

## SOBRE LA DISTRIBUCIÓN DE LA PRESIÓN A LO LARGO DE LA BANDA DE UN FRENO DE TAMBOR Y ZAPATA

### RESUMEN

En este trabajo se exponen algunas consideraciones acerca de la distribución de la presión a lo largo de las bandas en los frenos de tambor. Se consignan las principales hipótesis propuestas en la literatura. Se muestran y analizan los resultados obtenidos a partir de la simulación de un modelo de freno de zapata por medio del programa de elementos finitos ALGOR.

**PALABRAS CLAVES:** Freno de tambor y zapata. Bandas. Distribución de presión. Elementos finitos. Programa computacional ALGOR.

### ABSTRACT

*This paper shows information about the pressure distribution along the brake shoes in automotive drum brakes. The principals hypothesis of several authors are explained. Additionally are showed and analyzed the obtained results from Finite Element Analysis by ALGOR Software*

**KEYWORDS:** Drum brake, Brake shoe, Pressure distribution, Finite elements. ALGOR Software.

### 1. INTRODUCCIÓN

El frenado es la principal función de control del transporte, es por esto que muchas de las investigaciones en el campo de la ingeniería automovilista están dirigidas al desarrollo, diseño y optimización de estos sistemas.

Los sistemas de frenado en los medios de transporte se componen de uno o varios mecanismos de freno y su accionamiento. Los mecanismos de freno de acuerdo a la forma de sus elementos giratorios se dividen en frenos de tambor y de disco.

En los mecanismos de tambor las fuerzas de fricción se crean por medio del contacto entre la superficie interna (en el caso más común para la industria del automóvil) de un cilindro que gira (tambor), y un material de fricción denominado banda, el cual cubre la cara cilíndrica externa de la zapata, eslabón que recibe la fuerza de accionamiento, transmitiéndola al tambor.

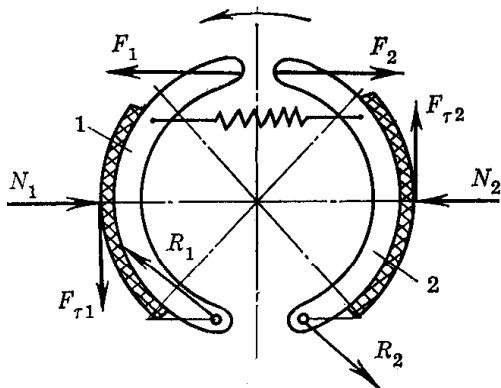


Fig. 1 Esquema simplificado de las fuerzas que actúan en un mecanismo de frenado de tambor

En la figura 1 se presenta un esquema simplificado de las fuerzas que actúan en un mecanismo de tambor. Las fuerzas de accionamiento  $F_1$  y  $F_2$  separan las zapatas (1 y 2), las cuales presionan las bandas (en achurado) contra el tambor (no mostrado en la figura). Las fuerzas normales obtenidas ( $N_1$  y  $N_2$ ) crean fuerzas de fricción ( $F_{T1}$  y  $F_{T2}$ ), las cuales imprimen momentos de resistencia ( $M_{f1}$  y  $M_{f2}$ ) contrarios al sentido de giro del tambor y que tienden a detenerlo.

En la etapa más importante del diseño y construcción de estos mecanismos se requiere la determinación de la relación existente entre la magnitud de las fuerzas de accionamiento ( $F_{T1}$  y  $F_{T2}$ ) y el momento de frenado total obtenido  $M_f$ .

$$M_f = f(F_1, F_2) \quad (1)$$

Esta relación se denomina característica estática del mecanismo de frenado. Dicha característica puede ser obtenida por medios analíticos (como se tratará en este artículo), o por medios experimentales [7].

### 2. CÁLCULO DE LA CARACTERÍSTICA ESTÁTICA DE LOS MECANISMOS DE TAMBOR.

Para la deducción de fórmulas generales de la relación (1) plantaremos los siguientes supuestos [1].

- 1) La presión sobre la zapata en un área elemental (situada a un ángulo  $\alpha$  con respecto a  $OC$ , es igual a lo ancho de la banda. (ver Figura 2)
- 2) La ley de distribución de la presión a lo largo de la banda, no cambia con la variación de  $F$ , la cual separa las zapatas, es

decir  $p = p_{max} \psi(\alpha)$ , donde  $p_{max}$  es la presión máxima y es  $\psi(\alpha)$  función que refleja la distribución de la presión a lo largo de la banda.

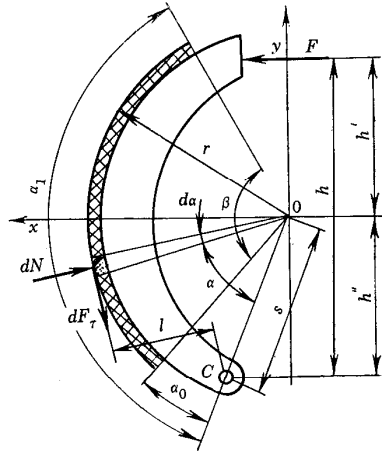


Fig. 2 Esquema de cálculo de la zapata

- 3) El coeficiente de fricción  $\mu$  entre la banda y el tambor se conserva constante para todos los regímenes de frenado.

La fuerza elemental de fricción  $dF_\tau$  en el plano tangente a la superficie de fricción:

$$dF_\tau = \mu \cdot dN = \mu \cdot p \cdot b \cdot r \cdot d\alpha$$

$b$  es el ancho de la banda;  $r$  es el radio del tambor;

$$p = p_{max} \psi(\alpha)$$

Sustituyendo

$$dF_\tau = \mu \cdot dN = \mu \cdot b \cdot r \cdot p_{max} \psi(\alpha) \cdot d\alpha \quad (2)$$

El momento de frenado, debido a las fuerzas de fricción es:

$$M_{1,2} = r \int_{\alpha_0}^{\alpha_1} dF_\tau = \mu \cdot r^2 \cdot b \cdot p_{max} \int_{\alpha_0}^{\alpha_1} \psi(\alpha) d\alpha \quad (3)$$

Para la determinación de  $p_{max}$  planteamos la suma de momentos con respecto a  $C$

$$\sum M_C = Fh \pm \int_{\alpha_0}^{\alpha_1} l dF_\tau - \int_{\alpha_0}^{\alpha_1} s \cdot \text{sen} \alpha \cdot dN = 0 \quad (4)$$

Sustituyendo los valores para  $dF_\tau$  y  $dN$ , teniendo en cuenta que  $l = r - s \cdot \cos \alpha$  y luego de las transformaciones pertinentes, se obtiene:

$$p_{max} = F \cdot h / (r \cdot b) \left\{ s \int_{\alpha_0}^{\alpha_1} \psi(\alpha) \text{sen} \alpha d\alpha \mp \mu \left[ r \int_{\alpha_0}^{\alpha_1} \psi(\alpha) d\alpha - s \int_{\alpha_0}^{\alpha_1} \psi(\alpha) \cos \alpha d\alpha \right] \right\} \quad (5)$$

Sustituyendo (5) en (3) se obtiene una expresión para el cálculo del momento de frenado

$$M_{1,2} = Fh\mu / (A \mp \mu B),$$

donde

$$A = \frac{s \int_{\alpha_0}^{\alpha_1} \psi(\alpha) \text{sen} \alpha d\alpha}{r \int_{\alpha_0}^{\alpha_1} \psi(\alpha) d\alpha} \quad \text{y} \quad B = \frac{1 - s \int_{\alpha_0}^{\alpha_1} \psi(\alpha) \cos \alpha d\alpha}{r \int_{\alpha_0}^{\alpha_1} \psi(\alpha) d\alpha} \quad (8)$$

El signo “menos” se toma para la zapata activa y el “más” para la zapata pasiva. El momento general para todo el mecanismo de frenado es igual a la suma

$$M_T = \frac{F_1 h_1 \mu}{A_1 \mp \mu B_1} + \frac{F_2 h_2 \mu}{A_2 \pm \mu B_2} \quad (9)$$

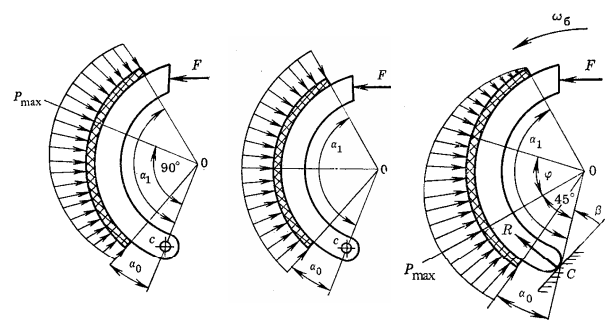
La distribución de la presión a lo largo de la banda depende de un conjunto de factores que ejercen influencia. Dentro de estos factores se encuentran: la flexibilidad de las bandas; la flexibilidad de las otras piezas del mecanismo de frenado (tambor, zapatas, apoyos del dispositivo de separación de las zapatas); la temperatura de los elementos del freno; el régimen de frenado; el grado de desgaste de las piezas y del par de fricción; etc. Para los cálculos convencionales se toma que la distribución de la presión obedece a una ley sinusoidal

$$\psi(\alpha) = \text{sen}(\alpha)$$

La presión máxima  $p_{max}$  se ejerce sobre el elemento de la banda situado a  $\alpha = 90^\circ$ . El ángulo  $\alpha$  se cuenta desde la recta  $OC$  que pasa por el centro de giro del tambor y el centro de giro de la zapata. En algunos frenos que poseen piezas de baja rigidez al aumentar la fuerza de separación la ley de distribución se acerca a la uniforme

$$\psi(\alpha) = 1$$

Los cálculos realizados usando la ley sinusoidal y la uniforme se diferencian sólo en un 5% [9]



**Distribución sinusoidal**  
Zapata de un grado de libertad

**Distribución uniforme**  
Zapata de un grado de libertad

**Distribución sinusoidal**  
Zapata de dos grados de libertad

Fig. 3 Gráficos de distribución de la presión a lo largo de la zapata [1]

Integrando (7) y (8) obtenemos, para una distribución sinusoidal:

$$\left. \begin{aligned} A_s &= \frac{s \operatorname{sen}(2\alpha_0) - \operatorname{sen}(2\alpha_1) + 2(\alpha_1 - \alpha_0)}{r \cdot 4(\cos \alpha_0 - \cos \alpha_1)} \\ B_s &= 1 - \frac{s}{2r}(\cos \alpha_0 + \cos \alpha_1) \end{aligned} \right\}$$

para una distribución uniforme:

$$\left. \begin{aligned} A_u &= \frac{s \cos \alpha_0 - \cos \alpha_1}{r \cdot \alpha_1 - \alpha_0} \\ B_u &= 1 - \frac{s}{2r} \frac{\operatorname{sen} \alpha_1 - \operatorname{sen} \alpha_0}{\alpha_1 - \alpha_0} \end{aligned} \right\}$$

### 3. DETERMINACIÓN GRAFO ANALÍTICA DE LA DISTRIBUCIÓN DE LA PRESIÓN A LO LARGO DE LA BANDA.

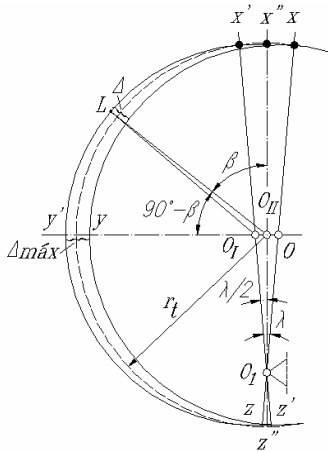


Fig. 4. Esquema de cálculo determinación grafo analítica de la distribución de la presión a lo largo de la banda [2].

Como se dijo antes de la distribución sinusoidal de la presión tiene lugar bajo la suposición de que el tambor y las zapatas son absolutamente rígidos y que la deformación de la banda obedece a la ley de Hooke.

Para demostrarlo [2] estudiaremos una banda sin desgaste con circunferencia  $xyz$ , de radio  $r_t$ , con centro en  $O$ . El apoyo fijo de pivote de la zapata se encuentra en el punto  $O_1$ .

A medida que la banda se desgasta el centro de la circunferencia  $O$  se desplaza al punto  $O_1$ . El ángulo de giro de la zapata con respecto al punto fijo de apoyo se representa con la letra  $\lambda$ .

La magnitud del desgaste de la banda  $\Delta$  se determina como la distancia entre la circunferencia  $xyz$  con centro en  $O$  y  $x'y'z'$  con centro en  $O_1$  y de radio  $r_t$ . En la

prolongación de la línea  $OO_1$  el desgaste de la banda  $\Delta$  será el máximo ( $\Delta_{\max}$ ).

Determinamos la magnitud del desgaste  $\Delta$  para un punto arbitrario de la banda  $L$ . Con este objetivo trazamos una perpendicular  $x''$  a la línea  $OO_1$ , que divide el ángulo  $\lambda$  por la mitad. Entonces del triángulo  $LO_1O_{II}$  obtenemos:

$$r_t^2 = \left(r_t + \frac{\Delta}{2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_{\max}}{2}\right)^2 - 2\left(r_t + \frac{\Delta}{2}\right)\frac{\Delta_{\max}}{2}\cos(90 - \beta).$$

Abriendo los paréntesis y realizando las simplificaciones necesarias, determinamos la magnitud del desgaste  $\Delta$ :

$$\Delta = \frac{-r_t + \frac{\Delta_{\max}}{2}\operatorname{sen} \beta \pm \sqrt{\left(r_t - \frac{\Delta_{\max}}{2}\operatorname{sen} \beta\right)^2 - \left(\frac{\Delta_{\max}^2}{4} - r_t\Delta_{\max}\operatorname{sen} \beta\right)}}{0,5},$$

o después de algunas transformaciones,

$$\Delta = \Delta_{\max} \operatorname{sen} \beta - \frac{\Delta_{\max}^2 \cos^2 \beta}{4r_t} = \Delta_{\max} \operatorname{sen} \beta - H_t.$$

La magnitud del miembro  $H_t$  de la última fórmula tomará los siguientes valores:

$$\text{Cuando } \beta = 90^\circ, H_t = 0;$$

$$\text{Cuando } \beta = 0^\circ, H_t = \frac{\Delta_{\max}^2}{4r_t}.$$

Numéricamente la magnitud del miembro  $H_t$  es excesivamente pequeña, representa menos del 1% de  $\Delta_{\max}$  y en los cálculos prácticos se puede despreciar, es decir se puede usar la fórmula

$$\Delta = \Delta_{\max} \operatorname{sen} \beta.$$

Adoptando la hipótesis de que la deformación radial de la banda es proporcional a la presión  $q$ , entonces la distribución de la presión a lo largo de la banda será:

$$q = q_{\max} \operatorname{sen}(\beta)$$

donde  $q_{\max}$  es la máxima presión sobre la banda.

#### 3.1 Otras hipótesis sobre la distribución de la presión a lo largo de la banda

Algunos autores (A.F. Maschenko [3], N.F. Metluk [4]), toman una decisión de compromiso: aplican distintas leyes de distribución:

$$q(\alpha) = \operatorname{const},$$

$$q(\alpha) = q_{\max} \operatorname{sen}^n(\alpha + \phi)$$

$$q(\alpha) = q_{\max} \cos(\alpha)$$

donde:  $n = 1, 1/2, 1/3, 2/3, 2$

Cuando la fuerza de accionamiento del freno  $Q$  aumenta en comparación con la del régimen de asentamiento, ocurre un aumento de presión en los extremos de la banda y la distribución se aproxima a la ley uniforme.

Esto conlleva a una deformación ostensible del tambor, el cual adquiere forma oval. Si la fuerza de accionamiento  $Q$  continúa en aumento la ley de distribución empieza a aproximarse a la ley cosinusoidal. Este autor llega a la conclusión de que la distribución de la presión depende no sólo del esquema constructivo del freno y del régimen de frenado, sino también al estado de asentamiento: "...varía desde una ley cercana a la sinusoidal, cuando se frena en el régimen de asentamiento, hasta una ley cercana a la cosinusoidal cuando se frena con una gran fuerza  $Q$  o a una temperatura de las piezas  $t^\circ$ , menor que las correspondientes al régimen de asentamiento."

L.N. Pyzhevich en su trabajo [5], recomienda considerar la ley de distribución de la presión invariable durante el proceso de asentamiento de la banda, ya sea según  $\sin(\alpha)$ ,  $\sin^{1/2}(\alpha)$ ,  $\sin^{2/3}(\alpha)$ ,  $\sin^2(\alpha)$ , y aún leyes más complejas:

$$q(\alpha) = 0,05 \frac{q_0^2 \cos \alpha}{1 + 0,1q_0} + \sqrt{\left( \frac{0,05q_0^2 \cos \alpha}{1 + 0,1q_0} + \frac{q_0^2 \cos \alpha}{1 + 0,1q_0} \right)},$$

donde  $q_0$  es la presión máxima.

Teniendo en cuenta lo anterior se puede concluir que para el cálculo de mecanismos de frenado de tambor es posible tener en cuenta la rigidez del tambor mediante la consideración de la ley de distribución de la presión a lo largo de la banda.

Teniendo en cuenta los resultados experimentales de V.L. Golodin [6], la ley de distribución de la presión a lo largo de la banda, para los tambores de alta rigidez, puede ser considerada como sinusoidal, para los frenos con tambores menos rígidos (o para un aumento considerable de la fuerza de accionamiento del freno) puede ser considerada como uniforme, y luego cosinusoidal.

#### 4. DETERMINACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DE LA PRESIÓN A LO LARGO DE LA BANDA CON AYUDA DE ALGOR

Para la determinación de la distribución de la presión a lo largo de la banda con ayuda de un programa computacional de elementos finitos planteamos la siguientes hipótesis de trabajo:

La presión a lo largo de la zapata son proporcionales a las deformaciones, éstas, a su tiempo, son proporcionales a los esfuerzos (en este caso de contacto) entre la banda y el tambor.

Se plantea entonces, el siguiente procedimiento: modelar por medio de un programa de elementos finitos (ALGOR), el estado de esfuerzos en el sistema zapata-banda-tambor, para distintos casos de rigidez de los elementos y compararlos con las hipótesis mostradas antes.

Para el modelamiento mediante ALGOR se deben seguir las siguientes etapas: 1) Modelado sólido del mecanismo de freno mediante un programa de CAD como SolidWorks. 2) Exportación y mallado superficial en el entorno de ALGOR 3) Mallado sólido para la conformación de las piezas del mecanismo mediante elementos tipo brick. 4) Determinación de las condiciones de frontera (apoyos), fuerzas nodales (fuerzas de accionamiento) y conectividad de los nodos de los elementos de las piezas en contacto. 5) Definición de materiales y determinación de las condiciones globales de cálculo. 6) Revisión de la geometría, condiciones de frontera y cargas del modelo. 7) Solución del sistema. 8) Visualización de resultados.

#### 4.1 Modelado sólido del mecanismo de frenado

Para el modelado sólido se usó el Software de diseño paramétrico SolidWorks. Se tomaron, para efectos del cálculo, las dimensiones de un mecanismo de frenado comercial. Sus dimensiones principales (según Fig. 2) son:

$r = 0,14$  m;  $h = 0,21$  m;  $h' = 0,10$  m;  $b = 0,04$  m  
 $\beta = 117^\circ$ ;  $F_{1,2} = 8$  kN.

En la figura 5 se muestra el resultado de modelado del ensamble zapata-banda-tambor en SolidWorks.

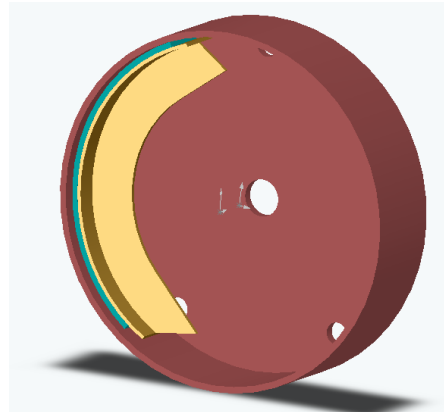


Fig. 5 Modelo del ensamble zapata-banda-tambor en SolidWorks

#### 4.2. Exportación y mallados en el programa algor

El programa computacional ALGOR posee un complemento para la importación y mallado superficial de conjuntos sólidos desde distintos programas CAD 3D, el cual fue usado para nuestro propósito. Se tuvo especial atención en la definición del tamaño de los elementos, de manera que el mallado sólido garantizara la coincidencia de los nodos adyacentes de los distintos grupos, para asegurar la conectividad y transmisión de las cargas desde y hacia las distintas piezas del conjunto. En las siguientes figuras se muestran los resultados de la exportación-importación y detalles del mallado sólido.

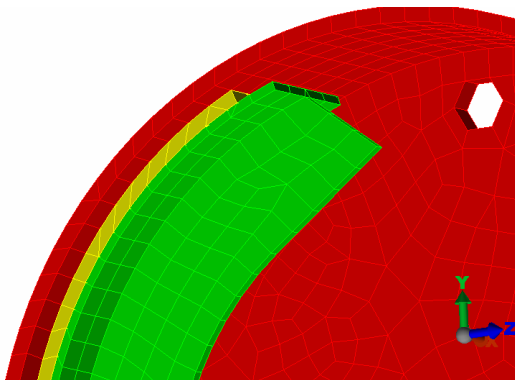


Fig. 6 Resultado de la importación y mallado sólido en ALGOR, observese la coincidencia de los nodos (conectividad) de la zapata, banda y tambor

**4.2. Condiciones de frontera y fuerzas nodales**

Para asegurar la correspondencia cinemática de los movimientos relativos entre el tambor y la zapata se fijaron los nodos inferiores de esta última.

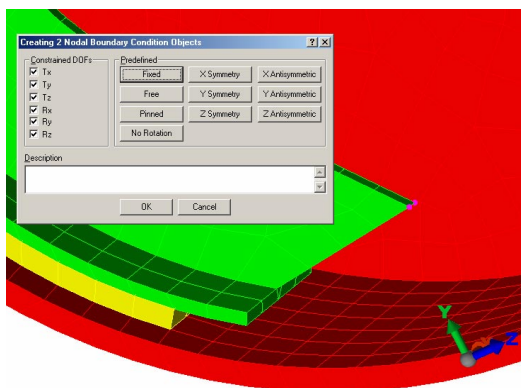


Fig. 7. Condiciones de frontera: Fijación de los extremos de la zapata. El giro de todos modos no es permitido por el tipo de elemento (brick)

El tambor se fijó mediante la restricción de los grados de libertad de los nodos pertenecientes a los agujeros de sujeción.

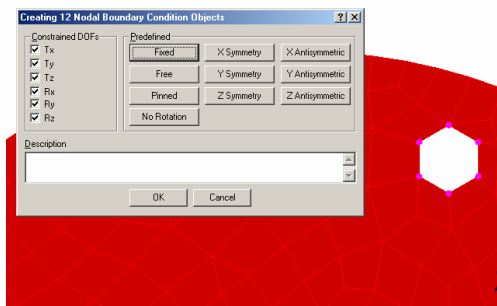


Fig. 8 Condiciones de frontera: Fijación del tambor

La fuerza de accionamiento se aplican como dos cargas nodales en los nodos superiores de la zapata. Sus magnitudes fueron de 4000 N, lo que representa una fuerza total de accionamiento igual a 8 kN.

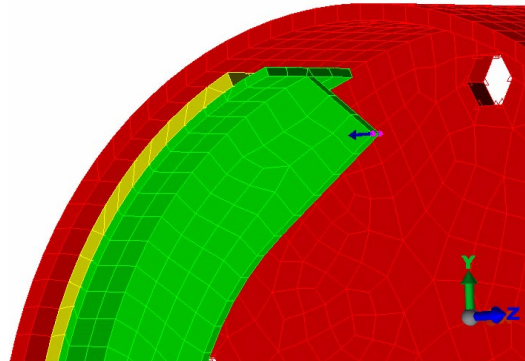


Fig. 9. Aplicación de las cargas nodales. Modelado de las fuerzas de accionamiento

**4.3. Materiales y condiciones globales**

El tambor se fabrica generalmente de fundición nodular, las zapatas son de acero, su rigidez se garantiza por medio de la escogencia de formas constructivas optimizadas. Se usaron los datos de la biblioteca de materiales del programa ALGOR.

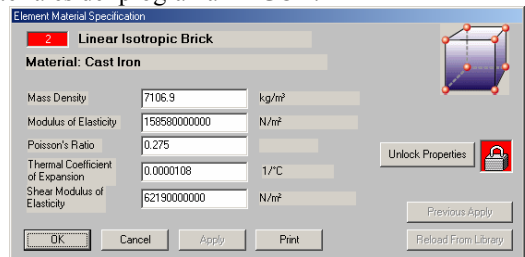


Fig. 10. Definición del material de tambor

El material de la banda ha sufrido gran evolución en el tiempo, de materiales de fricción simple como metales y pelo animal, pasando por materiales compuestos con presencia de asbesto, hasta los materiales recomendados en el presente como fibra de vidrio y carbono. Los componentes de los materiales de las bandas son:

- Abrasivos
- Modificadores friccionales
- Rellenos y Refuerzos
- Bases o matrices (aglomerantes)

Las características mecánicas como resistencia y rigidez de la banda están condicionadas por los materiales de los compuestos usados en ella. En nuestro modelo investigaremos el influjo de la rigidez del material de la banda en la distribución de las presión a lo largo de la misma. Con este propósito, realizaremos distintos cálculos con diferentes módulos de elasticidad del material, desde los más flexibles hasta los más rígidos posible. Los casos de cálculo estarán condicionados

entonces por la rigidez adoptada para el material de la banda.

	Módulo de elasticidad [MPa]	Materiales que poseen este módulo
A	100	Caucho, Polietileno
B	260... 350	Epoxy, PVC, bandas comerciales
C	4000	Nylon
D	6900	Resina Fenólica (baquelita)
E	90000	Basalto, Kevlar
F	130000	Fibra de carbón, bronce
G	160000	Asbesto
H	200000	Fundiciones y Aceros

Tabla 1. Casos de cálculo

**4.4. Solución y análisis de resultados**

Se resolvieron ocho casos variando para cada uno la rigidez del material de la banda. Se observó en cada solución la distribución de esfuerzos a lo largo de la banda, según el criterio de Von Mises. El cuadro de esfuerzos obtenido, para uno de los casos se muestra en la Figura 11.

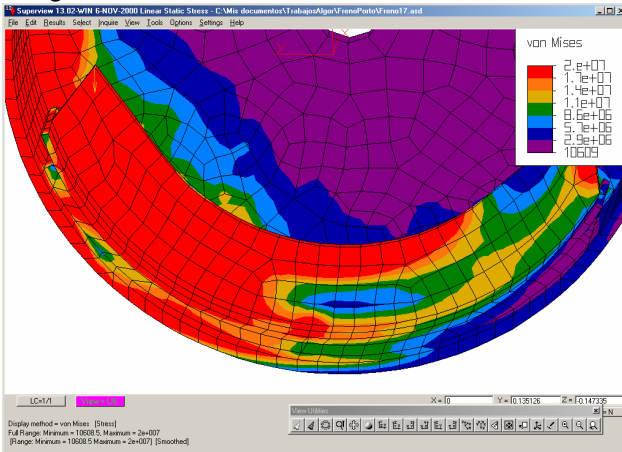


Fig. 11. Distribución de los esfuerzos a lo largo de la banda.

Para el análisis de los resultados se tomó el valor de los esfuerzos para distintos nodos a lo largo de la banda. La magnitud del esfuerzos y de las coordenadas de cada nodo escogido se escriben de manera automática en un archivo de datos (Fig. 12). Se obtuvieron entonces ocho archivos de datos los cuales fueron analizados.

Para el análisis y graficación de los datos se desarrolló un algoritmo simple en Matlab, el cual lee, en cada archivo la magnitud del esfuerzo y las coordenadas del nodo a que pertenece. Se grafica entonces, para cada caso de cálculo, la dependencia entre la posición angular del nodo y el esfuerzo en el mismo. (Fig. 13).

**CONCLUSIONES**

El gráfico de la figura 11 permite observar la dependencia en la ley de la distribución de esfuerzos

(presión) al lo largo de la banda y el ángulo de posición del elemento en la misma. Claramente se muestra cómo dicha ley se "aplana" con la disminución de la rigidez del material de la banda.

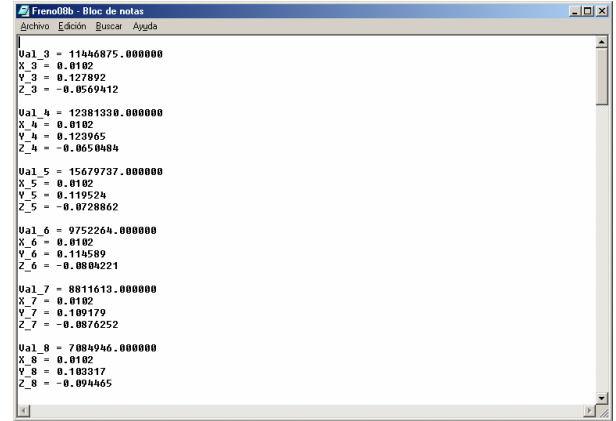


Fig. 12. Archivo de resultados

Comparando el gráfico de la figura 13 y los postulados teóricos resumidos en la figura 3 se observa una gran congruencia en las tendencias generales de éstos. Se puede concluir que los programas de elementos finitos son de gran ayuda en la investigación de estos fenómenos.

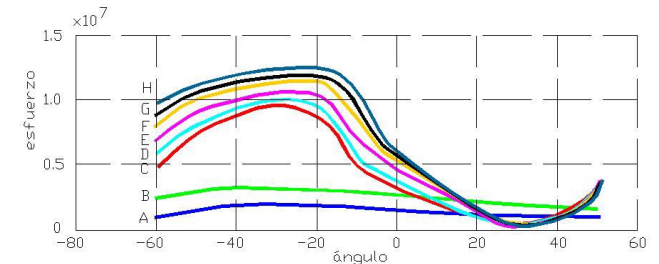


Fig. 11. Esfuerzo contra ángulo para diferentes rigideces del material de la banda

**5. BIBLIOGRAFÍA**

- [1]. GRISHKEVICH A.I. Automóviles, Cálculo y construcción. Sistemas de Control y Chasis. Vysheyshaya Shkola. Minsk 1987.
- [2]. BUJARIN N.A. Sistemas de Frenado de los Automóviles. RSFSR. Moscú 1987.
- [3]. MASCHENKO A.F. ROZANOV V.G. Sistemas de frenado de los medios de transporte. Transport. Moscú 1972.
- [4]. METLUK. N.F. Estudio y cálculo de los mecanismos de frenado. AvtoProm. Moscú 1988.
- [5]. PYZHEVICH L.M. Cálculo de frenos de fricción. Mashinostroenye. Moscú 1964.
- [6]. GOLODIN V.L. Estudio de la distribución de las presiones en las zapatas de frenos de automóvil. Mashgiz. Moscú 1955.
- [7] <http://www.tekscan.com/>
- [8] SPYRAKOS C.C. Finit Element Modeling. Pittsburg. 1996.
- [9] CALLE T.G. Desarrollo de un método de cálculo para frenos con consideración compleja de las fuerzas de fricción. PhD. Tesis. Minsk. 1993.