

Un modelo para la optimización de políticas de inventario conjuntas en cadenas de suministro¹

Artículo de Investigación Científica - Fecha de recepción: 27 de marzo de 2013 - Fecha de aceptación: 25 de mayo de 2013

Ernesto Pacheco Velásquez

Doctor en Administración de Operaciones. Tecnológico de Monterrey. Ciudad de México, México. epacheco@itesm.mx

Para citar este artículo / to reference this article:

E. Pacheco, "Un modelo para la optimización de políticas de inventario conjuntas en cadenas de suministro," *INGE CUC*, vol. 9, no. 1, pp. 11-23, Jun, 2013.

RESUMEN

La evolución en la manera de operar de las cadenas de suministro obliga a replantear los modelos utilizados para optimizarla. Si bien es cierto que los modelos tradicionales de inventarios proveen de una guía en la formulación de los nuevos modelos, es necesario entender cuáles de los supuestos deben mantenerse y cuáles deberían cambiarse. En este artículo se contempla la creación de un modelo que minimiza los costos de inventarios en un eslabón cliente-proveedor dentro la cadena de suministro. Se ha utilizado el cálculo diferencial para alcanzar la optimización de este modelo. Los resultados se comparan con los obtenidos por otros autores que han mantenido la perspectiva clásica y se basan en la formulación original de los modelos de la cantidad económica de pedido y el tamaño económico del lote de producción.

Palabras clave

Modelos matemáticos, modelos EOQ y EPQ, modelos de inventarios, cadena de suministro, modelos cooperativos.

1 Artículo derivado del proyecto de investigación titulado *Cátedra de optimización y cadenas de suministro*. ITESM, campus Ciudad de México, 2013.

An optimization model for joint inventory policies in supply chains

ABSTRACT

The evolution of the modus operandi for supply chains forced to reflect on the models used to optimize it. Even though it is true that traditional inventory models provide us with a guide for the formulation of new models, it is necessary to understand which of the assumptions should be kept and which should be changed. This article considers the creation of a model that minimizes inventory costs in the customer-supplier link of supply chains; we have used differential calculus to achieve the optimization of this model. The results obtained are compared with the results obtained by other authors who have maintained the classical perspective and are based on the original formulation of the models EOQ and EPQ.

Keywords

Mathematical modeling, EOQ and EPQ Models, Inventory models, Supply Chain, Cooperative models.

INTRODUCCIÓN

Los modelos clásicos de la cantidad óptima de pedido y el tamaño óptimo del lote de producción (EOQ y EPQ, por sus siglas en inglés) fueron desarrollados por Whittman Harris en 1913. Tiempo después, la publicación de Harris fue analizada y publicada nuevamente por el consultor R. H. Wilson, quien en 1934 popularizó el modelo; desde entonces, muchos otros autores han considerado pequeñas modificaciones a estos modelos.

Wee [1] desarrolló un modelo EOQ con precios de venta temporales; Sphicas [2] desarrolló un modelo con costos fijos y lineales de pedidos retroactivos; Cárdenas Barrón [3] resolvió el problema del tamaño óptimo del lote con reprocesos; Ouyang [4] resolvió un problema de la cantidad óptima de pedido con retrasos parciales en pagos y artículos defectuosos; Widyadana, Cárdenas Barrón y Wee [5] desarrollaron un modelo de cantidad económica de pedido para artículos perecederos con pedidos retroactivos planificados. Todos estos modelos tratan de la optimización de costos para una organización individual.

En los últimos años, el concepto de Cadenas de Suministro ha impulsado la creación de modelos de inventarios en los que se ha tratado de minimizar el costo conjunto de este concepto. Esto es, se estudia la optimización de la suma de los costos de los inventarios entre el vendedor y el comprador (eslabón fundamental de la cadena) y se compara con las políticas tradicionales de los modelos no cooperativos.

Villa y Torres [6] afirman que la administración de la cadena comprende la administración de los esfuerzos entre

los actores involucrados para controlar el flujo del producto, lo que exige que los agentes compartan información y tomen decisiones en conjunto. De esta forma, los modelos cooperativos y las estrategias para lograr una mejor interacción entre los actores han proliferado en la última década.

Dentro de estas diferentes estrategias podemos citar el inventario administrado por el proveedor (VMI, por sus siglas en inglés). El VMI es definido como una relación de un eslabón de la cadena en donde el comprador le permite al vendedor administrar las decisiones sobre la cantidad de inventario y el nivel de reabastecimiento [7]. Arora, Chan y Tiwari [8] afirman que el VMI funciona mejor que los sistemas tradicionales; por su parte, Dong y Xu [9] enfatizan que para lograr la efectividad de esta estrategia es necesaria una completa integración y confianza; en este mismo sentido, Kuk [10] afirma que la falta de confianza entre los actores es uno de los mayores problemas para el establecimiento de modelos cooperativos; aunque Holweg, Disney, Holmstrom y Smaros [11] sugieren que la recomendación de una estrategia apropiada depende del tamaño de la compañía, la estructura de la cadena, el tipo de producto y los contratos de colaboración.

En relación con la modelación de los costos conjuntos, una de las primeras investigaciones sobre el tema pertenece a Clark y Scarf [12], quienes en su artículo formulan un modelo para una cadena de suministro consistente de múltiples etapas seriadas. Esta investigación ha sido la base para múltiples modelos, entre los que podemos citar a Kelle y Miller [13], quienes muestran que considerar un lote conjunto reduce ampliamente el

costo total para cada una de las partes; de otro lado, Kelle, Al-Khateeb y Miller [14] crean un modelo en el que asumen que el envío es realizado en lotes de tamaño restringido y el proveedor produce lotes de tamaño fijo. Yuan y Qiong [15] hablan sobre los mecanismos de incentivos de una cadena de suministro al compartir información; Huh [16] estudia un eslabón de la cadena de suministro con un sistema generalizado de castigos por faltantes; Khouja [17] desarrolla un algoritmo que optimiza la sincronización de una cadena y provee de guías para los incentivos de alineación a lo largo de ella; Hidayat [18] construye una formulación para un eslabón proveedor-comprador en la cadena de suministro en un inventario con demanda probabilística; Yu, Huan y Liang [19] construyen un modelo sumamente interesante en donde crean una combinación de cooperativismo y competencia, en donde productor y comprador optimizan en conjunto los costos, pero maximizan individualmente sus utilidades; Parker y Kapuściński [20] discuten sobre la suboptimalidad que provoca el hecho de que en un eslabón de la cadena cada parte busque minimizar sus propios costos; en este mismo sentido Díaz-Batista y Pérez-Armayor [21] presentan un trabajo en donde se estudia la optimización de los inventarios conjuntos proveedor-comprador y comparan las ventajas de este enfoque con las políticas tradicionales no cooperativas.

No obstante los resultados a los que se ha llegado en estos análisis, muchas de las formulaciones matemáticas que se han realizado aún guardan el mismo enfoque tradicional y no contemplan el cambio de paradigma que implica la utilización del concepto de cadena de suministro.

En este artículo se propone un modelo conjunto que refleje de mejor forma el comportamiento de los inventarios en cada una de las partes de la cadena; las soluciones se obtienen utilizando el cálculo diferencial.

En la segunda sección se analizan los supuestos del modelo básico. En la tercera se formula un modelo conjunto que refleja el comportamiento de inventarios en cada una de las partes de la cadena de suministro y se obtienen de las cantidades óptimas que minimizan el costo para el comprador, el vendedor y el costo conjunto de la cadena. En la cuarta sección los resultados son comparados con los resultados obtenidos en otros artículos y se analizan también otros ejemplos. Finalmente, las conclusiones se emiten en la quinta sección.

FORMULACIÓN DE LOS MODELOS CLÁSICOS

El Modelo EOQ

El modelo EOQ contempla los siguientes supuestos:

- 1) La tasa de demanda (D) es constante y conocida.
- 2) Los pedidos son de tamaño Q .
- 3) Los costos dentro del modelo se mantienen constantes.
- 4) El reabastecimiento es inmediato y es completado en una sola entrega.
- 5) El horizonte de tiempo de planeación es infinito.

Dado que la demanda es constante durante todo el tiempo y la cantidad de pedido también es constante, el comporta-

miento del inventario para una cantidad de pedido Q es como se muestra en la Fig. 1.

Este comportamiento del inventario es totalmente típico de la persona que compra artículos terminados y se dedica a su comercialización.

Por otra parte, el modelo contempla básicamente dos tipos de costos: el costo anual de pedir y el costo anual de mantener.

El costo anual de pedir es la cantidad que se invierte en realizar pedidos durante un año. Para esto, el modelo contempla que existe un costo constante asociado a la acción de realizar un pedido (A), y dado que existirán D/Q pedidos en un año, el costo anual de pedir es $A*(D/Q)$.

Por otra parte, el costo anual de mantenimiento es el costo financiero asociado al hecho de estar guardando una cierta cantidad de artículos en inventario. En este caso, el modelo contempla que el costo de mantener un artículo en inventario durante una unidad de tiempo es una cantidad fija h (que regularmente es una fracción del valor del artículo). Por lo tanto, el costo anual de mantenimiento es la multiplicación de h por el inventario promedio (\bar{I}). Dado que en el modelo básico los pedidos son de Q unidades, entonces $\bar{I} = Q/2$.

El costo total anual regularmente es la suma del costo anual de pedir y el costo anual de mantener. Por lo que en el modelo EOQ, el costo total está representado por (1):

$$K(Q) = A \frac{D}{Q} + h \frac{Q}{2} \quad (1)$$

La cantidad Q que hace que el costo total sea el mínimo se puede obtener utilizando el cálculo diferencial (2) y es:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}} \quad (2)$$

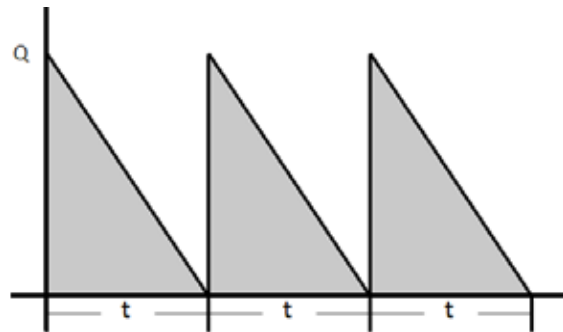


Fig. 1. Comportamiento del inventario en el modelo EOQ

Fuente: Elaboración propia

El Modelo EPQ

El modelo EPQ contempla los siguientes supuestos:

- 1) La tasa de demanda (D) es constante y conocida.
- 2) La tasa de producción (P) es constante y $P > D$.
- 3) Los costos dentro del modelo se mantienen constantes.
- 4) Q es el tamaño del lote de producción.
- 5) El horizonte de tiempo de planeación es infinito.

Dado que la demanda, la tasa de producción y el tamaño del lote de producción

son constantes, el modelo del tamaño óptimo del lote de producción contempla un comportamiento de inventarios como se muestra en la Fig. 2. El comportamiento del inventario en este caso puede ser asociado con empresas que producen cierta cantidad de objetos y los comercializan.

En la Fig. 2 se puede observar que el tiempo que nos lleva producir Q unidades es t_1 , mientras que el consumo ocurre durante todo el tiempo. Dado que mientras existe producción también existe consumo, el inventario nunca alcanza el nivel Q (ya que algunas de las piezas producidas son consumidas durante el tiempo de producción). El inventario máximo (I_{MAX}) es deducible del modelo y se calcula mediante (3):

$$I_{MAX} = Q (1 - D/P) \quad (3)$$

En este caso, no existe un costo asociado con el pedir, pero éste es reemplazado por el costo de preparar una corrida de producción (el cual también es denotado por A). El costo anual de preparación es $A*(D/Q)$.

Por otra parte, el costo anual de mantenimiento de inventario es el costo de conservación h (que en este caso regularmente es una fracción del costo de producción del artículo) multiplicado por el inventario promedio. En este caso, $\bar{I} = I_{MAX}/2 = Q (1 - D/P)/2$.

Por lo que el costo total de este modelo se obtiene mediante (4).

$$K(Q) = A \frac{D}{Q} + h \frac{Q(1 - D/P)}{2} \quad (4)$$

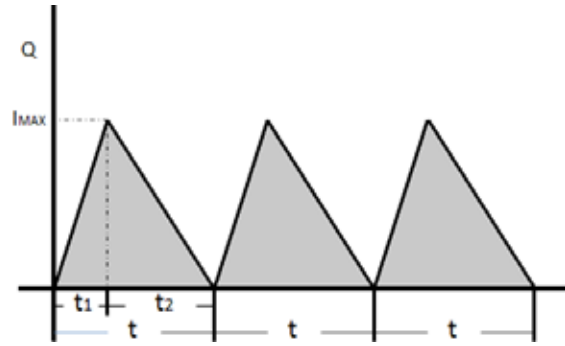


Fig. 2. Comportamiento del inventario en el modelo EPQ

Fuente: Elaboración propia

Al igual que en el caso anterior, la cantidad óptima del lote de producción se obtiene mediante el cálculo diferencial y se obtiene (5).

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h(1 - D/P)}} \quad (5)$$

Una observación extra sobre ambos modelos

Una observación importante en este punto es que la concepción de estos modelos sugiere que existe una gran cantidad de clientes que colaboran con una pequeña fracción de la demanda.

Dado que el inventario baja en forma paulatina, esto sugiere que no existe un cliente que solicite una cantidad importante de los artículos disponibles a la venta; de lo contrario, el nivel del inventario bajaría abruptamente en algún punto del tiempo.

FORMULACIÓN DE UN MODELO CONJUNTO EN UNA CADENA DE SUMINISTRO

Supongamos el caso en que analizamos un eslabón básico dentro de una cadena de suministro.

El comprador tiene una demanda anual D , la demanda es constante y piensa realizar pedidos de tamaño Q a su proveedor. Supongamos que los costos asociados con realizar el pedido y el costo anual de mantenimiento de las unidades para el comprador son A_c y h_c , respectivamente.

El comportamiento esperado del inventario para el comprador es como se muestra en la Fig. 3.

Dado que el comportamiento del inventario corresponde totalmente al del modelo EOQ, el costo total de inventarios para esta entidad está representado por (6).

$$K_c(Q) = A_c \frac{D}{Q} + h_c \frac{Q}{2} \quad (6)$$

Y al igual que en el modelo EOQ, se puede afirmar que la cantidad óptima de pedido para el comprador será (7).

$$Q^* = \sqrt{\frac{2A_c D}{h_c}} \quad (7)$$

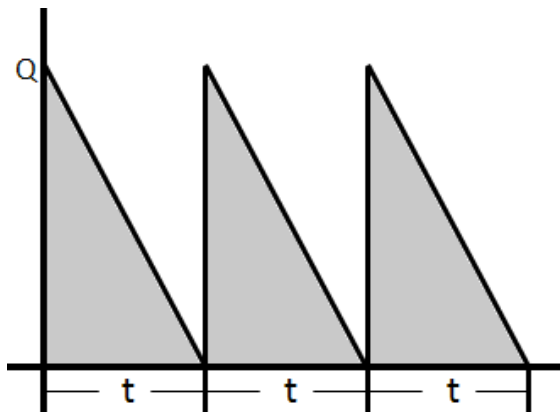


Fig. 3. Comportamiento del inventario para el comprador en la cadena de suministro

Fuente: Elaboración propia

Por otra parte, el proveedor de la cadena recibe el pedido y realiza un lote de producción del tamaño del pedido recibido para entregárselo cuando el inventario del comprador llegue a cero. Considere que el costo de preparación de la corrida de producción es A_p y el costo de conservación anual de una unidad en inventario es h_p .

En este caso, el comportamiento del inventario del proveedor es totalmente diferente al comportamiento que se observa en el modelo EPQ dadas las siguientes razones:

- 1) *El proveedor realiza una corrida de producción para satisfacer el pedido de un solo cliente.* Esto es, el proveedor no realiza una corrida de producción para satisfacer la demanda de una gran cantidad de clientes sino que solamente intenta satisfacer el pedido del cliente que lo está solicitando.
- 2) *El proveedor no tendrá consumo durante el tiempo de producción.* Dado que el proveedor intenta satisfacer el pedido de su cliente entonces no tendrá artículos a la venta, ni estará enviando artículos en forma continua al comprador (esto provocaría un altísimo costo de envío), sino que almacenará todos los artículos hasta que complete el tamaño de pedido Q y cuando el pedido esté completo lo enviará al comprador.
- 3) *La demanda será puntual y por el lote completo de producción.* Esto es, la demanda no será constante en el tiempo, sino que el proveedor entregará todas las unidades de la corrida de producción en un solo envío, cuando haya terminado de producir las unidades.

Dado estas observaciones, entonces se puede esperar que el comportamiento del inventario del proveedor sea como se muestra en la Fig. 4.

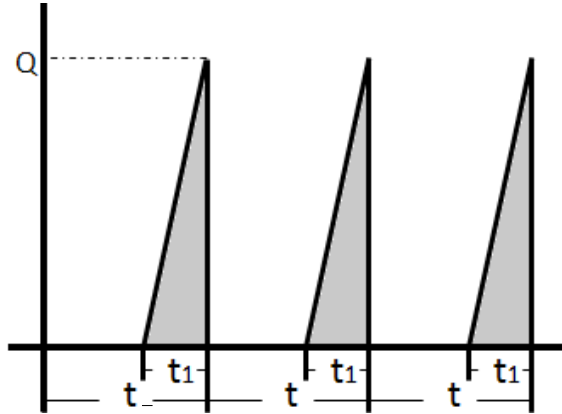


Figura 4. Comportamiento del inventario para el proveedor en la cadena de suministro

Fuente: Elaboración propia

Note que la fracción del tiempo t_1 es equivalente a Q/P unidades de tiempo (esto es la cantidad de tiempo en que el proveedor produce las Q unidades solicitadas), mientras que el tiempo t es equivalente a Q/D unidades de tiempo (tiempo que dura el ciclo del tiempo del comprador).

Dado que el inventario promedio se mide sobre lo que dura el ciclo del inventario (es decir, se mide sobre el tiempo t), entonces $\bar{I} = (Q/2) (t_1/t) = (Q/2) (D/P)$.

Con esto llegamos a que la ecuación que representa los costos totales de inventario para el vendedor será (8).

$$K_p(Q) = A_p \frac{D}{Q} + h_p \frac{Q(D/P)}{2} \quad (8)$$

Y, por lo tanto, el tamaño del lote de producción que minimiza los costos para el proveedor será (9).

$$Q^* = \sqrt{\frac{2A_p D}{h_p(D/P)}} \quad (9)$$

Por otra parte, el costo total conjunto en la cadena es la suma de los costos totales para el comprador y el proveedor, como se observa en (10).

$$K(Q) = A_c \frac{D}{Q} + h_c \frac{Q}{2} + A_p \frac{D}{Q} + h_p \frac{Q(D/P)}{2} \quad (10)$$

Utilizando nuevamente el cálculo diferencial se obtiene que la cantidad óptima de pedido que minimiza el costo conjunto es (11).

$$Q^* = \sqrt{\frac{2(A_c + A_p)D}{h_c + h_p(D/P)}} \quad (11)$$

Con el objeto de realizar una comparación de los costos asociados a cada entidad con los diferentes óptimos encontrados en cada modelo se realiza el siguiente ejemplo:

Datos para el comprador:

D 2.000 unidades/año

A_c \$250 por pedido

h_c \$4 por unidad/año

Datos para el proveedor:

P 10.000 unidades/año

A_p \$1.000 por preparación de la corrida de producción

h_p \$2 por unidad/año

En la Tabla 1 se muestran los resultados calculados para los costos óptimos tanto del comprador y del proveedor como del modelo conjunto.

Dado que los costos de pedido del comprador son pequeños comparados con el costo de preparación de la corrida de producción, mientras que los costos de mantenimiento del comprador son mayores que los del proveedor, entonces al comprador le conviene hacer pedidos pequeños, mientras que al proveedor le

conviene lotes de producción mucho mayores.

En la Fig. 5 se hace una representación gráfica de los costos totales para el comprador, para el proveedor y los costos totales conjuntos de ambos participantes, considerando los datos del ejemplo anterior.

Como puede observarse, los óptimos para el proveedor y el comprador difieren significativamente del gráfico que representa el costo total para la cadena.

TABLA 1. COSTO TOTAL ANUAL CONSIDERANDO EL TAMAÑO ÓPTIMO DEL LOTE PARA EL COMPRADOR, PARA EL PROVEEDOR Y EL COSTO CONJUNTO

Comportamiento de las entidades	Lote óptimo	Costo		
		Proveedor	Comprador	Conjunto
No colaborativo Proveedor	3162	\$1.264	\$6.482	\$7.747
No colaborativo Comprador	500	\$4.100	\$2.000	\$6.100
Colaborativo	1066	\$2.089	\$2.601	\$4.690

Fuente: Elaboración propia

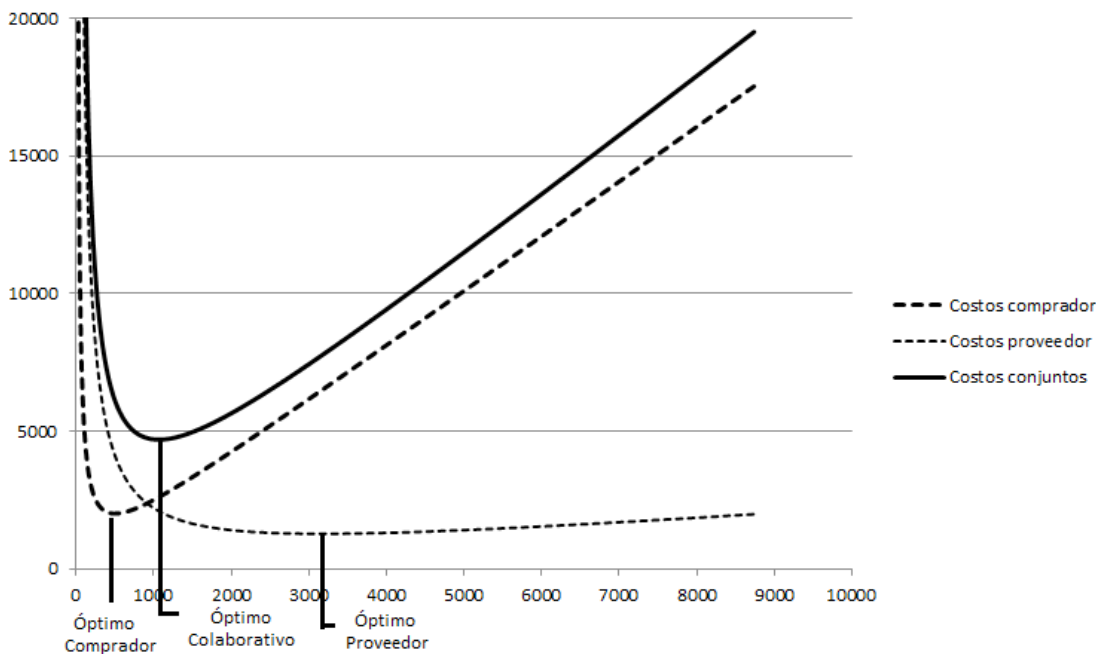


Fig. 5. Representación gráfica de los costos totales para el comprador, el proveedor y los costos conjuntos.

Fuente: Elaboración propia

Por otra parte, se ha construido también una tabla que presenta un comparativo mucho más grande (Tabla 2). Se ha fijado una demanda anual de 2 000 unidades, el costo de preparación de la corrida de producción del proveedor es de \$1 000, y su costo de mantenimiento es de \$2 por unidad por año.

En la primera columna aparecen los costos de pedir del comprador (A_c). Dado que regularmente este costo es menor que el costo de preparación de una corrida de producción, se han manejado costos de \$100, \$250 y \$500.

En la segunda columna se muestran los costos de mantenimiento para el comprador (h_c), dado que estos costos representan regularmente un porcentaje del costo de adquisición, se han considerado niveles de \$3, \$4 y \$6.

En la tercera columna se coloca la capacidad de producción del proveedor (P) con niveles de 4 000, 10 000 y 20 000 unidades por año.

La cuarta columna expresa la cantidad óptima de pedido y los costos totales para un modelo colaborativo. La quinta y sexta columnas expresan las cantidades óptimas de pedidos y los costos conjuntos desde el punto de vista del comprador y del proveedor, respectivamente.

La séptima y octava columnas expresan el porcentaje de diferencia de costos con respecto al modelo colaborativo cuando se toma la cantidad óptima de pedido del proveedor y del comprador, respectivamente.

Como puede observarse, la diferencia de estos costos puede ser muy importante. Por ejemplo, cuando el costo de pedir del comprador es de \$100, su costo de mantener es de \$6 y la capacidad de producción del proveedor es de 20 000 unidades, los

TABLA 2. COMPARACIÓN DE COSTOS CONSIDERANDO EL TAMAÑO ÓPTIMO DEL LOTE PARA EL COMPRADOR, PARA EL PROVEEDOR Y EL COSTO CONJUNTO

A_c	h_c	P	Modelo Colab.	Modelo Comprador	Modelo Proveedor	% dif. Costo Com/Col	% dif. Costo Prov/Col
\$100	\$3	4 000	Q = 1,049 K = \$4 195	Q* = 365 K = \$6 755	Q* = 2,000 K = \$5 100	61%	22%
\$100	\$3	10 000	Q* = 1,138 K = \$3 868	Q* = 365 K = \$6 646	Q* = 3,162 K = \$6 072	72%	57%
\$100	\$3	20 000	Q* = 1,173 K = \$3 752	Q* = 365 K = \$6 609	Q* = 4,472 K = \$7 647	76%	104%
\$100	\$4	4 000	Q* = 938 K = \$4 690	Q* = 316 K = \$7 748	Q* = 2,000 K = \$6 100	65%	30%
\$100	\$4	10 000	Q* = 1,000 K = \$4 400	Q* = 316 K = \$7 653	Q* = 3,162 K = \$7 653	74%	74%
\$100	\$4	20 000	Q* = 1,024 K = \$4 299	Q* = 316 K = \$7 621	Q* = 4,472 K = \$9 883	77%	130%
\$100	\$6	4 000	Q* = 793 K = \$5 550	Q* = 258 K = \$9 424	Q* = 2,000 K = \$8 100	70%	46%
\$100	\$6	10 000	Q* = 829 K = \$5 307	Q* = 258 K = \$9 347	Q* = 3,162 K = \$10 815	76%	104%
\$100	\$6	20 000	Q* = 842 K = \$5 223	Q* = 258 K = \$9 321	Q* = 4,472 K = \$14 356	78%	175%
\$250	\$3	4 000	Q* = 1,118 K = \$4 472	Q* = 577 K = \$5 485	Q* = 2,000 K = \$5 250	23%	17%
\$250	\$3	10 000	Q* = 1,213 K = \$4 123	Q* = 577 K = \$5 312	Q* = 3,162 K = \$6 166	29%	50%
\$250	\$3	20 000	Q* = 1,250 K = \$4 000	Q* = 577 K = \$5 254	Q* = 4,472 K = \$7 714	31%	93%
\$250	\$4	4 000	Q* = 1,000 K = \$5 000	Q* = 500 K = \$6 250	Q* = 2,000 K = \$6 250	25%	25%
\$250	\$4	10 000	Q* = 1,066 K = \$4 690	Q* = 500 K = \$6 100	Q* = 3,162 K = \$7 748	30%	65%
\$250	\$4	20 000	Q* = 1,091 K = \$4 583	Q* = 500 K = \$6 050	Q* = 4,472 K = \$9 951	32%	117%
\$250	\$6	4 000	Q* = 845 K = \$5 916	Q* = 408 K = \$7 553	Q* = 2,000 K = \$8 250	28%	39%
\$250	\$6	10 000	Q* = 884 K = \$5 657	Q* = 408 K = \$7 430	Q* = 3,162 K = \$10 910	31%	93%
\$250	\$6	20 000	Q* = 898 K = \$5 568	Q* = 408 K = \$7 389	Q* = 4,472 K = \$14 423	33%	159%
\$500	\$3	4 000	Q* = 1,225 K = \$4 899	Q* = 816 K = \$5 307	Q* = 2,000 K = \$5 500	8%	12%
\$500	\$3	10 000	Q* = 1,328 K = \$4 517	Q* = 816 K = \$5 062	Q* = 3,162 K = \$6 325	12%	40%
\$500	\$3	20 000	Q* = 1,369 K = \$4 382	Q* = 816 K = \$4 981	Q* = 4,472 K = \$7 826	14%	79%
\$500	\$4	4 000	Q* = 1,095 K = \$5 477	Q* = 707 K = \$6 010	Q* = 2,000 K = \$6 500	10%	19%
\$500	\$4	10 000	Q* = 1,168 K = \$5 138	Q* = 707 K = \$5 798	Q* = 3,162 K = \$7 906	13%	54%
\$500	\$4	20 000	Q* = 1,195 K = \$5 020	Q* = 707 K = \$5 728	Q* = 4,472 K = \$10 062	14%	100%
\$500	\$6	4 000	Q* = 926 K = \$6 481	Q* = 577 K = \$7 217	Q* = 2,000 K = \$8 500	11%	31%
\$500	\$6	10 000	Q* = 968 K = \$6 197	Q* = 577 K = \$7 044	Q* = 3,162 K = \$11 068	14%	79%
\$500	\$6	20 000	Q* = 984 K = \$6 099	Q* = 577 K = \$6 986	Q* = 4,472 K = \$14 534	15%	138%

Fuente: Elaboración propia

porcentajes de diferencia son de 78% (si se considera la cantidad óptima para el comprador) y de 175% (si se considera la cantidad óptima para el proveedor).

El concepto de costo conjunto es sumamente importante para lograr una mayor eficiencia en la cadena; mientras más alta es la rentabilidad de la cadena, más exitosa será. La eficiencia de la cadena está asociada a la diferencia entre lo que vale el producto para el cliente final y los costos en los que dicha cadena incurre para satisfacer las necesidades de éste. De esta forma, minimizar los costos conjuntos provee una mayor eficiencia para la cadena y ofrece la oportunidad para que comprador y proveedor puedan establecer negociaciones en términos de cooperación y colaboración.

COMPARACIÓN DEL MODELO CON OTROS RESULTADOS OBSERVADOS EN LA LITERATURA

Díaz-Batista y Pérez-Armayor [21], basándose en los modelos clásicos EOQ y EPQ, sugieren que los costos totales del comprador y el proveedor son similares en forma respectiva a los modelos clásicos.

De esta manera, al realizar una formulación conjunta, la expresión que para ellos representa los costos totales para ambas partes (comprador-proveedor) es (12).

$$K(Q) = A_c \frac{D}{Q} + h_c \frac{Q}{2} + A_p \frac{D}{Q} + h_p \frac{Q(1 - D/P)}{2} \quad (12)$$

Con esta expresión, ellos calculan la cantidad óptima de pedido que minimiza los costos conjuntos y obtienen (13).

$$Q^* = \sqrt{\frac{2(A_c + A_p)D}{h_c + h_p(1 - D/P)}} \quad (13)$$

A razón de ilustrar las consecuencias posibles para esta diferencia en la formulación y el cálculo de las cantidades óptimas, se ha construido una tabla similar a la anterior. Se fijó una demanda anual de 2 000 unidades, un costo de preparación de la corrida de producción del proveedor de \$1 000, y un costo de mantenimiento de \$2 por unidad por año (Tabla 3).

En la primera columna aparecen los costos de pedir del comprador (A_c). Se han manejado costos de \$100 y de \$500.

En la segunda columna se muestran los costos de mantenimiento para el comprador (h_c). Se han considerado niveles de \$3 y \$6.

En la tercera columna se coloca la capacidad de producción del proveedor (P) con niveles de 10 000 y 20 000 unidades por año.

En la cuarta y quinta columnas aparecen los resultados de la cantidad óptima de pedido del modelo construido por Díaz/Pérez [21] y los resultados propuestos en este artículo, respectivamente.

Finalmente, la sexta columna muestra la diferencia en porcentaje de estas cantidades óptimas.

Como podrá observarse, estas diferencias en la cantidad óptima de pedido pueden ser bastante significativas. No obstante, estas cantidades tienden a acercarse mientras más pequeño sea el valor de h_p y cuando el cociente D/Q es cercano al valor de 0.5.

TABLA 3. DIFERENCIAS EN EL TAMAÑO ÓPTIMO DEL LOTE ENTRE EL MODELO PROPUESTO POR DÍAZ BATISTA Y PÉREZ ARMAYOR Y EL MODELO PROPUESTO EN ESTE ARTÍCULO

A_c	h_c	P	Modelo Díaz/Pérez	Modelo Propuesto	% de diferencia
\$100	\$3	10000	978	1138	14%
\$100	\$3	20000	957	1173	18%
\$100	\$6	10000	761	829	8%
\$100	\$6	20000	751	842	11%
\$500	\$3	10000	1142	1328	14%
\$500	\$3	20000	1118	1369	18%
\$500	\$6	10000	889	968	8%
\$500	\$6	20000	877	984	11%

Fuente: Elaboración propia

CONCLUSIONES

La enorme competencia existente en los mercados hace necesaria la cooperación de los diferentes miembros de la cadena con el objeto de maximizar su eficiencia. El concepto de cadena de suministro no distingue una posición dominante entre los miembros, sino que se concentra en minimizar los costos totales de la cadena. En este sentido, la creación de modelos conjuntos es fundamental para hacer la cadena más competitiva.

Como pudo demostrarse en este artículo, el establecimiento de reglas colaborativas puede tener ahorros significativos para los miembros de la cadena.

Por otra parte, si bien es cierto que los modelos clásicos proveen de una guía para la formulación de modelos dentro de una cadena de suministro, es necesario reflexionar cuáles de los supuestos siguen siendo aplicables y cuáles son violados por la naturaleza propia del modelo.

La formulación de modelos en una cadena de suministro debe pasar forzosamente por una etapa de creación de nuevos paradigmas que representen de mejor forma los supuestos que resultan de la cooperación entre empresas.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] H. M. Wee, S. L. Chung and P. C. Yang, "Technical note - A modified EOQ model with temporary sale price derived without derivatives", *The Engineering Economist* 48 (2003) 190-195.
- [2] G. P. Sphicas, "EOQ and EPQ with linear and fixed backorder costs: two cases identified and models analyzed without calculus", *International Journal Production Economics* 100 (2006) 59-64.
- [3] L. E. Cárdenas-Barrón, "Optimal manufacturing batch size with rework in a single stage production system –a simple derivation", *Computers and Industrial Engineering* 55 (2008) 758-765.
- [4] L. Y. Ouyang, C. T. Chang and P. Shum, "The EOQ with defective items and partially permissible delay in payments linked to order quantity derived algebraically", *Central European Journal of Operations Research*, doi:10.1007/s10100-0-010-0160-9.
- [5] G. A. Widyadana, L. E. Cárdenas-Barrón and H. M. Wee, "Economic order quantity model for deteriorating items with planned backorder level". *Mathematical and Computer Modelling*, 2011, 54(5-6), 1569-1575.

- [6] M. Villa and J. Torres, "Análisis de teoría de juegos en cadenas de suministros de dos niveles, productor-comprador, bajo esquema vendor managed inventory (VMI)", *ITECKNE*, 2012, Vol. 9, Número 1, 67-82. ISSN: 1692-1798.
- [7] Y. Yao, Y. Dong and M. Dresner, "Managing supply chain backorders under vendor managed inventory: An incentive approach and empirical analysis", *European Journal of Operational Research*, 203, 350-359, 2010.
- [8] V. Arora, F. Chan and M. Tiwari, "An integrated approach for logistic and vendor managed inventory in supply chain", *Expert Systems with Applications*, 37, 39-44, 2010.
- [9] Y. Dong and K. Xu, "A supply chain model of vendor managed inventory", *Transportation Research, Part E* 38, 75-95, 2002.
- [10] G. Kuk, "Effectiveness of vendor-managed inventory in the electronics industry: determinants and outcomes", *Information and Management*, 41, 645-654, 2004.
- [11] M. Holweg, S. Disney, J. Holmström and J. Smaros, "Supply Chain Collaboration: Making Sense of the Strategy Continuum", *European Management Journal*, 23 (2), 170-181, 2005.
- [12] A. J. Clark and H. Scarf, "Optimal policies for a multi-echelon inventory problem", *Management Science*, 6, 475-490, 1960.
- [13] P. Kelle and P. A. Miller, "Quantitative support for buyer_supplier negotiation in JIT purchasing", *International Journal of Purchasing and Materials Management*, 1998, vol. 34, No. 2, pp. 25-30.
- [14] P. Kelle, F. Al-Khateeb and P. A. Miller, "Partnership and negotiation support by joint optimal ordering/setup policies for JIT", *International Journal of Production Economics*, 2003, vol. 81-82, Proceedings of the Eleventh International Symposium on Inventories, pp. 431-441, ISSN 0925-5273.
- [15] Q. Yuan and Z. Qiong, "Incentive Mechanism of Supply Chain Inventory Management Based on Information Sharing", *Proceedings of the 2008 International Seminar on Business and Information Management - Volume 02*, pp. 373-377.
- [16] W. T. Huh, G. Janakiraman, A. Muharremoglu and A. Sheopuri, "Inventory Systems with a Generalized Cost Model", *Operations Research*, Vol. 59, No. 4 (July-August, 2011), pp. 1040-1047.
- [17] M. Khouja, "Synchronization in Supply Chains: Implications for Design and Management", *The Journal of the Operational Research Society*, Vol. 54, No. 9, Part Special Issue: Modelling Organizational Knowledge (Sep., 2003), pp. 984-994.
- [18] Y. A. Hidayat, I. D. Anna and A. Khrisnadewi, "The application of vendor managed inventory in the supply chain inventory model with probabilistic demand", *Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM)*, 2011 IEEE International Conference, pp. 252 -256, 6-9 Dec. 2011.
- [19] Y. Yu, G. Q. Huang and L. Liang, "Stackelberg game-theoretic model for optimizing advertising, pricing and inventory policies in vendor managed inventory (VMI) production supply chains", *Computers and Industrial Engineering*, 57, 368-382, 2009.
- [20] R. P. Parker and R. Kapuściński, "Managing a Noncooperative Supply Chain with Limited Capacity", *Operations Research*, Vol. 59, No. 4 (July-August, 2011), pp. 866-881.
- [21] J. A. Díaz-Batista and D. Pérez-Armayor, "Optimización de los niveles de inventario en una cadena de suministro", *Ingeniería Industrial, Norteamérica*, 33, apr. 2012.

