

## Modelo Matemático para Cuantificar la Deterioración de la Yuca Durante el Proceso de Secado

El 80% de la producción mundial de yuca es utilizada para el consumo humano, aportando cerca del 10% de las calorías requeridas por el hombre además de ser el producto alimenticio carbohidratado, básico de 300 millones de personas en los países tropicales.

La yuca, por sus características de cosecha y elevada humedad está sujeta a la rápida deterioración, exigiendo técnicas adecuadas para su conservación y/o procesamiento. Una de las maneras para evaluar las pérdidas de la yuca durante el proceso de secado, es cuantificar la deterioración de barras rectangulares o rodajas de yuca, utilizando como criterio el cambio de la coloración de su pigmento externo, por ser un factor de calidad que determina simplemente el grado de aceptabilidad del producto.

En este trabajo se desarrolló un Modelo Matemático Empírico, con base en el efecto de la temperatura y la humedad en función del tiempo de exposición, sobre la calidad de la yuca. Este Modelo prevé la deterioración de la yuca durante el proceso de secado en silos horizontales, con convección forzada de aire calentado con colectores solares. El criterio de deterioración adoptado fue la variación de la coloración del pigmento externo de las rodajas de yuca, sometidas a diferentes tratamientos en función del tiempo de exposición.

El modelo puede ser utilizado para analizar el efecto de las diferentes condiciones de temperatura y humedad sobre la calidad del producto, y para determinar los flujos o caudales de aire necesarios para el secado de las rodajas y barras rectangulares de la yuca en silos horizontales.

Por: JULIO E. OSPINA M.  
Ingeniero Agrícola, – Msc.  
Profesor Asistente, Director del  
Departamento de Ingeniería Agrícola  
Universidad Nacional, Sede Bogotá

### SIMBOLOGIA

Cp: Calor específico, Kcal/Kg<sup>o</sup>C  
DE: Diferencia total de calor  
H: Humedad absoluta del aire, Kg de vapor de agua/Kg de aire seco  
ID: Índice de deterioración  
L: Calor latente de vaporización, Kcal/Kg  
M: Contenido de humedad del producto, base húmeda, decimal  
Mc: Contenido de humedad del producto, base seca, decimal

Mecq: Contenido de humedad de equilibrio, base seca, decimal  
Mt: Multiplicador de temperatura  
Mu: Multiplicador de humedad  
m.n.q.: Parámetros de la ecuación de capa delgada  
Pi, qi: Parámetros de la ecuación de la humedad de equilibrio  
RH: Humedad relativa, decimal  
t: Tiempo de secado, horas  
teq: Tiempo equivalente, horas  
T: Temperatura de bulbo seco, °C

La yuca es una fuente disponible de carbohidratos y de energía en las regiones tropicales, en las cuales se presenta como un cultivo de vital importancia ya sea por su cantidad de materia prima producida por unidad de superficie, o por sus múltiples aplicaciones en la alimentación humana, animal o en la industria. En general, se emplea este producto en forma de harinas, fécula o sus derivados, como alcohol o acetona.

Por su alta perecibilidad en forma natural, y las exigencias del mercado de exportación es motivo, para que tanto investigadores, productores e industriales se interesen por encontrar métodos más técnicos para el mejor aprovechamiento y conservación, garantizando una excelente calidad de producto procesado.

La deshidratación de la yuca fragmentada, es importante por su utilización principalmente como componente de la alimentación animal, mezclada con el trigo, maíz y cebada, solicitado en los países de la Comunidad Económica Europea, donde se han triplicado las importaciones en los últimos 10 años (4). Cerca del 80% del mercado mundial de la yuca es suplido por Indonesia y Tailandia. En estas regiones productoras, las raíces cortadas son secadas al sol en pisos de concreto o de madera. Este proceso simple de secado requiere considerable manejo del producto, además de exponerlo permanentemente a la acción de los agentes deteriorativos y climáticos de la naturaleza.

La yuca es un producto que contiene una elevada humedad inicial (60-70%)(1); es necesario retirar 1750Kg de agua para producir una tonelada

de yuca fragmentada con una humedad final de 12% ; por esta razón y por ser un producto relativamente barato, el proceso de secado podría ser antieconómico utilizando fuentes convencionales de energía.

Uno de los sistemas simple, pero altamente positivo, utilizado en el secado de yuca cortada en forma de barras rectangulares o rodajas, es el de los silos horizontales a los cuales se les introduce aire mediante convección forzada, calentado por un colector solar (figura 2). El empleo de este sistema de secado para yuca, puede constituirse en una alternativa económica y eficiente especialmente, a nivel de finca. El silo puede ser empleado como almacenador, reduciendo así, equipos, manos de obra y manejo del producto, permitiendo disminuir los costos del proceso.

El secado de yuca cortada en rodajas cuyo espesor varía de 5 a 10 mm. y diámetro de 35 a 45 mm. en un silo horizontal, al cual se le introduce aire ligeramente calentado (5 a 10°C) por encima de la temperatura del aire ambiente, comienza a realizarse en las capas inferiores; al producirse intercambio de calor y de humedad en las primeras capas, no hay oportunidad de que las capas superiores inicien su secado en las primeras horas; inclusive se presenta un aumento de la humedad inicial en dichas capas cambiando a medida que avanza el frente de secado. Esta es una de las limitaciones de este sistema, implicando que la columna de producto a secar no deba ser muy gruesa. Existen modelos matemáticos (5, 8, 9), que permiten determinar para cada período de tiempo, las condiciones a las cuales las rodajas de yuca deben ser some-

tidas durante el proceso de secado. Conociendo la deterioración mediante la variación del color del pigmento externo de la yuca para las diversas condiciones, se puede calcular la deterioración relativa en cada capa y para cada unidad de tiempo, en función de las variables de secado, lo que permite establecer los flujos óptimos de aire para las diferentes condiciones de secado, y obtener un producto seco de buena calidad.

### Materiales y métodos

Como materia prima se utilizaron raíces de yuca de 15 meses de edad de una variedad "mansa" o de mesa. Esta yuca fue cosechada con una humedad inicial de 60,82% .

Las raíces fueron retiradas del suelo e inmediatamente llevadas al laboratorio en donde se procedió a realizar las operaciones de selección, lavado, descascarado y corte.

Se seleccionaron las raíces con diámetros que variaban de 35 a 45mm ; una vez lavadas y descascaradas se cortaron en rodajas de 5 mm. de espesor; posteriormente fueron colocadas en una serie de tamices dentro de una cámara de secado donde fueron secadas con aire a 36°C y 36.5% de humedad relativa, obteniéndose tres niveles de humedad, además del inicial: 50,01% , 43.10% y 30.43% .

Fueron utilizadas tres cámaras am-▷

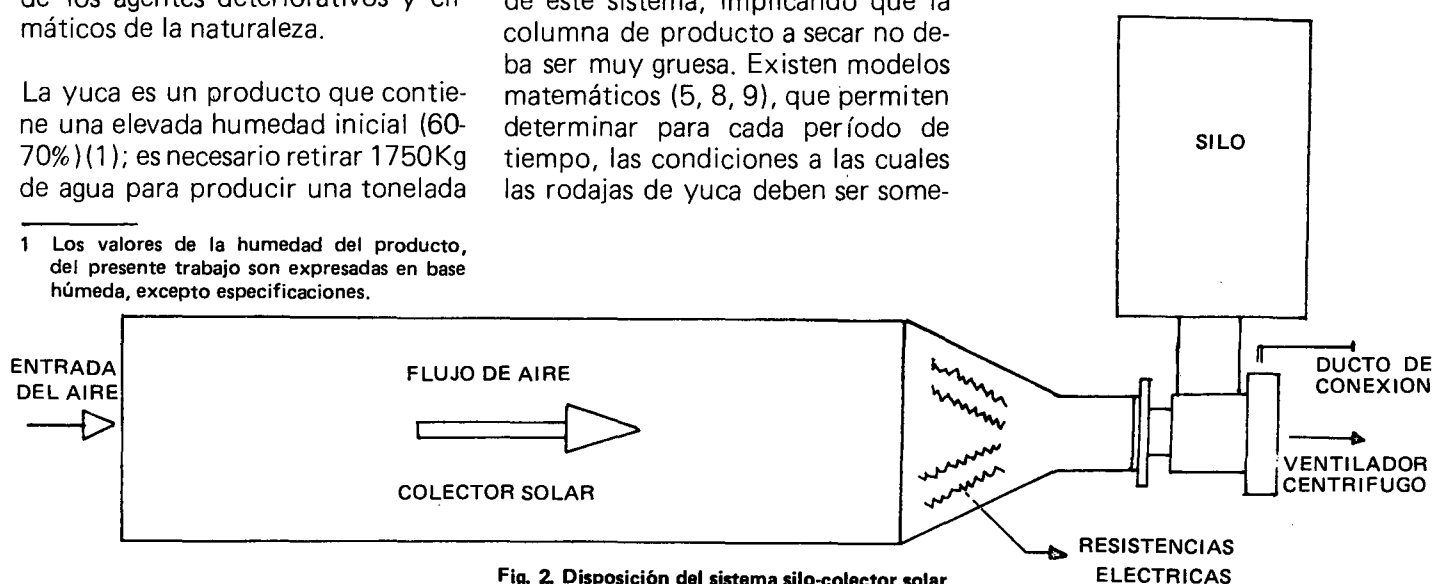


Fig. 2. Disposición del sistema silo-colector solar.

1 Los valores de la humedad del producto, del presente trabajo son expresadas en base húmeda, excepto especificaciones.

ambientales de temperatura controlada a 20°, 30° y 40°C, respectivamente. En cada cámara se colocaron las muestras con 4 niveles de humedad 30.43% , 43.10% , 50.01% y 60.82% , con 3 repeticiones cada una. En consecuencia en cada cámara se mantuvieron 12 frascos de vidrio completamente cerrados con las respectivas muestras.

Los frascos contenían, además de las rodajas de yuca, 100 ml. de solución saturada de una sal específica, para mantener la humedad relativa constante en su interior y conseguir la humedad de equilibrio del producto. Los frascos se mantuvieron en las cámaras hasta que alcanzaron el 100% de deterioración en las muestras.

Para cuantificar la deterioración se utilizó como criterio la variación de la coloración del pigmento externo de las rodajas de yuca, en relación al tiempo de permanencia en las cámaras, la temperatura y la humedad del producto. Se estableció una escala de índices de deterioración en forma subjetiva. Esta escala fue luego relacionada, con pruebas hechas en un espectrofotómetro ligado a un computador. Correlacionando los datos obtenidos subjetiva y objetivamente (en el espectrofotómetro) se establecieron los índices de deterioración, como se indica en la Tabla 1.

La escala objetiva fue determinada en función de la diferencia total de color entre las muestras y el patrón calculado directamente por el computador HP2100 A, ligado al espectrofotómetro, el cual fue calibrado con sulfato de Bario (BaSO<sub>4</sub>) (es el patrón universal de color adoptado por la comisión internacional de iluminación). Dentro de un dispositivo especial de 40 mm. de abertura se colocaron las rodajas de 5 mm. de espesor y 35 a 40 mm. de diámetro. La determinación fue realizada en el espectro visible: 400-700 m.u. La diferencia total de color es calculada de acuerdo a la fórmula de Adams Nickerson/Stults(11)

$$DE = \sqrt{D_{AC}^2 + D_{AL}^2}$$

Con los valores de las pruebas de deterioración en forma empírica que representara la tendencia de los puntos para una condición patrón de temperatura y humedad del producto. Esta condición fue de 30°C y 43.10% de humedad del producto, por ser esta una condición media, de los valores de temperatura y humedad estudiadas.

Los parámetros de la ecuación empírica obtenida, fueron calculados mediante regresión no lineal, usando

una rutina para computador, desarrollada originalmente por Dye y Nicely (1971), conjuntamente con un programa principal y una rutina, anexa, preparadas específicamente para obtener los parámetros.

Para que la ecuación obtenida, pudiera indicar la tendencia de deterioración de las otras condiciones estudiadas, se colocó la variable tiempo en función de dos multiplicadores: uno de humedad y otro de temperatura, obteniéndose así, "tiempos equivalentes". El tiempo equivalente (T<sub>eq</sub>) es directamente proporcional a la variable tiempo (ΔT) e inversamente proporcional a las multiplicaciones de humedad (Mu) y temperatura (Mt).

$$T_{eq} = \frac{\Delta T}{Mu Mt} \quad (1)$$

Los parámetros de las ecuaciones estudiadas para los multiplicadores de humedad y temperatura fueron determinadas por regresión lineal y no lineal.

### Prueba del Modelo Matemático de deterioración

En un silo horizontal (figura 1) de piso rectangular (5 x 3 m), de lámina perforada (2%), con flujo de aire de abajo hacia arriba y calentado por un colector solar de 60m<sup>2</sup>, unido a un ventilador centrífugo provisto de control de caudal de aire fueron secadas las rodajas de yuca con humedad inicial de 60.82%.

Durante toda la operación de secado fueron determinadas: velocidad, temperatura y humedad relativa del aire tanto a la entrada como a la salida del silo. La deterioración durante el proceso de secado se realizó en función de los índices de deterioración, dos veces por día, de la misma manera como se explicó anteriormente.

Para probar el Modelo matemático de deterioración desarrollado, se preparó una rutina para computador que incluyó la ecuación empírica que representa la tendencia de los puntos para la condición patrón, las ecuaciones de los multiplicadores de humedad y temperatura y la

INDICES DE DETERIORACION	DETERIORACION	DIFERENCIA H>60 %	TOTAL DE COLOR H<60 %
1.0	0	12	5
0.9	10	12-15	5-7
0.8	20	15-18	7-9
0.7	30	18-21	9-12
0.6	40	21-24	12-15
0.5	50	24-27	15-18
0.4	60	27-30	18-20
0.3	70	30-33	20-22
0.2	80	33-36	22-24
0.1	90	36-39	24-26
0.0	100	39	26

TABLA 1. Evaluación de la deterioración de yuca cortada en rodajas, en forma de índices de deterioración, en función de la diferencia total de color, utilizando como patrón el sulfato de Bario (BaSO<sub>4</sub>).

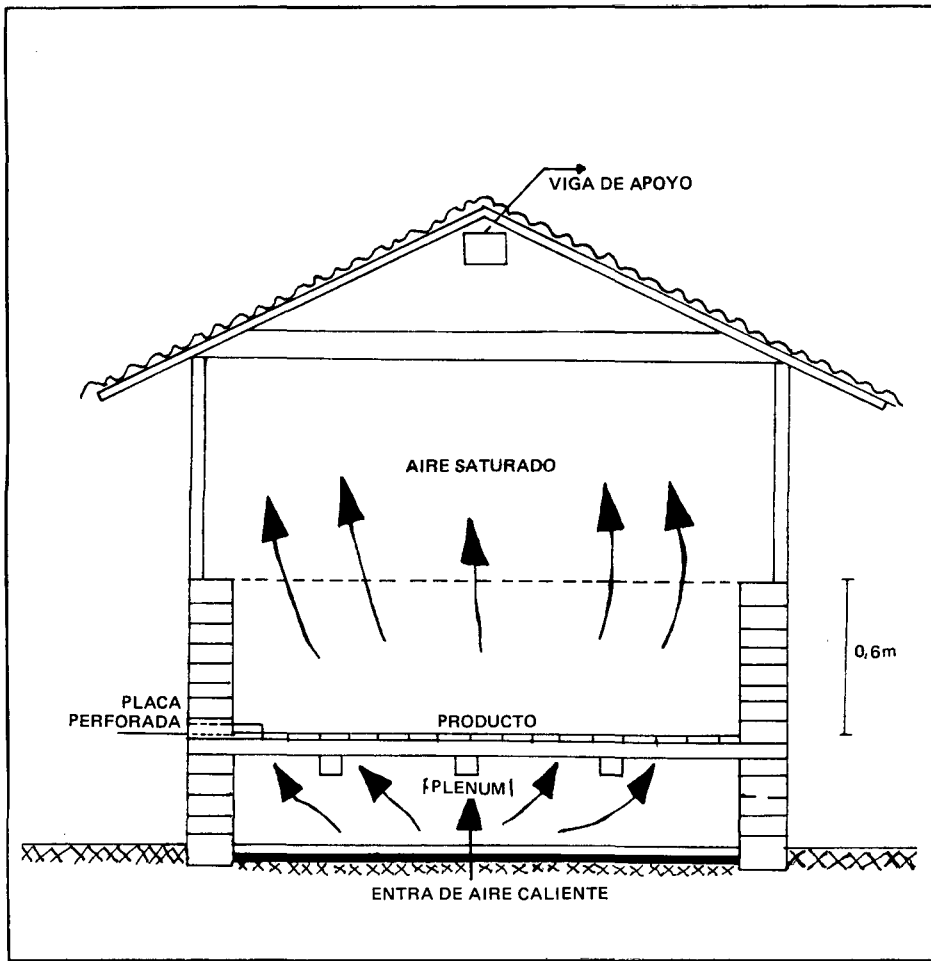


Figura 1. Diagrama esquemático del silo horizontal

relación del tiempo equivalente, para las diferentes condiciones de temperatura y humedad estudiadas. Esta rutina fue adaptada al Modelo Matemático de secado de Thompson (9) y adaptado por Villa et al (1979), para la yuca, utilizando los siguientes parámetros de secado:

**1. Humedad de equilibrio**

$$Meq = [(665,707 RH - 1261,97 RH^2 + 622,394 RH^3) \exp(-0.0085 + 0.0155 RH^3) (T + 273.0)] / 100 \quad (2)$$

**2. Capa delgada**

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -mq (M_c - Meq) (P_{vs} - PV)^n t^{q-1} \quad (3)$$

**3. Calor latente de vaporización**

$$L = 0,55555 (1075,76 - 1,026 T)$$

$$(1 + 9,56201 \exp(-35,94 M)) \quad (4)$$

**4. Calor específico**

$$C_p = 0.4 + 0.6 M \quad (5)$$

donde:

- Meq = humedad de equilibrio, base seca, decimal
- RH = humedad relativa del aire, decimal
- T = Temperatura de bulbo seco, °C
- M = Contenido de humedad del producto, decimal
- t = tiempo de secado, horas
- L = Calor latente de vaporización, Kcal/seg
- Cp = Calor específico, Kcal/Kg°C
- exp = exponencial
- m,n,q, parámetros,

siendo:

- m = 0,0528022
- n = 0,378464
- q = 0,873252

**Resultados y discusión**

**Modelo Matemático de Deterioración**

La ecuación (6) que expresa la deterioración de las rodajas de yuca en forma de índices de deterioración, obtenidos a partir de los datos experimentales de la condición adoptada, como patrón (30° y 43.10%), representa el modelo matemático encontrado para prever la deterioración de la yuca durante el proceso de secado.

$$ID = -0.509702 + 0.781174 (0.792674 \exp(0.042 \cdot 605 T_{eq} - 3,619430)) \quad (6)$$

$$ID = 1.0 \therefore 0\% \text{ de deterioración}$$

$$ID = 0.0 \therefore 100\% \text{ de deterioración}$$

donde:

ID= Índice de deterioración, adimensional

Teq= Tiempo equivalente =

$$\Delta T / \mu M t$$

T= Tiempo, horas

$$\mu = \frac{1}{0.00057617 M + 1.98649305}$$

$$M < 43.10\% \quad (7)$$

$$\mu = 2,7998871 - 0.0417607 M$$

$$M \geq 43.10\% \quad (8)$$

donde:

Mu= Multiplicador de humedad, M= Humedad del producto, base húmeda, %

$$Mt = 1 + (0.118163 - 0.0731257 \ln M + 0.0000891083 M^{1.7987}) (T - 30) \quad (9)$$

$$T \leq 30^\circ C$$

$$Mt = 1 + (0.162703 - 0.109811 \ln M + 0.033245 M^{0.497069}) (T - 30) \quad (10)$$

$$T > 30^\circ C$$

Mt= Multiplicador de temperatura M= Humedad del producto, % T= Temperatura, °C

Este modelo matemático, prevee la deterioración de la yuca manifestada en la variación de la coloración del pigmento externo de las rodajas, sometidas a diferentes tratamientos en función del tiempo de exposición y para cualquier condición de temperatura y humedad en los rangos estudiados.

ción natural, que sucede en la cuantificación de la deterioración de la yuca, en función de la decoloración, al comparar los datos experimentales y los calculados por el Modelo Matemático desarrollado, se observa la buena aproximación en la tendencia de los índices de deterioración.

La previsión de los índices de deterioración, por el modelo matemático obtenido para las temperaturas de 20, 30 y 40°C y las condiciones de humedad del producto estudiadas, se presentan en las figuras 3, 4 y 5. Considerando la amplia varia-

**Prueba del Modelo Matemático de Deterioración**

En la tabla 2 y en la figura 5, se presentan los resultados experimentales y simulados, de los índices de

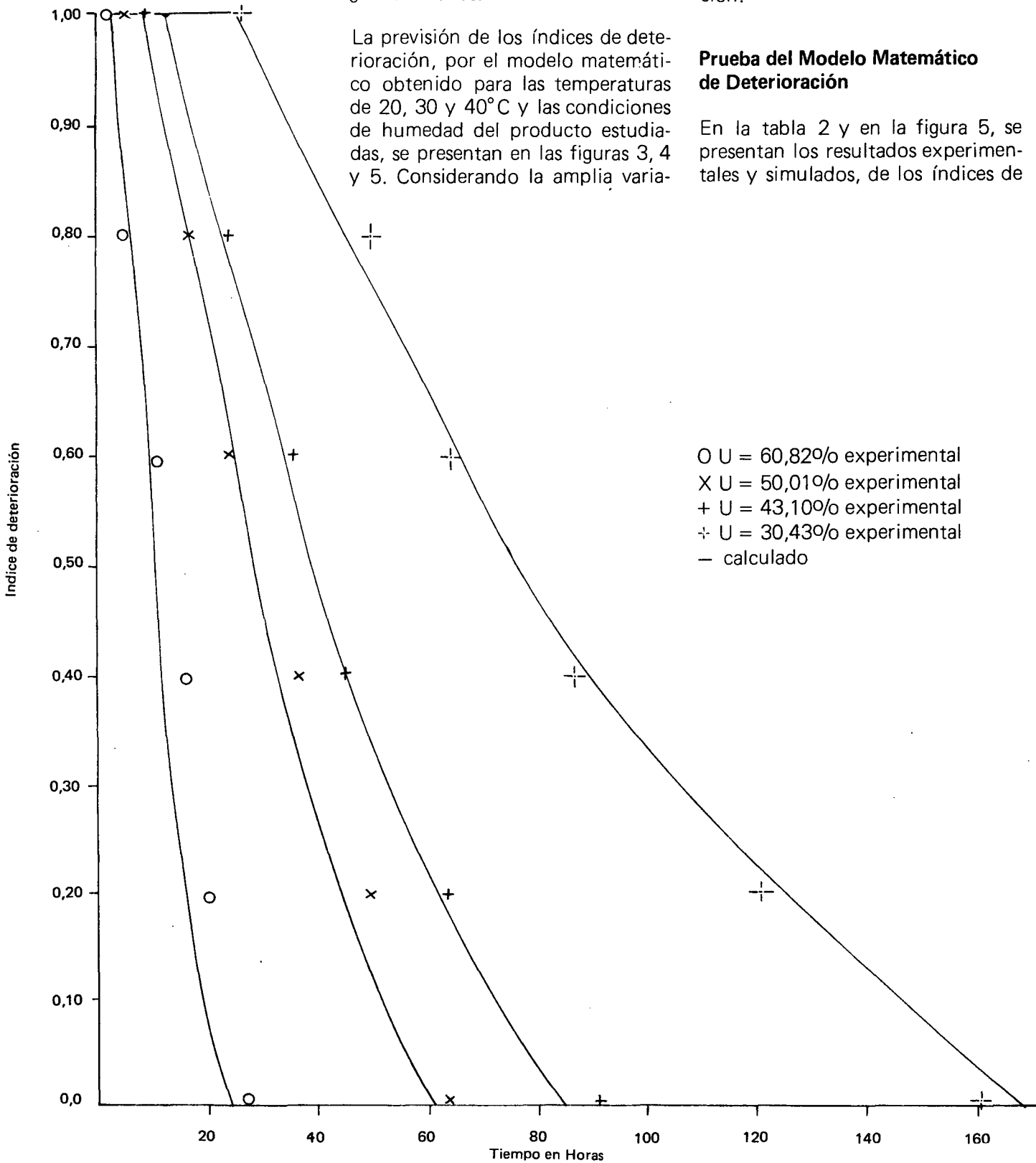


Figura 3. Previsión de los índices de deterioración en yuca conservada a la temperatura de 40°C a diferentes contenidos de humedad.

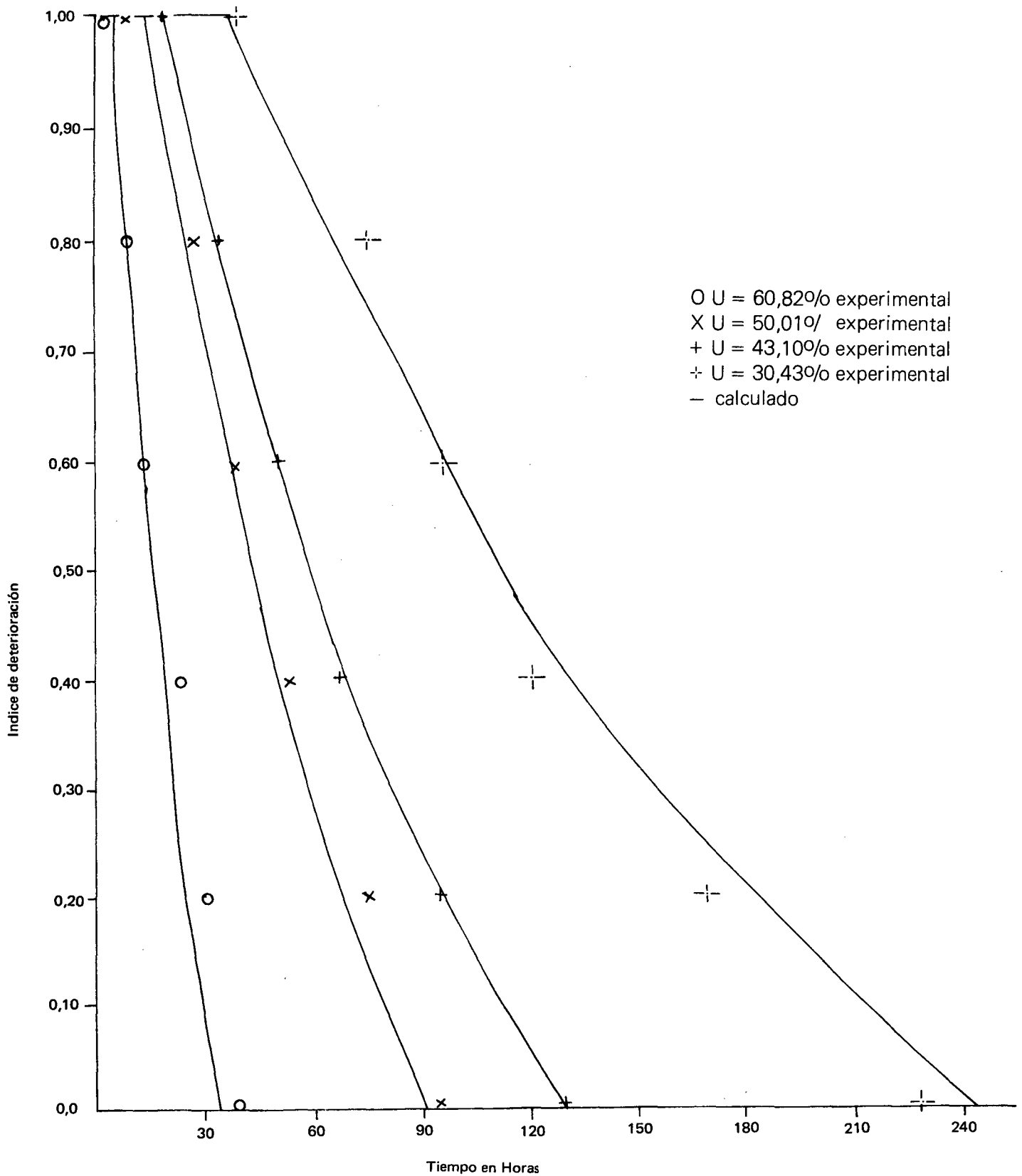


Figura 4. Previsión de los índices de deterioración en yuca conservada a la temperatura de 30°C, a diferentes contenidos de humedad.

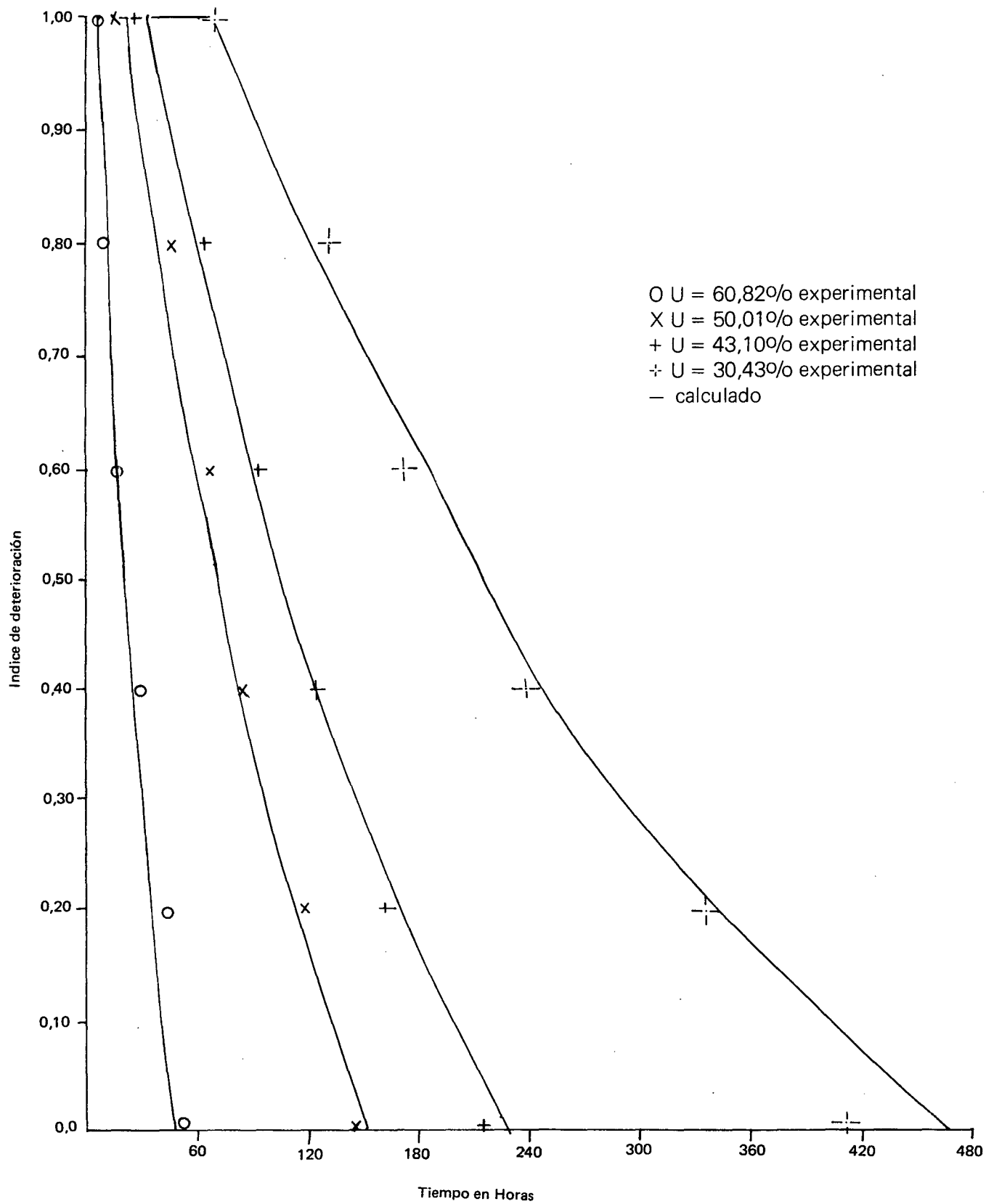


Figura 5. Previsión de los índices de deterioración en yuca, conservada a la temperatura de 20°C a diferentes contenidos de humedad.

deterioración y las curvas de secado, para las diferentes capas, respectivamente, obtenidas durante la operación de secado de las rodajas de yuca en el sistema de silo horizontal descrito anteriormente.

El aire de secado utilizado para deshidratar el producto, fue proporcionado continuamente por medio de un ventilador; en el día se calentaba con un colector solar plano que producía un aumento promedio de la temperatura en relación a la del aire ambiente de 8.25°C y una reducción de 22.08% en la humedad relativa.

Los datos de la tabla 2 fueron calculados utilizando el modelo de secado de Thompson et al (9) v adoptado por Villa et al y el modelo matemático de deterioración, desa-

TIEMPO DE SECADO (HORAS)	INDICE DE DETERIORACION					
	SIMULADOS			EXPERIMENTALES		
	C. Inferior	C. Media	C. Superior	C. Inferior	C. Media	C. Superior
0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
3	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
17	0.85	0.7	0.7	0.9	0.7	0.6
25	0.75	0.45	0.45	0.8	0.5	0.45
41	0.75	0.20	0.15	0.8	0.3	0.25
49	0.75	0.15	0.10	0.8	0.25	0.15
65	0.75	0.10	0.0	0.8	0.05	0.0
73	0.75	0.10	0.0	0.8	0.0	0.0
89	0.75	0.10	0.0	0.8	0.0	0.0
118	0.75	0.10	0.0	0.8	0.0	0.0

TABLA 2. Comparación de los índices de deterioración, experimentales y simulados, obtenidos por el Modelo Matemático de deterioración durante el secado de yuca en silo horizontal con convección forzada de aire calentado con colector solar.

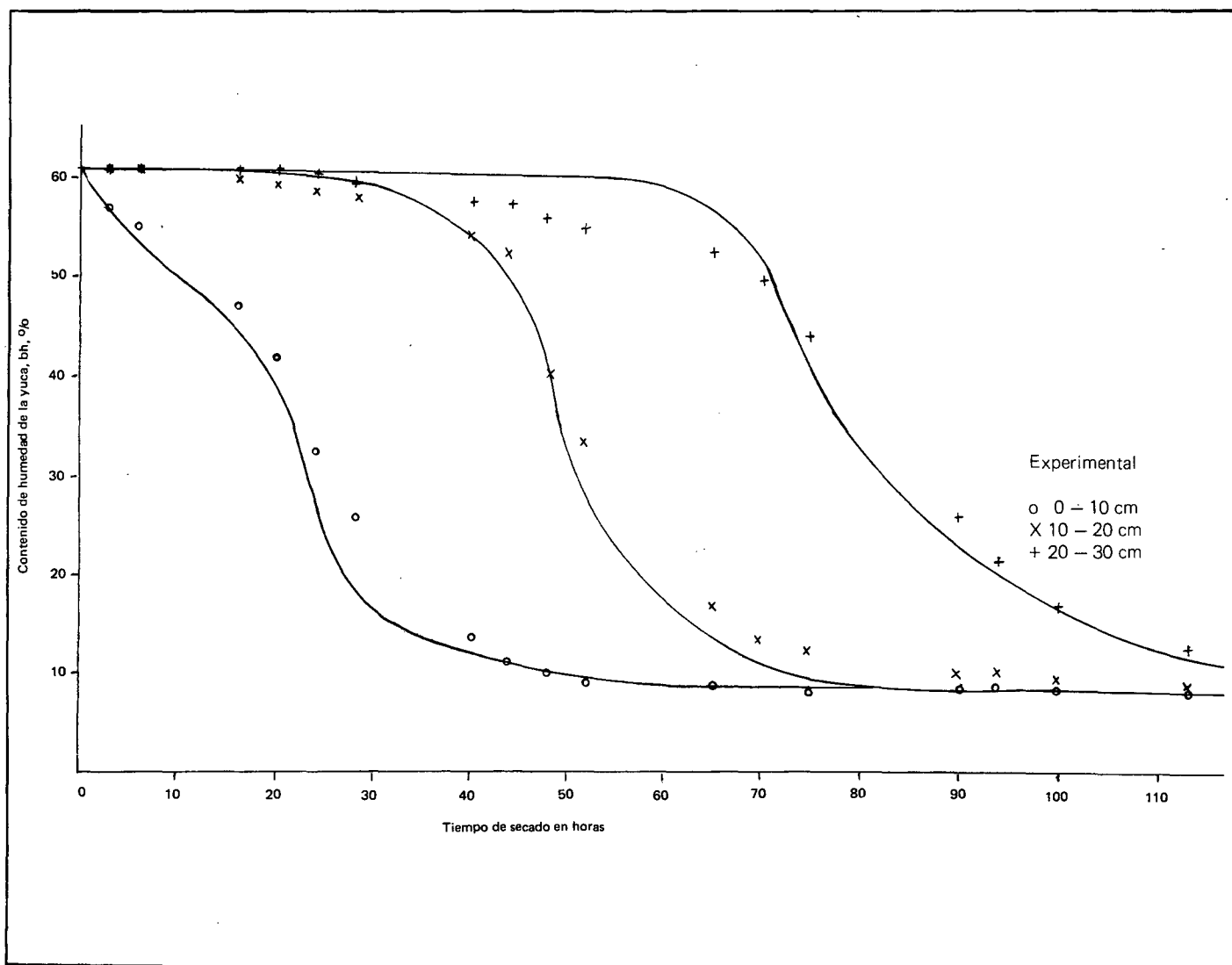


Figura 6. Comparación de los datos experimentales y calculados por el Modelo de Thompson, obtenidos en el secado de yuca, en silo horizontal, en condiciones variables de temperatura y humedad.



desarrollado en el presente trabajo. Obsérvese que en la capa inferior (0-10 cm), el Modelo preve una deterioración máxima de 250% (ID= 0.75), después de 41 horas, contra 200% (ID=0.80), en el mismo tiempo obtenido experimentalmente, manteniéndose este valor hasta el fin de la operación de secado. En la capa media (10-20 cm), la deterioración alcanzó un valor simulado de 900% (ID= 0.10), siendo que el valor experimental fue para el mismo tiempo de 1000% (ID= 0.00). En la capa superior el valor de la deterioración tanto simulado por el Modelo como el obtenido experimentalmente, fue de 1000% (ID= 0.00), a las 65 horas de la operación.

Es importante observar, en la información de la tabla 2 y la de la figura 6, el hecho de que el producto de

la capa inferior, después de 25 horas, no presenta aumento en su deterioración. Las capas media y superior alcanzan su completa deterioración a las 60 horas.

### Conclusiones

La escala de índice de deterioración con variación de 0.1 a 1.0 para cuantificar la deterioración de la yuca en función de la decoloración fue eficiente para detectar las diferentes fases de deterioración de producto.

El Modelo Matemático empírico obtenido para cuantificar la deterioración de la yuca cortada en rodajas presentó una buena predicción de la tendencia de deterioración para las condiciones de Temperatura (20, 30 y 40°C) y humedad del producto (60.82, 50.01, 43.10 y 30.34%),

estudiados. El Modelo Matemático indica que a mayor temperatura, más rápido se presenta la deterioración, y a medida que disminuye el contenido de humedad del producto, la deterioración es menos intensa.

El Modelo Matemático de deterioración probado juntamente con el Modelo de secado adoptado para yuca, bajo condiciones variables de temperatura y humedad del aire, proporcionaron buenos resultados.

Estos modelos pueden ser utilizados para determinar las cantidades mínimas de aire para secar yuca cortada en diferentes formas, en silos horizontales. Igualmente para analizar las condiciones óptimas de temperatura y humedad relativa del aire que se utilizan en el proceso de secado de este tipo de producto. ♦

### BIBLIOGRAFIA

1. BOOT, R.H. 1975. Cassava storage: Post-harvest deterioration and storage of fresh cassava roots. Tropical products Institute. 56-52 Gray's inn Road. London.
2. DYE, J. L. & V.A. NICELY. 1971. A general purpose curvefitting Program for class and research use. Journal of chemical Education. 48(7): 443-448.
3. MACKINNEY, A.J. & M.R. PAUL. 1962. Color of foods. AVI Publisher. Westport Co.
4. NESTEL, B. & J. COCK. 1976. Cassava the development of an International Research Network. Ottawa. Canada.
5. OSPINA, J.E. 1980. Quantificação da deterioração de Mandioca durante a secagem em barçaça por Convecção forçada de ar aquecido con Colector Solar. Tese de Mestrado. Faculdade de Engenharia de Alimentos e Agrícola Unicap. Campinas. S.P. Brasil.
6. ROA, G. 1974. Natural drying of cassava. Unpublished Ph.D. Thesis. Michigan state University, Agricultural Engineering Department. East Lansing. Michigan.
7. ROSSI S.J. & ROA. 1980. Secagem e armazenamento de productos agropecuarios com uso de Energía solar e Ar Natural. Academia de Ciencias. Sao Paulo. Brasil.
8. STEELE, J.L. 1967. Deterioration of damaged shelled corn as Measured by carbon dioxide production. Unpublished Ph D. Thesis. Iowa State University. Ames. Iowa.
9. THOMPSON, T.L., R.M. PEART & G.H. FASTER 1968. Mathematical Simulation of corn drying a new Model. Transactions of the ASAE. (4): 582-586.
10. VILLA, L.G. ROA & O. BRAUMBECK. 1979. Secagem de raspas de Mandioca con ar forçado e auxilio de colectores solares. Trabalho apresentado no IX Congreso Brasileiro de Engenharia Agrícola. Campina Grande, Paraíba. (Brasil).
11. ZEISS. 1974. Automatisches Farbmessgerät RFC-3 Operating instructions, west Germany.