

UN MÉTODO BASADO EN FLUJO EN REDES NO LINEAL PARA EL DESPACHO DE PLANTAS DE GENERACIÓN HIDRÁULICAS

RESUMEN

Este artículo presenta una metodología para desarrollar un despacho hidrotérmico basado en una representación del sistema hidráulico como un problema de flujo en redes no lineal evitando la discretización de los niveles de los embalses. Se realiza una aplicación para realizar el despacho de un subsistema de cuatro plantas de generación del sistema eléctrico brasileiro a lo largo de un año. Los resultados alcanzados con este esquema muestran eficiencia y rapidez computacional.

PALABRAS CLAVES: Despacho Hidrotérmico, Programación no Lineal, Gradiente Reducido, Flujo en Redes, Cadena hidráulica.

ABSTRACT

This paper presents a methodology to develop and Hydrothermal Scheduling based on a hydraulic system representation as a nonlinear network flow problem, avoiding reservoirs level discretization. An application is done for scheduling a four plants subsystem of the Brazilian electrical system through a year. Obtained results through this scheme show efficiency and computational speed.

KEYWORDS: Hydrothermal Scheduling, Nonlinear Programming, Reduced Gradient, Network Flow, Hydraulic network.

DIEGO A. MEJÍA GIRALDO

Ingeniero Electricista, MSc.
Profesor
Universidad de Antioquia
diegomej@udea.edu.co

ANTONIO ESCOBAR ZULUAGA

Ingeniero Electricista, MSc.
Profesor titular
Universidad Tecnológica de Pereira
aescobar@utp.edu.co

**Grupo de Investigación en
Planeamiento de Sistemas Eléctricos
Universidad Tecnológica de Pereira**

1. INTRODUCCIÓN

El problema del Despacho de Energía es uno de los más interesantes en el planeamiento de la operación de los sistemas eléctricos. Su principal objetivo es el de establecer las condiciones y garantías necesarias para que la demanda de energía eléctrica sea satisfecha en un horizonte de planeamiento de la forma más económica posible.

El Despacho Hidrotérmico (DHT) es un plan que coordina de la mejor manera posible el parque generador (hidráulico y térmico) del sistema eléctrico. Todos los generadores del sistema son programados para un horizonte de tiempo de manera que en cada período del horizonte cada uno contribuya óptimamente al abastecimiento de la demanda. Una desagregación de la demanda por fracciones *arbitrarias* entre los diferentes generadores no necesariamente representa la alternativa más atractiva para garantizar el cubrimiento de la demanda en un periodo determinado.

Una de las estrategias matemáticas más usadas resolver el problema es la Programación Dinámica Dual Estocástica (PDDE) en el cual se basa el MPODE (Software usado por el operador del sistema eléctrico colombiano) para llevar a cabo una propuesta de despacho para el país. El problema también ha sido afrontado por métodos de descomposición como Benders, técnicas Heurísticas [7], análisis de Flujo en Redes [1], técnicas de Relajación, Lagrangiana, programación dinámica y Algoritmos

Genéticos [4]. En este trabajo se hace especial énfasis en el despacho de plantas hidráulicas a mediano plazo.

2. DESPACHO HIDROTÉRMICO

2.1. Características del problema

El despacho hidrotérmico entrega la trayectoria de generación óptima para cada uno de los generadores del sistema eléctrico para el horizonte de planeamiento, donde el objetivo es minimizar el costo de operación del sistema, satisfacer la demanda de energía eléctrica, emplear de la mejor forma los recursos hídricos, respetar los rangos de operación de las centrales térmicas e hidráulicas y utilizar de forma óptima el agua de los embalses.

En un sistema hidrotérmico con generación hidráulica insuficiente para atender la demanda en forma continua, surgen interrogantes como ¿cuál será la afluencia futura? ¿es adecuado ahorrar agua para el futuro o debe ser empleada hoy en su totalidad?. Al momento de analizar y tomar alguna decisión al respecto, deben ser considerados distintos escenarios en los que se puede visualizar los efectos presentes y futuros ante diferentes comportamientos hidrológicos. En la figura 1 se muestra un esquema de estos escenarios.

Se puede afirmar que un buen DHT selecciona ante cualquier situación hidrológica futura, la mejor decisión operativa presente correcta de manera que el estado futuro del sistema eléctrico sea el óptimo (ver figura 1) y en donde los recursos hídricos pueden emplearse hoy a garantizando que se tendrán recursos para entregar electricidad continuamente, y donde los se considere el

almacenamiento de agua para tenerla disponible en épocas de sequía y así evitar estados de operación con poca oferta de hidroelectricidad. Así, no solo se esta fomentando un uso eficiente de los recursos energéticos, sino que los costos del sistema (operativos) son menores en la medida que se desplace generación térmica.

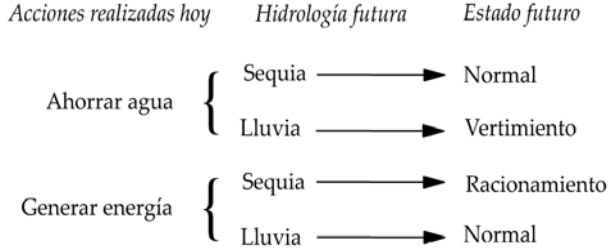


Figura 1. Escenarios de Decisión

Un equilibrio en el manejo de recursos hídricos se logra con un conocimiento acertado de la disponibilidad de éstos para un periodo futuro. Es difícil tener tal conocimiento y por tanto en algunos casos se construyen escenarios futuros y en otros casos se realizan predicciones del comportamiento hidrológico [3] basadas en los caudales históricos de los ríos. Otras variables como la demanda de energía y la disponibilidad de las plantas agregan más incertidumbre al problema.

2.2. Modelo matemático

El DHT a mediano plazo puede ser planteado como un problema de minimización del costo de operación (combustible) del sistema en todo el horizonte de planeamiento compuesto por periodos individuales de un mes [2, 3], como se muestra a continuación:

$$\min \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^J \varphi(g_{j,t}) + V(x_T) \quad (1)$$

s.a

$$\sum_{j=1}^J g_{j,t} + \sum_{j=1}^J p_{i,t} = D_t \quad (2)$$

$$\underline{g}_{i,t} \leq g_{i,t} \leq \bar{g}_{i,t} \quad (3)$$

$$x_{i,t} = x_{i,t-1} + \left(y_{i,t} + \sum_{k \in \Omega_i} u_{k,t} - u_{i,t} \right) \Delta t_i \quad (4)$$

$$h_{i,t} = \phi(x_{i,t}^{med}) - \theta(u_{i,t}) - pc_{i,t} \quad (5)$$

$$x_{i,t}^{med} = \frac{x_{i,t-1} + x_{i,t}}{2} \quad (6)$$

$$p_{i,t} = k_i h_{i,t} q_{i,t} \quad (7)$$

$$u_{i,t} = q_{i,t} + v_{i,t} \quad (8)$$

$$\underline{x}_{i,t} \leq x_{i,t} \leq \bar{x}_{i,t} \quad (9)$$

$$\underline{u}_{i,t} \leq u_{i,t} \leq \bar{u}_{i,t} \quad (10)$$

$$q_{i,t} \leq q_{i,t} \leq \bar{q}_{i,t}(h_{i,t}) \quad (11)$$

$$\bar{q}_{i,t}(h_{i,t}) = \sum_{m=1}^{N_{e,i}} N_i^m \bar{q}_{i,t}^m(h_{i,t}) \quad (12)$$

$$\bar{q}_{i,t}^m(h_{i,t}) = q_{efi}^m \left(\frac{h_{i,t}}{q_{efi}^m} \right)^{\beta_{i,t}^m} \quad (13)$$

$$v_{i,t} \geq 0 \quad \text{y} \quad x_{i,t} \geq 0 \quad \text{son dados} \quad (14)$$

$\psi(\cdot)$ es la función que describe los costos de operación de cada una de las centrales térmicas en función de la energía generada y $V(\cdot)$ es la función de costo futuro en términos de la energía final total almacenada en el sistema en forma de recurso hídrico [2].

La restricción (2) plantea un equilibrio entre la oferta y la demanda para cada una de las etapas (meses) del periodo de estudio. $\sum_j g_{j,t}$ y $\sum_i p_{i,t}$ representan el aporte total de potencia termoeléctrica e hidroeléctrica respectivamente para el mes t . Debido a las características de construcción y del tipo de combustible empleado, cada una de las plantas térmicas tiene límites máximos y mínimos de generación que deben ser respetados en el momento de la operación, esta característica es modelada a través de (3).

Con (4) se actualizan los volúmenes de cada embalse mes a mes a partir de sus entradas: caudales de ríos o provenientes de centrales ubicadas aguas arriba que comparten el mismo cauce y precipitaciones. Las salidas generalmente están relacionadas con los vertimientos, las descargas de aguas turbinadas, el agua destinada para riego, las pérdidas por evaporación y por filtración.

Los embalses deben satisfacer las características de operación para las cuales fueron diseñados, el volumen muerto (para sedimentos) y la altura de la presa definen los rangos de operación del embalse. En (9) se aprecia la restricción que modela el efecto de capacidad del embalse.

En las centrales a filo de agua la expresión (4) sigue siendo válida asumiendo que

$$u_{i,t} - \sum_{k \in \Omega_i} u_{k,t} = y_{i,t} \quad (15)$$

asignando a (4) cualquier valor de volumen constante $\forall t$.

La restricción (5) es la expresión para la caída líquida en las centrales hidráulicas y (7) es la función no lineal de producción de las plantas hidráulicas que permite calcular la potencia media generada para cada unidad.

El caudal medio total que fluye por el canal de fuga (canal de descarga) está compuesto de los vertimientos y del caudal turbinado en la casa de máquinas, como se observa en (8). Las expresiones (11), (12) y (13) hacen que las turbinas de las centrales no violen sus límites operativos con base en sus características de operación.

En [2, 3] se encuentran descripciones más detalladas del modelo matemático presentado.

3. METODOLOGÍA DE SOLUCIÓN EMPLEADA

3.1. Estrategia

En muchos sistemas eléctricos de potencia existen centrales acopladas espacialmente cuando comparten las mismas cuencas hidrográficas (en cascada). Entonces se puede observar que estas centrales forman una *red*, en la que cada una representaría un nodo donde debe satisfacerse la ecuación que se aplica a un volumen de control (ecuación (4)) y que es análoga a una 1^{ra} Ley de Kirchoff para caudales.

Teniendo en cuenta la estructura de red presentada por el parque hidráulico, se plantea el problema de Despacho Hidrotérmico como uno de Flujo en Redes No Lineal dada la naturaleza del modelo matemático [1, 2, 3]. Esta metodología requiere de una herramienta analítica que ayude a encontrar en forma iterativa la actualización de las variables de decisión y que respete las condiciones de operación de un problema de flujo en redes. Para esto se aplica el método Gradiente Reducido, una técnica eficiente de la programación no lineal [5, 6].

Según la función de costos del problema, la operación de las centrales hidráulicas no representa costo de operación por generación dado que el agua no requiere ser procesada para la generación de energía. Sin embargo, al recurso hídrico se le asocia un valor que se interpreta como costo de oportunidad del agua que significa el ahorro económico por concepto de la operación a causa de la generación termoeléctrica evitada (ahorrada). Por tanto, el costo de operación del sistema hidrotérmico recae totalmente en los costos de combustible de las plantas térmicas, de aquí es fácil afirmar que a más generación termoeléctrica, mayor costo de operación y a mayor generación hidroeléctrica, menor costo de operación. En este sentido, se puede pensar que la solución óptima de un despacho hidrotérmico de mínimo costo procura programar *la mayor cantidad de energía hidráulica posible* en todo el horizonte para minimizar la producción de energía termoeléctrica.

Lo anterior lleva a desarrollar una metodología que desacopla el problema hidráulico del termoeléctrico. Primero se resuelve el Despacho Hidráulico (modelo matemático sin las restricciones (2) y (3)) para minimizar el costo de operación térmica (maximizar la producción de energía hidráulica) expresando

$$\sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^J \varphi(g_{j,t}) = \sum_{t=1}^T \Psi(G_t) = \sum_{t=1}^T \Psi\left(D_t - \sum_{i=1}^I p_{i,t}\right) \quad (16)$$

Finalmente la energía faltante (G_t) por período para satisfacer la demanda es desagregada óptimamente entre las centrales térmicas a través de un proceso denominado Despacho Termoeléctrico.

3.2. Despacho hidráulico usando flujo en redes

Un sistema hidrotérmico compuesto por centrales hidráulicas en cascada forman una red en la que cada central se puede representar por un nodo. En la figura 2

se observa la representación de una cadena hidráulica y su red equivalente. A través de cada nodo se puede modelar la restricción de equilibrio de caudales en cada central dada por (4). Esta representación es válida para todo tipo de centrales hidráulicas. Así, gráficamente una central (un nodo) puede representarse como se muestra en la figura 3.

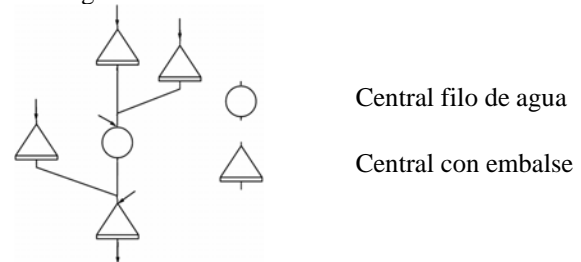


Figura 2. Cadena Hidráulica

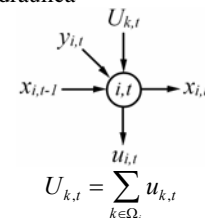


Figura 3. Representación de una central como un nodo

Para representar la característica dinámica del problema, es necesario replicar la misma estructura de red horizontalmente tantas veces como períodos tenga el horizonte de planeamiento. Entonces, desde $t=1$ hasta $t=T$ ($T=3$) se puede formar la siguiente red:

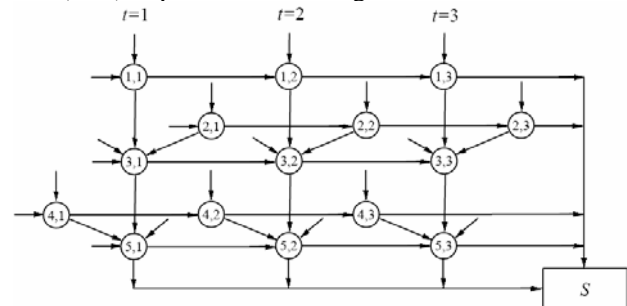


Figura 4. Representación de un Despacho hidráulico

Para que un problema de flujo en redes tenga solución, se debe satisfacer que $\sum \text{Recurso}_i = \sum \text{Demanda}_i$. En el DHT, el recurso es la inyección de agua a cada central, y la demanda del problema es la demanda de energía. En flujo en redes, el bien demandado debe ser el mismo bien suministrado por las fuentes, por tanto, la demanda de energía no es la que se debe manipular para el flujo en redes de DHT. A través de un nodo ficticio llamado *nodo sumidero* (nodo S en la figura 4) con una demanda de agua igual al volumen de agua *total* disponible para la generación hidráulica en todo el horizonte de planeamiento se garantiza la condición necesaria mencionada para el flujo en redes.

4. GRADIENTE REDUCIDO

Es un algoritmo diseñado para resolver problemas de Programación No Lineal (PNL). El Gradiente Reducido

(GR) es una metodología primal. En GR se debe iniciar de un punto factible y se debe encontrar una dirección admisible de descenso de la función objetivo (para problemas de minimización). La idea es pasar de un punto a otro de menor función objetivo hasta que encuentre a una solución que no tenga más direcciones factibles [5, 6].

Con GR se ha planteado resolver problemas con restricciones lineales de la forma:

$$\begin{aligned} \min f(\mathbf{x}) \\ \text{s.a.} \\ A\mathbf{x} = \mathbf{b} \\ \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \end{aligned}$$

donde A es una matriz de tamaño $m \times n$ con $m \leq n$ y además $\text{rank}(A)=m$. Los vectores \mathbf{b} y \mathbf{x} son de dimensión m y n respectivamente.

La filosofía del GR es reducir el número de variables independientes subdividiendo las variables del problema dinámicamente. La partición de variables solo es posible si se garantiza que $\text{rank}(A)=m$ para garantizar la no singularidad de cualquier matriz obtenida con m columnas de A . Entonces el vector \mathbf{x} se puede expresar como

$$\mathbf{x} = [\mathbf{x}_B \quad \mathbf{x}_S]^T$$

Donde \mathbf{x}_B y \mathbf{x}_S son las variables básicas (dependientes) y no básicas (independientes). De igual manera la matriz A se subdivide en dos matrices B ($m \times m$) y S ($m \times n-m$) denominadas matriz Básica de y No básica respectivamente. El objetivo es expresar las variables básicas en términos de las no básicas usando

$$\mathbf{x}_B = B^{-1}(\mathbf{b} - S\mathbf{x}_S) \quad (17)$$

De esta forma el problema de optimización puede ser resuelto solo para \mathbf{x}_S , un número reducido de variables a través de un proceso iterativo que actualice las variables de la forma:

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + \alpha^* \mathbf{dx}^k \quad (18)$$

$$\alpha^* = \arg \min_{0 \leq \alpha \leq \alpha_{\max}} \{f(\mathbf{x} + \alpha \mathbf{dx})\} \quad (19)$$

donde:

- \mathbf{dx}^k : dirección admisible y consigue una disminución de la función objetivo en el nuevo punto \mathbf{x}^{k+1} .
- α^* : longitud óptima de paso de camino en la dirección \mathbf{dx}^k , garantiza que \mathbf{x}^{k+1} no sobrepase la región de factibilidad.

El vector direcciones se puede expresar como:

$$\mathbf{dx} = \begin{bmatrix} \mathbf{dx}_B \\ \mathbf{dx}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -B^{-1}S \\ I \end{bmatrix} \mathbf{dx}_S = Z\mathbf{dx}_S \quad (20)$$

donde Z se define como una matriz de reducción de variables. Para problemas de flujos en redes depende exclusivamente de la topología de la red. Determinando las direcciones de las variables independientes (no básicas) se pueden conocer las direcciones de las dependientes (básicas). Por tanto, el vector dirección \mathbf{dx}_S es la dirección que minimiza lo máximo posible la

función objetivo en cada iteración y se puede calcular como la dirección contraria al gradiente reducido:

$$\mathbf{dx}_S = -\frac{df}{d\mathbf{x}_S} \quad (21)$$

El gradiente reducido está dado por:

$$\frac{df}{d\mathbf{x}_S} = -(B^{-1}S)^T \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}_S} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}_B} \quad (22)$$

Para determinar el gradiente reducido es necesario calcular las derivadas de la función de costos con respecto los volúmenes $\mathbf{x}_{i,t}$ y las descargas $\mathbf{u}_{i,t}$, las cuales representan las *variables de decisión*. Una vez las direcciones de las variables no básicas no violan restricciones son direcciones admisibles, es preciso calcular las direcciones básicas para completar una iteración. El procedimiento detallado puede verse en [2].

4.2. Aplicación en el Despacho Hidráulico

Una red hidráulica expandida en el tiempo puede representarse a través de la matriz A (es una matriz incidencia nodo-rama) y usarla en la formulación desarrollada para proceder al cálculo de las direcciones de los arcos de volumen y de defluencia.

Usualmente las variables independientes son las más limitadas en cuanto al valor que pueden tomar en la próxima iteración. En problemas canalizados, estas pueden ser las que se encuentran en alguno de sus límites. Así, cuando una de las variables independientes (no básicas) se ubica en un punto dentro del intervalo permitido y una variable dependiente (básica) llega a uno de sus límites, se dice que puede hacerse cambio de base, la no básica pasa a ser básica y viceversa [1, 5, 6]. Desde la inicialización del proceso se debe definir la partición de variables satisfaciendo factibilidad. En un problema de DHT, las variables que están más restringidas para sus niveles de operación a través de todo el horizonte son los volúmenes $\mathbf{x}_{i,t}$, se deben garantizar unos mínimos y máximos operativos. Por otro lado, las defluencias totales $\mathbf{u}_{i,t}$ que salen de las centrales generalmente no están acotadas superiormente.

Algoritmo implementado

Inicializar parámetros \mathbf{x}^0

Definir la partición de B y S

Hacer $k=0$

Mientras No se cumplan los criterios de convergencia

Calcular la dirección \mathbf{dx}_S^k con (21)

Usar (20) para encontrar las demás direcciones

Si $\mathbf{dx}^k \neq \mathbf{0}$

Calcular α_{\max}

Calcular α^* con (19)

Si $\alpha^* = \alpha_{\max}$, entonces

Actualizar el conjunto de variables básicas B

Fin Si

Actualizar variables con (18)

Fin Si

Hacer $k=k+1$

Fin Mientras

5. SIMULACIÓN Y RESULTADOS

La aplicación consiste en determinar la estrategia óptima de operación del sistema durante un año, de manera que los recursos hídricos con que se cuenta al inicio del año sean aprovechados de la mejor forma posible. Las centrales hidráulicas son: *Sobradinho*, *Itaparica* y *Xingo*, ubicadas como se muestran en la figura 5.

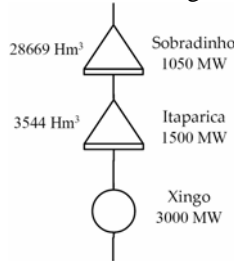


Figura 5. Subsistema Hidráulico de Brasil

La programación del sistema se simula para 12 períodos mensuales con una demanda promedio

$$D_t = 5000 \text{ MW}, \quad \forall t = 1, \dots, 12$$

Central	$P_{ef}(MW)$	$h_{ef}(m)$	$q_{ef}(m^3/s)$	$x_{max}(Hm^3)$	$x_{min}(Hm^3)$
Sobradinho	1050	27.2	713	34116	5447
Itaparica	1500	50.8	551	10782	7238
Xingo	3000	118.8	466	-	-

Tabla1. Parámetros de las centrales hidráulicas

El estado inicial de los embalses es igual al volumen máximo de los embalses, y se requiere que para el final del año los embalses recuperen su estado inicial.

Para el despacho termoelectrico se tiene una central térmica con capacidad máxima de 500 MW y una función de costo de combustible:

$$\varphi(g_{1,t}) = \frac{1}{2} g_{1,t}^2$$

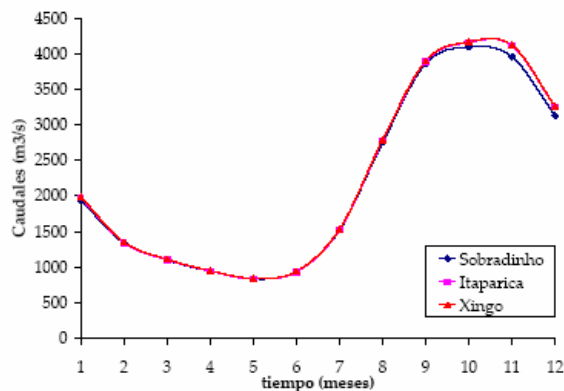


Figura 6. Caudales incrementales

Los caudales afluentes propios de cada central hidráulica son información de entrada y se muestran en la figura 6. A medida que una central se encuentre ubicada más aguas abajo, su caudal incremental será mayor dado que recoge las afluencias de las demás centrales aguas arriba. Por tanto, las afluencias naturales de cada central $y_{nat,i}$

(inyecciones propias de agua en cada central) se pueden calcular como

$$y_{nat,i} = y_{nat,i} - \sum_{k \in \Omega_i} y_{inc,i}$$

donde $y_{inc,i}$ es la afluencia incremental de la central hidráulica i mostradas en la figura 6 y Ω_i es el conjunto de centrales inmediatamente aguas arriba de la central i .

Resultados

Para construir la función objetivo no se requiere realizar un despacho termoelectrico previo dado que solo existe una central térmica, y por tanto la función objetivo es su costo de su generación total en el año. El DHT programa un plan de generación de manera que la generación total hidráulica sea aproximadamente constante como se observa en la figura 7. Esta política de operación minimiza los costos anuales del sistema.

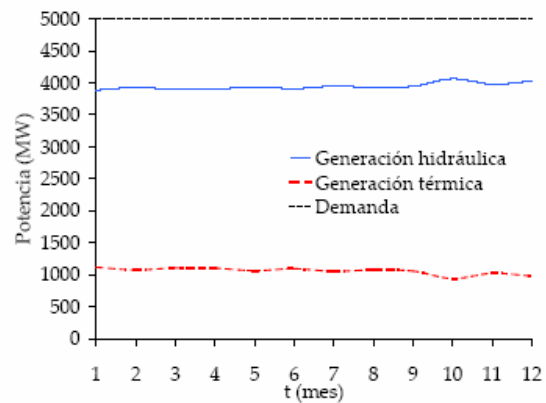


Figura 7. Generación Hidráulica y térmica agregadas

Si se compara una solución inicial suponiendo las centrales a filo de agua con la óptima se puede obtener que las diferencias económicas son apreciables. El costo de operación de la solución a filo de agua es de 29×10^6 mientras que el de la óptima es 6.69×10^6 . La solución a filo de agua propone que el nivel de los embalses permanezca constante y se turbinen solo las afluencias, no se plantea una estrategia de almacenamiento de energía.

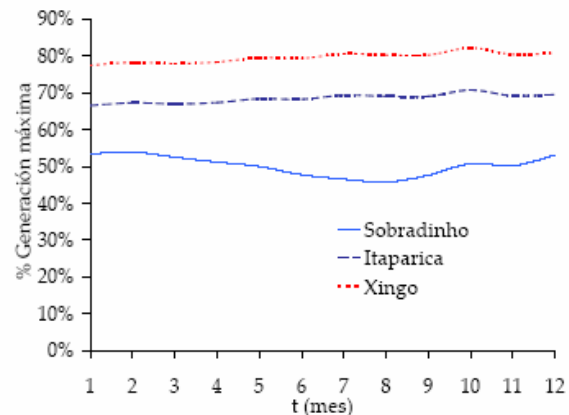


Figura 8. Generación hidráulica individual

La solución filo de agua tiene un patrón de comportamiento dado por la hidrología, lo que genera ineficiencias en momentos donde el caudal sea mayor que el nominal porque se producen vertimientos de agua que nunca produciría energía.

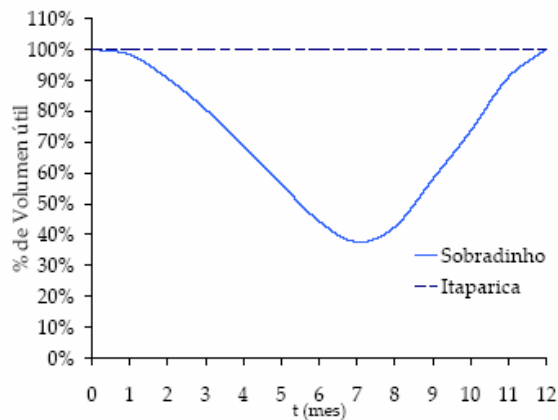


Figura 9. Volumen de las centrales con embalse

Las estrategias de operación de los embalses son mostradas en la figura 9. El embalse de la central Sobradinho, ubicada aguas arriba actúa como un embalse regulador de manera que las demás centrales que están aguas abajo perciban una trayectoria de afluencias aproximadamente constante a lo largo del año. Por tanto, de esta manera se está consiguiendo una curva de generación constante.

Para que el embalse de Sobradinho cumpla con su función de regulador, sus afluencias son empleadas estratégicamente. Durante la primera mitad del horizonte de planeamiento que las afluencias son pocas, el agua almacenada en el embalse de Sobradinho es empleada (hasta un 40% de su volumen útil) para entregar un caudal aproximadamente constante a la central de Itaparica. Posteriormente, cuando la hidrología comienza a crecer (después del 6º mes), ésta es usada para seguir entregando el mismo nivel de caudal y comenzar el proceso de llenado del embalse y cumplir la condición final impuesta al embalse que es el 100% de su volumen útil.

El proceso de convergencia del algoritmo es rápido y sensible a la solución inicial factible entregada. Para el DHT implementado en este trabajo es importante proveer una buena inicialización para garantizar la convergencia hacia un óptimo de buena calidad. Para el algoritmo implementado, se muestra el comportamiento de la función objetivo en la figura 10, siempre es decreciente, no presenta grandes disminuciones al final del proceso por ser un método de primer orden, sin embargo, las eficiencias computacionales de la formulación del problema en forma de red son comprobadas en la rapidez de convergencia para encontrar la solución en un tiempo de 10s.

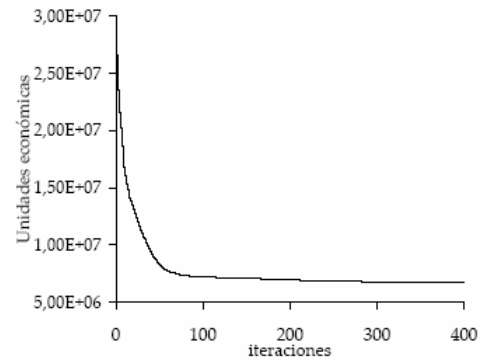


Figura 10. Proceso de convergencia

7. CONCLUSIONES

Se ha presentado una breve descripción de la formulación de un DHT y para encontrar la solución del despacho hidráulico se mostró una técnica basada en un análisis de redes aprovechando la interconexión hidráulica de las centrales de generación. En futuras investigaciones se presentarán metodologías para resolver el despacho termoelectrico. Uno de las principales características de la estrategia empleada es que evita la discretización de los niveles en los embalses usada en muchas aplicaciones.

8. BIBLIOGRAFÍA

- [1] CARVALHO, M.F. and SOARES, Secundino. An Efficient Hydrothermal Scheduling Algorithm. IEEE Transactions on Power Systems, vol. PWRS-2, No. 3, pp. 537-542, 1987.
- [2] MEJÍA Diego. Despacho Hidrotérmico de sistemas eléctricos usando predicción de caudales afluentes. Tesis de Maestría en Ingeniería Eléctrica, 2005.
- [2] CICOGNA, Marcelo. Modelo de Planejamento da Operação Energética de Sistemas Hidrotérmicos a Usinas Individualizadas Orientado por Objetos. Tesis de Mestre en Engenharia Elétrica, 1999.
- [4] GIL, Esteban. Programación de la generación a corto plazo en sistemas hidrotérmicos usando algoritmos genéticos. Tesis de Maestría en Ingeniería Eléctrica, 2001.
- [5] MORA, H.M. Optimización No lineal. Universidad Nacional de Colombia, facultad de ciencias. 2001.
- [6] BAZARAA, M.S. and SHERALY H.D. Nonlinear Programming, theory and algorithms. John Wiley & Sons, Inc, 1999.
- [7] MEJÍA, Diego, GALLEGO, Ramón y FRANCO, Francisco. Solución al problema de despacho de energía en sistemas hidrotérmicos usando Simulated Annealing. Scientia Et Técnica, Año XI No. 29, 2005.