PLANEAMIENTO DE SISTEMAS DE TRANSMISIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA USANDO COLONIAS DE HORMIGAS

JUAN CARLOS HENAO
Ingeniero Electricista
Estudiante de Maestría en Ingeniería Eléctrica
Universidad Tecnológica de Pereira
henaojuancarlos@hotmail.com

RESUMEN
Este artículo muestra una primera implementación del algoritmo metaheurístico "Colonias de Hormigas". En el problema de planeamiento estático de la transmisión de energía, El algoritmo combinatorial hace parte de la familia de algoritmos de Aprendizaje Reforzado y está inspirado en la forma como las hormigas reales, encuentran su alimento mediante el intercambio de información con otros agentes.

PALABRAS CLAVES: Planeamiento, Sistema de Transmisión, Colonia de Hormigas, feromona.

ABSTRACT
This paper shows a first implementation of the Ant Colony Algorithm, in the problem of static planning of the transmission. The combinatorial algorithm makes part of the family of algorithms of Reinforced Learning and it is inspired by the form like the real ants, they find its food by means of the exchange of information with other agents.

KEYWORDS: Planning, Transmission System, Ants Colony, pheromone.

1. INTRODUCCIÓN

El algoritmo combinatorial Colonias de Hormigas (Ant-Q) y su antecesor, los Sistemas de Hormigas (AS) desarrollado por Marco Dorigo, Maniezzo y Colorni [1,2] hacen parte de la familia de los algoritmos combinatoriales meta-heurísticos inspirados en la forma como la naturaleza resuelve sus problemas. El método ha mostrado desempeños superiores respecto a otras técnicas combinatoriales como Algoritmos Genéticos[5], Simulated Annealing[6] y Tubú Search [7], en problemas clásicos como el Agente Viajero, Asignación Cuadrática, Asignación de Rutas a Vehículos entre otros. Este documento desarrolla la aplicación del algoritmo Colonias de Hormigas al problema del planeamiento estático de la transmisión de la energía para un sistema pequeño.

En el problema del planeamiento se debe formular una propuesta de inversión para la expansión de un sistema eléctrico, adicionando líneas y/o transformadores, con el fin de garantizar que se satisfaga en un futuro la demanda de energía proyectada, con la condición que esta propuesta de inversión sea mínima. Para sistemas eléctricos con un reducido número de nodos y pocas líneas candidatas, los métodos de optimización exactos, encuentran la solución óptima, situación que no sucede si existen muchos nodos, algunos de ellos desconectados y muchas líneas candidatas.

3. ALGORTIMO BÁSICO DE OPTIMIZACIÓN

Intentando simular el comportamiento de las hormigas reales cuando buscan su alimento, el algoritmo "Colonias de Hormigas" (ACO) realiza en un proceso iterativo la búsqueda y construcción de soluciones a problemas no polinomiales completos (NP-Hard) con herramientas probabilísticas.

Parte de éxito tanto del algoritmo de Sistemas de Hormigas como el de Colonias de Hormigas para resolver problemas NP-Completos se basa en dos características importantes:

- La información heurística proveniente de las características del problema.
- Los rastros de feromona que es una memoria adaptativa que cambia dinámicamente, recopilando información sobre experiencias adquiridas en la búsqueda.

Esto le permite al algoritmo realizar una búsqueda inteligente dentro de todo el espacio de soluciones. Tanto Sistemas de Hormigas como Colonias, se desarrollaron alrededor del problema del Agente Viajero, que es un problema combinatorial difícil de resolver cuando se consideran muchas variables.

En este problema se tiene un conjunto de n ciudades, todas conectadas entre si a través de un conjunto de caminos posibles con d_{ij} como la distancia entre la ciudad i y la ciudad j, c_{ij} el costo asociado cuando el agente viaja de la ciudad i a la ciudad j.

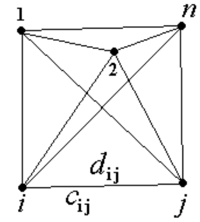

Figura 1. Problema del cartero viajante con cinco ciudades

Fecha de Recepción: 27 Enero de 2006
Fecha de Aceptación: 07 Junio de 2006

El problema consiste en que el agente debe visitar todas las ciudades sin repetir ninguna; viajando a través del conjunto de trayectos de tal manera que el costo total del viaje, es decir, la suma de los costos de las trayectorias por donde pasa, sea mínima.

3.1. Algoritmos Heurísticos. Gran parte de los problemas de optimización combinatorial representativos son problemas NP-Completos y se utilizan métodos aproximados para resolverlos. La desventaja de estos métodos, es que no se tiene certeza sobre la calidad de la respuesta. Estos algoritmos heurísticos se pueden clasificar en dos grandes grupos

- Algoritmos heurísticos constructivos
- Algoritmos de búsqueda local.

Los algoritmos constructivos, elaboran alternativas de solución prestando especial atención a satisfacer las restricciones del problema, sin fijarse tanto en la calidad de las respuestas halladas. Inicialmente se parte de una solución vacía y de forma iterativa, se van adicionando elementos hasta completar una solución factible. En los algoritmos de búsqueda local, se pretende explorar de forma más detallada, las regiones encontradas por los algoritmos constructivos, intentando mejorar la respuesta de mejor calidad encontrada en esta región del espacio de soluciones.

El algoritmo de optimi zación basado en colonias de hormigas es un algoritmo metaheurístico estocástico, cuyos agentes, las hormigas artificiales, construyen soluciones tomando decisiones de forma probabilística que dependen en esencia de dos elementos básicos: una función heurística que proviene del conocimiento de las características del problema, y de un rastro de feromona artificial, el cual cambia dinámicamente con el tiempo y que recoge la experiencia de otros agentes cuando en su momento realizaron el proceso de búsqueda.

3.2. Desarrollo del Algoritmo: En su disertación doctoral, Marco Dorigo propone el primer integrante de la familia de algoritmos combinatoriales basados en los algoritmos de Aprendizaje Reforzado. Sistemas de Hormigas (Ant System) [2] con sus tres algoritmos ant-cycle, ant-density y ant-quantity.

En el algoritmo de ant-quantity y ant-density, el rastro de feromona se actualiza una vez que el agente pase de un estado a otro; por otro lado, el algoritmo de ant-cycle, el rastro de feromona se actualiza una vez que el agente haya visitado todas las ciudades, y actualiza en la misma proporción con rastro de feromona aquellos trayectos por donde pasó.

En ese orden de ideas, se supone que se tiene un agente *k* en cualquier etapa del proceso de búsqueda y en cualquier punto dentro del espacio de soluciones, sea $AQ^{t}_{(r,s)}$ el rastro actual (t) de feromona dejado por otros agentes que tomaron la decisión de moverse del punto r al punto s en los instantes anteriores, y sea $HE^{t}_{(r,s)}$ el valor heurístico en la iteración t, asociado con la transformación de la configuración r a la s; para el problema del cartero viajante, la función heurística la definen como:

$$HE^{t}_{(r,s)} = \frac{1}{d_{rs}} \qquad (1)$$

En donde d_{rs} representa la distancia entre la ciudad r y la ciudad s; nótese que se toma el inverso de la distancia, pues con el objeto de visitar varias ciudades, disminuyendo la distancia que se debe recorrer, es más atractivo visitar primero las ciudades más cercanas.

Un agente *k* situado en la configuración *r* decide cambiar a la configuración *s* siguiendo una regla denominada *Regla de Transición de Estado*.

$$s = \begin{cases} \underset{u \in T_{k(r)}}{\operatorname{argmax}} \left\{ \left[AQ^{t}_{(r,u)} \right]^{d} \left[HE^{t}_{(r,u)} \right]^{b} \right\} \text{si } q \le q_0 \\ S \quad \text{en cualquier otro caso} \end{cases} \qquad (2)$$

Donde

d → Factor de peso que determina la importancia del rastro de feromona

ß → Factor de peso que determina la importancia del valor heurístico.

q_o → Número aleatorio con distribución normal.

q → Factor de escogencia tal que 0=q=1.

S → Variable aleatoria seleccionada de acuerdo a la distribución de probabilidades.

Con un d grande, se favorece la escogencia de configuraciones que ya han sido visitadas por otros agentes, mientras que factores ß elevados favorece la selección de configuraciones atractivas en un espacio local. La actualización del rastro de feromonas para el algoritmo de Sistemas de Hormigas se realiza usando la siguiente regla [9]:

$$AQ^{t}_{(r,s)} = (1-a)AQ^{t-1}_{(r,s)} + \sum_{k=1}^{m} \Delta AQ^{k}_{(r,s)} \quad \forall (r,s) \qquad (3)$$

Donde:

a → Factor de evaporación o permanencia del rastro.

m → Número total de hormigas.

t → Iteración

?AQ(r,s) → Refuerzo o intensificación del camino cuando el agente pasa de r a s.

? → Factor de discontinuidad que pondera el rastro un estado vecino.

Este factor a de evaporación, evita que se acumule indefinidamente el rastro de feromona, puesto que de no ser así, los agentes siempre se verían abocados a explorar las mismas regiones dentro del espacio solución, quedando atrapados en óptimos locales.

El refuerzo o intensificación del camino es la cantidad de feromona que la hormiga k, deja en la iteración t sobre el arco o camino r-s y está definido como:

$$\Delta AQ^{k}_{(r,s)} = \begin{cases} \dfrac{1}{L^{k}} & \text{si camino r-s es usado por el agente k} \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases} \tag{4}$$

Donde L^k es la longitud total de la distancia recorrida por el agente en su recorrido, una vez ha visitado todas las ciudades; el rastro de feromona para la siguiente iteración se calcula entonces como:

$$AQ^{t}_{(r,s)} = (1-a)AQ^{t-1}_{(r,s)} + a\left(\Delta AQ_{(r,s)} + g \max_{z\in T_{k(s)}} AQ^{t}_{(s,z)}\right) \tag{5}$$

Para Colonias de Hormigas se han probado diferentes Reglas para Transiciones de Estado, todas ellas obtenidas a partir de la ecuación 2; algunas de estas reglas son:

Regla Semi-Aleatoria: En esta regla, S es una variable aleatoria sobre el conjunto de posibles estados vecinos aún no visitados por el agente y que se guardan en la lista tabu T_k, la selección se hace de acuerdo a una distribución normal de probabilidades.

Regla Semi-Aleatoria Proporcional: Para esta regla, S es una variable aleatoria seleccionada de acuerdo a la distribución dada por la expresión

$$p^{t}_{k}(r,s) = \begin{cases} \dfrac{\left[AQ^{t}_{(r,s)}\right]^{d}\left[HE^{t}_{(r,s)}\right]^{b}}{\sum_{u\in T_k(r)}\left[AQ^{t}_{(r,u)}\right]^{d}\left[HE^{t}_{(r,u)}\right]^{b}} & \text{si } s\in J_k(r) \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases} \tag{6}$$

Esta función asigna a cada estado no escogido aún por el agente, una probabilidad que depende del rastro de feromona y de la función heurística propia.

Regla Aleatoria proporcional: es el mismo caso anterior, con la diferencia que q_o para la expresión 2 vale cero. Esto obliga al algoritmo a escoger la siguiente acción de acuerdo exclusivamente a la ecuación 2.

Para el algoritmo se pueden implementar uno de dos criterios para actualizar el rastro de feromona, el primer criterio consiste en esperar a que cada agente complete su ciclo y actualizar el rastro de los caminos que utilizó; el segundo consiste en actualizar el rastro de cada camino en cada iteración [3].

4. ALGORITMO DE COLONIAS DE HORMIGAS IMPLEMENTADO AL PROBLEMA DEL PLANEAMIENTO ESTÁTICO DE LA TRANSMISIÓN.

Una vez analizados los elementos más importantes del algoritmo Colonias de Hormigas, se pasa a su implementación en el problema del planeamiento estático de la transmisión; en este problema se parte de una configuración actual y se desea encontrar un plan óptimo de expansión agregando líneas y/o transformadores para garantizar el abastecimiento confiable de energía hacia un futuro.

4.1 Modelo Matemático: Se usa el modelo de flujo de carga DC para representar de manera aproximada, un sistema eléctrico de potencia; este modelo, que cumple con las dos leyes de Kirchhoff, se considera simplificado pues sólo tiene en cuenta los flujos de potencia activa por las líneas. En (7) se presenta su modelamiento matemático. Un análisis más detallado de estos modelos puede encontrarse en [1][4,8].

$$\min v = \sum_{(i,j)\in\Omega} c_{ij}n_{ij} + \sum_{i} a_i r_i$$

$$s.a.\begin{cases} B(n+n^{0})q + g + r = d \\ (n_{ij}+n^{0}_{ij})\left|q_i - q_i\right| \le (n_{ij}+n^{0}_{ij})f_{ij\max} \\ 0 \le g_i \le g_{i\max} \\ 0 \le r_i \le d_i \\ 0 \le n_{ij} \le n_{\max} \\ f_{ij\max} = \dfrac{f_{ij\max}}{g_{ij}} \\ n \quad \text{Entero} \\ \forall (i,j)\in\Omega \end{cases} \tag{7}$$

Aquí,

c_{ij}	Costo de adicionar un circuito en la rama i–j.
n_{ij}	Número entero de circuitos adicionados en la rama i–j.
B	Matriz de susceptancias.
$?_{ij}$	Susceptancia discreta a ser instalada entre los puntos i–j.
$?^{o}_{ij}$	Susceptancia existente entre los puntos i–j.
?	Angulo de las tensiones nodales.
g_i	Conjunto de todas las generaciones para los nodos i
r_i	Conjunto de las generaciones ficticias en los nodos i.
d_i	Conjunto de las demandas actuales en los nodos i.
a_i	Factor de penalización asociado a la barra i.
Ω	Conjunto de todas las ramas, tanto las candidatas como existentes.

Adicionalmente se cumple que:

$$n_{ij} = \frac{g_{ij}}{g^{0}_{ij}} \qquad f_{ij\max} = \frac{f_{ij\max}}{g^{0}_{ij}} \tag{8}$$

Siendo g^{0}_{ij} la susceptancia equivalente de un circuito conectado entre el nodo i y el nodo j.

---

1 Aquí se presenta una versión modificada del modelo, pues se están adicionan un conjunto de generadores ficticios.

Este es un problema de programación no lineal entera mixta (PNLEM) [6], puesto que no se conocen ni la cantidad de líneas ni el ángulo en las barras, por otro lado, el modelo es simplificado puesto que no considera ni la potencia reactiva, ni las pérdidas en el sistema, tampoco las economías de escala entre otros factores; la evaluación de todos estos factores elevarían la complejidad matemática de este problema, ya de por si difícil.

Para superar la dificultad de la no linealidad del problema y la consideración de variables enteras, como son el número de líneas del sistema, se hace una propuesta de inversión de líneas y/o transformadores, quedando ahora como únicas variables, el flujo por las líneas y el ángulo en barras.

Otro aspecto importante en el modelo es la posibilidad de la existencia de nodos aislados en el sistema eléctrico, lo cual eleva la complejidad numérica del problema al usar el flujo de carga DC, ya que la matriz que se construye para el problema de programación lineal, puede ser no singular, no pudiendo así obtener la matriz inversa de la misma; esta dificultad es en parte resuelta anexando en aquellos circuitos donde no existen líneas, una fracción de línea (línea ficticia), con una capacidad de transmisión 10 veces más grande a lo normal.

4.2. Implementación del Algoritmo Colonias de Hormigas al modelo Matemático: Es necesario realizar algunas modificaciones al algoritmo original de Colonias de Hormigas para poder ser implementado en los problemas de Planeamiento Estático de Transmisión en Sistemas Eléctricos de Potencia, entre las modificaciones más significativas están:

1. En Ant-Q tradicional, existe un rastro de feromona asociado con cada camino, en los problemas de planteamiento, es necesario tener dos tipos de rastro de feromona, el primero asociado cuando se adiciona un circuito, y otro rastro de feromona que se actualiza cuando un circuito es retirado.
2. En Ant-Q tradicional, existe un vector de probabilidades asociado con cada trayecto; en el Ant-Q modificado, existen dos vectores de probabilidad, asociados con las decisiones de poner o sacar un circuito eléctrico. Como regla de transición de estado, para el problema de planteamiento de la transmisión, se usa la regla semi-aleatoria proporcional mostrada en la ecuación 9.

$$s=\begin{cases}\underset{u\in T_{k(r)}}{\operatorname{argmax}}\left\{\left[AQ^{t}_{(r,u)}\right]^{d}\left[HE^{t}_{(r,u)}\right]^{b}\right\} & \text{si } q\le q_0\\ p^{t}_{k}(r,s)=\begin{cases}\dfrac{\left[AQ^{t}_{(r,s)}\right]^{d}\left[HE^{t}_{(r,s)}\right]^{b}}{\sum_{u\in T_k(r)}\left[AQ^{t}_{(r,u)}\right]^{d}\left[HE^{t}_{(r,u)}\right]^{b}} & \text{si } s\in J_k(r)\\ 0 & \text{en cualquier otro caso}\end{cases} & \text{si } q>q_0\end{cases}\tag{9}$$

En una primera aproximación, los dos rastros de feromona, sea para los circuitos entrantes, como para los circuitos salientes, en todos los corredores, se colocan en 1, se usan factores constantes de evaporación; los rastros de feromonas se actualizan una vez un agente haya completado un ciclo.
3. En la heurística existen otras modificaciones; cuando el algoritmo decide adicionar una línea para reforzar el sistema, se emplea para la función heurística el indicador de sensibilidad de mínimo corte de carga.

$$HE^{t}_{(r,s)}=\frac{\partial v}{\partial g_{rs}}=-\left(q_r-q_s\right)\left(p_r-p_s\right)\tag{10}$$

Por otro lado, cuando el algoritmo decide que lo más conveniente en una exploración local, es sacar un circuito, no existe ningún criterio claramente establecido que ayude a tomar la decisión de cual circuito es más atractivo eliminar.
4. A diferencia del algoritmo Ant-Q tradicional, el algoritmo modificado tiene dos listas tabú, una de circuitos adicionados a la configuración actual, y otra lista tabú para los circuitos eliminados.

Teniendo en cuenta lo anterior, el algoritmo de colonias de hormigas adaptado para un sistema eléctrico pequeño, como el de Garver, asume la siguiente estructura

FASE I. (Fase Heurística Constructiva)
I.1. Construir soluciones factibles por medio de algunos inicializadores.
I.2. Establecer para el problema
    Número de agentes (k).
    Número de veces que la colonia debe repetir el ciclo (m).
    Número de circuitos a adicionar o eliminar por cada agente (r).
    Tasa de permanencia del rastro de feromona.
I.3. Asignar o calcular
    Rastro inicial de feromona para todos los caminos.
    Probabilidad inicial para adicionar un circuito
    Probabilidad inicial para eliminar un circuito
FASE II. (Algoritmo Ant-Q Modificado)
II.1. **Para i=1 hasta k**
    Borrar listas Tabú
    Para j=1hasta r
        Escoger entre sacar, poner o trocar líneas acorde con el racionamiento
        (*Si el razonamiento es muy grande poner líneas, si es cero o muy bajo, sacar o trocar líneas*)
        Actualizar la lista tabú de líneas entrantes o salientes
        Actualizar funciones de probabilidades
        Actualizar rastro de feromonas
    Fin Fin
Fase III (Evaluación de las soluciones encontradas)
    Si Mejor solución cumple alguna condición,
    Fin de proceso
    Si No

Regresar a la fase II para que la colonia realice una nueva exploración

Fin

4.3. Pruebas al Algoritmo de Colonias de Hormigas con el sistema de Garver: Inicialmente, como sistema de prueba se utiliza el propuesto por Garver, cuya topología base se muestra en la figura 2, y las características del sistema pueden consultarse en la referencia [9].

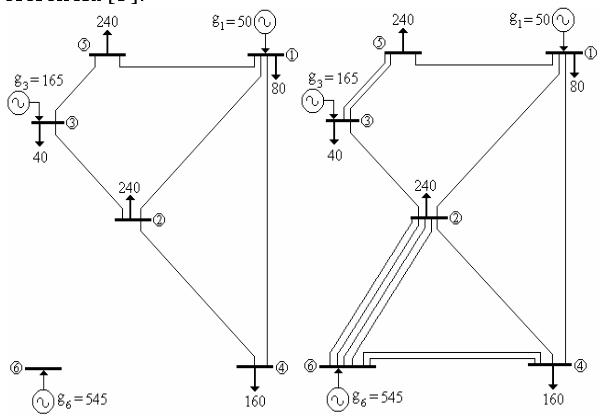

Figura 2. Sistema de Prueba de Garver. (a). Topología Base. (b) Solución óptima para el modelo DC sin redespacho.

Para el análisis del desempeño del algoritmo se utiliza una colonia con seis agentes; se considera que cada agente ha cumplido con un ciclo cuando ha terminado de poner o sacar un número determinado de líneas y se considera cumplido un ciclo para la colonia, cuando todos los agentes hayan terminado cada uno su ciclo. Las tablas que vienen a continuación, muestran el desempeño de este algoritmo inicial en función de sus parámetros. En todos los casos se encuentra la solución óptima

Factor de Evaporación	Ciclos de Colonia	PL resueltos
0,99	5	84
0,97	5	86
0,96	4	70
0,95	7	124

Tabla 2. Desempeño del algoritmo Ant-Q en función del factor de evaporación.

Esta tabla se considera que cada agente debe cumplir un ciclo de tres movimientos, un factor de actualización de 0,1 y ß=2, γ=1

Profundidad exploración	Ciclos de colonia	PL resueltos
1	10	55
2	22	274
3	5	86
4	4	57
5	3	64

Tabla 3. Desempeño del algoritmo Ant-Q en función de la profundidad de la exploración

Esta tabla se considera un factor de permanencia de 0,975; un ciclo de 5 movimientos; un factor de actualización de 0,1y ß=2, γ=1

Factor de Evaporación	Ciclos de colonia	PL Resueltos
0,1	3	64
0,01	2	53
0,0001	3	53
0,20	3	79
0,25	3	82

Tabla 4. Desempeño del algoritmo Ant-Q en función de factor de actualización del rastro.

Esta tabla considera un factor de permanencia de 0,975; un ciclo de 5 movimientos y ß=2, γ=1

β	Ciclos de colonia	PL Resueltos
0,8	6	164
0,9	2	54
1,0	5	147
1,2	3	64
1,3	2	57
1,7	5	128
1,9	2	52

Tabla 5. Desempeño del algoritmo en función de los valores de peso para heurística.

Esta tabla considera un factor de permanencia de 0,975; un ciclo de 5 movimientos, seis agentes en movimiento, factor de actualización de 0,1; γ=1;

γ	Ciclos de colonia	PL Resueltos
0,8	28	840
0,9	5	147
1,0	5	147
1,1	4	96
1,2	2	54

Tabla 6. Desempeño del algoritmo en función de los valores de peso para el rastro de feromona.

Esta tabla considera un factor de permanencia de 0,975; un ciclo de 5 movimientos, seis agentes en movimiento, factor de actualización de 0,1; β=2,0;

Se puede concluir del análisis de estas tablas y para problemas de planeamiento similares al problema del Garver, que el algoritmo muestra buenos desempeños con factores de evaporación o permanencia del rastro cercanos al 0,975; con profundidad de exploración de 5 movimientos, tasa de actualización de los rastros de 0,1; peso para la función heurística con valores cercanos al 1,9 y peso para la función de feromona cercana al 1,3. La gráfica 3 muestra el desempeño del algoritmo con los parámetros de control situados en los valores ya mencionados.

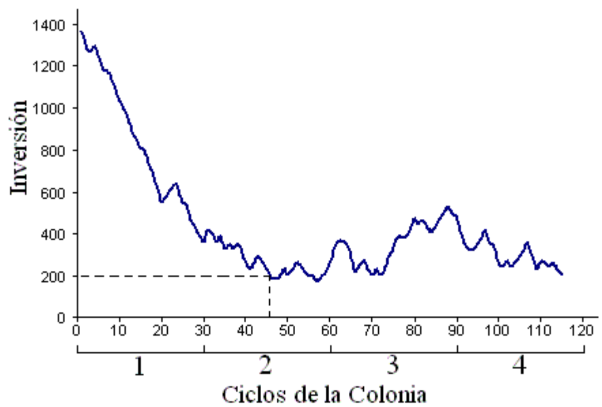

Figura 3. Desempeño del Algoritmo Ant-Q

Otro aspecto que se puede apreciar de la gráfica y que es una cualidad del algoritmo, es que permite el empeoramiento de la función objetivo, al realizar la búsqueda en diferentes regiones dentro del espacio de soluciones. Si el algoritmo se deja iterar indefinidamente, se puede notar que el rastro de feromona de las líneas que pertenecen a la solución óptima, se intensifican muchísimo más que cualquier otro camino.

5. CONCLUSIONES

Es importante flexibilizar los parámetros de ajuste de las heurísticas pues en un estadío temprano de la exploración, se le debe permitir al algoritmo, buscar tanto en regiones factibles como infactibles, esto enriquece el método y las calidades de las respuestas encontradas.

Una de las cualidades importantes de este algoritmo es la capacidad que tiene cada agente para escoger la propuesta (camino) a seguir, en relación a una función probabilística definida, que depende de una función heurística y de la experiencia recogida por otros agentes.
La función probabilística empleada por cada agente, está sujeta a dos factores; el rastro de feromona que es una memoria adaptativa y que es actualizada por cada agente y una función heurística de visibilidad, que indica cual configuración puede ser más atractiva dentro de una búsqueda local.

Los dos factores dentro de la función probabilística, la función heurística y el rastro de feromona, son ponderados por medio de otros dos parámetros. En el algoritmo original de sistemas de hormigas y en su mejora, Colonias de Hormigas, estos factores son siempre constantes, sin embargo, pueden analizarse factores que cambien dinámicamente acorde con las calidades de las respuestas encontradas por el método.

El rastro de feromona en los caminos donde están las líneas que pertenecen a la solución óptima, se intensifica mucho más que el resto de caminos, si se deja al algoritmo iterar indefinidamente.

El factor de evaporación tiene incidencia en la calidad de la respuesta encontrada. Si se deja evaporar rápidamente el rastro de feromona, el algoritmo converge rápidamente a un valor, que por lo general es un óptimo local; por otro lado, si el factor de evaporación es pequeño, el algoritmo realiza una búsqueda más intensiva

6. BIBLOGRAFIA

[1] Dorigo M., Gambardella L. Ant Colony System: A Cooperative Learning Approach to the Traveling Salesman Problem. IEEE Transactions on Evolutionary Computation. 1(1):53-56. 1997.
[2] Dorigo M., Maniezzo V., Colorni A.; Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agents. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics 26 (1), pp 29-41,1996.
[3] Dorigo M., Stützle T. The Ant Colony Optimization Metaheuristic: Algorithms, Aplications, and Advances. Université Libre de Bruxelle, IRIDIA.
[4] Escobar Z., Antonio. Planeamiento Dinámico de la Expansión de Sistemas de Transmisión Usando Algoritmos Combinatoriales. Tesis de Maestría. Febrero de 2002.
[5] Escobar A., Gallego R., Romero R. Algoritmos Genéticos. Primera Edición. Maestría en Ingeniería Eléctrica. Universidad Tecnológica de Pereira.
[6] Gallego R., Alves A., Monticelli A., Romero R. Parallel Simulated Annealing Applied to Long Term Transmisión Network Expansion Planning. IEEE Transactions on Power Systems. Vol. 12, No. 1, pp181-188 Feb. 1997.
[7] Gallego R., Monticelli A., Romero R. Tabu Search Algorithm to Network Systems. IEEE Transactions on Power Systems. Vol. 15, No. 2 May, 2000.
[8] Gallego R., Romero R., Escobar A. Planeación del Sistema Eléctrico de Pereira Usando un Algoritmo Genético Eficiente. I Reunión Internacional de Generación, Transmisión y Distribución. Comisión de Integración Eléctrica Regional CIER. Bogotá DC., noviembre de 1999.
[9] Parpinelli R., Lopes H., Freitas A. Data Mining with Ant Colony Optimization Algorithm. IEEE Transactions on Evolutionary Computation. Vol. 6, No. 4. August 2000.

Agradecimientos: El autor expresa su agradecimiento a la Universidad Tecnológica de Pereira y al programa de Maestría en Ingeniería Eléctrica.