

Carlos Eduardo Vélez E.

Jesús Alonso Botero G.

Sergio Yáñez C.

Centro de Investigaciones Económicas -CIE-

Facultad de Ciencias Económicas.

Universidad de Antioquia.

La demanda de energía de electricidad: un caso colombiano. 1970-1983

Lecturas de Economía. No. 34. Medellín, enero-junio de 1991. pp. 149-189.

● **Resumen.** *Este trabajo busca investigar las propiedades de la demanda residencial de energía eléctrica en dos ciudades colombianas (Bogotá y Medellín) en el período 1970-1983. La modelación económica de este tipo de mercado tiene características peculiares: la discriminación de precios de los monopolios de distribución implica que las diferentes clases de consumidores enfrentan una curva de oferta ascendente que impide la agregación "horizontal" de la demanda. Se requiere, entonces, una agregación de las formas reducidas finales de las diferentes clases de consumidores. No se utilizan los procedimientos usuales de Mínimos Cuadrados en Dos Etapas, pues se busca aprovechar la información determinística disponible sobre la curva de oferta en cada periodo de las observaciones. A pesar de que la forma estructural tiene formas funcionales bastante simples, la forma reducida final no es linealizable, y en consecuencia se utiliza un algoritmo no lineal de estimación. Los resultados econométricos son estadísticamente aceptables y concuerdan con las proposiciones microeconómicas convencionales.*

● **Abstract.** *This paper tries to test an economic explanation of the residential demand for electricity in Colombia (Bogotá and Medellín) during the period 1970-1983. The demand model takes into account the aggregation problem brought companies. Instead of aggregate reduced forms corresponding to each consumer class. The estimation deterministic information about the supply function is available for every time period. Although functional forms of the structural model are quite simple, final reduced forms cannot be linearized, thus non-linear statistically acceptable and conform with the conventional microeconomic proposition.*

-Introducción, 151. -I. Un esquema de análisis para el funcionamiento del mercado. -II. Variables, información e indicadores adecuados, 168. -III. Estimación de la forma reducida final, 172. -IV. Conclusiones, 183. -Bibliografía, 184.

Introducción

El propósito del presente trabajo consiste en estimar un modelo de demanda residencial de energía eléctrica en dos ciudades colombiana: Bogotá y Medellín. Específicamente se trata de utilizar las series temporales (1970-1983) de consumo anual por suscriptor medio y las estructuras de tarifas vigentes en cada período en los mercados de las estructuras de tarifas para estimar los parámetros estructurales de las funciones de demanda. Se trata de postular un modelo económico adecuado a un mercado peculiar, en tanto la discriminación de precios de los monopolios de distribución implica que las diferentes clases de consumidores enfrentan una curva de oferta ascendente que impide la agregación "horizontal" de las demandas individuales. El consumo de energía de todos los consumidores, en un momento dado, no es el equilibrio de dos funciones agregadas de oferta y demanda, sin el *agregado de diferentes cantidades de equilibrio* correspondientes a

diferentes niveles de la tarifa. Se requiere, entonces, una agregación de las formas reducidas finales de las diferentes clases de consumidores. No se utilizan los procedimientos usuales de Mínimos Cuadrados en Dos Etapas pues se busca aprovechar la información determinística disponible sobre la curva de oferta en cada período de las observaciones. Se trata de remediar una deficiencia usual de los modelos de demanda residencial de energía, señalado por Taylor (1975, p. 107): la ausencia de las características de la función de oferta en la forma reducida final.

En la investigación económica de la demanda en este tipo de mercado, Nordin (1976) retomó esta idea de Taylor (1975) y propuso una forma para incorporar los principales efectos de un sistema caracterizado por una Estructura de Tarifas por Bloques ascendente. En esta línea Billings y Agthe (1980) introdujeron como regresores de la demanda variables obtenidas a partir del conocimiento determinístico de la estructura de tarifas: el precio marginal y el efecto ingreso implícito en la estructura de tarifas. Luego Billings (1982) realizó una estimación por etapas para eliminar los sesgos de simultaneidad. A pesar de encuadrarse en éstos lineamientos, el modelo que se propone a continuación se aleja un poco de estos trabajos pues, se incorporan las características de la oferta utilizando, a cambio de la estructura de tarifas ascendente, dos características de su función de precio promedio asociada: el nivel medio y la progresividad. Sobre el caso colombiano debe reconocerse como referencia principal el trabajo pionero de Econometría Ltda., (1982) realizado para Interconexión Eléctrica S.A. -ISA-.

Las formas reducidas propuestas en cada uno de los dos mercados de Bogotá y Medellín difieren un poco pues la disponibilidad de sustitutos energéticos residenciales es prácticamente nula para uno de ellos -Medellín-. La forma funcional de las formas reducidas finales y el uso de los parámetros de la oferta como regresores requiere el uso de algoritmos no lineales de minimización. Las estimaciones de los parámetros concuerdan con las proposiciones convencionales de la teoría de la demanda. El ajuste de las ecuaciones estimadas es

bastante satisfactorio, sin embargo dado que la muestra es pequeña la inferencia de las pruebas de significación y de restricciones debe tomarse con cautela pues su validez es asintótica. No conocemos las bondades de los estimadores resultantes de nuestro procedimiento *vis a vis* los de los Mínimos Cuadrados en Dos Etapas. Nosotros presumimos una bondad relativa del primer procedimiento, sin embargo ignoramos resultados de la teoría econométrica que nos autoricen a hacer comparaciones rigurosas.

El artículo consta de cuatro secciones. En la primera se discuten el problema de la agregación y un esquema de análisis sobre el funcionamiento del mercado residencial de energía eléctrica, con sus formas funcionales explícitas. Luego se introduce la información disponible y se analiza su adecuación al modelo propuesto. En tercer lugar se presentan los resultados y diagnósticos de la estimación de las formas reducidas correspondientes a las hipótesis propuestas. Por último se presentan las conclusiones del trabajo y un anexo sobre las proyecciones de ventas con cambios en la estructura tarifaria.

I. Un esquema de análisis para el funcionamiento del mercado

A. El grado de agregación o la determinación de la unidad de análisis

Una de las condiciones indispensables para construir un modelo económico adecuado, es la descripción correcta de su mercado, de forma tal que se puedan considerar los principales factores de oferta y demanda que determinan, con cierto grado de autonomía, el fenómeno económico bajo estudio. Desde el punto de vista económico tradicional, el funcionamiento de un mercado está constituido por una función de oferta y otra de demanda, y por una condición de equilibrio que resuelve la cantidad y el precio de intercambio. Generalmente se admite que en el mercado participa un conjunto de consumidores y otro conjunto de oferentes y se supone que el equilibrio del mercado se produce entre las funciones de demanda y oferta globales (que

resultan respectivamente de las agregaciones de las funciones individuales de demanda y oferta). Para el caso del mercado residencial de energía eléctrica esta descripción resulta inadecuada: existe sólo un agente vendedor -la electrificadora- cuya función de oferta discrimina en precios las diferentes clases de demanda, según la cantidad consumida por cada suscriptor del servicio. Por lo tanto la cantidad consumida -y el precio de equilibrio- no son el resultado del equilibrio de la demanda y la oferta *agregadas*, sino un conjunto de muchos equilibrios individuales, tantos cuantas clases de suscriptores haya en la red de distribución. Suponiendo para todos los suscriptores *funciones de utilidad separables en energía y otros bienes*, las funciones de demanda representan, en cada caso, las cantidades que un consumidor está dispuesto a comprar a cada nivel de precios del bien, dados su nivel de ingreso real disponible, los precios relativos de los sustitutos relevantes y otras variables “de estado” -como sus necesidades, preferencias o hábitos de consumo y sus existencias de electrodomésticos-

Según hemos visto nuestro estudio debería alcanzar un elevadísimo nivel de desagregación diferenciando los suscriptores no sólo en tanto tienen un mismo nivel de consumo (esto es, tienen una misma función de demanda). Sin embargo, para este trabajo no contamos con muestras de corte transversal, sino con *series temporales* cuyo grado de desagregación sólo nos muestra el consumo por suscriptor medio en cada una de las electrificadoras y por lo tanto el grado de desagregación del esquema de párrafo anterior no tendría una base empírica disponible. En estas circunstancias se hace necesario plantear el problema al nivel de la información disponible en cada electrificadora -consumo y estructuras de tarifas- y en consecuencia se debe construir un modelo que permita agregar los equilibrios de las diferentes clases de suscriptores de cada electrificadora.

B. Una función de oferta y varias funciones de demanda, en cada período

Podríamos definir nuestro esquema de análisis para el mercado residencial de una electrificadora en la siguiente forma: durante un

lapso de tiempo determinado (t), rige una cierta función de oferta, con pendiente positiva¹, de la forma

$$Q_t^s = G(P_t) \quad ; \quad G' > 0 \quad (1)$$

donde Q_t^s es el consumo de un suscriptor en el período t y P es el precio por unidad de consumo (kwh) asociado a cada nivel del consumo por suscriptor en el período. Simultáneamente, existen N clases diferentes de funciones de demanda que tienen como forma general

$$Q_{t,i}^d = F_i(P_t, a_{t,i}); \quad F_2 < 0, F > 0, i = 1, \dots, N \quad (2)$$

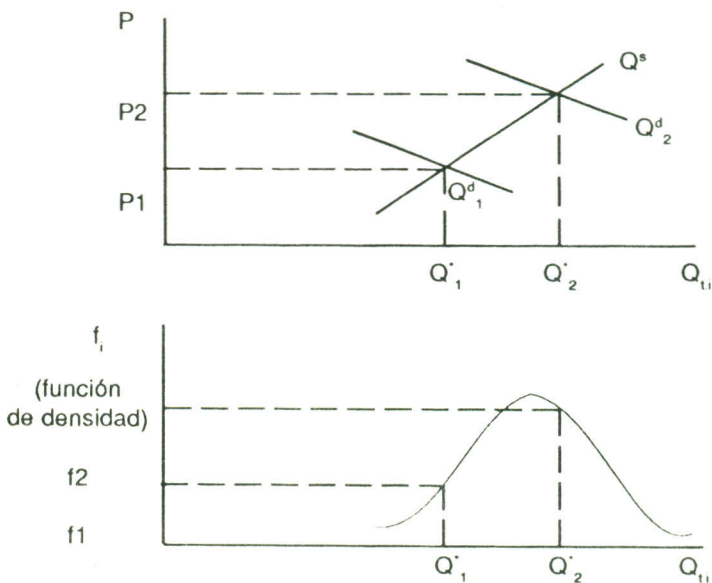
donde $Q_{t,i}^d$ es la cantidad demandada por los suscriptores que tiene la "característica" $a_{t,i}$. Esta variable $a_{t,i}$, es un indicador de las combinaciones de capacidades (ingresos y consumo potencial) y requerimientos de consumo (preferencias y necesidades -tamaño familiar, hábitos de consumo, entre otros) de cada *clase de suscriptores*. Ahora veamos como interactúan la función de oferta y las diferentes funciones de demanda.

En el gráfico 1 consideramos, para un valor de t (tiempo) dado, dos de las N diferentes funciones de demanda Q_1^d y Q_2^d (siendo el parámetro $a_1 < a_2$) y una sola función de oferta Q_t^s , cada una de las dos funciones de demanda establece precios y cantidades de equilibrio (P_1, P_2, Q_1^*, Q_2^*) diferentes con la función de oferta. Nótese que ninguno de estos precios o cantidades específicas de equilibrio son observables, dada la información disponible, y por lo tanto debemos desechar la pretensión de modelar cada uno de los N mercados correspondientes a las N clases diferentes de funciones de demanda.

1 La discusión sobre las relaciones entre la función de oferta y la estructura de tarifas por bloques ascendentes se aborda posteriormente en el numeral II.A.

En la parte inferior del mismo gráfico observamos la función de densidad o diagrama de frecuencias relativas ($f(Q_1)$) de las N funciones de demanda. Esta función indica la frecuencia f_1 con que se presenta cada una de las N funciones de demanda (Q_{t1}^d), para la población de suscriptores sometida a la (misma) función de oferta Q_t^s . La forma de esta función depende de la distribución que entre la población tienen los diversos factores que determinan a a_1 , esto es las distribuciones del ingreso, del consumo potencial (de las existencias de electrodomésticos), del tamaño familiar, de los hábitos de consumo, etc.

Gráfico 1 La función de oferta y las diversas funciones de demanda y su respectiva función de densidad en el período t



Suponiendo la existencia de esta función de densidad se construye una cantidad observable: el *consumo por suscriptor medio* para un período dado t , Q_t^* , es igual a:

$$Q_t^* = \sum_{i=1}^N (f(Q_i) \cdot Q_{t,i}^*)$$

Podemos entonces afirmar, en forma muy general, que este consumo medio por suscriptor Q_t^* depende de las características de la función de oferta Q_t^s , del conjunto de demandas ($Q_{t,i}^d$) y del proceso de agregación realizado por medio de la función $f(Q_1)$. A continuación trataremos de especificar un modelo con formas funcionales específicas que nos permita estudiar el comportamiento del consumo por suscriptor medio, en cada período t .

C. El modelo teórico del consumo por suscriptor medio

1. El modelo básico

En la presentación siguiente se restringen las formas funcionales de la oferta y la demanda a *formas funcionales exponenciales*. Esta limitación obedece a un mejor ajuste estadístico de la función de oferta empírica a ese tipo de función, como se verá más adelante. Al mismo tiempo, suponemos que para el período de estudio la función de distribución discreta de las funciones de demanda $-f(Q_1)$ mantiene cierta *estabilidad -en el tiempo- respecto* a la media del consumo por suscriptor en cada período Q_t^* .

- Forma estructural

- Períodos: $t = 1, 2, \dots, T$

- Funciones de oferta:

$$Q_t^s = c_t \cdot P^{e_t}, \quad c_t > 0, e_t > 0, \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (1.a)$$

c_t y e_t son parámetros de la función de oferta del año t , cambiantes con el tiempo. El parámetro e_t representa la elasticidad precio (o tarifa) de la oferta y está relacionada *inversamente* con la progresividad de la estructura tarifaria. El parámetro c_t representa el "intercepto" cuando el precio toma el valor de la unidad.

- Funciones de demanda:

$$Q_{t,i}^d = a_{t,i} \cdot P^b, \quad a^{i,t} > 0, b < 0 \quad (2.a)$$

con una función de frecuencias relativas

$$f = f(Q_{t,i}^d), \quad \text{tal que} \quad \sum_{i=1}^N (f_i) = 1 \quad (2.b)$$

y donde

$$a_{t,i} = A_i \cdot Y_{t,i}^g \cdot S_{t,i}^s, \quad A_i > 0, g > 0, s > 0 \quad (2.c)$$

para $i = 1, 2, \dots, N$ y $t = 1, 2, \dots, T$

donde las variables $Y_{t,i}$ y $S_{t,i}$ representan el ingreso y las existencias de electrodomésticos medios para los suscriptores que tienen demanda de la clase $Q_{t,i}^d$. Los parámetros g y s son las elasticidades de demanda respectivas, las cuales suponemos positivas. A_i representa el efecto que sobre la demanda tienen las preferencias y necesidades del suscriptor (por ejemplo: los hábitos culinarios, el tamaño familiar, entre otros). Vamos a suponer que este parámetro se mantiene

estable durante el período de estudio. No obstante debemos tener en cuenta que el parámetro A_1 puede variar en el tiempo cuando se presentan -como se verá más adelante- cambios significativos en el tamaño familiar.

- **Condición de equilibrio:**

$$Q_{t,i}^* = Q_{t,i}^d = Q_{t,i}^s, \text{ para } i = 1, 2, \dots, N \text{ y } t = 1, 2, \dots, T \quad (3)$$

- **Forma reducida para cada clase de demanda (no observable):**

De las ecuaciones (1.a), (2.a-c) y (3) se sigue que

$$Q_{t,i}^* = (a_{t,i})^{et/(et-b)} \cdot (c_t)^{-b/(et-b)} \quad (4)$$

y

$$P_{t,i}^* = (a_{t,i})^{1/(et-b)} \cdot (c_t)^{-1/(et-b)}, \text{ para todo } i \text{ y } t. \quad (5)$$

- **Agregación de las formas reducidas de cantidades para cada período t:**

Recordemos la definición del consumo por suscriptor medio para un período t,

$$Q_t^* = \sum_{i=1}^N (f_i \cdot Q_{t,i}^*) \quad (6)$$

De las ecuaciones (2.c), (4) y (6) se sigue que

$$Q_t^* = \sum_{i=1}^N (f_i \cdot (A_i \cdot Y_{t,i}^* \cdot S_{t,i}^*)^{et/(et-b)} \cdot (c_t)^{-b/(et-b)}) \quad (7)$$

Ahora bien, para culminar el proceso de agregación es necesario definir los *valores medios de las variables ingreso y existencias de electrodomésticos, y del parámetro A_p* , para toda la población de suscriptores en cada período t : Y_t , S_t , A respectivamente. Sean

$$S_t = \sum_{i=1}^N (f_i \cdot S_{t,i}) \quad , \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (8.a)$$

$$Y_t = \sum_{i=1}^N (f_i \cdot Y_{t,i}) \quad , \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (8.b)$$

y

$$A = \sum_{i=1}^N (f_i \cdot A_i) \quad , \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (8.c)$$

Definimos además m_i , n_i y a_i , *indicadores relativos* de ingreso, existencias de electrodomésticos y necesidades:

$$m_i = Y_{t,i} / Y_t \quad ; \quad \text{para todo } i \quad (9.a)$$

$$n_i = S_{t,i} / S_t \quad ; \quad \text{para todo } i \quad (9.b)$$

$$a_i = A_i / A \quad ; \quad \text{para todo } i \quad (9.c)$$

Si suponemos que estos indicadores tienen funciones de frecuencia relativa *estables en el tiempo*² y manipulamos las ecuaciones (7), (8) y (9) tenemos:

$$Q^*_t = (A \cdot Y_t^a \cdot S_t^s)^{c/(c-b)} \cdot (c)^{b(c-b)}$$

2 Esto equivale a suponer la estabilidad de las distribuciones del ingreso, la riqueza y las necesidades durante el período de estimación.

$$\sum_{i=1}^N f_i (a_i \cdot m_i^g \cdot n_i^s)^{e_t/(e_t-b)} \quad (10)$$

Si denominamos **K1** la sumatoria -último término- del lado derecho de la ecuación (10), podemos reescribirla como:

$$Q_t^* = (A \cdot Y_t^g \cdot S_t^s)^{e_t/(e_t-b)} \cdot (c_t)^{-b/(e_t-b)} \cdot K1. ;$$

para $t = 1, \dots, T$ (11)

la forma reducida final⁴. **K1** se considera *por aproximación* constante en el tiempo, en tanto asumimos un segundo orden de magnitud y un signo indeterminado para los efectos que sobre ella tienen las variaciones de la progresividad de la función de oferta, et. El signo de ese efecto es *indeterminado* ya que a pesar de que los exponentes $(e_t/e_t - b)$ de la sumatoria crecen con et, los efectos de ello sobre los elementos de la sumatoria *mayores a la unidad son directos* en tanto que sobre los elementos de la sumatoria *menores que la unidad son inversos* (recuérdese que m_i , a_i y n_i tienen por definición algunos valores menores que la unidad). Por lo tanto, el efecto neto sobre **K1** es indeterminado pues *a priori* no conocemos cuáles efectos parciales -directos o inversos- son dominantes.

2. Complicaciones adicionales del modelo básico

Existen diversas razones por las cuales el modelo descrito anteriormente no se aproxima suficientemente a los fenómenos observados en ciertas electrificadoras y/o en situaciones teóricamente concebibles. Por ejemplo, el racionamiento programado del servicio, la presencia

3 Para simplificar la presentación omitiremos, a lo largo de esta sección, el término de error. Un tratamiento explícito se encuentra en la sección III.

de energéticos sustitutos, la posibilidad de un ajuste parcial hacia nuevos consumos de equilibrio -cuando cambian las condiciones del mercado-, traen algunas complicaciones a las cuales debe adaptarse el modelo.

- El racionamiento programado del servicio

Durante el período que estamos estudiando (1970-1983) se presentaron, en ambas electrificadoras, racionamientos programados de energía eléctrica. Si en un determinado año t_0 se presenta un racionamiento programado del servicio residencial de energía eléctrica que se traduce en una reducción efectiva del consumo por suscriptor en un porcentaje equivalente a $(1 - \exp(-RACt_0))$ por ciento, entonces el consumo observado para el consumidor i en el año t_0 está dado por la ecuación (4) reescrita, para ese año, como:

$$Q_{t_0,i} = (a_{t_0,i})^{et_0/(et-b)} \cdot (c_{t_0})^{-b/(et-b)} \cdot e^{-RACt_0} \quad (12)$$

Donde $RACt_0$ es un parámetro positivo que crece con los niveles de racionamiento. Nótese que cuando $RACt_0$ es **cero** el racionamiento es nulo y la ecuación (12) es idéntica a la ecuación (4). Dadas las ecuaciones (12) y (6) -para la agregación de las formas reducidas de las diversas clases de demanda- y siguiendo un proceso de sustitución análogo al del numeral anterior podemos obtener una forma reducida final:

$$Q_t^* = (A \cdot Y_t^g \cdot S_t^s)^{et/(et-b)} \cdot (c_t)^{-b/(et-b)} \cdot K1 \cdot e^{-RACt_0 \cdot DICt_0} \quad (13)$$

Se incorpora, por lo tanto, la nueva variable dicótoma $DICt_0$ que toma valores cero para todos los años del período bajo estudio, excepto para el año t_0 -de racionamiento- en que alcanza valor igual a la unidad.

- La presencia de energéticos sustitutos

La posibilidad de obtener energéticos sustitutos para el consumo residencial se da en la ciudad de Bogotá. Bajo esta consideración debemos reformular las funciones de demanda (2.a) para hacer explícito los efectos de una variación en el precio del energético sustituto. Si denominamos PS_t el precio del sustituto energético relevante, en un mercado determinado, debemos reescribir las ecuaciones (2.a) como:

$$Q_{t,i}^d = (a_{t,i}) \cdot P_{t,i}^b \cdot PS_{t,i}^h ; a_{i,t} > 0, b < 0, h > 0, (b-h) < 0 \quad (14)$$

Dada esta reformulación de las demandas y tomando las ecuaciones (1.a), (2.b), (2.c) (3) y (6) podemos derivar la siguiente forma reducida final:

$$Q_t^* = (A \cdot Y_t^g \cdot S_t^s \cdot PS_t^h)^{e/(e-b)} \cdot (c)^{-b/(e-b)} \cdot K1 \quad (15)$$

- El ajuste parcial hacia el consumo de equilibrio

Existen diversos racionales del ajuste parcial hacia el equilibrio. De una manera muy general se trata de rezagos (mayores a un período), por parte de los suscriptores, para pasar de una posición de consumo de equilibrio a otra diferente. Las razones de este rezago están asociadas con las alternativas tecnológicas disponibles, con los costos de estas alternativas y con los rezagos administrativos para su realización (considerándose, por ejemplo, el caso en que dados ciertos incentivos económicos, se desea cambiar la estufa eléctrica por una estufa de gas). A continuación trataremos de integrar estos fenómenos dinámicos del ajuste parcial junto con el racionamiento que eventualmente se ha presentado en algunos períodos.

La idea básica del ajuste parcial consiste en que la variación deseada en el consumo entre los períodos $t-1$ y t sólo se efectúa o realiza parcialmente:

$$Q_{t_0,i} / Q_{t_0-1,i} = (Q_{t_0,i}^* / Q)^{\lambda}, 0 < \lambda < 1 \quad (16)$$

donde la cantidad de consumo (Q^*) representa cantidades deseadas en tanto las que no tienen (*) representan cantidades de consumo realizadas. El parámetro λ expresa la celeridad del ajuste. Y esta es máxima cuando λ tiende a la unidad.

De la ecuación (16) se sigue que

$$Q_{t_0,i} = (Q_{t_0,i}^*)^{\lambda} \cdot (Q_{t_0-1,i})^{1-\lambda} \quad (17)$$

Ahora, si en el año t_0 se presenta un racionamiento en un porcentaje $(1 - \exp(-RAC_{t_0}))$ el consumo efectivo del año t_0 (ecuación 17) debe ser modificado:

$$Q_{t_0,i} = (Q_{t_0,i}^*)^{\lambda} \cdot (Q_{t_0-1,i})^{1-\lambda} \cdot e^{-RAC_{t_0}} \quad (18)$$

y por lo tanto la introducción del racionamiento debe ir acompañada de una variable tricótoma ($DDIC_{t_0}$) que multiplica al parámetro de racionamiento y vale uno en el período t_0 . Pasemos a considerar los efectos del racionamiento del año t_0 en el consumo del año t_0+1 . El problema consiste en decidir si el consumo a partir del cual se realiza el ajuste hacia el consumo óptimo o deseado en el año t_0+1 es el consumo realizado dado el racionamiento, $Q_{t_0,1}$, o el que se habría realizado de no haber existido éste, $Q_{t_0,1} / \exp(-RAC_{t_0})$. De tomar la primera opción estaríamos sobreestimando la capacidad o esfuerzo de ajuste, cuando realmente gran parte del "ajuste" aparente obedece a la relajación de las restricciones del racionamiento. Por ello preferimos la segunda opción⁴ y por lo tanto el consumo del año t_0+1 se puede expresar como:

4 Se podría proponer una solución intermedia, introduciendo un parámetro ϵ que mide el grado en que el suscriptor enfrenta el ajuste ignorando el hecho de que ha sido racionado en el año t_0 , esto es, desconociendo que una parte significativa del "ajuste" se debe a una simple relajación de las restricciones existentes. Este parámetro ϵ sería un exponente del denominador de la fracción " $Q_{t_0,1} / \exp(-$

$$Q_{t_0+1,i} = (Q_{t_0+1,i})^\lambda \cdot (Q_{t_0,i} / e^{-RAC_{t_0}})^{1-\lambda}$$

de lo cual se sigue

$$Q_{t_0+1,i} = (Q_{t_0+1,i})^\lambda \cdot (Q_{t_0+1,i})^{1-\lambda} \cdot e^{RAC_{t_0}} \cdot e^{-RAC_{t_0} \cdot \lambda} \quad (19)$$

y significa que la variable tricótoma DDIC_{t_0}, que multiplica a -RAC_{t_0} y vale 1 en t = t₀, debe tomar un valor de signo contrario en el período t₀+1. Además se necesita otra dicótoma rezagada RDIC_{t_0} que valga 1 para t = t₀+1 y multiplique al exponente -RAC_{t_0}·λ. Dadas las ecuaciones (17), (18), (19) y (6) se deriva la siguiente forma reducida final:

$$Q_t = (A \cdot c_t^{-b/et} \cdot Y_t^g \cdot S_t^s)^{\lambda \cdot et/(et-b)} \cdot K1 \cdot Q_{t-1}^{1-\lambda} \cdot e^{(-RAC_{t_0} \cdot DDIC_{t_0} - RAC_{t_0} \cdot \lambda \cdot RDIC_{t_0})} \quad (20)$$

donde los vectores DDIC_{t_0} y RDIC_{t_0} son:

$$DDIC_{t_0}' = (0, \dots, 0, 1, -1, 0, \dots, 0)$$

$$RDIC_{t_0}' = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)$$

$$\text{para } t = 1, \dots, t_0, t_0+1, \dots, T.$$

En caso de no existir ningún racionamiento durante el período de estimación la ecuación (20) se simplificaría a

RAC_{t_0}) -el consumo realizado en t₀ sin racionamiento- que tomaría valores entre 0 y 1. Los casos extremos serían e = 1 correspondiente a la segunda opción preferida y ε = 0 correspondiente a la primera hipótesis. Nos abstenemos de introducir esta complicación adicional pues los grados de libertad disponibles según el tamaño muestral es bastante limitado.

$$Q_t = (A \cdot c_t^{-b/et} \cdot Y_t^g \cdot S_t^s)^{\lambda \cdot et/(et-b)} \cdot K1 \cdot Q_{t-1}^{1-\lambda} \quad (21)$$

- El número de personas por vivienda

La alteración del tamaño familiar $NVIV_t^5$ puede tener repercusiones muy diversas sobre la función de demanda. Estas pueden operar a través de cambios en ingreso per cápita del suscriptor (Y_t), de la elasticidad ingreso de la demanda (g), de las preferencias y/o “necesidades” familiares -que se reflejan en el parámetro A_t -, de los efectos sobre el patrón temporal de acumulación de electrodomésticos del conjunto de suscriptores, etc. A continuación trataremos de formular explícitamente algunos de estos efectos y proponer una forma para incluir esta variable $NVIV$ en la forma reducida final -para poder entonces contrastar estadísticamente su incidencia-

El ingreso medio por suscriptor puede expresarse como

$$Y_t = (Y_t / NVIV_t) \cdot NVIV_t,$$

llamemos ingreso per cápita $YPCT_t$ al primer término de este producto, esto es,

$$YPCT_t = Y_t / NVIV_t$$

y por lo tanto

$$Y_t = YPCT_t \cdot NVIV_t \quad (22)$$

Si sustituimos (22) en la ecuación (11) tenemos que

5 El cambio en esta variable es significativo para el período intercensal 1973-1985 en las ciudades de Bogotá y Medellín. Para la primera ciudad pasa de 5.7 a 4.28 personas por vivienda, en tanto que para la segunda pasa de 7.7 a 5.9 personas por vivienda.

$$Q_t^g = (A \cdot YPCT_t^g \cdot NVIV_t^g \cdot S_t^g)^{et/(et-b)} \cdot (c_t)^{-b/(et-b)} \cdot K1 \quad (23)$$

De otro lado podemos considerar que el parámetro A -de preferencias y necesidades- varía con el tamaño familiar medio NVIV_t y proponemos una relación funcional de la siguiente forma

$$A = A_0 \cdot NVIV^z, \quad 0 < z << 1 \quad (24)$$

donde el rango de valores del parámetro z representa ciertas economías "de escala" -de tamaño familiar"- en el consumo de energía eléctrica residencial. Incorporando esta nueva relación funcional (24) en la ecuación (23) obtenemos

$$Q_t^* = (A_0 \cdot YPCT_t^g \cdot NVIV_t^{(g+z)} \cdot S_t^g)^{et/(et-b)} \cdot (c_t)^{-b/(et-b)} \cdot K1 \quad (25)$$

Como decíamos en un principio, es posible que los cambios del tamaño familiar alteren otras variables y/o parámetros. Por ejemplo, como lo sugiere la Hipótesis del Ciclo Vital (Modigliani y Ando 11963), Modigliani (1986), Blinder, Gordon y Wise (1983) el patrón temporal de ahorros de una familia debe verse sensiblemente alterado con el cambio en el número de hijos y ello debe incidir en la evolución temporal del patrimonio familiar acumulado y por lo tanto en una de sus partes constitutivas: las existencias de electrodomésticos -designemos este efecto por medio del parámetro x-. Aun más, es posible que los cambios en el tamaño familiar alteren las participaciones relativas de los diferentes rubros de presupuesto familiar y con ello sus respectivas elasticidades ingreso. Este tipo de efectos plantean muchas dificultades de formalización e identificación y por lo tanto serán excluidos de una formalización explícita. Dada esta diversidad de efectos derivados de la variación del tamaño familiar adoptaremos un solo parámetro r -sustituyendo a g+z+x- para medir sus efectos sobre el consumo por suscriptor medio:

$$Q_t^* = (A_0 \cdot YPCT_t^g \cdot NVIV_t^r \cdot S_t^g)^{et/(et-b)} \cdot (c_t)^{-b/(et-b)} \cdot K1 \quad (26)$$

Tenemos entonces un conjunto de ecuaciones de consumo por suscriptor medio -11, 13, 15, 20, 26- que representan diferentes hipótesis progresivamente complejas acerca de las variables pertinentes para determinar el comportamiento del conjunto de suscriptores residenciales en un mercado determinado. Sólo resta por formular la ecuación que integre todas las variables adicionales propuestas, esto es, que integre la presencia de sustitutos energéticos (ecuación 15) y las variaciones del tamaño familiar (ecuación 26) con el sistema de ajuste parcial acompañado de racionamiento (ecuación 20): Siguiendo procesos análogos de deducción obtenemos que:

$$Q_t = (A_0 \cdot c_t^{-b/et} \cdot YPCT_t^g \cdot NVIV_t^r \cdot PS_t^h \cdot S_t^s)^{\lambda \cdot et/(et-b)} \cdot K1 \cdot Q_{t-1}^{1-\lambda} \cdot e^{(-RAC_{t0} \cdot DDIC_{t0} - RAC_{t0} \cdot \lambda \cdot RDIC_{t0})} \quad (27)$$

Más adelante presentaremos la estimación de estas ecuaciones y contrastaremos estadísticamente sus bondades.

II. Variables, información e indicadores adecuados

Para realizar el proceso de estimación de las formas reducidas finales que hemos especificado en el numeral anterior necesitamos un conjunto de observaciones temporales de cada una de las variables que intervienen en ellas. No obstante para el caso de algunas variables se presentan algunos inconvenientes. Por ejemplo, en el caso de la función de oferta, no aparece de forma evidente su equivalente empírico (como se verá más adelante); o, en el caso del stock de electrodomésticos, no existe información de buena calidad y no siempre es posible diseñar artificios matemáticos para remediar su omisión.

A. Indicadores adecuados de la oferta

Las series requeridas del lado de la función de oferta son los parámetros c_t y e_t , correspondientes a las funciones de oferta (ecuación 1.a) para los períodos $t = 1, \dots, T$.

Desde el punto de vista empírico partimos de la Estructura de Tarifas ($T_t = T(Q_{t,1})$) vigente en cada uno de los años del período de estimación. Esta función tiene, por lo general, forma discontinua -en escala ascendente, ver gráfico 2-, así:

$$T_1 \left[\begin{array}{l} T_1, \text{ para } 0 < Q_{t,1} < Q_1; \\ T_2, \text{ para } Q_1 < Q_{t,1} < Q_2; \\ (...) \\ T_k, \text{ para } Q_{k-1} < Q_{t,1}. \end{array} \right. \quad (28)$$

donde $0 < T_1 < T_2 < \dots < T_k$.

Con base en la Estructura de Tarifas se liquidan las Cuentas de Cobro ($CC_{t,1} = CC(Q_{t,1})$) de cada período t :

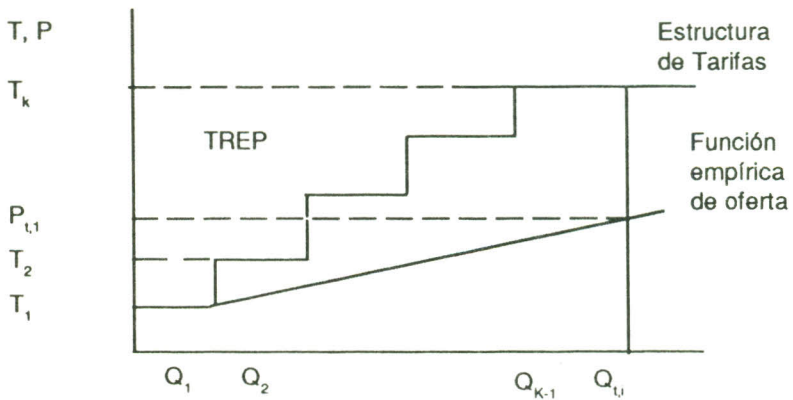
$$CC_{t,i} = T_1 \cdot Q_1 + T_2 \cdot (Q_2 - Q_1) + \dots + T_k \cdot (Q_{t,i} - Q_k) \quad (29)$$

o sea el área bajo la Estructura de Tarifas (véase Gráfico 2). Y por lo tanto el precio promedio pagado por cada uno de los $Q_{t,1}$ kwh consumidos es, la altura promedio de ese área:

$$P_{t,1} = CC_{t,1} / Q_{t,1} \quad (30)$$

La Estructura de Tarifas (28), la función Cuentas de Cobro (29) y su relación con el precio promedio pagado (30) nos permite construir una Función Empírica de Oferta ($Q^t = GE_t(P_t)$) que relaciona funcionalmente a cada cantidad consumida en el período t , el respectivo precio pagado por kwh.

Gráfico 2 La estructura de tarifas y la función empírica de oferta



Se podría pensar que la Estructura de Tarifas es en sí misma una función de oferta, sin embargo, ésta sólo es asimilable a una función de oferta cuando redefinimos la variable ingreso de la función de demanda para incluir las transferencias implícitas en tal suposición. En efecto, tomando la Estructura de Tarifas vigente como función de oferta el suscriptor recibirá una Transferencia del Excedente del Productor (TREP) -el área rayado en el gráfico 2- que se traduce en un incremento en el excedente del consumidor. Esta transferencia es igual a:

$$TREP_{t,1} = T_k \cdot Q_{t,1} \quad (31)$$

Ya se ha construido y aplicado modelos en términos del precio de la última unidad comprada y de la transferencia de ingresos implícita: modificando las propuestas de Taylor (1975) y Nordin (1976) encontramos por ejemplo a Billings y Agthe (1980) -para acueducto-, Billings (1982) y el capítulo cuarto de Dubin (1985). No obstante

consideramos que esta forma de incorporar las características de la oferta ofrece complicaciones difíciles de resolver cuando se trabaja, como es nuestro caso, con *series de tiempo de información agregada*. El estudio de Shin (1985) sobre la percepción de la estructura de tarifas, dada una información de precios costosa asociada a la complejidad de la estructura de tarifas, muestra empíricamente que los suscriptores evalúan su demanda con el precio promedio y no con el precio marginal. Por ello proponemos una especificación de la oferta que al ajustar una función exponencial (ecuación 1.a) a la función de precio promedio (ecuación 30) recoge por medio de sus dos parámetros e_t y c_t los aspectos sustanciales de la oferta, obviando el problema de la transferencia implícita (TREP). Nótese que el parámetro c_t recoge las variaciones homogéneas de la estructura de tarifas, en tanto que e_t refleja la progresividad de las tarifas, esto es su estructura intramarginal.

Para la determinación de los parámetros (c_t y e_t) de la función de oferta se procede a ajustar una función exponencial (ecuación 1.a) a la función empírica de oferta, construida a partir de la Estructura de Tarifas, en cada uno de los T años del período de estudio. Así se determinan *los vectores* (T - dimensionales) de los parámetros de la función de oferta (c_t y e_t), *cambiantes en el tiempo*. Más adelante, esos parámetros pasan a ser variables independientes -medidas con error- en la estimación de la forma reducida final. Adicionalmente se tuvo en cuenta la frecuencia variable con que el conjunto de suscriptores se distribuye a lo largo de la función empírica de oferta (recuérdese el Gráfico No.1) y se realizó un ajuste mínimo-cuadrático ponderado de la función exponencial a la función empírica de oferta.

B. La omisión de la potencia instalada por suscriptor media

Según estudios de ENE (1986), se cuenta con algunas *estimaciones* (a partir de 1975) de esta variable para cada electrificadora, pero es imposible construir series que cubran completamente el período bajo

estudio. Por lo tanto, la variable *stock* o existencias de electrodomésticos *es omitida* de las ecuaciones por estimar. De esa restricción se derivan *sesgos* sobre los estimadores de los diferentes parámetros, sin embargo, no es factible adelantar nada sobre su magnitud y signo, excepto en el caso de la elasticidad ingreso. Si suponemos que el ingreso medio de los suscriptores y su *stock* medio de electrodomésticos están **directamente** relacionados, las estimaciones mínimo-cuadráticas de la elasticidad ingreso sobreestiman la “verdadera” elasticidad ingreso -g-.

Existen artificios matemáticos, como los sugeridos por Houthakker y Taylor (1966, 1970) y Philips (1974) para *introducir indirectamente* este tipo de variables de “estado” (stocks físicos o hábitos de consumo, etc.) cuando no son directamente observables. Sin embargo dichos artificios *sólo son aplicables a ecuaciones lineales* y por tanto quedan excluidos en este caso dada la forma exponencial que hemos impuesto a las funciones de oferta y demanda.

III. Estimación de la forma reducida final

Primero que todo, contamos con un conjunto de ecuaciones de la forma reducida final que nos presentan distintas propuestas correspondientes a un conjunto de hipótesis explicativas alternativamente complejas. Estas son las ecuaciones 11, 13, 15, 20, 26, y 27. En tales ecuaciones *los regresores son variables que aparecen en la función estructural de demanda, mientras otros regresores son parámetros de la función de oferta*, por lo tanto una condición indispensable para poder estimar estas formas reducidas finales es la estimación *previa* de los parámetros de la función de oferta (ecuación 1.a) *para cada año t del período de estimación*. Debemos entonces estimar T ecuaciones de oferta para obtener vectores T-dimensionales de los estimadores de los parámetros cambiantes de la función de oferta (e_t , c_t). Debe destacarse que dado el conocimiento *determinístico* de la Función de Oferta Empírica, la estimación de los parámetros de la función de oferta *ajustada* son *independientes* del componente aleatorio de la demanda.

Qué relación existe entre los errores de la forma estructural y los errores de la forma reducida final a estimar? Veamos. Si hacemos explícitos los errores de las ecuaciones de oferta (1.a) y demanda (2.a) y derivamos el error en la forma reducida por suscriptor (4) y la forma reducida final (11) tenemos lo siguiente:

$$Q_t^s = c_t \cdot P^{et} \cdot \exp(\epsilon_t) \tag{1.a}$$

$$Q_{t,i}^d = a_{t,i} \cdot P^b \cdot \exp(\gamma_t) \tag{2.a}$$

si suponemos que ϵ y γ se distribuyen normalmente y que los γ son homogéneos para las diferentes funciones de demanda, entonces la forma reducida para cada suscriptor (ecuación 4) es:

$$Q_{t,i}^* = (a_{t,i})^{et/(et-b)} \cdot (c_t)^{b/(et-b)} \cdot \exp((\gamma_t \cdot e_t - b \cdot \epsilon_t) / e_t - b)$$

y la forma reducida final (ecuación 11)

$$Q_t^* = (A \cdot Y_t^g \cdot S_t^s \cdot c_t^{-b/et})^{et/(et-b)} \cdot K1 \cdot \exp((\gamma_t \cdot e_t - b \cdot \epsilon_t) / e_t - b)$$

Según esta última ecuación el término de error es función de uno de los regresores, e_t . Sin embargo este vector de observaciones de e_t -la progresividad de la función de oferta- no es estocástico ya que cada uno de sus elementos representa una aproximación a una **característica** del sistema de precios que se conoce **determinísticamente** para cada período y por lo tanto no involucra aleatoriedad ninguna en la serie de valores de e_t . No se afectan entonces los supuestos clásicos necesarios para la eficiencia de los estimadores de los parámetros.

No obstante, esta misma ecuación nos indica que debemos ser especialmente cuidadosos en los diagnósticos de la heterocedasticidad de los errores, pues:

$$\text{var}(\gamma_t \cdot e_t - b \cdot \epsilon_t / e_t - b) = (e_t / e_t - b)^2 \cdot \text{var}(\gamma_t) + (b / e_t - b)^2 \cdot \text{var}(\epsilon_t)$$

y por lo tanto es de esperar que los cambios en e_t afecten su varianza.

A continuación presentaremos los resultados de estimación de los modelos completos de los sistemas EEPPM y EEEB, de acuerdo al orden requerido: primero estimación de las ecuaciones de oferta en cada período para obtener sus parámetros (c_t y e_t) y segundo utilizar esos parámetros como regresores, junto con las variables de la función de demanda, en las formas reducidas finales.

A. Empresas Públicas de Medellín -EEPPM-

- Estimación de los parámetros de la función de oferta

La ecuación de la función de oferta (1.a) la podemos linearizar como:

$$\ln Q_{t,i} = \ln c_t + e_t \cdot \ln P_{t,i} + \epsilon_{t,i} \quad (32)$$

En el Cuadro No.1 tenemos los resultados de los *ajustes mínimo-cuadráticos ponderados* de la función (teórica) de oferta a la función empírica de oferta, para $t = 1970, \dots, 1983$.

Cuadro No.1 **Estimación de las funciones de oferta para EEPPM**

| Año | Ct | et | R ² A | F/(P) | DW/(G:L) |
|------|------------------|------------------|------------------|----------------|---------------|
| 1970 | 11,7759 (210) | 3.397849 (52) | .972 | 2695,92 (0) | 1,688 (77) |
| 1971 | 12,1618 (190) | 3.397859 (52) | .972 | 2696,5 (0) | 1,688 (77) |
| 1972 | 12,5533 (180) | 3.397855 (52) | .972 | 2696,19 (0) | 1,688 (77) |
| 1973 | 13,1482 | 3,397855 | .972 | 2696,04 | 1,688 |

Cuadro 1 (Continuación)

| Año | Ct | et | R ² A | F/(P) | DW/(G:L) |
|------|------------------|-------------------|------------------|----------------|---------------|
| | (160) | (52) | | (0) | (77) |
| 1974 | 11,5193 (790) | 2,166305 (180) | .998 | 32794 (0) | 1,155 (75) |
| 1975 | 11,3147 (800) | 1,871091 (170) | .997 | 29738,3 (0) | 0,923 (75) |
| 1976 | 11,6683 (720) | 1,871092 (170) | .997 | 29740,6 (0) | 0,923 (75) |
| 1977 | 12,1165 (650) | 1,87108 (170) | .997 | 29741.8 (0) | 0,923 (75) |
| 1978 | 11.3513 (790) | 1.871092 (170) | .997 | 29744.8 (0) | 0.923 (75) |
| 1979 | 11.3732 (780) | 1.871101 (170) | .997 | 29744.5 (0) | 0.923 (75) |
| 1980 | 11.4748 (760) | 1.871093 (170) | .997 | 29742.5 (0) | 0.923 (75) |
| 1981 | 11.3799 (780) | 1.87109 (170) | .997 | 29746 (0) | 0.923 (75) |
| 1982 | 11.3062 (800) | 1.871971 (170) | .997 | 29853.3 (0) | 0.921 (75) |
| 1983 | 10.5753 (340) | 1.451865 (55) | .976 | 3038.92 (0) | 1.151 (75) |

Nota: Estadísticos t entre paréntesis, G.L: grados de libertad.

Como podemos ver los ajustes ponderados de las funciones de oferta son bastante satisfactorios, tanto por el R² ajustado, los estadísticos F, como por los diagnósticos de autocorrelación de los

errores. Si bien los errores no presentan una estructura de “ruido blanco” (*white noise*) los test de autocorrelación dan negativos y dado que conocemos perfectamente la función empírica de oferta podemos asegurar que este “problema” de la estructura de los errores no es un indicativo de una mala especificación de la función (p.ej. una variable omitida, etc.).

En cuanto a la interpretación de los resultados podemos ver que el parámetro c_t , cuya disminución indica incremento real de tarifas, ha tenido variaciones aunque no muy fuertes. De otro lado, el parámetro, e_t , que muestra la progresividad de las tarifas, ha sido mucho más estable y marca dos sub-períodos claramente diferenciados (1970-1974 y 1975-1983).

A continuación vamos a estudiar estos vectores de parámetros c_t y e_t para estimar las diferentes formas reducidas finales correspondientes a formas alternativas de la función de demanda. Esta estimación se llevó a cabo con procedimientos mínimo-cuadráticos no lineales⁶. Los resultados de la estimación de estos modelos aparecen en el Cuadro No. 2.

Los resultados de estas estimaciones son bastante satisfactorios por los signos, y magnitudes esperados para los diferentes parámetros estimados, por los valores de desviaciones estándar y estadísticos **F** y **p**, por los test negativos de autocorrelación y por otras características de la estructura de sus errores (homocedasticidad, estructura temporal de “ruido blanco”, y distribución aproximadamente normal). Así mismo el algoritmo de minimización exhibe convergencia para los valores estimados. Como era de esperarse la restricción de $\lambda = 1$ (ajuste completo en un año) incrementa la elasticidad precio **b** en un 20% aproximadamente (modelos 1 y 3 contra los modelos 2 y

6. Se utilizó el algoritmo de minimización Quasi-Newton del módulo NONLIN del programa de estadística SYSTAT, versión 3.0.

Cuadro 2 Sistema EPPM. Estimación de diferentes formas reducidas finales

| modelo/ var. Ecuación dep. | PARAMETROS | | | | | | | | | F. Total | G.L |
|-------------------------------|--------------------------|--------------------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|--------------------------|------------------------|------------------------|----------|----------|-----|
| | k1 | A | b | g | r | LAMBDA | -RAC77 | -RAC81 | | | |
| 1/27 (*) 8 | 4.14113073 (2.561434) | 198.602 (101.8) | -0.1056468 (0.02195) | 0.23466603 (0.034257) | -0.0038691 (0.06514) | 1.07104784 (0.235889) | 0.1071332 (0.01404) | 0.149502 (0.01150) | 21.33978 | 5 | |
| 2/27 (**) | 2.60550184 (0.169652) | 293.829 (9.866) | -0.1271897 (0.00246) | 0.23016612 (0.010287) | -0.0092784 (0.00152) | ----- | 0.1142825 (0.01054) | 0.0179476 (0.01007) | 38.32622 | 7 | |
| 3/27 (***) | 4.10302424 (0.833849) | 196.15 (60.5) | -0.1062281 (0.00845) | 0.23436798 (0.019277) | ----- | 1.05880007 (0.114966) | 0.1072958 (0.01047) | 0.01504 (0.010) | 29.86652 | 6 | |
| 4/13 | 2.72808597 (0.429889) | 272.584 (14.70) | -0.1281399 (0.01927) | 0.2312739 (0.01789) | ----- | ----- | 0.1148013 (0.01169) | 0.0173458 (0.00695) | 52.39399 | 8 | |

Nota: errores estandar entre paréntesis bajo cada parámetro estimado: G.L.: grados de libertad.

(*) ecuación 27 con $h = 0$

(**) ecuación 27 con $\lambda = 1, h = 0$

(***) ecuación 27 con $r = 0, h = 0$

4). La inferencia de estos test -y los siguientes- debe tomarse con cautela pues su validez es asintótica (Amemiya, 1983) en tanto que la muestra utilizada en el ejercicio es pequeña ($T = 14$).

Dado que estos modelos 1, 2, 3 y 4 están “anidados” (*nested*) entre sí pueden ser contrastados por medio de pruebas estadísticas de restricciones. Así tenemos que los modelos 2 y 3 son versiones restringidas del modelo 1 y el modelo 4 es una versión restringida de los modelos 2 y 3. La prueba de contraste de estas restricciones consiste en calcular un estadístico FC igual a

$$FC = ((SCRR - SCR). (GL) / ((GLR - GL). SCR) \quad (33)$$

donde SCR y GL son la suma de cuadrados residuales y los grados de libertad del modelo *no restringido*, y SCRR y GLR son idem para el modelo *restringido*. Si este estadístico FC es menor que el valor crítico FT de una distribución F con $(GLR - GL)$ y GL grados de libertad y un error de tipo I de **alfa** %, aceptamos la restricción impuesta al modelo no restringido. En el Cuadro 3 aparecen los resultados del contraste entre los diferentes modelos. Encontramos que el modelo 4 domina a las demás formas reducidas no restringidas y es escogido como modelo óptimo. La aceptación de la restricción $r = 0$ en los modelos 3 y 4 no implica que la variable NVIV (número de personas por vivienda) no recoja el efecto ingreso (g), ni el efecto sobre las necesidades familiares (parámetro z) u otros efectos indirectos vía la acumulación de electrodomésticos de la familia (parámetro x); sólo quiere decir que la suma de esos efectos $g + z + x$ tiende a anularse, esto es, que se compensan los unos a los otros. Si identificamos a g como positivo y teóricamente suponemos que z también lo es (que las necesidades crecen con NVIV) entonces el efecto x vía la acumulación de electrodomésticos debe ser negativo ($x < 0$). O sea que, a medida que disminuye el número de personas por vivienda NVIV debe incrementarse la acumulación patrimonial media en la forma de equipos electrodomésticos. Se confirman entonces las proposiciones derivadas de la Hipótesis del Ciclo Vital, mencionada en el numeral I.C.2.

Cuadro 3 **EEPPM. Tabla de contraste de restricciones en los modelos no lineales**

| | Modelo FC | 1 FT | Modelo FC | 2 FT | Modelo FC | 3 FT |
|--|--------------|---------|--------------|---------|--------------|---------|
| MODELO 2 ($\lambda = 1$) | 0.823488 | < 13.3 | _____ | | _____ | |
| MODELO 3 ($r = 0$) | 0.001534 | < 16.3 | _____ | | _____ | |
| MODELO 4 ($\lambda = 1$ y $r = 0$) | 0.556083 | < 12.1 | 0.022402 | < 12.2 | 0.999721 | < 10.9 |

Nota: Si $FC < FT$ se acepta la restricción que el modelo de la fila sobre el modelo de la columna. Error de tipo I = 0.05.

Fuente: Cálculos CIE

B. Empresa de energía eléctrica de Bogotá -EEEB-

En forma análoga a como se acaba de hacer para las EEPPM, presentamos a continuación los resultados de las estimaciones para los datos de la Empresa de Energía Eléctrica de Bogotá. Debemos advertir que para el caso de EEEB se debieron omitir tres períodos (1970, 1971, y 1972), ya que a partir del año 1973 se integraron dos poblaciones de suscriptores con consumos medios diferentes. Ello se refleja en la caída desproporcionada del consumo medio por suscriptor, asociada a la incorporación súbita de una población de suscriptores (aproximadamente 56.000, un incremento del 21.3%) con un consumo medio por suscriptor menor que el del conjunto de suscrip-

tores preexistente. Dado que desconocemos las formas teóricas explícitas que permitan expresar este fenómeno de integración de dos conjuntos discímiles de suscriptores, preferimos omitir estas observaciones (1970-1972) del período de estimación.

- Estimación de los parámetros de la función de oferta

En el Cuadro 4, tenemos los resultados del ajuste mínimo-cuadrático ponderado de la función de oferta (1.a) a la función empírica de oferta. Como podemos ver en el Cuadro 4 los ajustes ponderados de las funciones de oferta son bastante satisfactorios, tanto por el R^2 ajustado, los estadísticos F, como por los diagnósticos de autocorrelación de los errores. Si bien los errores no presentan una estructura de "ruido blanco" (*white noise*) los test de autocorrelación dan negativos y la tendencia de los errores no nos preocupa por las mismas razones expuestas para el caso de las EEPPM.

En cuanto a la interpretación de los resultados podemos ver que el parámetro c_t , cuya disminución indica incrementos de tarifa, ha tenido variaciones, junto con el parámetro e_t , que nos muestra la progresividad de las tarifas. Es notable como la progresividad de las tarifas (el inverso de éste último parámetro) ha sufrido un incremento violento y progresivo que contrasta con el caso de las EEPPM.

A continuación se utilizan estos vectores de parámetros c_t y e_t para estimar las diferentes formas reducidas finales. Esta estimación se lleva a cabo con procedimientos mínimo-cuadráticos no lineales. Los resultados aparecen en el Cuadro 5.

Los resultados de las estimaciones son también satisfactorios: por los signos y magnitudes esperados para los diferentes parámetros estimados, por sus valores F y p , por los test negativos de autocorrelación y por la estructura de sus errores (homocedasticidad, distribución normal y estructura temporal). No se presentan resultados para los

modelos 1 y 3 (con $\lambda = 1$) pues no convergen a una solución mínimo cuadrática después de 5.000 iteraciones.

Cuadro 4 Sistema EEEB Estimación de las funciones de oferta (1970-1985)

| Año | ct | et | R ² A | F/(P) | DW/(G:L) |
|------|------------------|------------------|------------------|----------------|----------------|
| 1973 | 12.5163 (160) | 3.933351 (52) | .821 | 1788.17 (0) | 1.158 (389) |
| 1974 | 13.4445 (100) | 3.933328 (42) | .821 | 1788.15 (0) | 1.158 (389) |
| 1975 | 13.6019 (100) | 3.523846 (41) | .815 | 1717.88 (0) | 1.055 (389) |
| 1976 | 13.7664 (99) | 3.623276 (42) | .816 | 1726.97 (0) | 1.062 (389) |
| 1977 | 13.9831 (97) | 3.616107 (42) | .816 | 1727.47 (0) | 1.062 (389) |
| 1978 | 13.4367 (100) | 3.615633 (42) | .816 | 1727.55 (0) | 1.062 (389) |
| 1979 | 13.0311 | 3.60564 | .816 | 1727.91 | 1.062 |
| 1980 | 13.0311 (110) | 3.60564 (42) | .816 | 1727.91 (0) | 1.062 (389) |
| 1981 | 10.1047 (200) | 1.409589 (45) | .836 | 1986.89 (0) | 1.363 (389) |
| 1982 | 10.0506 (210) | 1.391646 (45) | .837 | 1997.82 (0) | 1.359 (389) |
| 1983 | 9.8575 (210) | 1.387675 (42) | .821 | 1784.11 (0) | 0.752 (389) |

Nota: Estadísticos t entre paréntesis

Cuadro 5 Sistema EEEB. Estimación de diferentes formas reducidas finales no-lineales

| modelo/ var. Ecuación dep. | PARAMETROS | | | | | | | | F. Total | G.L |
|-------------------------------|--------------------------|--------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|---------------------------|-------------------------|-------------------------|----------|-----|
| | k1 | A | b | g | r | λ | -RAC77 | -RAC81 | | |
| 2/27 Q (*) | 0.68744076 (0.145248) | 1052.59 (50.51) | -0.3305434 (0.048201) | 0.24049416 (0.065611) | 0.21186047 (0.132285) | -0.5270459 (0.4027923) | 0.0668082 (0.03694) | 0.1139140 (0.049356) | 17.97961 | 3 |
| 4/27 Q (**) | 0.80502877 (0.595554) | 118.616 (159.5) | -0.4063393 (0.217042) | 0.37714541 (0.039930) | 0.30787170 (0.100968) | ----- | 0.0664716 (0.037173) | 0.1368699 (0.104526) | 20.12019 | 4 |

Nota: errores estándar entre paréntesis bajo cada parámetro estimado.

* ecuación 27 con $\lambda = 1$

** ecuación 27 con $\lambda = 1$ y $r = 0$

Siendo “encajonados”, los modelos 2, y 4 se contrastan con pruebas estadísticas de restricciones (pruebas F, ecuación 33). En el Cuadro 6 aparecen los resultados del contraste entre los diferentes modelos. Encontramos, de nuevo, que el modelo 4 domina a las demás formas reducidas no restringidas. Y dicha ecuación es escogida como modelo *óptimo*.

Cuadro 6 **Contraste de modelos no lineales encajonados para EEEB**

| | Modelo 2 ($\lambda = 1$) | |
|---|-------------------------------|------|
| | FC | FT |
| Modelo 4 ($\lambda = 1$ y $r = 0$) | 0.35 | 13.3 |

Nota: Si $FC < FT$ se acepta la restricción (con 90% de probabilidad) que el modelo de la fila impone en el modelo de la columna. Cálculos Centro de Investigaciones Económicas -CIE-.

IV. Conclusiones

El modelo propuesto para el sector residencial nos ha permitido identificar los parámetros de las funciones de demanda y parece ajustarse bien a los mercados de los sistemas EEEB y EEPPM. Los valores de los estadísticos de prueba son satisfactorios, como también lo son los estimadores de los parámetros A, K1, **b** -elasticidad al precio de la energía eléctrica-, **g** -elasticidad ingreso-, **h** -elasticidad de sustitución-, ($b-h$) < 0 -elasticidad con respecto al precio de los

energéticos- y los parámetros de racionamiento. En ambos casos las hipótesis más simples -las más restrictivas- dominan las más complejas. Esta última propiedad del ejercicio puede eventualmente relacionarse con el reducido número de observaciones que limita enormemente los grados de libertad para el caso de las características de la población de suscriptores de ambos mercados pues, aunque para Medellín no existen sustitutos energéticos, el valor del parámetro elasticidad precio es bastante similar al de Bogotá: la elasticidad de la demanda con respecto al precio para Medellín (b), que oscila alrededor de -0.10 y -0.12. No obstante las elasticidades ingreso (g) son mucho menores en el caso del mercado de Medellín y ello puede estar relacionado con cierta "saturación" manifiesta en los altos niveles que el consumo medio por suscriptor presenta en este último sistema.

Sería conveniente probar estos modelos con muestras mayores (observaciones mensuales o trimestrales), no sólo para mejorar la calidad de la inferencia de las pruebas asintóticas de restricciones, sino también para obtener un nivel de funcionamiento del mercado (v.gr.: ecuación 27).

Bibliografía

Amemiya, T. "Non-Linear Regression Models". En: Griliches, Z. and Intriligator, M.D. *Handbook of Econometrics*. Vol. 1, capítulo 6; North Holland P.C; pp. 333-389.

Blinder, A., R. A. Gordon y D. Wise (1983) "Social security, bequest and life cycle theory of savings: Cross section tests". En: Modigliani F. y R. Hemmings (eds.) *The determinants of national income savings and wealth*; New York, St. Martins Press; 1983; pp. 89-122.

Dubin, J.R. (1985). *Consumer durable choice and the demand for electricity*. Amsterdam, North Holland.

Hartman, R. S. (1979). "frontiers in energy modelling". *Ann. Rev. Energy*. No. 4. pp. 433-466.

Houthakker, H. S. and L. D. Taylor. *Consumer demand in the United States, 1929-1970. Analyses and projections*. Massachusetts, Harvard University Press, Cambridge, 1966.

Modigliani, F. and A. Ando (1963). "the life hypothesis of savings: Aggregate implications and tests". *American Economic Review*.

Modigliani, F. (1986). "life cycle and individual thrift". *American Economic Review*. Vol. 76. No. 3. pp. 297-313.

Neter, J., W. Wasserman and S. Kutner. (1985). *Applied linear statistical models*. Homewood, Richard D Irwin.

Taylor, L. D. "the demand for electricity: a survey". *The bell Journal of Economics*. 75, 6, No. 1. pp. 74-110.

Shin, J. S. (1985). "Perception of price when price information is costly: evidence from residential electricity demand". *Review of Economics and Statistics*. pp. 591-598.

Anexo

Las ventas totales en el sector residencial, los cambios en la estructura de tarifas y en el ingreso de los suscriptores

Una de las preguntas que puede suscitar algún interés desde el punto de vista de la proyección financiera de la empresa electrificadora, es los efectos esperables sobre el total de cobros (o ventas) de la empresa ocasionados por cambios de la estructura de tarifas y/o por cambios exógenos en el nivel de ingreso de los suscriptores. A continuación se examina un procedimiento para calcular dichos efectos haciendo uso de los parámetros estimados de la función de demanda del

suscriptor medio y de las variaciones planeadas, por la electrificadora, en la estructura de tarifas y esperadas en los ingresos medios de los suscriptores y en el número de suscriptores⁷.

Las ventas totales de la electrificadora en el año $t+1$ (VT_{t+1}) es igual al producto de la media de las ventas por suscriptor (V_{t+1}) por el número de suscriptores (NSC_{t+1})

$$VT_{t+1} = V_{t+1} \cdot NSC_{t+1} \quad (A1)$$

dado que conocemos V_t y NSC_t podemos calcular

V_{t+1} y NSC_{t+1} como:

$$V_{t+1} = V_t \cdot (1 + dV_t / V_t) \quad (A2)$$

y

$$NSC_{t+1} = NSC_t \cdot (1 + dNSC_t / NSC_t) \quad (A3)$$

sustituyendo en (A1), resulta:

$$VT_{t+1} = V_t \cdot (1 + dV_t / V_t) \cdot NSC_t \cdot (1 + dNSC_t / NSC_t) \quad (A1.1)$$

Entonces, para calcular VT_{t+1} se requieren los valores corrientes de V_t y NSC_t , y los valores esperados de las variaciones porcentuales de la media de las ventas por suscriptor (dV_t / V_t) y del número de suscriptores ($dNSC_t / NSC_t$). La variación porcentual esperada en el número de suscriptores puede ser fácilmente estimada por la compañía a partir de sus planes de expansión en el corto plazo y en

7 Obviamente, la validez de este ejercicio requiere suponer que la función de demanda no sufre cambios estructurales durante el período de proyección contemplado.

términos de los parámetros demográficos de mediano y largo plazo. Sin embargo, la variación porcentual esperada en la media de las ventas por suscriptor puede determinarse derivando totalmente la función de ventas por suscriptor media con respecto a los parámetros de la estructura de tarifas y el ingreso medio de los suscriptores.

A continuación se construye la función de las ventas por suscriptor media a partir de las formas reducidas del precio y la cantidad de energía de cada suscriptor (ecuaciones (4) y (5)). El valor de las ventas a un suscriptor de clase *i* en un momento *t* ($V_{t,i}$) está dado por el producto del precio y la cantidad comprada por dicho suscriptor:

$$V_{t,i} = P^*_{t,i} \cdot Q^*_{t,i} \tag{A4}$$

Suponiendo la existencia de una función de frecuencias relativas de las diferentes clases de suscriptores (ecuación 2.b), se define la función de ventas por suscriptor media (V_t) como:

$$V_t = \sum_{i=1}^N (f_i \cdot P^*_{t,i} \cdot Q^*_{t,i}) \tag{A5}$$

sustituyendo (4) y (5) en (A5), utilizando las definiciones de las ecuaciones (8) y (9) y manipulando la ecuación resulta que:

$$V_t = (A \cdot Y_t^g)^{et+1/(et-b)} \cdot (1/c_t)^{b+1/(et-b)}$$

$$\sum_{i=1}^N (f_i (a_i \cdot m_i^g \cdot n_i^a))^{et+1/(e1-b)} \tag{A6}$$

Si se denomina $K2^8$ a la sumatoria -último término- del lado derecho de la ecuación (A6), podemos reescribirla como:

8 Suponemos $K2$ constante por razones análogas a las que se dieron para $K1$ en el párrafo a continuación de la ecuación (11), en el cuerpo principal del artículo.

$$V_t = (A \cdot Y_t^g)^{e_t+1/(e_t-b)} \cdot (1/c_t)^{b+1/(e_t-b)} \cdot K2 \quad (A7)$$

Esta ecuación representa las ventas por suscriptor media en función de los *parámetros* A, g, b y K2 y de las *variables independientes* ingreso por suscriptor medio Y_t y las características de la estructura de tarifas e_t y c_t -progresividad y nivel de las tarifas respectivamente-. Nótese que los *parámetros* A, g -elasticidad ingreso- y b -elasticidad precio- ya fueron estimados en la función de demanda. Pero el *parámetro* K2 no ha sido estimado y se desconoce.

Contando con la forma funcional expresada en la ecuación (A7) puede abordarse la derivación de la variación relativa de las ventas por suscriptor media dV_t/V_t cuando cambian el ingreso medio por suscriptor y la estructura de tarifas. Si se diferencia totalmente (A7) y se divide por V_t , resulta⁹:

$$dV_t/V_t = (D_{ct}(V_t) \cdot dc_t + D_{et}(V_t) \cdot de_t + D_{yt}(V_t) \cdot dY_t)/V_t \quad (A8)$$

Para obtener la forma explícita de (A8), debe derivarse a partir de la ecuación (A7) los valores de $D_{ct}(V_t)$, $D_{et}(V_t)$ y $D_{yt}(V_t)$:

$$D_{ct}(V_t)/V_t = c_t \cdot (b+1)/(e_t-b) \quad (A9)$$

$$D_{yt}(V_t)/V_t = (g/Y_t) \cdot (e_t-1/e_t-b) \quad (A10)$$

Para facilitar la diferenciación de (A7) con respecto a e_t reescribimos dicha ecuación como:

$$V_t = (\Omega 1)^{e_t+1/(e_t-b)} \cdot (\Omega 2)^{b+1/(e_t-b)} \cdot K2 \quad (A7.1)$$

y obtenemos que

9 Adoptamos la notación $D_x(y)$ para significar la derivada parcial de y con respecto a x, y la expresión dx para significar diferencial total de x.

$$D_{et}(V_t)/V_t = 1n \Omega_1 \cdot D_{et}(b+1/e_t-b) + 1n \Omega_2 \cdot D_{et}(e_t+1/e_t-b)$$

$$= (1n(\Omega_1 \cdot \Omega_2)) \cdot (b+1)/(e_t-b)^2$$

sustituyendo Ω_1 y Ω_2 por su valor resulta

$$D_{et}(V_t)/V_t = (1n(A \cdot Y^g/c_t)) \cdot (b+1)/(e_t-b)^2 \tag{A11}$$

Sustituyendo (A9), (A10) y (A11) en (A8) y agrupando términos resulta la forma explícita de la variación porcentual ocasionada por la variación esperada en el ingreso medio de los suscriptores dY_t y en la progresividad d_{et} y/o el “nivel absoluto” d_{ct} de las tarifas de energía eléctrica de la compañía:

$$dV_t/V_t = ((c_t \cdot d_{ct} + (e_t-b)^{-1} \cdot 1n(A \cdot Y^g/c_t) \cdot d_{et}) \cdot (b+1/e_t-b))$$

$$+ (g/Y_t) \cdot (e_t-1/e_t-b) \cdot dY_t \tag{A12}$$

Nótese que la expresión anterior es *independiente del parámetro K2* (ecuación (7)) que desconocemos, ya que sólo estimamos los parámetros de la función de demanda del suscriptor media. A pesar de no conocer completamente los parámetros de la función de ventas mediapor suscriptor de la empresa, *puede calcularse su tasa de crecimiento porcentual* esperada en función de los parámetros de la estructura tarifaria, estimadores de los parámetros de la función de demanda, de la evolución del ingreso de los suscriptores. Este resultado se constituye en un beneficio adicional derivado del ejercicio de estimación de los parámetros de la demanda por suscriptor media. Demanda de gran utilidad para la proyección financiera de las electrificadoras.

En conclusión, basta con sustituir (A12) en (A1.1) para estar en condiciones de calcular el valor total esperado de las ventas residenciales de energía eléctrica en función de los **niveles actuales** de las

ventas, del número de suscriptores, de los parámetros de la estructura de tarifas, de los parámetros -estimados- de la función de demanda (A , b , g) y de las **variaciones planeadas** en la estructura de tarifas (dc_t y d_{et}) y de la **variación esperada** en el ingreso de los suscriptores (dY_t).