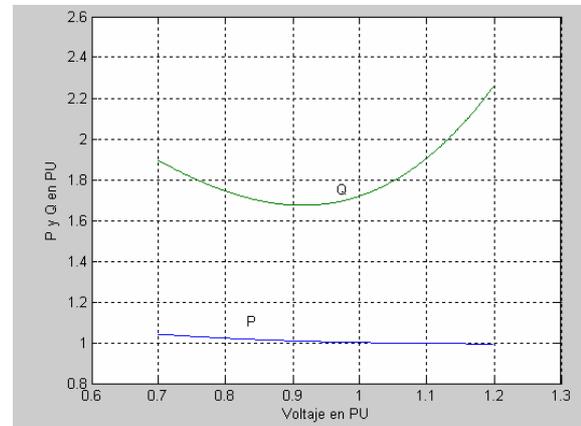


Figura 1. Potencia activa P y Reactiva Q en función del voltaje

Variando el voltaje entre $0,7V_n$ y $1,2V_n$ se obtienen las curvas mostradas en la figura 1.

De la figura 1 se observa que el modelo recomendado debe ser revisado pues el comportamiento de la potencia reactiva no es lógico.

4. METODOLOGÍA RECOMENDADA

El análisis se realiza a partir del circuito equivalente convencional. En dicho circuito se desprecia la resistencia asociada al hierro de la máquina y por lo tanto, en la rama de excitación se incluye solamente la reactancia de magnetización (Ver figura 2).

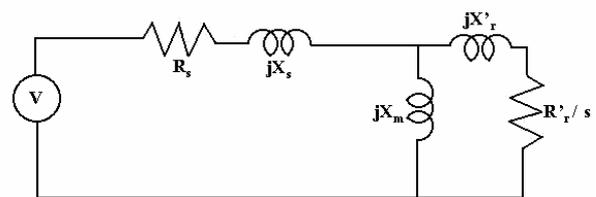


Figura 2 Circuito equivalente del M.I. En donde s es el deslizamiento y los otros parámetros son los que se definieron en el numeral 2.1.

La metodología a seguir para los diferentes casos de cargas que se consideran es:

- Se reduce el circuito equivalente de la figura 2 por Thevenin a un circuito como el mostrado en la figura 3.
- Se evalúa en los extremos de voltaje mínimo y voltaje máximo (en caso que el voltaje máximo sea menor que el nominal) los torques de arranque y se

verifica que en todos los casos el motor si acelera la carga. Este paso no es necesario cuando el motor arranca a voltaje nominal y acelera la carga. Posteriormente se presenta la disminución del voltaje.

- 3) En caso de acelerar la carga se procede luego, para cada V_i , a encontrar el intercepto del torque del motor y el torque de la carga; en otras palabras, se encuentra la velocidad de operación (o el deslizamiento) y se evalúa en este punto las potencias activa y reactiva que el motor toma de la red. Para realizar este paso se puede proceder a obtener, para cada V_i , la curva completa de T_g vs s y se haya el intercepto con la curva de carga analizada. Otra forma es hacer un despeje analítico como se muestra en el anexo.
- 4) Se grafica P vs V y Q vs V y se procede, por medio de ajuste de curvas, a encontrar el modelo de P y Q para la carga estudiada y motor bajo estudio

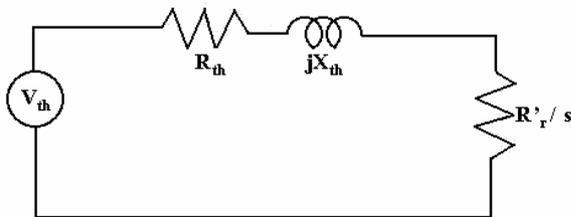


Figura 3. Circuito simplificado

En donde:

- V_i = Voltajes de prueba
- T_g = Torque inducido
- R_{th} = Resistencia Thevenin
- X_{th} = Reactancia Thevenin
- V_{th} = Voltaje Thevenin

5. VALIDACION Y PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

Para la presentación de los resultados se trabajó con tres diferentes tipos de motores de inducción, dos de ellos presentados en [10] y [12] y otro real sobre el cual se realizaron pruebas que consistían en hacer variaciones en el voltaje a la entrada para observar el comportamiento de la máquina. Para la obtención de los resultados y el análisis se realizan los pasos presentados en el numeral 4.

5.1 Motor de 20 Hp y Torque de carga constante

En la figura 4 se observa que Q varía entre 9757 VAR (para $0,9V_n$) y 13856 VAR (para $1,18V_n$), con un crecimiento constante. En cambio P presenta apenas ligeras fluctuaciones dentro de un pequeño rango de 155 W (1,18% de la potencia a voltaje nominal) y una potencia media de 13155 W, siendo 13198 W el valor a voltaje nominal (V_n).

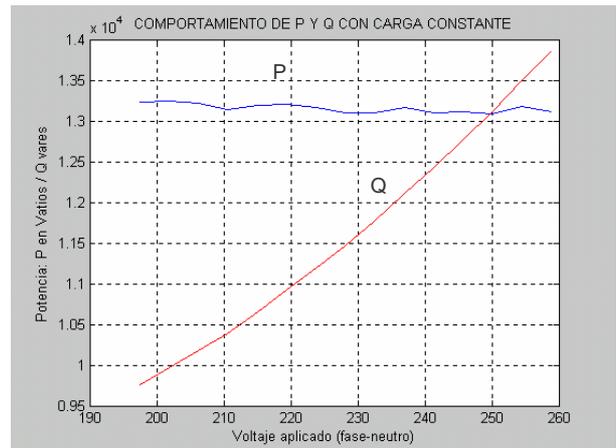


Figura 4. Motor de 20 Hp con variación de voltaje desde $0,9V_n$ hasta $1,18V_n$ y torque de carga constante de 80N-m

Un modelo de tercer orden para este caso es:

$$P = 0,001V^3 - 0,6518 V^2 + 134,1705 V + 4243,5$$

$$Q = - 8,5953 \times 10^{-4} V^3 + 0,9415 V^2 - 227,8488 V + 24660$$

En valores en p.u se tiene que:

$$P_{pu} = 0,7077V_{pu}^3 - 2,10277 V_{pu}^2 + 1,9729 V_{pu} + 0,2844$$

$$Q_{pu} = - 0,608V_{pu}^3 + 3,0374 V_{pu}^2 - 3,3503 V_{pu} + 1,6528$$

5.2 Motor de 20 Hp y torque de carga proporcional al cuadrado de la velocidad.

Se emplea el modelo de una carga que crece con el cuadrado de la velocidad: $Tl = a + b (Rpm)^2$; con $a = 50$ y $b = 3,4472 \times 10^{-5}$.

En la figura 5 se observan las curvas respectivas para el comportamiento de P y Q ante variaciones del voltaje, con este tipo de carga.

Se observa un comportamiento similar al del caso de carga constante: Q varía entre 13222 VAR (para $0,9V_n$) y 15737 VAR (para $1,18V_n$), con un crecimiento constante. En cambio P presenta apenas ligeras fluctuaciones, un poco mayores comparadas con el caso de torque constante, dentro de un pequeño rango de 479 W (2,43% de la potencia a voltaje nominal), con una tendencia a aumentar con el voltaje y una potencia media de 19754 W, siendo 19728 W el valor a voltaje nominal (V_n).

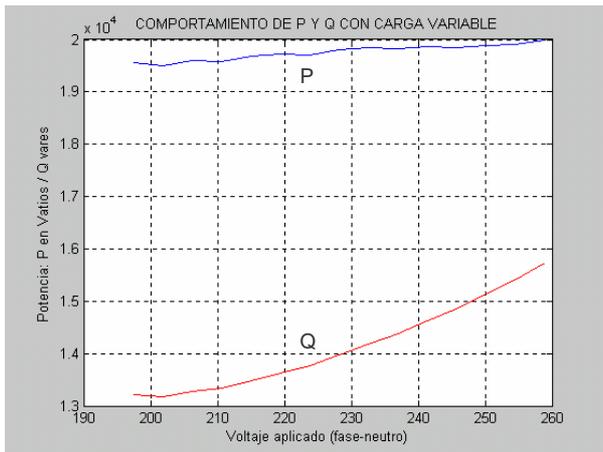


Figura 5. Motor de 20 Hp con variación de voltaje desde $0.9V_n$ hasta $1,18V_n$ y torque de carga variable, $a=50$ y $b=3,4472 \cdot 10^{-5}$.

Un modelo de tercer orden para este caso es:

$$P = -7,2153 \times 10^{-5} V^3 + 0,004 V^2 + 16,6075 V + 16631$$

$$Q = -0,0032 V^3 + 2,7138 V^2 - 696,6401 V + 69472$$

En valores en p.u se tiene que:

$$P_{pu} = -0,05106 V_{pu}^3 + 0,0129 V_{pu}^2 + 0,2441 V_{pu} + 1,11466$$

$$Q_{pu} = -2,2648 V_{pu}^3 + 8,755 V_{pu}^2 - 10,241 V_{pu} + 4,656$$

5.3 Otros resultados

Con el fin de comparar los datos obtenidos con el motor de 20Hp cuando se realizan variaciones en el voltaje, se desarrolla la misma metodología aplicada a un motor de 1000Hp con un voltaje a la entrada de 2200V.

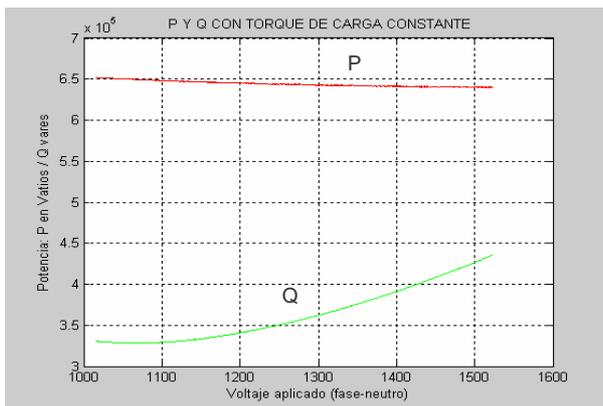


Figura 6. Motor de 1000 Hp con variación de voltaje desde $0,8V_n$ hasta $1,2V_n$ y torque de carga constante de 20000N-m. En las figuras 6 y 7 se puede observar que el comportamiento de las potencia P y Q para este tipo de máquina es similar a las obtenidas para la máquina de 20Hp.

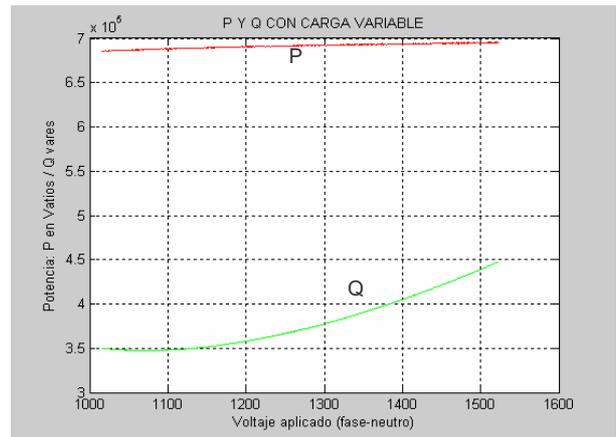


Figura 7. Motor de 1000 Hp con variación de voltaje desde $0,8V_n$ hasta $1,2V_n$ y torque de carga variable con $a=5000$ y $b=0,19132$.

6. ANALISIS EXPERIMENTAL

Con el fin de validar los resultados obtenidos con los motores de 20Hp y de 1000Hp, se hicieron pruebas de laboratorio a un motor de inducción (Módulos de Lab-Volt) de 175W, 1,2A, 208V, 1670RPM y al cual se le aplicó un torque constante de 1N-m en su eje.

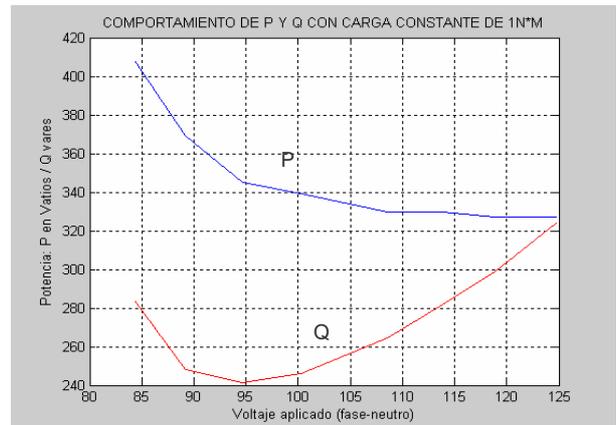


Figura 8. Pruebas de laboratorio

En la figura 8 se observa el comportamiento de la máquina del laboratorio para variaciones en el voltaje entre el 70% y el 110% del valor nominal. Se observa como el comportamiento es similar al presentado en las máquinas de 20Hp y de 1000Hp cuando se aplica torque constante en el eje de la máquina.

7. CONCLUSIONES GENERALES

Se observa como en los resultados teóricos y en los análisis del laboratorio, el comportamiento de la potencia activa P es aproximadamente constante bajo la condición en la cual la carga no varía. Dichos resultados concuerdan con el presentado por el modelo de [2] y los resultados obtenidos en [7].

Cuando se aplica carga proporcional a la velocidad al cuadrado en el eje de la máquina, se presenta una tendencia a que la potencia activa P aumente con el voltaje, lo que es de esperarse, ya que el aumento de voltaje implica un ligero aumento de velocidad y a su vez un aumento de alguna consideración de torque y por lo tanto de la potencia activa.

En lo que se refiere a la potencia reactiva el modelo obtenido se considera que es más acertado que el de la referencia [2], por varias razones:

- 1) La potencia reactiva aumenta constantemente conforme aumenta el voltaje.
- 2) En el modelo [2], la exigencia de potencia reactiva es de aproximadamente el 200% de la potencia activa, lo cual es inusual en los motores eléctricos. En el modelo sugerido no ocurre esto sino todo lo contrario: la exigencia de potencia reactiva está muy por debajo de la potencia activa.
- 3) El modelo cambia con el tipo de carga, lo cual no se aclara en [2]

Por tales razones y dados los estudios aquí presentados se recomienda realizar un planteamiento en cuanto a la metodología a seguir para la obtención de un modelo de potencias de la máquina dadas las variaciones en el voltaje. Los resultados aquí presentados y el modelo deducido son útiles en el análisis de los sistemas eléctricos.

De igual forma se recomienda en la realización de estudios de sistemas de potencia tener en cuenta que la potencia reactiva Q no presenta un comportamiento constante para variaciones de voltaje.

Se deja para posteriores investigaciones por parte de los autores el estudio del comportamiento de P y Q en la máquina de inducción cuando ocurren variaciones en la frecuencia de entrada. Dicho estudio permitirá obtener un modelo más exacto de la misma teniendo en cuenta dichas variaciones.

8. ANEXO

Se parte del circuito equivalente mostrado en la figura 2 al cual se le adiciona una resistencia r_m en serie con la reactancia x_m . Se despeja la corriente del estator, por divisor de corriente se obtiene del rotor, haciendo los reemplazos respectivos y llamando:

$$\begin{aligned} A_1 &= r_1 r_m - x_1 x_m' - x_1 x_2' - x_m x_2' \\ A_2 &= r_2'(r_1 + r_m) \\ B_1 &= x_1 r_m + r_1 x_m + r_1 x_2' + r_m x_2' \\ B_2 &= r_2'(x_1 + x_m) \end{aligned}$$

$$I_2' = \frac{V_f(r_m + jx_m)}{(A_1 + \frac{A_2}{s}) + j(B_1 + \frac{B_2}{s})}$$

La magnitud de la corriente anterior y elevada al cuadrado se emplea para evaluar el torque Tg:

$$T_g = \frac{3r_2'V_f^2(r_m^2 + x_m^2)}{s\omega_s \left((A_1 + \frac{A_2}{s})^2 + (B_1 + \frac{B_2}{s})^2 \right)}$$

$$T_g = \frac{3r_2'V_f^2(r_m^2 + x_m^2)s / \omega_s}{s^2 \left((A_1^2 + B_1^2) + s(2A_1A_2 + 2B_1B_2) + (A_2^2 + B_2^2) \right)}$$

La ecuación anterior se iguala al torque de la carga y se tiene una ecuación en s de fácil solución.

En el caso particular de torque de carga constante: $T_1 = T_g$, se obtiene:

Llamando:

$$\begin{aligned} a &= T_g(A_1^2 + B_1^2) \\ b &= T_g(2A_1A_2 + 2B_1B_2) - \frac{3r_2'V_f^2(r_m^2 + x_m^2)}{\omega_s} \\ c &= T_g(A_2^2 + B_2^2) \end{aligned}$$

Se tiene la ecuación clásica cuadrática: $as^2 + bs + c = 0$ de la cual se obtiene el deslizamiento s y por consiguiente la velocidad para el Tg dado que compensa el respectivo torque de carga.

Nota. Es probable que la rama de magnetización se haya modelado en forma paralelo (r_{fe} en paralelo con x_{mp}) y no serie como acá, en tal caso el primer paso será encontrar los valores de r_m y x_m en función de los parámetros paralelo así:

$$r_m + jx_m = \frac{r_{fe}(jx_{mp})}{r_{fe} + jx_{mp}} = \frac{r_{fe}x_{mp}^2 + jx_{mp}r_{fe}^2}{r_{fe}^2 + x_{mp}^2}$$

$$r_m = \frac{r_{fe}x_{mp}^2}{r_{fe}^2 + x_{mp}^2} \quad \text{y} \quad x_m = \frac{x_{mp}r_{fe}^2}{r_{fe}^2 + x_{mp}^2}$$

Si r_{fe} se despreja (valor muy grande), entonces se ve que r_m tiende a 0 y que $x_m = x_{mp}$.

9. BIBLIOGRAFÍA

[1] KIRTLEY, J L Massachusetts Institute of Technology. Department of Electrical Engineering and Computer Science. 6.061 Introduction to Power Systems. Class Notes Chapter 10. Analytic Design Evaluation of Induction Machines. January 2003.

[2] VENKATA, S. Introduction to Energy Distribution Systems. Lecture Notes #11. EE 45

[3] RODAS, R, Darío E.; ESCOBAR, Z, Antonio. Arranque con Carga de Motores de Inducción. Revista Scientia et Técnica No. 4

[4] BORGHETTI A. CALDO R., "ON DYNAMIC LOAD MODELS FOR VOLTAGE STABILITY STUDIES" IEEE, Transactions on Power Systems, Vol 12, No. 1, February 1997.

[5] XU W. MANSOUR Y., "VOLTAGE STABILITY ANALYSIS USING GENERIC DYNAMIC LOAD MODELS" IEEE, Transactions on Power Systems, Vol 9, No. 1, February 1994.

[6] Systems Dynamics Performance Subcommittee Power Systems Engineering Committee, "IEEE TASK FORCE ON LOAD REPRESENTATION FOR DYNAMIC PERFORMANCE" IEEE, Transactions on Power Systems, Vol 10, No. 3, August 1995.

[7] JU P., HANDSCHIN E., "NONLINEAR DYNAMIC LOAD MODELLIN: MODEL AND PARAMETER ESTIMATION" IEEE, Transactions on Power Systems, Vol 11, No. 4, November 1996.

[8] KRAUSE, C. Paul. *Analysis of Electric Machinery*. Edit Mc Graw - Hill. Book Company. 1997.

[9] LEONHARD; W. Control of Electric Drives. EESES Electric Energy Systems and Engineering Series.

[10] TUXUAN, Mai. *Regímenes Transitorios en Máquinas Eléctricas*. Traductor: Ing Jairo A Palacio. Universidad del Valle.

[11] ZHENYU Yu and FIGOLI David. Ac Induction Motor Control Using Constant V/Hz Principle and Space Vector PWM Technique with TMS320C240. Texas Instruments Spra284A. April 1998.

[12] THALER George J., WILCOX Milton L., *Máquinas Eléctricas*, Editorial LIMUSA, México 1979.