

Interfaz entre el plan de producción y el programa de producción en ambientes de ensamble

Interface between the production plan and the
master production schedule in assembly environments

*Marcos Moya Navarro¹
Magaly Sánchez Brenes²*

*Fecha de recepción: 28 de noviembre del 2011
Fecha de aprobación: 3 de abril del 2012*

Moya, M; Sánchez, M. Interfaz entre el plan de producción y el programa de producción en ambientes de ensamble. *Tecnología en Marcha*. Vol. 25, N° 3. Julio-Setiembre 2012. Pág 101-112.

- 1 Profesor catedrático, Escuela de Ingeniería en Producción Industrial, Tecnológico de Costa Rica. Correo electrónico: mmoya@itcr.ac.cr
- 2 Profesora adjunta, Escuela de Ingeniería en Producción Industrial, Tecnológico de Costa Rica. Correo electrónico: msanchez@itcr.ac.cr

Resumen

En un entorno de producción existe una relación directa entre el mercado y los procesos de manufactura de los bienes. Sin embargo, cuando la producción está inmersa en un ambiente de ensamble, el procedimiento de la planificación y la programación se vuelve complejo, con el riesgo de que la empresa pierda ventaja competitiva en términos de incumplimiento de las fechas de entrega y elevados costos de planificación y control. La programación lineal constituye una herramienta apropiada para construir modelos de programación y control de la producción en entornos de manufactura complejos.

El objetivo de este trabajo es mostrar la interfaz entre el plan de producción y el programa de producción en ambientes de ensamble mediante el modelado por programación lineal. Para ello, se seleccionó un entorno que produce tres productos finales cuya estructura de producto está dispuesta en tres niveles con un máximo de ocho componentes. Los datos proporcionados por el plan de producción se desglosaron en diez órdenes, cada uno indicando el tipo de producto, la cantidad por producir y su respectiva fecha de entrega. Los resultados obtenidos en el programa de producción establecieron la recepción de pedidos planificados y el programa de componentes totales requeridos en cada periodo de producción, para minimizar los costos totales de emisión de órdenes de producción e inventario.

Palabras clave

Ingeniería, industria, investigación de operaciones, ciencias de la computación, programación matemática.

Abstract

In a production environment there is a direct relationship between the market and the manufacturing process of goods. When production is immersed in an assembly environment, the process of production planning and scheduling becomes complex, and the enterprises have the risk of losing competitive advantages in terms of not meeting delivery dates and production high costs. Linear programming has become an appropriate tool for production planning and scheduling in complex manufacturing environments.

The aim of this paper is to show the interface between both the production process planning and the scheduling process in assembly environments by means of linear programming. The manufacturing process selected is capable of producing three products with a product structure arranged on three levels with a maximum of eight components each. Data provided by the aggregate production planning was grouped into ten production orders with information of product type, quantity to be produced and their respective delivery date. Final results were orders placement and components required in order to minimizing the cost of issuing orders and inventory costs.

Key words

Engineering, industry, operations research, computer sciences, mathematical programming.

Introducción

En un entorno de producción hay una relación directa entre los clientes externos (mercado) y los procesos de producción. La demanda de los productos hace que estos sean fabricados y luego enviados al mercado para satisfacer tal demanda (Sipper et al., 1998). El establecimiento de los pronósticos de la demanda de los productos que generan los mercados inicia el proceso de planeamiento de la producción, el cual es un indicador de la producción total que deben presentar las compañías.

El problema que se genera en este proceso de planificación es que, además de los múltiples productos por fabricar, muchos de ellos están compuestos por ensambles y sub ensambles de partes. Algunas de las partes que componen los sub ensambles se fabrican en esos mismos entornos de producción, mientras que otras deben comprarse a proveedores externos. En consecuencia, se requiere elaborar un Programa Maestro de Producción (PMP), el cual separa el plan agregado de producción¹ en productos individuales.

El planeamiento agregado de la producción mediante programación matemática busca determinar el tamaño óptimo del lote de producción² para cada uno de los productos o familias de productos que se van a fabricar; durante un horizonte de planeación especificado. Hanssmann y Hess (1960) fueron los primeros en formular un plan de producción mediante programación lineal (Moya, 2011).

La programación maestra de la producción en un entorno de ensamble busca determinar la cantidad total de materiales (partes) que se necesitan para cumplir con la entrega de los diferentes pedidos de productos cumpliendo con las fechas establecidas, siendo estas entregas *justo a tiempo*³. Esto significa que se penalizan las entregas antes o después de las fechas pactadas. El programa de producción se alimenta de los tamaños óptimos de producción recomendados en el plan agregado. La figura 1

resume el orden en que debe realizarse el proceso de planeamiento y programación de la producción en ambientes de ensamble.

El objetivo de este trabajo es mostrar la interfaz entre el plan de producción y el programa de producción cuando los productos a producir se componen de sub ensambles y componentes individuales. El proceso de planeamiento y programación de la producción en ambientes de ensamble se modelará mediante el uso de la programación matemática con programación lineal, de tal manera que el programa de emisión de órdenes de producción (programación maestra de la producción) tome como punto de partida el conjunto de resultados proporcionados por el plan agregado de producción.

En consecuencia, el modelo de programación maestra de la producción permitirá determinar si el programa de emisión de órdenes propuesto es viable, en términos del cumplimiento de las fechas de entrega pactadas y además proporcionará el plan de componentes totales requeridos en cada periodo para cumplir con las demandas establecidas en el plan de producción para todos los productos.

Ambiente de producción propuesto

Se propone un ambiente de producción que consta de tres productos finales, cada uno de los cuales se debe producir en las cantidades que establece el plan agregado de producción. Cada producto final se compone de varios sub ensambles, según lo indica la estructura de producto correspondiente, dispuesto en tres niveles.

El resultado final obtenido consistirá del plan de componentes totales de cada tipo que se requerirán en cada periodo del plan de producción, de tal manera que se minimicen los costos totales de inventario y de penalización por entregas no justo a tiempo.

El ambiente propuesto consta de un centro de manufactura que produce tres tipos de productos especiales. El Departamento de Planificación y Control de la Producción tiene en este momento la responsabilidad de realizar el plan agregado de la producción para los próximos tres periodos.

1 Se denomina plan agregado de producción a aquel que incorpora el planeamiento de la producción de múltiples productos en el mismo plan.

2 Se considera un tamaño óptimo del lote de producción aquel que genera el menor costo total del plan de producción.

3 Entregas justo a tiempo significa entregar las cantidades requeridas de productos en las fechas pactadas; por lo tanto, se penaliza la entrega temprana y la entrega tardía.

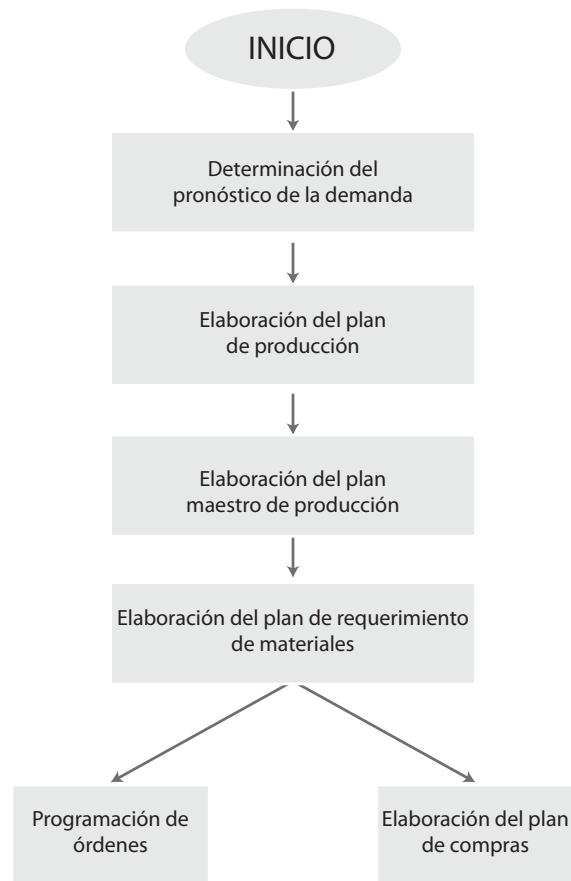


Figura 1. Secuencia de pasos para realizar el programa maestro de producción en ambientes de ensamble

Cuadro 1. Demanda pronosticada para cada producto y en cada periodo

Periodo	Demanda pronosticada			Horas
	Producto 1	Producto 2	Producto 3	Disponibles
1	350	300		560
2	650	600	100	560
3	350	200	300	560

Cuadro 2. Inventario inicial, tiempos de procesamiento y costos de emisión de órdenes y mantenimiento del inventario

	Producto 1	Producto 2	Producto 3
Inventario inicial (unidades)	50	25	30
Tiempo de procesamiento (horas)	0.5	0.6	0.5
Costo de emitir una orden de producción	600	400	500
Costo de mantenimiento de inventario (\$/Unidad-Periodo)	5	4	6

Se dispone de información relativa a pronósticos de la demanda para cada producto en cada periodo del plan, las cantidades de inventario inicial de cada producto, los tiempos de procesamiento unitarios para cada producto, así como los costos de emisión de órdenes de producción y mantenimiento del inventario. Los cuadros 1 y 2 resumen la información.

Los productos por fabricar están compuestos de una serie de componentes que deben ser ensamblados a partir de un máximo de ocho. Las figuras 2, 3 y 4 muestran la estructura de producto para cada uno de los productos por fabricar.

La figura 2 indica que para fabricar el Producto 1 se requieren dos subensambles #1, tres subensambles #2, un subensamble #3 y dos subensambles #4. A su vez, para fabricar el subensamble #1 se requieren dos componentes #5 y tres componentes #6. Para fabricar el subensamble #2 se requieren dos componentes #6 y un componente #7. Para manufacturar el subensamble #3 se requieren un componente #5, tres componentes #6, dos

componentes #7 y un componente #8. Finalmente, para producir el subensamble #4 se requieren tres componentes #6, dos componentes #7 y tres componentes #8. De manera similar, se interpreta la estructura de componentes que se muestran en la figuras 3 y 4.

El cuadro 3 muestra el inventario inicial de componentes, así como los costos respectivos de mantenimiento de inventario por unidad.

Modelado del plan agregado de producción

Con base en los datos presentados en los cuadros 1 y 2, se formuló el modelo de planificación agregada de la producción (Sipper *et al.*, 1998) que se presenta en la figura 5, de tal manera que se minimicen los costos de emisión de órdenes de producción y los costos de mantener el inventario de los productos fabricados. El modelo propuesto en la figura 5 se resolvió en el programa de computadora *OR Brainware Decision Tools* desarrollado por Marcos Moya Navarro, Ph.D. (ver página web www.orbrainware.com)

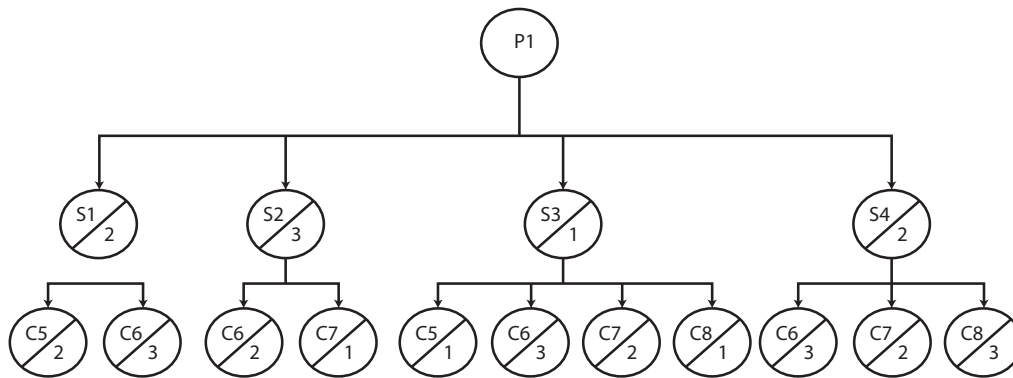


Figura 2. Estructura de componentes para el producto # 1.

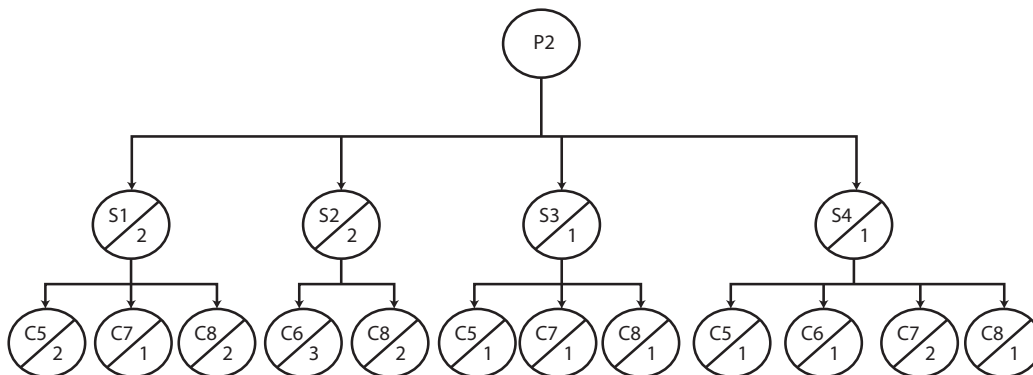


Figura 3: Estructura de componentes para el producto #2

Cuadro 3. Inventario inicial de componentes y costo de mantenimiento de este

Componentes	S1	S2	S3	S4	C5	C6	C7	C8
Inventario inicial	300	500	150	90	250	100	75	200
Costo mantenimiento del inventario	1.0	1.50	1.50	0.80	0.75	1.25	1.0	0.90

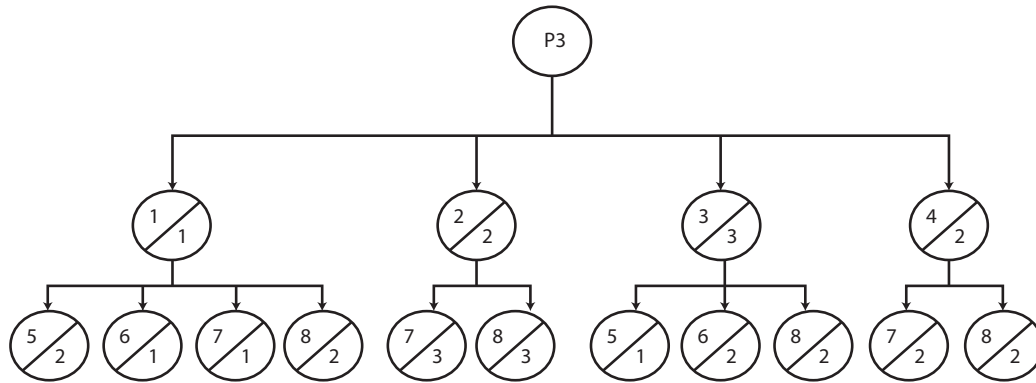


Figura 4. Estructura de componentes para el producto 3.

$$\begin{aligned} \text{Min } X_o = & 600Y_{11} + 600Y_{12} + 600Y_{13} + 400Y_{21} + 400Y_{22} + 400Y_{23} + 500Y_{31} + \\ & 500Y_{32} + 500Y_{33} + 5I_{11} + 5I_{12} + 5I_{13} + 4I_{21} + 4I_{22} + 4I_{23} + 6I_{31} \\ & + 6I_{32} + 6I_{33} + 0Q_{11} + 0Q_{12} + 0Q_{13} + 0Q_{21} + 0Q_{22} + 0Q_{23} \\ & + 0Q_{31} + 0Q_{32} + 0Q_{33} \end{aligned}$$

S.A.

$$\begin{aligned} -1I_{11} + 1Q_{11} &= 400 \\ 1I_{11} - 1I_{12} + 1Q_{12} &= 650 \\ 1I_{12} - 1I_{13} + 1Q_{13} &= 350 \\ -1I_{21} - 1Q_{21} &= 275 \\ 1I_{21} - 1I_{22} + 1Q_{22} &= 600 \\ 1I_{22} - 1I_{23} + 1Q_{23} &= 200 \\ -1I_{31} + 1Q_{31} &= 0 \\ 1I_{31} - 1I_{32} + 1Q_{32} &= 100 \\ 1I_{32} - 1I_{33} + 1Q_{33} &= 300 \\ .5Q_{11} + .6Q_{21} + .5Q_{31} &\leq 560 \\ .5Q_{12} + .6Q_{22} + .5Q_{32} &\leq 560 \\ .5Q_{13} + .6Q_{23} + .5Q_{33} &\leq 560 \\ -1450Y_{11} + 1Q_{11} &\leq 0 \\ -1000Y_{12} + 1Q_{12} &\leq 0 \\ -350Y_{13} + 1Q_{13} &\leq 0 \\ -1100Y_{21} + 1Q_{21} &\leq 0 \\ -800Y_{22} + 1Q_{22} &\leq 0 \\ -200Y_{23} + 1Q_{23} &\leq 0 \\ -400Y_{31} + 1Q_{31} &\leq 0 \\ -400Y_{32} + 1Q_{32} &\leq 0 \\ -600Y_{33} + 1Q_{33} &\leq 0 \end{aligned}$$

$$Q_{it} \geq 0; I_{it} \geq 0; Y_{it} = 0,1; \forall i \text{ y } \forall t$$

Figura 5. Formulación del Plan Agregado de Producción

Cuadro 4. Plan de producción que minimiza los costos de emisión de órdenes y el mantenimiento del inventario

Periodo	Cantidades por producir		
	Producto 1	Producto 2	Producto 3
1	300	567	0
2	650	308	100
3	350	200	300

Cuadro 5. Emisión de órdenes con base en el plan de producción

Orden	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad	200	100	567	400	308	100	250	200	300	350
Producto	1	1	2	1	2	3	1	2	3	1
Fecha de entrega	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3
Horas requeridas	100	50	340,2	200	184,8	50	125	120	150	175

Cuadro 6. Cantidad de componentes necesarios por orden emitida

Componente	Emisión de órdenes									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
S1	400	200	1134	800	616	100	500	400	300	700
S2	600	300	1134	1200	616	200	750	400	600	1050
S3	200	100	567	400	308	300	250	200	900	350
S4	400	200	567	800	308	200	500	200	600	700
C5	1000	500	3402	2000	1848	500	1250	1200	1500	1750
C6	4200	2100	3969	8400	2156	700	5250	1400	2100	7350
C7	1800	900	2835	3600	1540	1100	2250	1000	3300	3150
C8	1400	700	5670	2800	3080	1800	1750	2000	5400	2450

En el modelo presentado en la figura 5, las primeras nueve restricciones determinan el inventario final de todos los productos en todos los periodos en función de las cantidades por producir y las demandas pronosticadas. Las siguientes tres restricciones garantizan que las cantidades óptimas de productos por producir no excedan la capacidad de los recursos disponibles en cada periodo, mientras que el último grupo de nueve restricciones garantiza que la producción total nunca excederá la demanda acumulada durante el horizonte de planeación. La figura 6 muestra el informe de respuestas obtenido por el programa *OR Brainware Decision Tools*.

El cuadro 4 resume los resultados presentados en la figura 6.

Interfaz con el programa de producción y el plan de materiales

Con base en la información suministrada por el plan agregado de producción (cuadro 4), el Departamento de Programación de la Producción emitió diez órdenes de producción para los productos individuales (desagregados), indicando el tipo de producto por fabricar, la cantidad de producción y la respectiva fecha de entrega.

El cuadro 5 muestra que para las 300 unidades del producto P1, que según indican los resultados del plan de producción deben producirse en el periodo 1, se emitieron dos órdenes de producción, la #1 por 200 unidades y la #2 por 100 unidades, ambas con fecha de entrega en el periodo 1.

	A	B	C	D	E	F
1	Microsoft Excel 14.0 Informe de Respuestas					
2	Hoja de Cálculo: [OR Brainware Decision Tools.xlsm]Hoja1					
3	Reporte Creado: 29/10/2012 10:32:41 a.m.					
4						
5	Objective Cell (Max)					
6		Cell	Name	Original Value	Final Value	
7		\$E\$509	Y11	0	4523,517245	
8						
9	Variable Cells					
10		Cell	Name	Original Value	Final Value	Integer
11		\$E\$5	Y11	0	0,275862069	Contin
12		\$F\$5	Y12	0	0,65	Contin
13		\$G\$5	Y13	0	1	Binary
14		\$H\$5	Y21	0	1	Binary
15		\$I\$5	Y22	0	1	Binary
16		\$J\$5	Y23	0	1	Binary
17		\$K\$5	Y31	0	0	Binary
18		\$L\$5	Y32	0	1	Binary
19		\$M\$5	Y33	0	1	Binary
20		\$N\$5	I11	0	0	Contin
21		\$O\$5	I12	0	0	Contin
22		\$P\$5	I13	0	0	Contin
23		\$Q\$5	I21	0	292	Contin
24		\$R\$5	I22	0	0	Contin
25		\$S\$5	I23	0	0	Contin
26		\$T\$5	I31	0	0	Contin
27		\$U\$5	I32	0	0	Contin
28		\$V\$5	I33	0	0	Contin
29		\$W\$5	Q11	0	400	Integer
30		\$X\$5	Q12	0	650	Integer
31		\$Y\$5	Q13	0	350	Integer
32		\$Z\$5	Q21	0	567	Integer
33		\$AA\$5	Q22	0	308	Integer
34		\$AB\$5	Q23	0	200	Integer
35		\$AC\$5	Q31	0	0	Integer
36		\$AD\$5	Q32	0	100	Integer
37		\$AE\$5	Q33	0	300	Integer

Figura 6. Solución óptima del modelo formulado en la figura 3.

$$\begin{aligned} \text{Min } X_0 = & 1I_{11} + 1I_{12} + 1I_{13} + 1.5I_{21} + 1.5I_{22} + 1.5I_{23} + 1.5I_{31} + 1.5I_{32} + 1.5I_{33} + 0.8I_{41} + 0.8I_{42} + 0.8I_{43} + 0.75I_{51} + 0.75I_{52} + 0.75I_{53} + 1.25I_{61} + 1.5I_{62} + \\ & 1.25I_{63} + 1I_{71} + 1I_{72} + 1I_{73} + 0.9I_{31} + 0.9I_{32} + 0.9I_{33} + 0Y_{11} + 2Y_{12} + 4Y_{13} + 0Y_{21} + 1Y_{22} + 2Y_{23} + 0Y_{31} + 3Y_{32} + \\ & 6Y_{33} + 3Y_{41} + 0Y_{42} + 4Y_{43} + 2Y_{51} + 0Y_{52} + 3Y_{53} + 1.5Y_{61} + 0Y_{62} + 2Y_{63} + .9Y_{71} + 0Y_{72} + 1.2Y_{73} + 2Y_{31} + 4Y_{32} + 0Y_{33} + 3.5Y_{91} + \\ & 7Y_{92} + 0Y_{93} + 2.5Y_{101} + 5Y_{102} + 0Y_{103} + 0Q_{11} + 0Q_{12} + 0Q_{13} + 0Q_{21} + 0Q_{22} + 0Q_{23} + 0Q_{31} + 0Q_{32} + 0Q_{33} + 0Q_{41} + 0Q_{42} + \\ & 0Q_{43} + 0Q_{51} + 0Q_{52} + 0Q_{53} + 0Q_{61} + 0Q_{62} + 0Q_{63} + 0Q_{71} + 0Q_{72} + 0Q_{73} + 0Q_{81} + 0Q_{82} + 0Q_{83} \end{aligned}$$

S.A.

$$\begin{aligned} -1I_{11} - 400Y_{11} - 200Y_{21} - 1134Y_{31} - 800Y_{41} - 616Y_{51} - 100Y_{61} - 500Y_{71} - 400Y_{81} - 300Y_{91} - 700Y_{101} + 1Q_{11} &= -300 \\ -1I_{12} - 400Y_{12} - 200Y_{22} - 1134Y_{32} - 800Y_{42} - 616Y_{52} - 100Y_{62} - 500Y_{72} - 400Y_{82} - 300Y_{92} - 700Y_{102} + 1Q_{12} &= 0 \\ -1I_{13} - 400Y_{13} - 200Y_{23} - 1134Y_{33} - 800Y_{43} - 616Y_{53} - 100Y_{63} - 500Y_{73} - 400Y_{83} - 300Y_{93} - 700Y_{103} + 1Q_{13} &= 0 \\ -1I_{21} - 600Y_{11} - 300Y_{21} - 1134Y_{31} - 1200Y_{41} - 616Y_{51} - 200Y_{61} - 750Y_{71} - 400Y_{81} - 600Y_{91} - 1050Y_{101} + 1Q_{21} &= -500 \\ -1I_{22} - 600Y_{12} - 300Y_{22} - 1134Y_{32} - 1200Y_{42} - 616Y_{52} - 200Y_{62} - 750Y_{72} - 400Y_{82} - 600Y_{92} - 1050Y_{102} + 1Q_{22} &= 0 \\ -1I_{23} - 600Y_{13} - 300Y_{23} - 1134Y_{33} - 1200Y_{43} - 616Y_{53} - 200Y_{63} - 750Y_{73} - 400Y_{83} - 600Y_{93} - 1050Y_{103} + 1Q_{23} &= 0 \\ -1I_{32} - 200Y_{12} - 100Y_{22} - 567Y_{32} - 400Y_{42} - 308Y_{52} - 300Y_{62} - 250Y_{72} - 200Y_{82} - 900Y_{92} - 350Y_{102} + 1Q_{32} &= 0 \\ -1I_{33} - 200Y_{13} - 100Y_{23} - 567Y_{33} - 400Y_{43} - 308Y_{53} - 300Y_{63} - 250Y_{73} - 200Y_{83} - 900Y_{93} - 350Y_{103} + 1Q_{33} &= 0 \\ -1I_{41} - 400Y_{11} - 200Y_{21} - 567Y_{31} - 800Y_{41} - 308Y_{51} - 200Y_{61} - 500Y_{71} - 200Y_{81} - 600Y_{91} - 700Y_{101} + 1Q_{41} &= -90 \\ -1I_{42} - 400Y_{12} - 200Y_{22} - 567Y_{32} - 800Y_{42} - 308Y_{52} - 200Y_{62} - 500Y_{72} - 200Y_{82} - 600Y_{92} - 700Y_{102} + 1Q_{42} &= 0 \\ -1I_{43} - 400Y_{13} - 200Y_{23} - 567Y_{33} - 800Y_{43} - 308Y_{53} - 200Y_{63} - 500Y_{73} - 200Y_{83} - 600Y_{93} - 700Y_{103} + 1Q_{43} &= 0 \\ -1I_{51} - 1000Y_{11} - 500Y_{21} - 3402Y_{31} - 2000Y_{41} - 1848Y_{51} - 500Y_{61} - 1250Y_{71} - 1200Y_{81} - 1500Y_{91} - 1750Y_{101} + 1Q_{51} &= -250 \\ -1I_{52} - 1000Y_{12} - 500Y_{22} - 3402Y_{32} - 2000Y_{42} - 1848Y_{52} - 500Y_{62} - 1250Y_{72} - 1200Y_{82} - 1500Y_{92} - 1750Y_{102} + 1Q_{52} &= 0 \\ -1I_{53} - 1000Y_{13} - 500Y_{23} - 3402Y_{33} - 2000Y_{43} - 1848Y_{53} - 500Y_{63} - 1250Y_{73} - 1200Y_{83} - 1500Y_{93} - 1750Y_{103} + 1Q_{53} &= 0 \\ -1I_{61} - 4200Y_{11} - 2100Y_{21} - 3969Y_{31} - 8400Y_{41} - 2156Y_{51} - 700Y_{61} - 5250Y_{71} - 1400Y_{81} - 2100Y_{91} - 7350Y_{101} + 1Q_{61} &= -100 \\ -1I_{62} - 4200Y_{12} - 2100Y_{22} - 3969Y_{32} - 8400Y_{42} - 2156Y_{52} - 700Y_{62} - 5250Y_{72} - 1400Y_{82} - 2100Y_{92} - 7350Y_{102} + 1Q_{62} &= 0 \\ -1I_{63} - 4200Y_{13} - 2100Y_{23} - 3969Y_{33} - 8400Y_{43} - 2156Y_{53} - 700Y_{63} - 5250Y_{73} - 1400Y_{83} - 2100Y_{93} - 7350Y_{103} + 1Q_{63} &= 0 \\ -1I_{71} - 1800Y_{11} - 900Y_{21} - 2835Y_{31} - 3600Y_{41} - 1540Y_{51} - 1100Y_{61} - 2250Y_{71} - 1000Y_{81} - 3300Y_{91} - 3150Y_{101} + 1Q_{71} &= -75 \\ -1I_{72} - 1800Y_{12} - 900Y_{22} - 2835Y_{32} - 3600Y_{42} - 1540Y_{52} - 1100Y_{62} - 2250Y_{72} - 1000Y_{82} - 3300Y_{92} - 3150Y_{102} + 1Q_{72} &= 0 \\ -1I_{73} - 1800Y_{13} - 900Y_{23} - 2835Y_{33} - 3600Y_{43} - 1540Y_{53} - 1100Y_{63} - 2250Y_{73} - 1000Y_{83} - 3300Y_{93} - 3150Y_{103} + 1Q_{73} &= 0 \\ -1I_{81} - 1400Y_{11} - 700Y_{21} - 5670Y_{31} - 2800Y_{41} - 3080Y_{51} - 1800Y_{61} - 1750Y_{71} - 2000Y_{81} - 5400Y_{91} - 2450Y_{101} + 1Q_{81} &= -200 \\ -1I_{82} - 1400Y_{12} - 700Y_{22} - 5670Y_{32} - 2800Y_{42} - 3080Y_{52} - 1800Y_{62} - 1750Y_{72} - 2000Y_{82} - 5400Y_{92} - 2450Y_{102} + 1Q_{82} &= 0 \\ -1I_{83} - 1400Y_{13} - 700Y_{23} - 5670Y_{33} - 2800Y_{43} - 3080Y_{53} - 1800Y_{63} - 1750Y_{73} - 2000Y_{83} - 5400Y_{93} - 2450Y_{103} + 1Q_{83} &= 0 \\ 100Y_{11} + 50Y_{21} + 340.2Y_{31} + 200Y_{41} + 184.8Y_{51} + 50Y_{61} + 125Y_{71} + 120Y_{81} + 150Y_{91} + 175Y_{101} &\leq 560 \\ 100Y_{12} + 50Y_{22} + 340.2Y_{32} + 200Y_{42} + 184.8Y_{52} + 50Y_{62} + 125Y_{72} + 120Y_{82} + 150Y_{92} + 175Y_{102} &\leq 560 \\ 100Y_{13} + 50Y_{23} + 340.2Y_{33} + 200Y_{43} + 184.8Y_{53} + 50Y_{63} + 125Y_{73} + 120Y_{83} + 150Y_{93} + 175Y_{103} &\leq 560 \\ 1Y_{11} + 1Y_{12} + 1Y_{13} &= 1 \\ 1Y_{21} + 1Y_{22} + 1Y_{23} &= 1 \\ 1Y_{31} + 1Y_{32} + 1Y_{33} &= 1 \\ 1Y_{41} + 1Y_{42} + 1Y_{43} &= 1 \\ 1Y_{51} + 1Y_{52} + 1Y_{53} &= 1 \\ 1Y_{61} + 1Y_{62} + 1Y_{63} &= 1 \\ 1Y_{71} + 1Y_{72} + 1Y_{73} &= 1 \\ 1Y_{81} + 1Y_{82} + 1Y_{83} &= 1 \\ 1Y_{91} + 1Y_{92} + 1Y_{93} &= 1 \\ 1Y_{101} + 1Y_{102} + 1Y_{103} &= 1 \end{aligned}$$

$$I_{ij} \geq 0; Q_{ij} \geq 0; Y_{ij} = 0,1;$$

Figura 7. Modelo de programación lineal del programa de producción en ambiente de ensamble

Para las 650 unidades que se deben producir en el periodo 2 del producto P1 se emitieron otras dos órdenes, la #4 por 400 unidades y la #7 por 250 unidades, ambas con fecha de entrega en el periodo 2. De manera similar, se emitieron las restantes seis órdenes de producción.

El cuadro 6 muestra la cantidad de componentes necesarios para producir cada orden emitida de acuerdo con el programa de producción. La cantidad de componentes está en función de la estructura de componentes mostrada en las figuras 2, 3 y 4.

El cuadro 7 muestra los costos de penalización asociados por entregas tardías o adelantadas para cada una de las órdenes emitidas. El programa de producción requiere que se disponga de la cantidad total de componentes de cada tipo que garantice la producción de los productos justo a tiempo para entrega.

El cuadro 7 indica que, por ejemplo, la orden #6 fue emitida para producir 100 unidades del producto P3, el cual debe entregarse al final del periodo 2.

Cuadro 7. Costos asociados por pedidos pendientes u órdenes adelantadas

Periodo	Cuadro de penalizaciones por entrega adelantada o pedido pendiente									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,0	0,0	0,0	3,0	2,0	1,5	0,9	2,0	3,5	2,5
2	2,0	1,0	3,0	0,0	0,0	0,0	0,0	4,0	7,0	5,0
3	4,0	2,0	6,0	4,0	3,0	2,0	1,2	0,0	0,0	0,0

Cuadro 8. Viabilidad del programa de emisión de órdenes.

Orden	Y _{jt}		
	Periodo		
	1	2	3
1	1		
2	1		
3	1		
4		1	
5		1	
6		1	
7		1	
8			1
9			1
10			1

Cuadro 9. Resumen de resultados obtenidos al resolver el programa de producción de la figura 7.

Componente	Periodo 1	Periodo 2	Periodo 3
1	1434	2016	1400
2	1534	2766	2050
3	717	1258	1450
4	1077	1808	1500
5	4652	5598	4450
6	10169	16506	10850
7	5460	8490	7450
8	7570	9430	9850

Se penaliza con 1.50 unidades monetarias si se entrega en el periodo 1 (adelantado) o con 2.0 unidades monetarias si se entrega en el periodo 3 (atrasado).

El modelo de programación lineal (Baker, 1990) que se muestra en la figura 7 determina si el programa de emisión de órdenes de el cuadro 5, el cual se propuso con base en el plan de producción mostrado en el cuadro 4, es viable. Si el programa

no es viable, el modelo de programación lineal propone un programa viable y determina la cantidad de componentes totales necesarios en cada periodo para cumplir con el programa de producción, minimizando los costos totales de mantenimiento del inventario de componentes, así como los costos de penalización de las órdenes por entregas tempranas o tardías. Para la función objetivo, el modelo se alimenta de la estructura de costos presentada en el cuadro 7.

Para la construcción de las restricciones se utilizó la estructura de componentes presentada en el 24 restricciones determinan el inventario final de los ocho tipos de componentes, las siguientes tres restricciones garantizan que la producción no exceda la cantidad de horas disponibles por mes y el restante grupo de restricciones indican que cada una de las órdenes emitidas se produce completa en un solo periodo.

Los cuadros 8 y 9 resumen los resultados obtenidos al resolver el problema en el programa de computadora *OR Brainware Decision Tools*. El cuadro 8 indica que el programa de emisión de órdenes establecido en el cuadro 5 es viable, pues las órdenes de producción se terminan en las fechas de entrega pactadas.

El cuadro 9 muestra los componentes totales que deben estar disponibles en cada uno de los periodos del horizonte de programación para producir todos los productos. Por ejemplo, en el periodo 1 se deben tener disponibles 4652 componentes #5. Esta cantidad de componentes se desglosa de la siguiente manera: el programa de producción indicó que en el periodo 1 se deben producir 200 y 100 unidades del producto P1, emitidas en las órdenes de producción #1 y #2.

La estructura del producto P1 indica que se requieren dos componentes S1 por cada unidad de producto P1. A su vez, se requieren dos componentes #5 por cada componente S1. Además se requiere para este producto P1 un componente S3, el cual a su vez requiere un componente #5, obteniéndose para este producto un total de 1500 componentes. Adicionalmente, el programa de producción establece que deben producirse 567 unidades del producto P2 en el periodo 1.

Este producto también requiere de componentes #5. La estructura del producto P2 muestra que se requieren dos componentes S1 por cada unidad de producto P2, y el componente S2 requiere a su vez dos componentes #5. También se requiere un componente S3 y un componente S4, los cuales a su vez requieren un componente #5 cada uno.

Esto da un total de 3402 componentes #5 para el producto P2, lo cual sumado a los 1500 componentes #5 requeridos por el producto P1 da un total de 4902 componentes #5. Sin embargo, se tiene un inventario inicial de 250 componentes #5, por lo cual el total requerido para este componente en el periodo #1 es de 4652 unidades.

Si se tienen pedidos comprometidos con clientes, el programa de producción (Domínguez *et al.*, 1995) debe considerar la cantidad más grande entre el pronóstico de la demanda y estos pedidos.

Finalmente, el cuadro 8 generó la recepción de pedidos planificados de los componentes. En consecuencia, si se conocen los tiempos de suministro por parte de los proveedores para estos componentes, se puede realizar la emisión de los pedidos planificados.

Conclusión

Se concluye que el modelado mediante la programación lineal es una poderosa herramienta para realizar el planeamiento y la programación de la producción en ambientes de ensamble complejos, con el objetivo de apoyar el proceso de toma de decisiones. Esto permite a las empresas obtener ventajas competitivas en términos de reducción de costos, cumplimiento de las fechas de entrega y planificación de los inventarios. Además, el proceso de toma de decisiones se fortalece con la aparición de nuevas herramientas computacionales capaces de resolver modelos de gran escala a un bajo costo.

Bibliografía

- Domínguez, J. A.; García, S; Ruiz, A; Domínguez, M.A & Álvarez, M. J. (1995). *Dirección de Operaciones*. Madrid: McGraw Hill.
- Moya, M.J. (2011). *Planeamiento de la producción con incertidumbre mediante Programación Lineal: Uso de OR Brainware Decision Tools*. Tecnología en Marcha, Vol 10. Num. 2 Cartago: Editorial Tecnológica de Costa Rica.
- Sipper, D., & Bulfin Jr. R. (1998). *Planeación y Control de la Producción*. Vol. 1. México: Mc Graw Hill.