

FORMULACION MATEMATICA DE LA TEORIA DEL VALOR

Por LUIS LORENTE *

Las teorías marginalistas y las neoclásicas después, han sido objeto de múltiples objeciones referentes al realismo de sus supuestos sociológicos y económicos, a las cuales se han añadido pruebas de su inconsistencia lógica interna en los últimos años.

Primero, a su variante de análisis parcial marshalliano (Sraffa, 19) ; luego a los supuestos de competencia en los modelos de equilibrio general (von Neumann y Morgenstern, 25) y, finalmente, a la teoría del capital y el crecimiento (Sraffa, 20; Garegnani, 5).

A raíz de estas críticas y debates teóricos, se ha renovado el interés por las teorías clásicas y marxistas; en unos casos, porque ofrecen un enfoque del problema económico radicalmente distinto del marginalista, es decir, un punto de partida desde el cual reconstruir toda la teoría económica (escuela mal llamada neo-ricardiana); en otros casos, porque se ha intentado mostrar que las teorías neoclásicas, aunque deficientes, proporcionan todavía métodos de análisis superiores a los clásicos (por ejemplo, Samuelson, 18; Morishima, 17; Baumol, 1).

Aunque en este artículo se comentarán algunos aspectos de este debate teórico, su propósito no es crítico, sino ante todo constructivo.

Algunos autores (inclusive neomarxistas, como Bose, 2), sostienen que la reconstrucción teórica debe partir de los modelos de precios

* Profesor Asistente; Departamento de Economía; Universidad Nacional.

de producción, dejando de lado las teorías de valor-trabajo, tanto ricardiana (por inconsistente), como marxista (por superflua y extraeconómica).

Otros han emprendido la formulación de modelos de teoría del valor marxista, unas veces siguiendo de manera literal los planteamientos algebraicos de Marx, llegando así a inconsistencias (Steedman, 21); otras veces ateniéndose al sentido de los textos (por ejemplo, el excelente artículo de Wolfstetter, 26), pero ocupándose más de su coherencia lógica, que de su posible aplicación a casos concretos.

Aquí se ha prestado más atención a los postulados referenciales (“definiciones” de valor), indicando cómo podrían aprovecharse datos estadísticos para efectuar análisis de valor. La discusión de dichos postulados, junto con la generalización de la teoría de rentas y con la sugerencia de una teoría de la demanda coherente con el enfoque de valor-trabajo, determinan las diferencias entre este artículo y los demás que se citan en la bibliografía.

1. INFLUENCIA DE HEGEL

Para Marx el problema del funcionamiento de la economía y el análisis de la organización social son dos aspectos de un mismo y único problema.

Desde esta perspectiva, retoma las teorías económicas de los clásicos, y sobre todo de Ricardo, para someterlas a una crítica detallada y llega, finalmente, a otra teoría aparentemente similar en tanto utiliza igual terminología, pero radicalmente diferente porque son muy pocos los términos que conservan igual significado. Esta semejanza se ha prestado a muchas confusiones, particularmente en cuanto se refiere al significado del término “valor”.

Como Ricardo, Marx afirma que el trabajo es la única fuente del valor, pero se diferencian en que para el primero valor y riqueza (mercancías) se confunden y acaban midiéndose ambos en términos de precios, mientras que para Marx el valor aparece cuando se analizan las relaciones sociales de producción, y el precio solamente en el ámbito de la circulación.

Por eso cuando Marx afirma que el trabajo es la única fuente del valor, está diciendo simplemente que la única contribución de los seres humanos al proceso de producción es el trabajo y no, como Ricardo, que dicho valor represente el nivel normal del precio de las mercancías.

La polémica sobre su teoría del valor ha dado lugar a diversas variantes del neomarxismo y animado muchos estudios críticos de indudable interés teórico, pero desafortunadamente se ha conducido con mucha frecuencia dentro de los límites de lo que hoy se llama economía. Ahora bien, para entender a Marx es necesario considerar simultáneamente su concepción de la historia, su sociología y su economía, pues de otra manera se acaba interpretándolo dentro de los supuestos propios de otras doctrinas con resultados a veces estrambóticos ¹.

Resumiremos a continuación los rasgos fundamentales del marxismo, aunque limitándonos al mínimo necesario para discutir una formalización de su teoría del valor, las críticas que se le han formulado y las escuelas neomarxistas.

Marx desarrolló sus teorías a lo largo de varias décadas durante las cuales se vio influido por diferentes doctrinas económicas y filosóficas. Decir que de todas ellas se sirvió para enriquecer su obra, no debe confundirse con una acusación de eclecticismo y tampoco interpretarse como contraposición entre un Marx joven y otro maduro.

Los principios fundamentales de su doctrina se consolidan muy temprano y de ahí en adelante se dedica a desarrollarlos y precisarlos aceptando sólo aquellas ideas que les fueran compatibles, de manera que el conjunto de sus escritos muestra una coherencia lógica verdaderamente admirable. Tal vez por ello se ha tratado siempre de aceptarla o rechazarla toda en bloque, olvidando que a semejanza de la geometría de Euclides, la coherencia lógica no excluye la posibilidad de "axiomas" independientes.

La formación inicial de Marx es la filosofía y, en particular, la escuela de Hegel. De éste toma las ideas de determinación dialéctica y de alienación, pero cambiando radicalmente su interpretación y aplicación.

Poco después se familiariza con las doctrinas económicas de la escuela inglesa y de ellas aceptará, previo cambio radical, la teoría del valor-trabajo.

A partir de este momento, el cuerpo doctrinal queda completo (Manuscritos de 1844) y sólo falta pulirlo y desarrollarlo en detalle.

Precisemos ahora el significado de estas afirmaciones.

Para Hegel, existe un principio determinante de la historia, que él llama Espíritu, y que no está sometido a otros determinantes externos

¹ El mejor ejemplo es Paul Samuelson, cuyos análisis de Marx podrían resumirse en una sola crítica: Marx fue un pésimo marginalista (ver 18).

a él. El Espíritu está dotado de automovimiento y las leyes de este movimiento se resumen en la dialéctica ¹.

Buena parte de la obscuridad de Hegel se debe a que estamos acostumbrados a pensar en términos de causa-efecto, es decir, a explicar lo que sucede suponiendo exclusivamente un determinismo externo. Ahora bien, estando el Espíritu autodeterminado, ninguna causa externa puede explicar su puesta en marcha inicial ni su devenir posterior, pero como de todos modos se “mueve” y Hegel no renuncia a comprenderlo, postula que a todo lo real es racional, que no puede haber diferencia entre lo que es y lo que debiera ser y que su lógica dialéctica, basada en dichas premisas, resume las únicas leyes posibles del cambio para los procesos autodeterminados.

Hegel considera la naturaleza inerte como primera negación del Espíritu y la conciencia racional del hombre como negación de la negación, donde el Espíritu vuelve a encontrarse a sí mismo, pero en un plano superior, porque ha adquirido conciencia de sí.

La historia viene a ser el desenvolvimiento de esta conciencia de sí, a través de múltiples tesis, antítesis y síntesis que suponen siempre superación, progreso, hasta llegar a la total autoconciencia. Este final confiere propósito a todo el proceso y añade al principio de autodeterminación algo que no necesita y aún le es extraño: explicar lo que sucede como necesario para satisfacer un objetivo. Con esto mezcla autodeterminación con determinación teleológica, elemento que presta al conjunto su apariencia de racionalidad.

La alienación, según Hegel, resulta de la falta de autoconciencia parcial o total del Espíritu infinito, en cuanto personificado en el hombre y sus relaciones sociales.

De todos estos elementos, Marx acoge el principio de autodeterminación y sustituye el determinismo teleológico por el causal, con lo cual la dialéctica pasa a jugar un papel muy disminuido (ver más adelante). A esta combinación la considera idéntica al método científico de su época, en lo cual se equivoca, pues apenas un siglo más tarde comienza a incorporarse el autodeterminismo a la metodología de la investigación científica, con la cibernética y la teoría general de sistemas ².

¹ Para lo que aquí se discute, la mejor obra de consulta de Hegel no es su monumental *Lógica*, sino su *Filosofía de la Historia* (7).

² Entre los biólogos aparecieron variantes de autodeterminismo algunas décadas antes (organicistas); también se intentaron explicaciones de esta índole para la mecánica cuántica. A pesar de ello, no deja de ser cierto que Marx se adelantó un siglo a su época.

Hay que advertir que, en Marx, el autodeterminismo es el principio fundamental o guía. Por eso enfatiza los conflictos internos (lucha de clases) y presta poca o ninguna atención a otros relativamente externos (comercio internacional, belicismo nacionalista, etc.).

La concepción hegeliana de la historia subsiste en Marx, aunque sólo como marco general de referencia y previa sustitución del Espíritu (Idealismo) por la actividad del hombre (que por contraposición llama Materialismo, aunque mejor cuadraría hablar de Humanismo).

La historia viene a ser entonces el desenvolvimiento de las Fuerzas Productivas, término que engloba el conocimiento tecnológico, el trabajador que lo aplica y los medios de producción que lo incorporan. El devenir de las fuerzas productivas se concreta en una sucesión de modos de producción caracterizados por relaciones sociales específicas, cada uno de los cuales lleva en sí el germen de su propia destrucción en la lucha de clases que dichas relaciones imponen.

La visión de la historia como una lucha de clases a lo largo de una sucesión de formas de producción que culmina con la sociedad capitalista, donde las fuerzas productivas alcanzan un altísimo nivel de desarrollo y las clases toman finalmente conciencia de sí para desembocar en una inevitable sociedad comunista, es una réplica de la Idea hegeliana que tras un largo proceso dialéctico de negación, contradicción y síntesis desemboca en la Idea Absoluta donde el Espíritu autoconsciente y desalienado no puede hallar más contradicción. Pero hay una diferencia importante entre Hegel y Marx, pues para este último la sucesión de formas de producción no es ni lógica, ni necesaria, sino contingente.

En cuanto a la idea de la alienación, una vez sustituido el Espíritu por la actividad humana, adquiere un nuevo sentido. Se debe ahora a que el hombre, como individuo, se somete a sus propias creaciones colectivas sin reconocerlas como tales y, en el capitalismo específicamente, llega a considerar al otro como mercancía y, al mismo tiempo, confunde las relaciones sociales con relaciones entre productos de su actividad.

En Hegel, la toma de conciencia pone fin a la alienación; en Marx esto es solo un paso necesario para orientar la praxis, es decir, la lucha por una sociedad mejor.

Veamos ahora la influencia de los economistas ingleses.

Sería inexacto decir que sólo de ellos toma la idea de que el trabajo es la única fuente de valor, pues esa idea está ya presente en Hegel. No es una novedad, sino más bien el único punto de contacto.

Pero en los ingleses encuentra esa teoría atada a la explicación por causa-efecto (determinismo externo).

La determinación causal será adoptada por Marx como esencial al método científico, y esto origina en buena parte la diferencia entre su método de investigación y su estilo de explicación.

Cuando se trata de exponer, explicar, convencer, Marx escribe básicamente en términos de concatenación de causas y efectos; se preocupa por mostrarnos cada etapa o suceso como consecuencia de algo anterior y explica en cierto modo el mecanismo¹ que lo hace inevitable.

No es que sea estrictamente causalista, puesto que busca la explicación en términos de causas internas y de causación recíproca y no en hechos externos al sistema económico. Es indudable que esta explicación por causación recíproca interna, deriva de la dialéctica de las contradicciones (es la "materialización" de la ley de las contradicciones), porque en su etapa de investigación el método de Marx sigue siendo la dialéctica, pero una dialéctica que ya no es principio filosófico y prueba definitiva como en Hegel, sino una herramienta para generar ideas que luego somete a la prueba causal.

De esta manera, ha reducido la dialéctica a una heurística; la usa para generar posibles esquemas teóricos y plantearse puntos de vista alternos, pero no considera que la lógica dialéctica pruebe nada.

Antes mencionamos que hay un elemento hegeliano en la visión o concepción general de la historia de Marx; ahora podemos precisar su importancia para la teoría marxista.

Marx no sostiene que exista un determinismo histórico en el sentido de desarrollo por etapas que se suceden en determinado orden o exigen determinadas condiciones imprescindibles. No afirma que el capitalismo acabe por crisis ni estancamiento, ni que sea imprescindible un avanzado desarrollo industrial para que pueda haber revolución socialista.

Las acusaciones de ser discípulo fiel de Hegel son erróneas, pues Marx siempre parte de la realidad para probar sus teorías pero, a pesar de ello, lo que dijimos de su visión de la historia es cierto.

Esta aparente incoherencia tiene una explicación muy sencilla.

Las teorías no se deducen de los hechos; no hay ningún proceso de inducción que permita destilar verdades a partir de datos empíricos.

¹ Marx no es mecanicista, puesto que reconoce la intervención de la conciencia humana en el fenómeno histórico.

Las teorías se construyen; se arriesgan hipótesis que luego se someten a contrastación empírica y, si resisten esa prueba, se aceptan como válidas y si no, se rechazan y se inventan otras hasta conseguir la coherencia teoría-dato.

Aún más, los datos en bruto carecen de significado y solo se convierten en información útil cuando se ordenan, clasifican e interpretan a la luz de una teoría.

Resulta evidente ahora lo que le ocurrió a Marx: su fidelidad a la dialéctica como herramienta heurística le llevó a plantear hipótesis aparentemente similares a las hegelianas, especialmente en su fundamental teoría materialista de la historia. El método resultó extraordinariamente fructífero pero no podía ir contra sí mismo, así que jamás llegó a plantearse alternativas.

Si hubiera vivido 20 o 30 años más, habría encontrado abundantes hechos en contra de sus teorías de la tendencia descendente de la tasa de ganancia y de la progresiva pauperización de las masas, pero la etapa de capitalismo que analizó justificaba estas hipótesis y no vio la necesidad de insistir en otras ¹. Por lo tanto, se reforzó su confianza en que el capitalismo debía desaparecer en corto tiempo.

Lo que se le reprocha como determinismo histórico y romanticismo filosófico, es una simple proyección científica. Tanto daría reprocharle a Newton que no descubriera la teoría de la relatividad para explicar una serie de fenómenos físicos completamente desconocidos en su época.

De todas formas, las apariencias llevaron a sus detractores a acusarle de hegelianismo y a sus seguidores, en el plano filosófico a crear el "materialismo dialéctico" ² y en el político a convertir su fe razonada en el comunismo, en dogma de fe.

Según Marx, en las sociedades precapitalistas la lucha de clases se desarrolla como un conflicto por el poder político, donde una clase dominada busca sustituir a la clase dominante. Esta lucha se intensifica a medida que el avance de las fuerzas productivas va dejando atrás la superestructura jurídica y cultural hasta que, eventualmente, se produce la sustitución de una clase por otra.

Entonces la nueva clase dominante utiliza su poder material para perpetuar su dominio en lo cultural mediante la imposición de su ideología particular a toda la sociedad, y el proceso se repite.

¹ Esto no significa que no hubiera previsto otras alternativas, sino sólo que las consideró simples contratendencias que se manifestarían transitoriamente.

² Engels fue el promotor de esta doctrina que traduce a Hegel en un contexto positivista.

Como se ve, este género de lucha de clases está guiado por las apariencias y conduce a la simple sustitución de una clase por otra. Marx ni aún siquiera sugiere que dicha sustitución signifique un progreso, es decir, se trata de una dialéctica sin racionalidad histórica, muy semejante a la teoría evolutiva de Darwin¹.

Pero cuando llegamos a la sociedad capitalista, este esquema general sufre un cambio importante. La clase dominada, el proletariado, está destinada a terminar el proceso y construir una sociedad sin clases.

Por qué las condiciones del capitalismo son las únicas capaces de crear una conciencia de clase tan racional y oportuna, es algo que no explica Marx satisfactoriamente.

Tal vez se dejó llevar por la idea de Hegel de que la explicación racional elimina la alienación, bastando así la difusión de sus teorías económicas y políticas para consolidar en el proletariado una conciencia de clase, junto con la comprensión de la dinámica de la lucha de clases, ámbos elementos nuevos en la historia de las sociedades y suficientes para "planificar" un cambio definitivo.

Sea ésta o no la razón que llevó a Marx a formular el mencionado apéndice teórico, su hipótesis no se ha confirmado en siglo y medio de capitalismo, pues el proletariado ha seguido guiándose por las apariencias y conduciendo su lucha en el terreno económico (reivindicaciones salariales y emulación del consumo), tal como indicaría la teoría original.

Muchas veces se ha criticado la teoría marxista de la historia por ser optimista (comentario anterior), y por ser excesivamente rígida o simplista. Esta clase de objeciones se debe a lo mismo que ya mencionamos al hablar del hegelianismo en Marx.

Realmente no defendió el determinismo histórico que se le atribuye, pero por centrar su atención en los conflictos originados en el ámbito de la producción económica, dejó en estado embrionario la discusión de las relaciones entre superestructura cultural y base económica y, además, olvidó considerar otro tipo de conflicto que en el siglo XX jugaría un papel más importante que la misma lucha de clases: el nacionalismo, es decir, la transposición a nivel internacional de la propiedad privada.

Para resumir, en Marx encontramos:

¹No confundir con el evolucionismo social o spenceriano, que sí supone progreso.

- a) Un punto de vista: la raíz de los problemas socio-económicos se encuentra en el ámbito de la producción y no en el de la circulación;
- b) Un método: la explicación de los fenómenos socio-económicos debe buscarse en su propia dinámica interna y no en influencias exógenas;
- c) Una heurística: buscar las contradicciones (dialécticas); entender que la simple definición de algo, supone automáticamente la de su contrario; entender que la solución de un conflicto (contradicción) no puede darse por la eliminación de una de sus partes, sino por la desaparición de la circunstancia que las define a ambas como partes en conflicto¹;
- d) Una ética: combatir la alienación y, en particular, toda forma de explotación.

Cualquiera de estos elementos, salvo el último, puede ser complementado o enriquecido, pero ninguno de ellos sustituido. Lo primero (complementar) llevaría a un desarrollo del pensamiento teórico de Marx; lo segundo (sustituir) llevaría a resultados que de ninguna manera podrían considerarse marxismo.

Examinemos ahora los aspectos de la teoría marxista que guardan estrecha relación con la teoría del valor.

2. DEFINICION DEL VALOR

La caricatura hegeliana de esta teoría se obtiene al sustituir la dialéctica del Espíritu por la de las Fuerzas Productivas. El valor de los bienes producidos les viene de que en ellos se ha invertido trabajo humano, a modo de materia vital que cristaliza en ellos y que pueden transmitir a otros bienes cuando son usados como medios de producción. Se ha dicho, siguiendo esta idea, que el valor es una sustancia metafísica y que toda la teoría de Marx se sustenta en pura metafísica de corte hegeliano, de manera que es inútil buscar pruebas de la teoría del valor puesto que está implícita en una visión del mundo y depende exclusivamente de que se acepte o no dicha visión.

Esta es, por ejemplo, la interpretación de Th. Veblen y, realmente, sería la única correcta si Marx hubiera usado la lógica dialéctica como prueba de sus teorías, pero ya dijimos que no lo hizo².

¹ En el lenguaje hegeliano que Marx emplea, éste es el significado de la ley de contradicción y la dialéctica de tesis, antítesis y síntesis, respectivamente.

² Es curioso que un crítico tan profundo como Veblen pasara por alto esta circunstancia. Posiblemente se debe en parte a que en su época se conocían pocas obras de Marx, pero tal vez la mejor razón es que la gran semejanza entre los enfoques de uno y otro, le llevó a exagerar las diferencias (ver 24).

Es cierto que Marx no “demuestra” su teoría del valor, si por demostración queremos entender inducción, pero ninguna teoría se induce. Quien propone una teoría debe reunir evidencia empírica que la apoye, y esto lo hace Marx en abundancia.

De otra parte, la teoría del valor es tan fundamental que sirve de premisa a todo el resto, de la misma manera que la teoría hedonista sirve de fundamento a todo el marginalismo, que tampoco la “demuestra”.

La crítica de que el valor parece ser una sustancia metafísica transmisible y acumulable, sólo puede tener validez desde una posición radicalmente empirista. El valor no se puede palpar, ni medir directamente como se hace con los precios o las cantidades físicas de las mercancías.

Pero si esto fuera criterio para rechazar una teoría, tendríamos que rechazar toda la física desde Galileo hasta nuestros días, pues ni el momento, ni el concepto de campo, ni el electrón, etc., son conceptos empíricos propiamente dichos. El fundamental concepto de energía juega en física un papel muy similar al del valor en la teoría marxista, y nadie aceptaría eliminarlo como “sustancia metafísica”.

Hay que recordar que Marx partió de las teorías de los economistas ingleses y es durante su crítica y corrección cuando cristaliza su propia teoría del valor.

Ricardo nunca explicó el porqué de la ganancia y esta falla se debe a que confunde los problemas de producción y circulación en uno solo.

El análisis cuantitativo de la circulación puede conducirse en términos de precio y tasa de ganancia, pero no puede explicar por qué hay algo que se distribuye, sino sólo cómo ocurre su distribución.

El porqué, o mejor el qué, aparece al analizar la producción misma. “La ilusión que produce la circulación de las mercancías desaparece en cuanto se reemplaza el capital individual y sus obreros, por la clase capitalista y la clase obrera”¹.

En esta representación de la economía (el modelo más agregado posible), todas las transacciones propias de la circulación se cancelan mutuamente y sólo quedan dos grandes clases: una que no aporta trabajo, sino sólo propiedad sobre los medios de producción, y otra que aporta todo el trabajo. Es decir, una relación social convencional por un lado y una actividad concreta por otro.

¹ Marx, *Capital I*, Cap. XXIII (citas de la traducción 12).

De otra parte, si centramos la atención en lo que se distribuye, la mercancía, entonces “cuando se deja a un lado el valor de uso de las mercancías, sólo les queda una cualidad: la de ser productos del trabajo”¹.

Cierto que estas observaciones no son prueba de que el trabajo es la única fuente del valor de cambio. Pero son evidencias a favor de esa teoría, como todo el resto de El Capital.

Para dar a esta teoría la coherencia de que carece en Ricardo, hay que explicar cómo en una economía de libre competencia y libre contratación, quien aporta el valor recibe a cambio menos de lo que da.

Esto lo consigue Marx introduciendo la diferencia entre trabajo (que es lo que aporta el obrero y genera valor), y fuerza o capacidad de trabajo (que es lo que compra el capitalista).

El valor de la fuerza de trabajo está dado por el valor de las mercancías que consume el trabajador, y no tiene por qué ser igual al valor que su trabajo transmite a las mercancías que produzca. De hecho, sólo si el valor de la fuerza de trabajo es inferior al valor generado por el trabajo, puede haber un excedente, pues de otra manera el proceso de producción estaría implicando un consumo superior a lo producido.

Como esta teoría no se limita al aspecto cualitativo y moral de la cuestión, tenemos que entrar a definir cómo se mide el valor.

Esto se ha prestado a confusiones, pues se han atribuido al valor en general características propias del valor de la fuerza de trabajo.

Al consultar las obras de Marx, no puede olvidarse que la diferenciación entre estos dos conceptos fue planteada apenas hacia 1857 y que sin ella es imposible aclarar lo que debe entenderse por valor. En los Grundrisse (1857-1858) y aun en las Teorías de la Plusvalía (1861-63), se encuentran todavía párrafos donde esta distinción no se hace claramente, aunque en otros aparezca con toda nitidez. En los textos posteriores se aprecia una elaboración progresiva de las consecuencias que tiene esta diferenciación sobre la teoría del valor, según veremos a continuación.

En 1859, en la Contribución a la Crítica de la Economía Política, donde plantea la teoría del trabajo abstracto como creador del valor de cambio de las mercancías, afirma la necesidad de reducir el trabajo

¹ Marx, Cap. I, párrafo I (12).

complejo a trabajo simple, como si el uno representara más trabajo abstracto que el otro, y lo justifica porque efectivamente ocurre en la práctica cotidiana: “Esta reducción presenta la apariencia de una abstracción; pero es una abstracción que tiene lugar todos los días en el proceso de producción social”¹.

Como lo que se puede observar en la práctica es una diferencia entre niveles de salario, habremos de aceptar que está hablando bajo la influencia de su antigua teoría del valor del trabajo y que supone una relación de proporcionalidad entre el valor de la fuerza de trabajo y el valor creado por el trabajo, o bien que se refiere tan solo al valor de la fuerza de trabajo, pues aplicar la reducción al valor creado por el trabajo sería difícilmente compatible con el significado de trabajo general-abstracto que sugiere la misma obra. En todo caso, subsiste cierto grado de ambigüedad.

En la conferencia Salario, Precio y Ganancia de 1865, la diferenciación entre trabajo y fuerza de trabajo es absolutamente sistemática. La expresión valor del trabajo es usada como sinónimo de valor de la fuerza de trabajo y, en lugar de valor creado por el trabajo dice simplemente cantidad de trabajo, cuya unidad de medida es el tiempo: “Pero, ¿cómo se miden las *cantidades de trabajo*? Por el tiempo que dura el trabajo, midiendo éste por horas, por días, etc. Naturalmente, para aplicar esta medida, todas las clases de trabajo se reducen a trabajo medio o simple, como a su unidad de medida”².

Es evidente que en este caso la reducción se refiere al valor creado por el trabajo, pero poco más adelante encontramos una afirmación que muestra cómo Marx no había completado aún los desarrollos teóricos que conformarán el Tomo III de *El Capital*: “Baste decir que si la oferta y la demanda se equilibran, los precios de las mercancías en el mercado corresponderán a sus precios naturales, es decir, a sus valores, los cuales se determinan por las respectivas cantidades de trabajo necesario para su producción”³.

Esta última afirmación, junto con la anterior, sugiere que Marx todavía considera el valor creado por el trabajo como proporcional al valor de la fuerza de trabajo; es decir, que aun cuando ya dispone de una teoría correcta de la plusvalía, no ha abandonado aún todos los esquemas heredados de la tradición clásica.

¹ Página 21 en II.

² Salario, Precio y Ganancia; Sección 6: Valor y Trabajo, en 16, Tomo II, p. 43.

³ Idem, pág. 53.

A pesar del poco tiempo transcurrido entre la obra antes mencionada y el primer volumen de *El Capital* (editado por primera vez en 1867), Marx completa el desarrollo de su teoría en todos sus elementos esenciales e introduce una terminología libre ya de todo residuo ricardiano:

“El algo de común que se muestra en la relación de cambio o en el valor de cambio de las mercancías es, pues, su valor;...

...¿Cómo medir, entonces, la magnitud de su valor? Por la cantidad de sustancia ‘creadora de valor’ que contiene, por el trabajo. La propia cantidad de trabajo tiene como medida su duración en el tiempo,...

...Cada fuerza de trabajo individual es igual a cualquier otra, en la medida en que posee el carácter de una fuerza social promedio y funciona como tal, es decir, que en la producción de una mercancía sólo emplea el tiempo de trabajo necesario, término medio, o el tiempo de trabajo socialmente necesario.

El tiempo socialmente necesario para la producción de las mercancías es el que exige todo trabajo, ejecutado con el grado medio de habilidad e intensidad, y en condiciones normales respecto del medio social dado”¹.

“Como la fuerza de trabajo equivale a una suma determinada de medios de subsistencia, su valor cambia con el de éstos, es decir, en proporción al tiempo de trabajo necesario para su producción”².

Estas frases sugieren que el valor creado por el trabajo es independiente de la calificación del trabajador que lo ejecuta, con tal que sea socialmente necesario, mientras que el valor de la fuerza de trabajo puede variar de acuerdo con dicha calificación. El valor del trabajo y el de la fuerza de trabajo aparecen ya netamente independizados el uno del otro.

El cambio en cuestión es más fácilmente apreciable al comparar otro párrafo de la segunda edición alemana (1872) con el correspondiente de la edición francesa (1872-75). Recordemos antes lo que dice Marx de estas dos ediciones; en las palabras finales a la segunda edición alemana dice: “Pero ahora, al revisar la traducción francesa, que se publica en París, encuentro que ciertas partes del original alemán habrían exigido aquí una corrección más profunda, una revisión más

¹ *El Capital*, I; Sección I, Cap. I, párrafo I, pág. 58 en 12.

² *El Capital*, I; Sección II, Cap. VI, pág. 179 en 12.

a fondo del estilo, o inclusive un mayor cuidado en la eliminación de ciertos defectos que se habían deslizado. No hubo tiempo para ello”¹.

La edición francesa a que se refiere apareció como traducida por J. Roy, pero es en realidad una versión nueva y mejorada de *El Capital*, ya que Marx la revisó personalmente y en sus palabras finales nos dice: “Una vez emprendido ese trabajo de revisión, me ví llevado a aplicarlo al fondo de ese texto original (se refiere a la segunda edición alemana),... esta edición francesa, posee un valor científico independiente de la original, y debe ser consultada inclusive por los lectores familiarizados con el idioma alemán”².

Pues bien, en la segunda edición alemana encontramos el siguiente párrafo: “Los diferentes factores de conversión que se aplican a los distintos tipos de trabajo para reducirlos a trabajo simple como su unidad de medida común, son determinados en un proceso social que opera a espaldas de los productores y, por tanto, aparentan ser fijados por la tradición. Para simplificar, consideraremos en lo sucesivo cualquier tipo de fuerza de trabajo como fuerza de trabajo simple, lo que solo tiene por efecto evitarnos la molestia de hacer la reducción a cada momento”³.

En la primera frase se habla de trabajo (*Arbeit*), pero en la segunda se precisa que la reducción se aplica a la fuerza de trabajo (*Arbeitskraft*), precisión que no encontramos en los textos anteriores a 1867⁴.

En la edición Roy, leemos en cambio: “Las diferentes proporciones según las cuales los distintos tipos de trabajo se reducen a trabajo simple como unidad de medida común, se establecen en la sociedad a espaldas de los productores y les aparecen como convencionalismos tradicionales. De aquí se sigue que en el análisis del valor, debemos considerar cada variedad de fuerza de trabajo como si fuera una fuerza de trabajo simple”⁵.

¹ Págs. 25-26 en 12.

² Pág. 50 en 12. Es curioso que pese a esta enfática afirmación del autor, se siga citando en francés la traducción Molitor realizada con base en la segunda edición alemana revisada por Engels. En español ocurre algo similar con la traducción Rocés (F.C.E.).

³ Traducción directa del texto alemán. *Das Kapital*, segunda edición 1872; Gustav Kiepenheuer Verlag, Berlín, 1932, pág. 58.

⁴ Tal vez en aras a la “simplificación”, algunas traducciones omiten esta diferenciación con lo que alteran el sentido de la frase final. Véase, por ejemplo, la versión inglesa de Moore-Averling.

⁵ Traducción directa del texto francés; *Le Capital*, traducción de J. Roy; Garnier-Flammarion, París 1969, pág. 48. La traducción de *El Capital* por F. Mazia (Ed. Cartago) tiene como base el texto Roy.

En el texto francés, la segunda frase difiere sustancialmente de la alemana, pues en lugar de justificar una simplificación, especifica claramente una identificación para cuanto se refiera al análisis del valor.

Estos párrafos (junto con el contexto del que han sido extractados), muestran un proceso de depuración progresiva de los residuos ricardianos, el cual culmina confirmando la igualdad de los hombres frente al proceso generador del valor (el trabajo), idea sugerida ya en los Manuscritos de 1844: "La diversidad de los talentos humanos es, antes que la causa, el efecto de la división del trabajo, vale decir, del cambio"¹. Al analizar el proceso de producción, previo al cambio, los talentos particulares no deben contar; en el cambio, se manifestarán como fuerza de trabajo.

En resumen, el valor se mide en horas de trabajo sin importar la calificación del trabajador, sin más reducción que la necesaria para llevarlo a la eficiencia media *dentro* del nivel de calificación en que actúa.

El ingeniero promedio y el albañil promedio crean la misma cantidad de valor cuando trabajan igual tiempo, sin importar el valor de uso que estén elaborando ni el valor de la fuerza de trabajo que corresponda al uno o al otro. La teoría del valor los considera a ambos en su condición básica de seres humanos.

Suponer que el trabajo complejo crea más valor que el simple a igualdad de tiempo, es confundir el costo de la fuerza de trabajo (que sí es diferente) con el valor creado por el trabajo (que es igual).

La larga secuencia de citas que antecede, podría hacer creer que estamos empeñados en una simple discusión sobre interpretaciones de Marx, o aun en demostrar la consistencia entre el Marx "joven" y el "maduro", pero no es así.

La definición del valor es un punto vital de la teoría del cual depende su consistencia interna (que la interpretación ortodoxa pone en entredicho), además de su aplicabilidad al análisis cuantitativo del sistema capitalista y consiguiente posibilidad de transformar valores a precios; de su aplicabilidad a una economía socialista y de algunas otras consecuencias de tipo sociológico que no viene a caso discutir aquí.

Más adelante, al expresar matemáticamente la teoría del valor, veremos que el valor creado por el trabajo tiene que ser un dato que se conozca con independencia del valor de la respectiva fuerza de

¹ Pág. 161 en 14.

trabajo, pues cualquier correspondencia o relación funcional que exprese dependencia de lo uno con lo otro implica un razonamiento circular. Cabría, sin embargo, asignar valores diferentes a los distintos tipos de trabajo respetando la condición de independencia antes mencionada pero, precisamente por ello, dicha asignación sería arbitraria y, además, ningún criterio diferente al de ignorar la calificación del trabajador podría ser consistente con el concepto agregado de trabajo socialmente necesario.

Es erróneo tratar de estimar el valor reduciendo todo el trabajo a simple mediante la relación de los salarios que puedan observarse en la práctica cotidiana, pues con ello se reproducen los errores de la teoría ricardiana. Pero aún peor sería decir que tal reducción es teóricamente necesaria aunque prácticamente irrealizable por falta de datos, pues de esa manera se vaciaría de sentido y de realismo a la teoría al eliminar sus postulados básicos y reducirla a simple doctrina imposible de comprobar prácticamente. En otras palabras, perdería su carácter de científica pasando a ser asunto de fe.

De otra parte, la definición de valor como tiempo de trabajo sin importar grado de calificación, permite:

- a) Diferenciar niveles de habilidad y de intensidad individuales, puesto que estos casos deben reducirse todavía a rendimiento promedio, aunque siempre dentro de una misma variedad de fuerza de trabajo;
- b) Tomar en cuenta las diferencias de "productividad de la fuerza de trabajo", puesto que ésta se refiere a la tecnología (equipos y conocimientos) que usa el trabajador durante su jornada, y no al trabajador mismo como ser humano (desde el punto de vista social o agregado, es indiferente quién sea albañil y quién ingeniero; sólo importa que haya albañiles e ingenieros);
- c) Asignar distinto valor a las mercancías, aunque requieran igual cantidad de tiempo de trabajo directo, si requieren diferente cantidad de trabajo indirecto (representado en el valor de las materias primas, equipos y demás insumos empleados en su producción);
- d) Diferenciar perfectamente valor, valor de la fuerza de trabajo, plusvalía, capital fijo, excedentes acumulables, etc. y representar cada uno de estos conceptos en un modelo matemático tan desagregado como se quiera (tal desagregación permite evitar que en el análisis de la plusvalía, donde intervienen tanto el valor como

el valor de la fuerza de trabajo, nos veamos obligados a “reducir” esta última a una unidad común, con el consiguiente riesgo de confusión entre trabajo y fuerza de trabajo) ¹.

Repetimos, pues, que se define aquí *valor del trabajo* como *tiempo de trabajo socialmente necesario* ² *ejecutado de acuerdo con la tecnología en uso, sin diferenciar grados de complejidad del trabajo ni calificación del trabajador, pero reduciendo los rendimientos individuales al promedio dentro de cada variedad de trabajo.*

Con esta definición tan “igualadora” de un ser humano con otro, parecería que se está volviendo a las teorías del comunismo primitivo y que se acoge definitivamente la interpretación del valor como “sustancia metafísica”. Ambas apariencias son falsas.

Que igual tiempo de trabajo tenga igual valor, no significa que dicha igualdad se extienda al valor de la fuerza de trabajo, ni elimina la necesidad de reproducir y acumular bienes de capital fijo que tienen un valor, es decir, representan un tiempo de trabajo, muy diferente de uno a otro. No se desprende de dicha definición que cada quien deba recibir el “valor íntegro de su trabajo” y ni aún siquiera que deban “en justicia” desaparecer las diferencias de salarios entre los distintos tipos de fuerza de trabajo en una economía capitalista.

La formulación matemática de la teoría del valor muestra todo esto de manera sintética, inequívoca y con una nitidez difícil de conseguir en su formulación puramente verbal.

3. VALOR DE LAS MAQUINAS

En cuanto a la alegoría del valor como sustancia metafísica que cristaliza en los bienes de capital fijo, es tiempo ya de criticarla mostrando su carácter de sobresimplificación, útil apenas como metáfora capaz de orientar la intuición. Sus fallas son evidentes al considerar lo que ocurre con los medios de producción cuando se presenta un cambio de tecnología, o lo que ocurre con los productos agrícolas almacenados cuando sale al mercado una cosecha nueva.

Según dicha alegoría, deberíamos plantear el principio de la conservación del valor (recuérdese la analogía con la energía de los físicos), de manera que una vez empleado cierto tiempo de trabajo en la ela-

¹ Por ejemplo, en los últimos párrafos del Capítulo VI de El Capital, Tomo I, pág. 203 de 12.

² Al discutir el concepto de trabajo productivo, volveremos sobre el significado de “socialmente necesario”.

boración de un medio de producción, éste lo debe conservar y transmitir a sus productos en proporción a su vida útil promedio *de diseño*.

Esta viene a ser la idea que encontramos aparentemente en El Capital, hasta que Marx empieza a discutir las consecuencias del cambio tecnológico.

Si en una máquina se han invertido 1.000 unidades de valor y en su operación normal sirve para producir 1.000 unidades de una mercancía determinada, entonces cada unidad de mercancía recibe por transferencia una unidad de valor; ¿pero qué pasa si a mitad de su vida útil aparece otra máquina de 1.000 unidades de valor, pero capaz para procesar 2.000 unidades de mercancía? ¿Sigue transfiriendo la primera una unidad de valor a la mercancía o solo media, como la segunda? ¿Y si se descontinuara la producción con la primera máquina, conservaría 500 unidades de valor siendo solo chatarra?

Otro caso similar: en una cosecha de algodón se han invertido 1.000 unidades de trabajo y, por circunstancias meteorológicas adversas, se han obtenido 1.000 toneladas de algodón; en la siguiente cosecha se vuelven a invertir 1.000 unidades de trabajo, pero esta vez se producen 2.000 toneladas de algodón. ¿Qué ocurre con el algodón que aún queda almacenado de la primera cosecha? ¿Pierde la mitad del valor que había cristalizado en él?

En un caso la causa del problema es humana (cambio tecnológico) y en el otro natural (meteorológica), pero los efectos son similares.

Podríamos mantenernos fieles a la analogía hegeliana y postular la existencia de “cuasi-rentas meteorológicas” y “pérdidas tecnológicas”, pero esto nos llevaría, entre otras dificultades, a criticar el avance tecnológico como causante del desperdicio de esfuerzo humano.

Pero ésta no es la solución de Marx: “Lo que se consume en los medios de producción es su valor de uso, cuyo consumo por el trabajo crea productos. En lo que se refiere a su valor, en realidad no es consumido, y por ende no es posible reproducirlo”¹.

“La noción de capital constante no excluye en modo alguno un cambio de valor de sus partes constituyentes.

...Es cierto que el valor se mide por la cantidad de trabajo fijado en una mercancía, pero dicha cantidad es socialmente determinada.

...su valor se mide siempre por el trabajo socialmente necesario, es decir, por el necesario en las condiciones actuales de la sociedad.

¹ Capital I, Cap. VIII (12).

Lo mismo que el valor de las materias, el de los instrumentos de trabajo ya empleados en la producción, máquinas, construcciones, etc., pueden cambiar, y por lo tanto, también la porción de valor que transmiten al producto.

...Pero en ese caso, como en el presente (se refiere al algodón), el cambio de valor nace fuera del proceso de producción en el cual la máquina funciona como instrumento. En este proceso nunca transfiere más valor del que posee”¹.

Con esto señala que la analogía sólo es aplicable mientras no haya factores externos capaces de alterar el valor de las mercancías. La “sustancia metafísica” no es inmutable y eterna, sino más bien “dialéctica”.

No dice que el valor del trabajo cambie, sino que el valor de las mercancías puede cambiar si la productividad del trabajo se modifica, sea por razones tecnológicas o accidentales.

Por ende, los bienes de capital y las existencias deben revaluarse continuamente y esto es posible hacerlo sólo porque el valor del trabajo permanece constante. En otros términos, el trabajo vivo es valor, pero el trabajo pasado sólo tiene valor en relación con el trabajo vivo actual.

Esta solución puede parecernos sorprendente porque la economía moderna está basada en la tradición inglesa del capital variable, desde los clásicos hasta los keynesianos. Es esta hipótesis la que permite hablar de capital como un agregado monetario que representa bienes de todo tipo, pero también la que ocasiona dudas sobre si dichos bienes se avalúan según costo histórico menos depreciación contable, según precio de reposición o según expectativas de ingresos futuros.

Por influencia de esta tradición, es también frecuente que las generalizaciones de los esquemas de reproducción de Marx incorporando bienes de capital fijo, se planteen como si dichos bienes pudieran valorarse independientemente de los cambios en las condiciones de producción. Se supone un capital inicial y se le va restando un “consumo” periódico fijo que se traslada al valor del producto.

Con esta interpretación se está diciendo que los bienes de capital conservan valor, pero en cambio el trabajo vivo cambia de valor. Como este trabajo vivo crea el valor fijo de los bienes de producción, se acaba

¹ Capital I, Cap. VIII (12).

en una inconsistencia lógica, o bien diciendo que todo cambia y que es mejor no tomar en serio la teoría del valor.

En cambio, la solución de Marx es lógicamente coherente y se puede representar en modelos matemáticos sin ninguna dificultad.

El método de la depreciación lineal del capital que se suele considerar "marxista", no es aplicable a modelos en términos de valor, porque expresa una ilusión contable, una apariencia que sólo adquiere sentido en el ámbito de la circulación, pero no en el de la producción.

4. VALOR DE LA FUERZA DE TRABAJO

Según Marx, el valor de la fuerza de trabajo es exactamente igual al valor de todos los medios de subsistencia del trabajador, pero no se trata de subsistencia fisiológica. Incluye alimentación, vivienda, educación, recreación, consumos que se hayan vuelto culturalmente necesarios (aunque antes hubieran sido suntuarios), y esto tanto del trabajador como de su familia inmediata. Con la terminología moderna, incluye todos los gastos que figuran en la canasta promedio de un hogar donde sólo trabaja el cabeza de familia, previa clasificación de los hogares según profesión de éste.

Con esta definición, el valor de la fuerza de trabajo cambia si cambian el tipo o la cantidad de los bienes consumidos y, también, si cambia el valor de dichos bienes.

Marx no supone que este consumo habitual sea nunca igual a su mínimo fisiológico: "Cuando desciende a ese mínimo, el precio ha descendido por debajo del valor de la fuerza de trabajo, que entonces no hace más que vegetar"¹.

Lo que ha llevado a algunos críticos a identificar su doctrina con la malthusiana del mínimo fisiológico, nada tiene que ver con su definición de valor de la fuerza de trabajo, sino con la miseria de los trabajadores en la etapa histórica del capitalismo que Marx observó y creyó poder proyectar como característica permanente del sistema.

Este aspecto de su teoría, lo mismo que la ley general de la acumulación capitalista y su análisis de la ley de la tendencia decreciente de la tasa de ganancia, son todos válidos para dicha etapa donde el capitalismo está destruyendo las formas artesanales y gremiales de producción, pero dejan de serlo en las etapas sucesivas.

¹ Capital I, Cap. VI (12).

El tipo de desarrollo capitalista que pudo observar, lo dejó planteado claramente en sus escritos de 1847 y nunca lo abandonará como hipótesis de trabajo.

“Una mayor *división del trabajo* permite a *un* obrero realizar el trabajo de cinco, diez o veinte; aumenta, por tanto, la competencia entre los obreros en cinco, diez o veinte veces.

... Además, en la medida en que aumenta la división del trabajo, el trabajo *se simplifica*. La pericia especial del obrero no sirve ya de nada.

... La *maquinaria* produce los mismos efectos en una escala mucho mayor, al sustituir los obreros diestros por obreros inexpertos, los hombres por mujeres, los adultos por niños, y porque, además, la maquinaria, dondequiera que se implanta por primera vez, lanza al arroyo a masas enteras de obreros manuales...

... Los economistas nos dicen, ciertamente, que los obreros a quienes la maquinaria hace innecesarios encuentran *nuevas ramas* en que trabajar.

No se atreven a afirmar directamente que los mismos obreros desalojados encuentran empleo en nuevas ramas de trabajo... Sólo afirman, en realidad, que se abren nuevas posibilidades de trabajo para *otros sectores de la clase obrera*;

... Pero, supongamos que los obreros directamente desalojados del trabajo por la maquinaria... *encuentran nuevo empleo*. ¿Se cree que por este nuevo trabajo se les habría de pagar tanto como por el que perdieron? *Esto estaría en contradicción con todas las leyes de la economía*. Ya hemos visto cómo la industria moderna lleva siempre consigo la sustitución del trabajo complejo y superior, por otro más simple y de orden inferior”¹.

En resumen, la división del trabajo lo simplifica y elimina a los obreros especializados (artesanos o semi-artesanos); la maquinaria sustituye a los obreros calificados y a los no calificados; la mayoría de los desempleados no puede encontrar trabajo y los salarios bajan. Por ende, la masa proletaria se empobrece, el ejército industrial de reserva crece y el capital, que emplea menos obreros, puede extraer una masa total de plusvalía cada vez menor con relación al volumen total de capital constante (que crece) y esto ocasiona una tendencia descendente de la tasa de ganancia.

¹ Trabajo Asalariado y Capital, Sección V (15).

Marx no previó que algunos años más tarde, el desarrollo tecnológico:

- a) Requeriría obreros especializados (técnicos y profesionales, no artesanos), y
- b) Abarataría los productos y, con ellos, tanto el valor de la fuerza de trabajo como el del mismo capital constante, permitiendo de paso la progresiva reducción de la jornada de trabajo y la prolongación de la edad escolar; ni pudo prever tampoco que otras circunstancias contribuirían a evitar el desastre:
- c) La conquista de mercados externos hizo necesaria toda la fuerza de trabajo disponible, reduciendo el desempleo y posibilitando así la acción de los sindicatos, con lo que los salarios dejaron de disminuir (salvo durante las crisis), y
- d) El desarrollo del sector de servicios y, más tarde, de la burocracia estatal, contribuyó a absorber buena parte del ejército industrial de reserva, aun después de que terminara la etapa colonialista.

Estos dos sectores, servicios y gobierno, junto con el grupo de los obreros especializados (técnicos y profesionales), han ido creciendo paulatinamente hasta incorporar la mayor parte de la fuerza de trabajo. Es de suponer que, en pocas décadas, el obrero manual de la industria llegue a ser una fracción tan pequeña de la población económicamente activa, como la que hoy representa la población agrícola en la mayoría de los países industrializados.

Si, como parecen sostener algunos marxistas, todos estos trabajadores fueran improductivos, habría que concluir que el capitalismo conduce primero a la explotación de unos pocos productores de plusvalía por la inmensa mayoría de la población y luego, mediante la automatización masiva, a la desaparición de todos los productores de plusvalía.

5. DEFINICIÓN DEL TRABAJO PRODUCTIVO

Marx explica que crear un valor de uso y recibir un salario, no son condiciones suficientes para clasificar a un trabajador como productivo: "...la noción de trabajo productivo ya no encierra sencillamente una relación entre actividad y efecto útil, entre productor y producto, sino además, y sobre todo, una relación social que hace del trabajo el instrumento inmediato de la valoración del capital"¹ y añade

¹ El Capital, Cap. XVI, pág. 488 en 12.

una definición clara y tajante: “Por consiguiente, sólo se considera productivo al obrero que rinde una plusvalía al capitalista, o cuyo trabajo fecunda al capital”¹.

Desafortunadamente, la definición anterior se presta a equívocos, pues, como veremos a continuación, cuando aparece la posibilidad de transferencias de plusvalía entre capitalistas, su aplicación depende de un razonamiento circular: para decidir si un trabajador es productivo, tenemos que saber si produce plusvalía o si sólo motiva una transferencia, pero para decidir si produce plusvalía, necesitamos saber si es o no productivo. En otras palabras, la definición sólo puede aplicarse cuando no hay transferencias de plusvalía (es decir, cuando no hay mercado ni sistema capitalista), o bien haciendo caso omiso de las transferencias (y en tal caso, podemos cambiar “plusvalía” por “ganancia” en la definición, y evitar así de una vez el riesgo de ambigüedad).

Pero antes de abandonar este asunto, profundicemos en el significado de la definición dada por Marx.

En primer lugar, es erróneo creer que sólo el trabajador manual puede ser productivo. En un párrafo del Capítulo Inédito de *El Capital*, encontramos claramente expuesta la tesis contraria:

“...con el desarrollo de la *subsunción real del trabajo en el capital* o del *modo de producción específicamente capitalista*, no es el obrero individual sino cada vez más una *capacidad de trabajo socialmente combinada* lo que se convierte en el *agente real* del proceso laboral en su conjunto...”

...éste trabaja más con las manos, aquél más con la cabeza, el uno como director, ingeniero, técnico, etc., el otro como capataz, el de más allá como obrero manual directo...

...tenemos que más y más *funciones de la capacidad de trabajo* se incluyen en el concepto inmediato de *trabajo productivo*, y sus agentes en el concepto de *trabajadores productivos*...

...Si se considera el *trabajador colectivo* en el que consiste el taller,...”².

La idea es muy clara: si un asalariado es necesario para que la unidad de producción (taller) funcione, entonces es productivo, sin importar si es obrero manual o intelectual.

¹ Idem, pág. 487 en 12.

² Págs. 95 y 96 en 13.

Pero cuando se trata de un trabajador empleado en el comercio, caben dos interpretaciones.

Respecto a él, Marx nos dice: “Pero entre él y los obreros empleados de manera directa por el capital industrial tiene que existir la misma diferencia que entre este último y el capital mercantil, y por lo tanto entre el capitalista industrial y el comerciante. Como éste, en su condición de simple agente de circulación, no produce valor ni plusvalía, es imposible que los trabajadores del comercio que emplea en las mismas funciones le produzcan plusvalía de manera inmediata”¹.

Es evidente que aplica fuera del “taller” un criterio diferente del que está aplicando en su interior, pues, de manera similar, podríamos hablar de un “capital administrativo” y clasificar como improductivos dentro del taller a quienes no trabajen con las manos. En ambos casos podríamos argüir que el capital industrial produce la plusvalía y la transfiere tanto al capital comercial como al “administrativo”.

La segunda interpretación posible depende de un argumento que también encontramos en Marx, aunque no lo lleva a sus últimas consecuencias.

“El capital mercantil no es en absoluto otra cosa que la forma autónoma de una parte del capital industrial dedicado al proceso de circulación. Todos los problemas que le conciernen deben solucionarse, entonces, formulándolos como si los fenómenos peculiares del capital mercantil no apareciesen todavía como autónomos, sino en vinculación directa con el capital industrial como una de sus ramas”².

Este argumento es el mismo que justifica clasificar como productivos a los directores, ingenieros, capataces, etc., al igual que los obreros manuales: se necesitan mutuamente. De aquí debería deducirse que el trabajador comercial es productivo, pues siéndolo al considerar como un todo la producción industrial y sus canales de mercadeo, no tiene por qué dejar de serlo al considerarlos por separado.

Marx parece preferir la primera interpretación porque los trabajadores del comercio suelen ganar salarios más altos o bien porque se les pagan comisiones, pero si éste fuera un criterio válido, tendríamos que aplicárselo también a los trabajadores industriales sindicalizados o a los que trabajan a destajo.

Como ya dijimos, el problema radica en que la definición es ambigua y sólo puede resolverse cambiándola.

¹ El Capital, Libro III, Cap. XVII, pág. 309 en 12.

² El Capital, Libro III, Cap. XVII, pág. 314 de 12.

Si nos atenemos a la segunda interpretación, que es compatible con la inclusión de los directivos de un taller entre los productivos, bastará cambiar en la definición la palabra plusvalía por la palabra ganancia, para evitar distinciones entre productores directos e “indirectos” de plusvalía y reconocer, en cambio, que ambos tipos de trabajadores son agentes de una “capacidad de trabajo socialmente combinada”.

Lo que se ha discutido con relación al capital comercial, puede aplicarse igualmente al capital financiero y al de servicios (en el significado moderno del término; no incluir el servicio doméstico ni las profesiones liberales cuyos servicios, no interviniendo capital, tampoco pueden generar plusvalía ni ganancia).

Otro ejemplo típico en la literatura es el del personal dedicado a la publicidad: muchos autores coinciden en declararlo improductivo bajo la consideración de que no es necesario ni para la producción ni para la venta del producto. Es indudable que en las primeras etapas del capitalismo, cuando la producción industrial se limitaba casi por completo a productos genéricos y la competencia se hacía fundamentalmente por precio, la publicidad habría sido superflua y, en ese sentido, improductiva. Pero ahora, en la etapa oligopólica, la competencia se hace por segmentación del mercado y el crecimiento de las empresas depende en buena parte de la introducción de nuevos productos de marca, así que la publicidad se vuelve imprescindible para ganar o consolidar una fracción de dicho mercado. Para declarar improductiva esta actividad por inútil, tenemos que ubicarnos fuera del sistema económico capitalista de hoy, es decir, compararlo con una de sus etapas preoligopólicas o bien con otro sistema diferente (socialista, por ejemplo). Pero mientras tratemos de aplicar la definición de productivo al interior del sistema actual, encontraremos que la publicidad de un producto es tan necesaria como su diseño o como la administración de la planta que lo fabrica, y que los publicistas forman parte del “trabajador colectivo” al igual que los operarios que producen físicamente la mercancía anunciada. Con la definición en términos de ganancia llegaríamos directamente a esta misma conclusión, mientras que al aplicar la definición en términos de plusvalía corremos el riesgo de combinarla inadvertidamente con el criterio de comparación contra otra fase del sistema económico o aún con juicios sobre “cómo deberían hacerse las cosas”.

6. LA TRANSFORMACION DE VALOR A PRECIO

Hasta ahora hemos hablado de una teoría del valor aplicable al análisis de las relaciones de producción, y nos falta ver a qué teoría

de los precios nos lleva el tomar en consideración las relaciones de circulación.

En Marx encontramos claramente expuestos los lineamientos generales de la solución a este problema, junto con una formulación aritmética incorrecta que ha dado lugar a un largo debate sobre si tiene o no sentido la transformación de valor a precio.

Algunos han visto en esta transformación la prueba de que Marx se retractó de la teoría del valor (Böhm-Bawerk); otros, confundiendo su teoría con la de Ricardo, la han considerado como refinamiento o segunda aproximación del valor al precio normal (Bronfenbrenner).

Más interesante es la posición de quienes sostienen que Marx está demostrando¹ la equivalencia formal entre sus análisis en términos de valor y en términos de precio, y se sirven de ello para defender que la teoría del valor no es más que un rodeo inútil que puede y debe suprimirse. Este grupo incluye desde neomarxistas como Arun Bose (2), que simpatizan con algunos otros aspectos de las teorías marxistas, hasta marginalistas como Paul Samuelson, que denuncian la teoría del valor como vulgar propaganda ideológica.

Una posición intermedia dentro de este grupo es la de Morishima (17), cuyos trabajos sobre Marx aportan métodos de análisis y observaciones importantes, pero fallan por varios factores. En primer lugar, no pretende explicar a Marx para continuar su obra teórica, sino enfrentarlo con las teorías "modernas" para demostrar que éstas lo superan aunque pueden aún beneficiarse de ideas planteadas por primera vez por Marx y recientemente redescubiertas. Por teoría "moderna", Morishima entiende su propia versión del modelo de von Neumann supuestamente enriquecida con adaptaciones de corte neoclásico (el planteamiento original de von Neumann es esencialmente clásico, y lo único común con los neoclásicos es que explora las consecuencias de máxima velocidad de crecimiento lineal, pero no es lícito confundir las condiciones de máximo con los supuestos básicos del marginalismo como hace Morishima; en cambio sí tiene sentido hablar de un modelo Marx-von Neumann cuando se usa la versión original de este último). En segundo lugar, Morishima pretende minimizar el papel explicativo de la teoría del valor-trabajo reduciéndola a un simple truco para identificar cuáles industrias podrían agregarse válidamente (las que tuvieran igual composición orgánica de capital), lo cual, fuera de ser un argumento traído de los cabellos, es autocontradictorio. En tercer lugar, pretende identificar la teoría de las clases con el supuesto de unicidad

¹ Previa corrección de ciertos errores algebraicos.

de la tasa de plusvalía, como si la clase proletaria, que está definida en términos de relaciones sociales de producción, desapareciera solo porque ciertas empresas consigan una tasa de plusvalía mayor o menor que otras (con este argumento, todo sistema económico donde haya producción con excedente acumulable tendría que ser un sistema capitalista, o bien ningún sistema económico podría designarse como capitalista, “a gusto del consumidor”). En cuarto y último lugar, acaba confundiendo el valor del trabajo con el de la fuerza de trabajo, lo que le permite cerrar su libro con la afirmación de que la teoría marxista del valor-trabajo es inconsistente y debe ser abandonada.

Morishima acaba sugiriendo que se eliminen los dos primeros tomos de El Capital y se empiece a leer a Marx a partir del tercero, donde desarrolla su teoría de los precios de producción sin tanta filosofía ni sociología como transpira de sus escritos anteriores.

En realidad, Marx ha desarrollado su teoría del valor independientemente de lo que suceda a nivel del intercambio y no necesita resolver el problema de la transformación para probar su validez.

Para sustentar lo contrario, habría que mantenerse dentro de la tradición ricardiana e insistir en buscar una mercancía (o canasta de mercancías) a la cual pueda atribuirse un valor invariable, para así medir el valor del trabajo en términos de esa mercancía, es decir, en términos de un precio.

Pero este género de teorías supone una identidad entre valor y valor de la fuerza de trabajo, que no existe en la teoría de Marx.

Con ésta, no necesitamos buscar un patrón invariable del valor, puesto que se ha definido como tiempo de trabajo, sin importar que sea trabajo simple o complejo, y aceptamos que ninguna mercancía tiene valor constante, inclusive la misma fuerza de trabajo.

Su propósito al plantearse el problema de la transformación, no es el de defender su teoría del valor, sino el de deducir una teoría de los precios a partir de la teoría del valor. Ciertamente, no lo consiguió, pues el problema no admite una solución aritmética inmediata, pero dejó un planteamiento suficiente para su solución completa por métodos de álgebra lineal.

En vez de intentar una deducción directa, que obligaría a introducir supuestos no justificables de antemano, basta desarrollar su teoría de los precios de producción (que es bastante similar a la de Sraffa), y probar luego que existe una transformación lineal entre los precios así obtenidos y sus respectivos valores.

Esto puede probarse fácilmente, pero la solución obtenida es todavía incompleta porque Marx considera solamente el problema del reparto de la plusvalía entre los capitalistas bajo condiciones de competencia perfecta. (Entiéndase en el sentido de igualación de la tasa de ganancia y no en su significado marginalista). Falta considerar qué ocurre bajo condiciones de oligopolio, el efecto que pueda tener el diferente grado de éxito de las luchas sindicales en diferentes empresas y también la presencia de un gobierno que cobra impuestos y controla el flujo de crédito, pues todo ello requiere considerar tasas de plusvalía y de ganancia que varían de empresa a empresa.

La transformación depende en todo caso de que el volumen total de plusvalía y el volumen global de ganancias, difieran tan solo en un factor constante (que es inevitable porque para la unidad de medida del valor puede escogerse cualquier unidad de medida del tiempo y, en cuanto a los precios, también están definidos como precios relativos por el respectivo modelo).

En cuanto a esta ecuación de enlace, se han propuesto varias alternativas:

- a) **Bortkiewicz-Sweezy**: el precio de los bienes suntuarios (“oro”) es igual a su valor; esto carece de sentido, pues contradice la teoría del valor de Marx.
- b) **Winternitz**: el monto total de las mercancías en precios y en valores, coinciden; gracias al factor multiplicativo inherente a la transformación, ésta es formalmente equivalente a la alternativa c) para un período determinado, pero daría resultados diferentes al cambiar de período, es decir, en un modelo dinámico, pues el factor de proporcionalidad entre valor total y plusvalía total puede cambiar en el tiempo; su equivalencia formal es completa únicamente en modelos de una sola mercancía que sirva a la vez como bien de capital y como bien de consumo (modelo ricardiano simple).
- c) **Meek**: la ganancia total es igual a la plusvalía total; esta alternativa es la única compatible con el propósito de Marx de estudiar la redistribución de la plusvalía generada durante el proceso de producción (habría sido mejor bautizar el problema como redistribución de los valores entre los precios, que como transformación de valor a precio).

Visto cómo puede demostrarse la consistencia formal de las dos teorías de valor y precio, falta considerar la objeción de los neomarxistas que dicen que, siendo ambas equivalentes, sobra la primera.

Este razonamiento tiene algún valor desde un punto de vista puramente formal aunque, aún entonces, cabe objetar que la equivalencia no excluye el que ciertos análisis sean más sencillos y claros en valor que en precios (o viceversa); esto tal vez no tenga mucha importancia cuando se trata de exponer resultados ya conocidos, pero sí la tiene en el momento de descubrirlos, es decir, en la etapa de desarrollo de la teoría.

En Keynes, por ejemplo, encontramos un reconocimiento de esta ventaja, redescubierta por él siguiendo un camino diferente al seguido por los clásicos y por Marx.

7. VALOR Y EMPLEO

En la teoría keynesiana es esencial distinguir entre análisis en términos nominales (o monetarios) y en términos reales (o pseudo-físicos), pero el paso de uno a otro se hace mediante índices definidos de maneras más o menos razonables pero, de todas formas, arbitrarias.

Para la mayoría de los keynesianos, un índice de precios constituye un deflactor satisfactorio, tal vez porque las series deflactadas con él muestran cambios de largo plazo en el volumen de productos y esto coincide con la idea de crecimiento en el sentido de acumulación de bienes.

Para Keynes, en cambio, el deflactor ideal sería un índice de salarios nominales, porque las series deflactadas con él mostrarían cambios de largo plazo en el nivel de empleo y, por ende, en la demanda efectiva. Con este propósito introduce la unidad de salario como el salario nominal pagado por una hora de trabajo simple, y supone que los salarios del trabajo complejo pueden reducirse a unidades de salario simple de acuerdo con los niveles de salario nominal observados en el mercado. Esta solución es evidentemente premarxista, y no debe extrañar que haya sido calificada de confusa y poco convincente, por las mismas razones expuestas al comentar la interpretación tradicional de trabajos de diferente valor reducibles a valor de trabajo simple.

La unidad de salario de Keynes no permite medir el empleo (pues un empleo de gerente no equivale a 4 o 5 empleos de personal de oficina, aunque su salario sea 4 o 5 veces mayor que el de cada uno de sus subordinados), ni mide tampoco con precisión la demanda efectiva (pues la fracción del salario consumida varía según el nivel del mismo).

Con la teoría del valor-trabajo se eliminan estas deficiencias y se consigue, además, un instrumento de análisis mucho más rico y flexible del que puedan proporcionar los deflatores keynesianos.

Tal como se ha definido la unidad de valor, casi coincide con el concepto de empleo¹, y el valor total agregado por el trabajo en un período coincide con la ocupación total ofrecida por el sistema económico durante el mismo.

En cuanto a la demanda efectiva, dejando de lado la inversión en bienes de capital nuevos, está dada por el valor de la fuerza de trabajo y por las necesidades de materias primas y de reposición de equipos, expresables todas en términos de la unidad fundamental de empleo o valor-trabajo.

De esta manera, la teoría del valor proporciona una economía "real" mucho más precisa y fecunda que la sugerida por Keynes, pues sustituye las definiciones ad hoc de los deflatores por todo un cuerpo teórico auto-suficiente y capaz de dar resultados que pueden traducirse en términos de precios de producción.

8. CLASES Y CAPITAL VARIABLE

Como puede verse, cabe defender la teoría del valor de Marx dentro de los terrenos de la así llamada "economía pura", pero sería un error limitarse a tal tipo de defensa, porque en ella encontramos algo más que un procedimiento para asignar valores numéricos a las mercancías.

Dentro de la tradición clásica, conservada con mutilaciones obvias en las teorías marginalista y keynesiana, se identifica el capital con los medios físicos de producción, incluyendo un fondo para pago de salarios (o su equivalente en mercancías); la clase capitalista queda definida por su derecho de propiedad sobre dichos bienes, así como por la percepción y administración de los beneficios a que le da opción dicha propiedad legal. De esta forma, en cualquier época histórica donde se apliquen estas definiciones, encontraremos capitales y capitalistas; precisamente a tal inespecificidad se refiere la crítica de falta de sentido histórico que hace Marx a Ricardo (y no, como se quiere entender usualmente, a la ausencia de interpretación económica de la historia

¹ La diferencia estriba en la reducción del trabajo individual a la eficiencia promedio dentro de su nivel de calificación. Obviamente, en el agregado es total la coincidencia entre ambos conceptos, pues las diferencias por reducción a eficiencia promedio se cancelan mutuamente.

o de un más o menos profundo análisis histórico de la evolución del capitalismo).

En Marx, las clases no se definen simplemente de acuerdo con el origen legal de sus ingresos, sino por su mutua contraposición en las relaciones sociales de producción. Esta definición subsume la de los clásicos, pero es más profunda y perspicaz, porque conduce al concepto de modo de producción y permite diferenciar el sistema capitalista de otros donde también existe la propiedad privada de los medios de producción.

Sólo puede hablarse de capital cuando el trabajador carece de los medios de producción y, además, disfruta de libertad de contratación (libertad aparente, pues sólo sirve para escoger entre capitales individuales, quedando obligado de todos modos a contratarse con alguno de ellos).

Ya dentro de este marco social, Marx define el capital constante identificándolo con los medios físicos de producción, igual que los clásicos, pero no acepta la identificación del capital variable con un fondo de salarios.

El capital en general es un medio de producción y, en ese sentido, el capital variable está conformado por la capacidad de trabajo de los asalariados, y no por sus salarios nominales o reales. Precisamente por eso lo llama variable, pues el capitalista puede obtener de su asalariado una mayor o menor plusvalía, según la tecnología del proceso de producción en la cual lo emplea, y según la duración e intensidad de la jornada de trabajo.

Pero, como ocurre con la definición de clase, también ésta subsume la de los clásicos en cierta forma. El capital variable está representado o materializado en el conjunto de mercancías (y servicios) que el asalariado consume habitualmente, según un patrón de consumo determinado por razones históricas. Sin embargo, no tiene las connotaciones de fondo de salarios de los clásicos, pues aquí resulta indiferente si el capitalista anticipa salarios a los trabajadores, o si éstos financian sus propios consumos durante un período, percibiendo los salarios al final; esta última hipótesis es más cercana a la realidad y contradice el supuesto fondo de salarios de los clásicos, pero en nada afecta al concepto de capital variable de Marx: siendo éste en últimas idéntico a la capacidad de trabajo, no interesa quién financie las mercancías contra las cuales se genera la plusvalía.

Otra consecuencia importante de esta definición de capital variable y su equivalencia formal con el consumo habitual de los asalariados,

estriba en que sugiere una "teoría de la demanda" cuando menos en sus rasgos básicos. Algunos autores (por ejemplo, Godelier, 6), han sostenido que, para completar la teoría del valor-trabajo, sería necesario conseguir una síntesis entre la teoría de precios de producción y la teoría marginalista de la demanda. Esto, fuera de ser superfluo, conllevaría la mezcla de dos formas absolutamente antagónicas de ver y de explicar los fenómenos económicos.

Puesto que la teoría del valor no se refiere a individuos, sino a grupos (clases, tipos de fuerza de trabajo, etc.), no necesitamos predecir el comportamiento de un individuo, sino el de un agregado cuyo consumo tiene una composición mucho más estable, por la simple razón de que los caprichos y consumos accidentales se compensan mutuamente al sumar y promediar. Sólo quedan por explicar los cambios de conjunto y esto puede hacerse, de manera consistente con el resto de la teoría del valor, adaptando las teorías de comportamiento del consumidor propuestas por Thorstein Veblen (23) o, más recientemente, por Duesenberry (3). Estas no requieren decisiones racionales de cada individuo ni revelaciones de preferencias; por el contrario, tienen una base psicológica y sociológica mucho más firme, pues se fundamentan en los fenómenos de imitación, emulación y permeabilidad a la propaganda, es decir, de comportamiento de grupos sociales que encuadran los de los individuos que los componen. Por último, las fluctuaciones de corto plazo en precios por escasez o abundancia ocasional, pueden explicarse (partiendo como base de un consumo habitual) por las diferencias en nivel de ingreso de cada grupo en el caso de escasez, y por las rebajas a que estarían dispuestos unos productores para anticiparse a los otros en la realización de sus mercancías en el caso de la abundancia, quedando todavía los fenómenos cíclicos de corto plazo ocasionados por los retrasos de información y acumulación de pedidos en la red de distribución de mercancías, para explicar los cambios en niveles de inventarios (Forrester, 4).

9. EL MODELO DE VALOR

El modelo matemático de la teoría del valor que se expone a continuación, se limita necesariamente a los aspectos formales de dicha teoría, es decir, resuelve el problema de la asignación de valor a cada mercancía. Para que represente una economía capitalista, es necesario interpretar los conceptos de capital constante, capital variable y plusvalía de acuerdo con las definiciones y precisiones antes mencionadas.

Obviamente, podría ser usado para representar otros modos de producción diferentes, a condición de reinterpretar adecuadamente sus

variables. Esto no sería posible con un modelo de precios de producción, que lleva implícitos necesariamente los supuestos de funcionamiento y regulación típicos de un mercado capitalista.

Un modelo de valor se refiere a un nivel de análisis más profundo y más general, puesto que se ocupa exclusivamente de los fenómenos relativos a la producción misma, pero nunca puede olvidarse que un modelo sólo está completo cuando se ha especificado la interpretación de cada variable y cada resultado. El formalismo simbólico sólo se convierte en teoría concreta, cuando se complementa con postulados que le den referición a los fenómenos reales que pretende explicar. De ahí proviene la semejanza formal y engañosa entre este modelo y otros como los de Sraffa, Leontief, etc.

Plantearémos las ecuaciones de un modelo de valor-trabajo referente a un período de producción de duración arbitraria, suponiendo conocidas las cantidades de cada uno de los bienes producidos durante el mismo, así como la tecnología usada. No es necesario suponer que durante el período no haya intercambios, ni que el consumo se concentre al final del período, puesto que dichos intercambios y consumos pueden contabilizarse en las matrices de flujos que más adelante definiremos; su efecto, si existen y se contabilizan adecuadamente, se reduce a que el resultado mida el valor-trabajo promedio de los bienes a lo largo de todo el período, en vez de su valor instantáneo a comienzo o a fin del mismo.

El juego de inventarios que pueda presentarse entre el comienzo y el final del período, no afecta los resultados, pues, según ya se discutió, los inventarios a fin de período se revaluarán durante el siguiente período de acuerdo con la tecnología usada en el mismo.

El planteamiento de un modelo dinámico exige explicar cómo los resultados de un período afectarán las decisiones de producción del siguiente; esto nos llevaría a modelos no algebraicos (con ecuaciones diferenciales o en diferencias finitas). Además, en el caso de una economía capitalista, sería necesario trabajar con modelos en precios de producción, ya que las decisiones se toman con base en precios y tasas de ganancia en vez de usar directamente valores y tasas de plusvalía; una vez hecho esto, aplicaríamos a los resultados de cada período el mismo modelo de valor de un período, para reinterpretarlos en términos de valor.

Por ende, aunque el modelo de un período parezca excesivamente simple, no conlleva pérdida de generalidad para ningún efecto práctico.

Por razones de espacio, limitaremos el análisis del modelo a los resultados más esenciales.

10. ECUACIONES DEL VALOR

Este primer sistema de ecuaciones permite asignar valor a los bienes producidos y a aquellos usados en su producción, sin que para ello sea necesario considerar cuáles son las mercancías necesarias para sostener la fuerza de trabajo ni, de consiguiente, el valor de ésta. Aunque parezca extraño, esto se debe a que dichas mercancías están de todos modos incluidas en el volumen producido (y aunque estuvieran en los inventarios iniciales, ya vimos que éstos se revalúan según los valores del período en curso, luego volvemos al mismo caso).

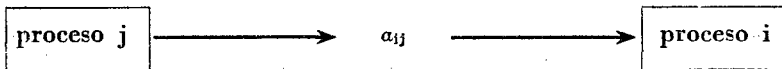
Supondremos también, por ahora, que cada mercancía es producida mediante un único proceso, es decir, que sólo existe una forma o tecnología para producirla. De esta manera, si hay n mercancías, hay también n procesos de producción. Así mismo, supondremos que no hay a fin de período productos sin terminar, ni tampoco hay procesos cuyo resultado sea dos o más productos simultáneamente. Estas tres restricciones se introducen con el propósito único de simplificar la exposición; más adelante se demostrará cómo se elimina la primera (teoría de rentas) y se mencionarán los efectos de levantar las otras dos (producción conjunta).

Para describir un proceso de producción, es decir, una tecnología, tenemos que indicar las cantidades de otras mercancías que se necesitan como materia prima o como bienes de capital fijo para obtener, mediante su combinación y el trabajo, el producto correspondiente al proceso en cuestión.

Dichas cantidades de insumos constituyen flujos de mercancías de un proceso a otro y pueden medirse en unidades físicas. Denotaremos esos flujos así:

a_{ij} = cantidad física de la mercancía j que se consume en la producción global de mercancía i (unidad: cantidad física de mercancía j)

y cabría representarlos gráficamente así:



La representación de este flujo es inmediata cuando la mercancía j es una materia prima que se consume totalmente en la producción de la mercancía i como, por ejemplo, hojas de papel j consumidas para producir un libro i , pero no es tan clara cuando la mercancía j es un bien de capital fijo que no se consume por completo en términos físicos durante el período de producción, sino que puede servir durante varios

períodos sucesivos, como, por ejemplo, la máquina impresora de los libros.

En tal caso, a_{ij} no representará unidades físicas completas del bien j , sino fracciones de unidad física. Si la máquina está diseñada para imprimir 100.000 libros y durante el período ha impreso 8.000, definiremos $a_{ij} = 0.08$.

Esta definición no tiene una justificación física directa, puesto que no existen fracciones de máquina, sino máquinas enteras. Sin embargo, hay dos razones para preferir esta solución propuesta por Marx a la otra alternativa, sugerida por Torrens, que consiste en suponer que, junto con la mercancía producida, se ponen también en venta las máquinas usadas para producirla, readquiriéndolas la misma empresa para el período sucesivo. Esta segunda alternativa, además de complicar el modelo del valor, requeriría supuestos adicionales (como cualquier otro caso de producción conjunta) a la hora de asignar valor a las máquinas viejas, y podría dar lugar a oscilaciones en el valor de la mercancía producida, si de un período a otro cambia la fracción de máquinas que requieran reposición en la empresa.

En lugar de esos supuestos adicionales, tengamos en cuenta que si hay muchas máquinas similares pero de distinta edad en el conjunto de la economía, el volumen de reposición agregado resultará ser una fracción casi constante del número total de máquinas. Atribuyendo a cada máquina esa misma fracción de reposición, conseguiremos un resultado idéntico en el agregado al que daría otro procedimiento más complicado.

De otra parte, reconocemos la práctica común de distribuir a lo largo de varios períodos los costos de reposición de equipo. Es indiferente que éstos se financien constituyendo una reserva para depreciación o recurriendo a un crédito que luego se paga en períodos sucesivos; en ambos casos, se distribuyen los costos a lo largo de varios períodos en lugar de cargarlos en aquél donde tiene lugar el cambio físico¹.

Además, este método permite diferenciar claramente la simple reposición para restablecer la capacidad productiva que existía al comienzo del período, de la inversión en ampliación de dicha capacidad.

¹ Sin embargo, la teoría del valor supone que se produce siempre una cantidad física del bien suficiente para cubrir las necesidades agregadas de reposición en cada período, siendo éste un requisito necesario para la correcta valoración de todos los bienes. Al trabajar con datos estadísticos, pueden aparecer períodos de crisis donde esto no se cumple; en tal caso, será necesario calcular las necesidades de reposición con base en promedios de todo el ciclo.

Por ende, si j es un bien de capital fijo utilizable más de un período, definiremos:

$$a_{ij} = (\text{número de bienes } j) \times (\text{unidades } i \text{ producidas}) / (\text{total de unidades } i \text{ procesables durante la vida útil de diseño de } j).$$

Obsérvese que a_{ij} será valorado de acuerdo con el valor que corresponda a una unidad j nueva según la técnica de producción en uso en el período en cuestión. Se trata, pues, de un verdadero costo de reposición y no de una transferencia del valor original del bien j a los productos con él procesados.

En el caso en que una máquina vieja ya no se esté produciendo, deberemos introducir una corrección, también en unidades físicas, que represente su depreciación por obsolescencia. Por ejemplo:

$$\text{unidad } j \text{ corregida por obsolescencia} = (\text{unidad } j \text{ nueva}) \times (\text{unidades } i \text{ procesables en un período con la } j \text{ vieja}) / (\text{unidades } i \text{ procesables en un período con la } j \text{ nueva})$$

u otra fórmula que refleje adecuadamente la relación de productividad física que justifica la obsolescencia del modelo j antiguo.

Aclarado de esta manera el significado de los flujos a_{ij} , continuaremos el desarrollo del modelo.

En vez de trabajar con los a_{ij} directamente, introduciremos lo que se ha llamado coeficientes técnicos de producción c_{ij} , y que se definen así:

$$c_{ij} = a_{ij}/a_i \\ = \text{cantidad de mercancía } j \text{ necesaria para producir 1 unidad física de mercancía } i (\text{unidad} = \text{unidad física de mercancía } j / \text{unidad física de mercancía } i).$$

La única razón para este cambio es que así se consigue simplificar las ecuaciones del modelo, pero los nuevos c_{ij} no significan nada diferente de los flujos a_{ij} originales: son una simple conveniencia algebraica ¹.

Un $c_{ii}=1$ significaría que toda la producción de la mercancía i se emplea en producir la misma mercancía i , situación absurda que, por consiguiente, descartaremos. Podemos, pues, asegurar que $c_{ii} < 1$ para cualquier mercancía i .

¹ En particular, no implican ningún supuesto de rendimientos constantes a escala.

Aparentemente, podría haber casos en que $c_{ij} > 1$, pero es fácil ver que se deben exclusivamente a una selección arbitraria de unidades de medida que no reflejan la realidad física del fenómeno de producción y que desaparecen al respetar la compatibilidad física entre insumos y productos. Por ejemplo, si estamos usando gramos como unidad física del papel y volumen empastado como unidad física para libros, es evidente que c_{ij} correspondiente será mayor que la unidad, puesto que cualquier libro pesa más de 1 gramo; el conflicto está en que los gramos y los volúmenes empastados son unidades físicamente incompatibles y, para resolverlo, bastaría usar el peso de un volumen empastado como unidad física para el papel, en lugar del gramo.

Este tipo de problema no se presenta en los modelos planteados en términos de precio (matrices de insumo-producto), por la sencilla razón que entonces los flujos a_{ij} están todos expresados en unidades monetarias, es decir, compatibilizados a priori.

En nuestro caso podemos resolver la dificultad adoptando como unidad física de medida para cada mercancía, el volumen total producido de la misma, a_j . Entonces tendríamos, para todo j , $a_j \equiv 1$; los a_{ij} serían fracciones de la unidad y, por ende, $c_{ij} = a_{ij} \leq 1$ en todos los casos.

Sin embargo, esta definición ofrece inconvenientes cuando los modelos se usan para comparar dos o más períodos sucesivos, puesto que al cambiar la composición y volumen de la producción, cambiaría también la definición de la unidad y los resultados del modelo de un período no serían comparables con los de otro período.

Otra solución podría ser la de adoptar como unidad física de medida el volumen total que se requiera como insumo, es decir, $\sum_{i=1}^n a_{ij}$ en lugar de a_j . El a_{ij} calculado con cualquier unidad física, se convierte a esta nueva unidad dividiéndolo por $\sum_i a_{ij}$ y, nuevamente, sus valores numéricos tienen que ser fracciones de la unidad, con lo cual,

$$c_{ij} = \left(\frac{a_{ij}}{\sum_{i=1}^n a_{ij}} \right) / \left(\frac{a_i}{\sum_{k=1}^n a_{ki}} \right) \leq 1,$$

puesto que

$$a_i \geq \sum_{k=1}^n a_{ki} \quad \text{para todo } i.$$

Es fácil ver que lo mismo ocurre si usamos para la definición de unidad cualquier volumen v_i tal que

$$a_i \geq v_i \geq \sum_{k=1}^n a_{ki},$$

y también si en lugar de v_i , usamos λv_i con λ constante real y positiva cualquiera (pero la misma para toda mercancía i). De esta manera, los a_i no serán numéricamente iguales entre sí, ni será necesario prever un cambio de unidades en cada período sucesivo.

El uso de unidades compatibles permite, además, que la suma de una columna cualquiera de la matriz C sea menor o igual que la unidad, resultado que no podríamos garantizar con unidades arbitrarias y que simplifica las demostraciones que siguen¹.

En efecto, según la definición de los v_i , tenemos:

$$a_i/v_i \geq 1 \quad (\text{luego } \min_i (a_i/v_i) \geq 1)$$

$$0 < \sum_i a_{ij}/v_j \leq 1$$

condiciones suficientes para que:

$$\sum_{i=1}^n c_{ij} = \sum_{i=1}^n \frac{a_{ij}/\lambda v_j}{a_i/\lambda v_i} = \sum_i \frac{a_{ij}/v_j}{a_i/v_i} \leq \frac{\sum_i a_{ij}/v_j}{\min_j (a_i/v_i)} \leq 1$$

Además, si en algún proceso hay un excedente, es decir, si

$a_i > \sum_k a_{ki}$, tendremos:

$$\min_j \sum_{i=1}^n c_{ij} \leq \frac{\min_j (\sum_i a_{ij}/v_j)}{\min_i (a_i/v_i)} < 1$$

pues, según como se hayan escogido los v_i , el numerador será estrictamente menor que uno, o el denominador será estrictamente mayor que uno, o ambas cosas a la vez.

Dado que $\min_j (\sum_i c_{ij})$ es una norma de la matriz C (ver Varga, 22), tenemos que, cuando se emplean unidades compatibles:

$$\|C\| < 1$$

condición suficiente para que $(I-C)$ tenga inversa y ésta admita el desarrollo en serie:

$$(I-C)^{-1} = I + C + C^2 + C^3 + \dots \geq I$$

por ser C matriz sin elementos negativos, y lo mismo C^2 , C^3 , etc.

¹ Los teoremas que siguen sobre valores y tasas de plusvalía, pueden obtenerse también en unidades arbitrarias, pero las demostraciones son un poco más largas y complicadas.

En lo sucesivo, supondremos que todos los datos en unidades físicas están repesados en unidades compatibles, de manera que la condición de que exista algún excedente:

$$\sum_{i=1}^n a_i c_{ij} \leq a_j \quad \text{pero } < a_j \text{ para al menos un } j$$

conlleva $\|C\| < 1$ y es, por ende, equivalente a la condición:

$$(I-C)^{-1} \geq I$$

En el caso del trabajo, que recibe un tratamiento especial en teoría del valor, puede usarse cualquier unidad de tiempo; los valores de las mercancías quedarán expresados automáticamente en las mismas unidades.

Relacionaremos a continuación todas las variables que se usarán en el planteamiento del primer sistema de ecuaciones, indicando sus unidades de medida:

i, j : Subíndices que distinguen cada mercancía.

n : Número de mercancías (y/o procesos) distintas entre sí.

a_i : Cantidad de unidades físicas (compatibles) de la mercancía i que se producen en el período (unidad: cantidad física de i / duración del período; para simplificar, adoptaremos duración del período igual a 1 y omitiremos en lo sucesivo hablar de dicha duración).

c_{ij} : Cantidad física de mercancía j necesaria para la producción de una unidad física de i (unidad: cantidad física de j / cantidad física de i).

l_j : Tiempo de trabajo vivo (sin importar grado de calificación del trabajador) empleado por unidad física producida de mercancía i ; habiendo adoptado como unidad de tiempo la duración del período, $l_i = 1$ representa un trabajador medio empleado durante todo el período bajo las condiciones medias de duración de la jornada de trabajo (unidades: tiempo de trabajo / cantidad física de i).

x_i : Valor de la unidad física de mercancía i (unidad: tiempo de trabajo / cantidad física de i).

Como $a_i = 0$ significaría que no se está produciendo esa mercancía, y $a_i < 0$ no tiene sentido físico, supondremos siempre que a_i es un número real y positivo.

Análogamente, c_{ij} no puede ser negativo, pues significaría que se está creando algo de la nada.

Los l_j serán todos números reales positivos, puesto que toda mercancía requiere algún trabajo (hasta los productos naturales necesitan quién los recoja).

En cuanto a los x_i , no podemos anticipar restricción alguna, puesto que son las incógnitas del modelo. Desde luego la consistencia interna

de la teoría del valor exige que sean todos positivos o, a lo sumo, alguno nulo, pero esto es algo que debemos demostrar y no exigir a priori.

En resumen, presuponemos las siguientes restricciones:

$$R1) \quad a_i > 0$$

$$R2) \quad 1 \geq c_{ii} \geq 0 \quad \text{y} \quad c_{ii} < 1$$

$$R3) \quad l_i > 0$$

$$R4) \quad \sum_i a_i c_{ij} \leq a_j \quad \text{pero} < a_j \quad \text{para al menos un } j$$

Esta última vimos que, trabajando con unidades compatibles, es equivalente a:

$$R4') \quad (I-C)^{-1} \geq I$$

Obsérvese que estas cuatro restricciones son verdaderas premisas a toda consideración económica, puesto que expresan condiciones de orden físico que son necesarias y son independientes de cualquier teoría del valor o de los precios.

Plantaremos a continuación la primera ecuación de la teoría del valor, que traduce la hipótesis fundamental:

valor del producto = trabajo vivo + capital constante consumido

$$a_i x_i = a_i l_i + \sum_{j=1}^n a_i c_{ij} x_j$$

Podemos simplificar dividiendo por el factor común a_i y escribir:

$$V-1) \quad x_i = l_i + \sum_j c_{ij} x_j$$

o bien, en notación matricial:

$$V-1') \quad X = L + CX$$

Para obtener los valores de X , basta despejar:

$$X = (I - C)^{-1} L$$

Dado que $L > 0$ (Restricción R3) y que $(I - C)^{-1} \geq I$ (Restricción R4'), tenemos que:

$$X \geq L > 0$$

Esto significa que para cualquier combinación de trabajo y de capital constante que satisfaga las restricciones R2, R3 y R4, existen valores X [puesto que $(I - C)$ tiene inversa] y éstos son estrictamente positivos.

Por ende, resulta ser consistente la definición del valor del trabajo como horas-empleo, sin importar grados de complejidad o calificación del empleado.

Obsérvese, sin embargo, que el trabajo representado en el vector L , podría ser trabajo "complejo" reducido a "simple" sin que eso afectara la formulación ni la solución de las ecuaciones. Esto se debe a que L es un dato que se supone conocido, pero que es independiente del resto de datos del modelo.

Empero, que se admita el carácter de dato exógeno para L , no significa que pueda omitirse su definición o, más preciso, la especificación clara e inequívoca de a qué corresponde en la realidad y qué mide cada símbolo l_j .

La definición de L es, en últimas, el postulado fundamental de la teoría del valor y de ella depende que ésta sea o no una teoría que se refiera a la realidad y nos hable de ella. Por consiguiente, en la definición de L (o mejor, en su referición operativa) no pueden intervenir los valores X ni nada que de ellos se deduzca (por ejemplo, proporciones deducidas del valor de la fuerza de trabajo); pues siendo X deducido de L , si L dependiera a su vez de X , incurriríamos en un círculo vicioso y el modelo carecería de referente real, es decir, sería un simple sofisma (a menos que habláramos de "equilibrio general" en el mismo sentido que los marginalistas y con iguales consecuencias).

11. ECUACIONES DE LA PLUSVALIA

Definamos ante todo el valor de la fuerza de trabajo, suponiendo que existan m tipos de la misma. Sea:

m = Número de tipos (niveles de calificación) de fuerzas de trabajo diferentes entre sí; recuérdese que cada tipo representa un consumo y una eficiencia promedios de todos los trabajadores que agrupa.

f_{kj} = Consumo final (habitual) de mercancía j por cada trabajador de tipo k empleado todo el período (unidad: cantidad física de j /número de trabajadores de tipo m durante el período).

El valor de la fuerza de trabajo de cada trabajador puede

calcularse como $\sum_{j=1}^n f_{kj} x_j$;

u_{ik} = Cantidad de fuerza de trabajo de tipo k (número de trabajadores) necesaria para producir una unidad física de mercancía i (unidad: número de trabajadores de tipo k durante el período/cantidad física de mercancía i).

d_{ij} = Consumo de la mercancía j que hacen todos los trabajadores empleados por cada unidad de mercancía i producida (unidad: cantidad física de mercancía j / cantidad física de mercancía i).

Es fácil calcular d_{ij} en función de f_{kj} y de u_{ik} :

$$d_{ij} = \sum_{k=1}^m u_{ik} f_{kj}$$

o bien, con matrices:

$$D = UF$$

Por ahora, lo que necesitamos para el modelo es la matriz D , pero conviene definir primero las matrices F y U para mostrar cómo se calcularía D en la práctica. Además, tendremos que usarlas después.

Sea:

v_i = Valor de la fuerza de trabajo empleada en producir una unidad de mercancía i (capital variable unitario; unidad: valor/cantidad física de i); evidentemente:

$$v_i = \sum_{j=1}^n d_{ij} x_j$$

π_i = Tasa de plusvalía en el sector que produce la mercancía i (unidades: adimensional).

p_i = Plusvalía obtenida por cada unidad física de i que se produzca (unidad: valor/cantidad física de i); por definición:

$$p_i = \pi_i v_i = \pi_i \sum_{j=1}^n d_{ij} x_j$$

A las restricciones R1 a R4 podemos añadir ahora otra evidente, y es que el consumo no será negativo permanentemente, es decir, $d_{ij} \geq 0$ para todo $i, j=1, n$; en un modelo dinámico podría aceptarse algún $d_{ij} < 0$ para bienes duraderos y durante un corto tiempo, pero aquí trabajamos con d_{ij} fijos y si uno fuera negativo significaría que los trabajadores producen de la nada la mercancía i .

Por lo tanto:

$$R5) \quad D \geq 0$$

Además, el total producido debe ser mayor que el total consumido o a lo sumo igual (mismas razones que para c_{ij}), luego:

$$R6) \quad \sum_{i=1}^n a_i d_{ij} \leq a_j \quad (y < \text{para al menos un } j).$$

Un razonamiento idéntico al aplicado a R4 nos conduce a:

$$R6') \quad (I - D)^{-1} \geq I$$

Adicionalmente, los lados izquierdos de R4 y R6 significan ambos consumo necesario para producir los a_j , luego podemos combinar las dos restricciones sumando los dos tipos de consumo¹ y obtener así las condiciones:

$$R7) \quad \sum_{i=1}^n a_i (c_{ij} + d_{ij}) \leq a_j \quad (y < \text{para al menos un } j)$$

$$R7') \quad [I - (C+D)]^{-1} \geq I$$

Plantearémos ahora la segunda ecuación de la teoría del valor que corresponde a la hipótesis:

“valor del trabajo vivo = valor fuerza-trabajo + plusvalía”

$$a_i l_i = a_i v_i + a_i p_i \quad (i=1, n)$$

Simplificando el factor común a_i y sustituyendo la expresión de v_i , obtenemos:

$$V2) \quad l_i = \sum_{j=1}^n d_{ij} x_j + p_i \quad (i=1, n)$$

o bien, en notación matricial:

$$V2') \quad L = DX + P$$

Sustituyendo esta expresión de L en la primera ecuación del modelo, $X = CX + L$, obtenemos la familiar expresión:

$$X = CX + DX + P$$

cuya traducción es:

Valor del producto = capital constante consumido + capital variable usado + plusvalía

y de la cual podemos despejar:

$$P = [I - (C+D)] X$$

Premultiplicando por A^t encontramos la plusvalía total generada en el sistema:

$$A^t P = A^t [I - (C+D)] X = [A^t - A^t (C+D)] X$$

¹ Los flujos correspondientes a los coeficientes d_{ij} , es decir, los volúmenes $a_i d_{ij}$ deben tomarse en cuenta junto con los a_j al calcular las unidades físicas compatibles (ver definición de los c_{ij}). Esto implica también la restricción

$$R2') : 1 \geq c_{ij} + d_{ij} \leq 0 \quad y \quad c_{ii} + d_{ii} < 1$$

De acuerdo con la restricción R7, la diferencia que está entre paréntesis es un vector no negativo que contiene por lo menos un componente mayor que cero y, como todos los elementos de X son mayores que cero, concluimos que la plusvalía total es también mayor que cero:

$$A^t P > 0$$

Viceversa, si $A^t P > 0$, siendo todos los $X > 0$ y aceptando que ningún $a_j < \sum_i a_i (c_{ij} + d_{ij})$, encontramos que debe haber algún sector con excedente físico (recuérdese que los sectores con déficit físico se han descartado como irrelevantes para una teoría económica general, ya que representan una tecnología factible en experimentos de laboratorio, pero absurda a escala industrial).

Obsérvese que para tener $A^t P = 0$, se requiere $P = 0$, puesto que siempre $A > 0$ (los casos $a_j = 0$ no necesitamos incluirlos en el sistema, puesto que no se produce tal mercancía). Ahora bien, siendo siempre $X > 0$, para tener $P = 0$, se necesita:

$$A^t - A^t (C+D) = 0 \quad \text{o bien:} \quad A^t = (C+D) A^t$$

que es la condición de reproducción simple (excluida por la restricción R7).

Podemos enunciar ahora el teorema fundamental de la teoría del valor:

“La restricción tecnológica R7 es condición necesaria y suficiente para que la plusvalía total sea mayor que cero”, o bien, recordando que no puede haber procesos con déficit físico:

“Para que la plusvalía total sea mayor que cero, es suficiente que haya excedente físico en algún sector y viceversa”.

Sería deseable poder afirmar que $P > 0$, además de $A^t P > 0$, pero es fácil ver que para conseguirlo tendríamos que imponer restricciones en términos de valor, con lo cual la teoría perdería su generalidad.

En efecto, para asegurar $P > 0$, necesitamos:

$$[(I - C) - D] X = (I - C) X - DX = L - DX > 0$$

es decir:

$$L > DX \quad \text{o bien} \quad L > D(I - C)^{-1} L$$

Aquí C y L dependen exclusivamente de la tecnología, y $D = UF$ depende simultáneamente de la tecnología y de los hábitos de consumo. En el planteamiento del modelo del valor, hemos aceptado estas matrices como datos, así que no podemos ahora introducir nuevas con-

diciones que sólo pueden interpretarse en términos de los resultados, es decir, en términos de valor. Tal género de condición sería una hipótesis ad hoc sin más justificación que garantizar un resultado y la teoría perdería, no solo generalidad, sino también toda credibilidad.

Conservemos, pues, la teoría del valor en toda su generalidad y veamos cómo interpretar las plusvalías negativas.

En primer lugar, la teoría según la cual la plusvalía es el origen del beneficio, no se ve afectada. Los beneficios presuponen una distribución de la plusvalía total disponible entre los capitalistas, y ya vimos que siempre $A^tP > 0$.

En cambio, la identificación usual entre clase proletaria y clase explotada (en el sentido de generar plusvalía), tiene que ser abandonada. La definición de proletario deriva de las relaciones de producción capitalistas, bajo las cuales el asalariado vende al capitalista su capacidad de realizar trabajo a cambio de un salario fijo. Para que además de alienado resulte siendo también explotado, se requiere que el valor de su trabajo sea mayor que el de su fuerza de trabajo, y esto es lo que dejaría de ocurrir a veces.

La plusvalía en un proceso i es:

$$\begin{aligned} p_i &= l_i - \sum_{j=1}^n d_{ij} x_j = l_i - \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m u_{ik} f_{kj} x_j \\ &= l_i - \sum_{k=1}^m u_{ik} \left(\sum_{j=1}^n f_{kj} x_j \right) \end{aligned}$$

recordando la definición de los u_{ik} y del l_i , es evidente que:

$$l_i = \sum_{k=1}^m u_{ik}$$

luego podemos escribir también:

$$p_i = \sum_{k=1}^m u_{ik} \left(1 - \sum_{j=1}^n f_{kj} x_j \right)$$

Los u_{ik} aparecen aquí como simples factores de ponderación de las plusvalías atribuibles a cada tipo de trabajador. En efecto, $\sum_j f_{kj} x_j$ representa el valor de la fuerza de trabajo de un asalariado del grupo k y, según definición de valor, cualquier asalariado realiza un trabajo de valor unitario, así que si llamamos q_k a esta plusvalía individual, tendremos:

$$q_k = 1 - \sum_{j=1}^n f_{kj} x_j$$

y también:

$$p_i = \sum_{k=1}^m u_{ik} q_k$$

Como los u_{ik} son todos mayores o iguales a cero, para que la suma ponderada dé un resultado $p_i < 0$, es necesario que alguno de los q_k sea negativo.

Un cambio de tecnología podría modificar las ponderaciones u_{ik} y hacer que $p_i > 0$, pero esto sólo disfrazaría el problema. Las plusvalías negativas no serían detectables a nivel de industria, pero la dificultad teórica subsistiría, pues el origen de esta situación aparentemente paradójica está en los q_k y no en la tecnología.

Tenemos, pues, que aceptar el hecho de que algunos trabajadores pueden tener plusvalía negativa, es decir, que los consumos que representan el valor de su fuerza de trabajo, superan el valor del trabajo por ellos aportado.

Una interpretación simplista de este hecho nos llevaría a afirmar que hay transferencias de plusvalía entre los trabajadores, de manera que si un grupo de ellos alcanza un mejor nivel de vida, es sólo a costa de empeorar el nivel de vida de los restantes. En realidad, esto es una falacia, pues olvida el papel que el capitalista cumple como administrador de la plusvalía. Basta tomar en cuenta que si se rebajara el nivel de vida de esos privilegiados, la plusvalía así recuperada engrosaría la parte de los capitalistas, pues éstos no la repartirían entre el resto de sus empleados.

El origen de la plusvalía es, en último término, la capacidad tecnológica de generar excedentes físicos, así que la plusvalía negativa de algunos trabajadores no debe contabilizarse en contra de los trabajadores con $q_k > 0$, sino en contra de los capitalistas.

Para terminar este párrafo, veamos cómo se definen las tasas de plusvalía.

Usualmente, se empieza por presuponer una tasa única de plusvalía y, a partir de ella, se define luego la plusvalía. Aquí estamos siguiendo el camino inverso: primero hemos encontrado el vector de plusvalías y calculamos las tasas de plusvalía al final. La diferencia radica en que no presuponemos unicidad de la tasa de plusvalía y de hecho, demostraremos que en general cada proceso tiene una tasa diferente. Sea π_i la tasa de plusvalía en el proceso i ; según la definición usual tendremos:

$$\pi_i = p_i / \sum_{j=1}^n d_{ij} x_j$$

Este cociente está siempre definido, pues $\sum_j d_{ij} x_j$ nunca es cero. En efecto, como todo proceso requiere trabajo y todo trabajador tiene cuando menos un consumo, también hay por lo menos un d_{ij} mayor que cero para cada i ; además todos los x_j son mayores que cero, luego la sumatoria es también mayor que cero.

Que las tasas de los diferentes procesos puedan ser diferentes entre sí, es una conclusión obvia de la discusión anterior respecto a la existencia de $p_i > 0$ y otros $p_i < 0$: tan diferentes pueden ser que hasta pueden cambiar de signo.

Podemos definir también fácilmente la tasa global de plusvalía, que designaremos con $\bar{\pi}$:

$$\bar{\pi} = A^t P / A^t D X$$

(Obsérvese que $\bar{\pi}$ no es un promedio ponderado de los π_i).

Dado que $A^t P > 0$, tendremos siempre $\bar{\pi} > 0$.

Con los π_i podemos formar la matriz diagonal $\Pi = \text{diag}(\pi_i)$ y expresar condensadamente las ecuaciones de plusvalía en términos de tasas:

$$L = DX + P = DX + \Pi DX = (I + \Pi) DX$$

12. TRABAJO Y TECNOLOGIA

Podría pensarse que los l_i son arbitrarios, puesto que fueron definidos como datos aparentemente independientes de los demás que describen la tecnología en uso, pero no es así. En la discusión de las plusvalías negativas ya se indicó que hay una relación entre los l_i y los u_{ik} , hecho a continuación se analiza con más detalle.

La unidad en que se mide l_i es tiempo-hombre/cantidad física de producto i , mientras que las u_{ik} de la matriz tecnológica U miden tiempo de trabajador de tipo k /cantidad física de producto i .

Siendo "hombre" un genérico aplicable a cualquier tipo de trabajador, podemos reinterpretar los u_{ik} como cantidad de tiempo-hombre/cantidad física de producto i sin que ello afecte su valor numérico, y sumar los u_{ik} de todos los tipos de fuerza de trabajo para obtener:

$$l_i = \sum_{k=1}^m u_{ik} \quad (i = 1, n)$$

o bien, introduciendo el vector E cuyos componentes son todos 1:

$$L = U E$$

donde los m unos de E pueden interpretarse como coeficientes de conversión de unidades, es decir:

1 tiempo-hombre/tiempo de trabajador de tipo k , con lo cual no se pierde la homogeneidad dimensional de las ecuaciones.

Esto nos permite encontrar unos cuantos resultados muy importantes:

$$X = (I - C)^{-1} L = (I - C)^{-1} UE$$

tiene el siguiente significado:

“Los valores de los productos dependen exclusivamente de la tecnología usada para producirlos, y no del volumen producido”.

De otra parte,

$$\begin{aligned} P &= L - DX = UE - UF (I - C)^{-1} UE \\ &= [I - UF (I - C)^{-1}] UE \end{aligned}$$

y análogamente:

$$\begin{aligned} \Pi DX &= L - DX \\ \Pi [UF (I - C)^{-1} UE] &= [I - UF (I - C)^{-1}] UE \end{aligned}$$

muestran que:

“Las plusvalías por unidad de producto p_i y las tasas de plusvalía de cada sector π_i , dependen exclusivamente de la tecnología (matrices C y U) y de los hábitos de consumo de cada tipo de trabajador (matriz F)”.

En otras palabras:

“Los cambios en hábitos de consumo no pueden afectar el valor de las mercancías consumidas”.

“Las cantidades producidas a_i no pueden modificar los valores unitarios ni las tasas de plusvalía siempre y cuando $(C+D)^t A \leq A$ ”.

Esto último puede también decirse así:

“El volumen de excedentes de producción a final del período, no afecta el valor de los productos durante el período”.

13. SERVICIOS Y RECURSOS NATURALES

El modelo antes planteado puede incluir también servicios y recursos naturales.

Puesto que los servicios son mercancías (aunque no sean productos industriales), podemos incluirlos en la lista de n mercancías que veni-

mos usando, de manera que quedan representados en los vectores X y A . La única dificultad estriba en caracterizarlos de modo que admitan una medida "física", es decir, independiente de su valor o precio.

Los servicios requerirán algunos insumos materiales, así como la concurrencia de otros servicios. Esto genera algunos elementos $c_{ij} > 0$ adicionales en la matriz C .

En cuanto a los tipos de fuerza de trabajo especializados en servicios, basta incluirlos entre los m con que se definieron las matrices U y F .

De esta manera, obtenemos un modelo idéntico al ya analizado.

En el caso de los recursos naturales, aparece una diferencia importante. Supongamos que han sido incluidos en la lista de mercancías en los últimos lugares, de manera que podíamos partir el vector X en dos subvectores:

$$X = [X_1 | X_2]^t$$

La matriz C también puede partirse en submatrices en forma análoga. C_{11} representa los flujos que no tienen relación con los recursos naturales. C_{21} muestra los insumos necesarios para explotar, mantener o adecuar los recursos naturales. Una vez aceptado que éstos sólo se adecúan o mantienen, pero no se reproducen¹, sólo cabe considerarlos al estilo de los clásicos como "recursos inagotables" y como entonces su "vida útil de diseño" se vuelve infinita, debemos adoptar C_{12} idénticamente nula, lo mismo que C_{22} , puesto que ningún recurso natural es insumo de otro ni de sí mismo.

Tendremos entonces:

$$C = \begin{pmatrix} C_{11} & 0 \\ C_{21} & 0 \end{pmatrix}$$

y las ecuaciones del valor:

$$\begin{pmatrix} I - C_{11} & 0 \\ -C_{21} & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \end{pmatrix}$$

se descomponen en dos:

$$(I - C_{11}) X_1 = L_1$$

que es idéntica a la del modelo sin recursos naturales, y:

¹ La reforestación, por ejemplo, es una industria, pero la tierra donde crecen los árboles es un recurso natural. El abono es un insumo de mantenimiento.

$$X_2 = L_2 + C_{21} X_1$$

cuyo significado es:

“El valor unitario de los recursos naturales es igual al trabajo vivo más al valor de las mercancías necesarias para explotarlos, mantenerlos o adecuarlos en cada período”.

En otras palabras, los recursos naturales no tienen valor propio, aunque sus productos puedan adquirir un valor cada vez mayor a medida que aumenten el trabajo y los bienes de capital necesarios para obtenerlos, porque el recurso se vaya agotando o deteriorando progresivamente. Es decir, el valor de dichos productos no aumenta en proporción a la “escasez” del recurso, sino en función del esfuerzo necesario para obtenerlos.

14. BIENES SUNTUARIOS

Supongamos que existen rentistas o capitalistas que consumen bienes, pero que no aportan trabajo al sistema. Supongamos además que hay mercancías que consumen estas personas, pero que no son consumidas por los trabajadores, ni son necesarias para producir ninguna de estas últimas.

Estos dos requisitos juntos definen los bienes suntuarios.

Agrupando al final de la lista esta clase de consumidores y de bienes, obtenemos matrices de la forma:

$$C = \begin{pmatrix} C_{11} & 0 \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix} ; U = \begin{pmatrix} U_{11} & 0 \\ U_{21} & 0 \end{pmatrix} ;$$

$$F = \begin{pmatrix} F_{11} & 0 \\ F_{21} & F_{22} \end{pmatrix}$$

En este caso las ecuaciones del valor serán:

$$(I - C_{11}) X_1 = L_1$$

$$(I - C_{22}) X_2 = L_2 + C_{21} X_1$$

lo cual muestra que:

“Los valores de las mercancías de consumo directo o indirecto de los trabajadores (bienes básicos), no son afectados por el volumen o la composición del consumo *suntuario* de los rentistas”.

Así mismo, las ecuaciones de plusvalía son:

$$P_1 = [I - U_{11} \quad F_{11} \quad (I - C_{11})^{-1}] L_1$$

idéntica a la del modelo sin bienes suntuarios ni rentistas, y:

$$P_2 = L_2 - U_{21} F_{11} X_1$$

es decir:

“La plusvalía unitaria en la producción de mercancías básicas es independiente del volumen y composición de las mercancías suntuarias que se produzcan”.

Esta asimetría en materia de valores y plusvalías no se extiende también al volumen producido, pues las mercancías suntuarias suponen la pérdida de una parte del excedente disponible para futuras ampliaciones de producción, sea porque se destina a los trabajadores que producen los bienes suntuarios, o sea por causa directa de estos mismos y sus necesidades técnicas de servicios, equipos y materias primas.

Antes de criticar esta reducción de la tasa potencial de crecimiento, al estilo de Ricardo y otros clásicos, es necesario tomar en cuenta que la introducción de bienes suntuarios nuevos se facilita porque el nivel de ingresos de los rentistas suele ser superior al de los trabajadores, y que buena parte del crecimiento del sistema capitalista se explica por la posterior masificación de esta clase de bienes, que dejan entonces de ser suntuarios y pasan a figurar en el valor de la fuerza de trabajo. Es decir, constituyen parte esencial en la dinámica del sistema capitalista, especialmente en el presente siglo.

La introducción de los rentistas puros en las matrices U y F del modelo, permite acomodar también los casos intermedios de trabajadores que derivan parte de su ingreso de la propiedad de acciones, arriendos, bonos de renta fija, etc., lo mismo que los de capitalistas o terratenientes que actúan al mismo tiempo como administradores, técnicos, agricultores, etc., es decir, que aportan trabajo necesario al sistema. En estos casos, se asignarán a los consumos de rentistas las diferencias entre los consumos totales de estas personas y los correspondientes al tipo de trabajador a que sean asimilables, calculados en proporción al tiempo trabajado¹.

15. TASAS UNIFORMES DE PLUSVALIA Y DE CRECIMIENTO

Frecuentemente se intenta plantear modelos de valor con supuestos simplificadores tales como tasa de plusvalía única (el mismo Marx) o tasa de crecimiento igual en todos los sectores con rendimientos cons-

¹ La existencia de estos casos intermedios, no afecta la existencia de clases capitalista y proletaria, puesto que la definición marxista de clase se refiere a relaciones sociales de producción, y no al origen de los ingresos de los individuos.

tantes a escala (al estilo de los modelos dinámicos de Leontief). Estos supuestos hacen más que simplificar, pues restringen la teoría a sistemas económicos con propiedades altamente improbables, además del riesgo de obtener resultados que no son generalizables, es decir, que no reflejan consecuencias de la teoría del valor, sino de los mismos supuestos pretendidamente simplificadores.

Suponer una tasa única de plusvalía da lugar a dos inconvenientes graves. El primero es de consistencia lógica de la teoría cuando se aplica a un sistema capitalista; en este tipo de sistema el mercado actúa como mecanismo autorregulador de las tasas de ganancia, por lo cual puede suponerse la igualdad de éstas como primera aproximación en un modelo de precios de producción. En cambio, nada puede asegurar una autorregulación en términos de plusvalías o tasas de plusvalía.

El segundo inconveniente se aprecia con mayor claridad en las ecuaciones del modelo. Sea r la tasa única de plusvalía; las ecuaciones se escribirán entonces:

$$(I - C) X = L = (1 + r) DX$$

de donde salen dos ecuaciones de raíces características:

$$[(I - C)^{-1} D] X = \frac{1}{1+r} X$$

$$[D (I - C)^{-1}] L = \frac{1}{1+r} L$$

Las dos matrices entre paréntesis cuadrados tienen las mismas raíces características y son ambas de elementos no negativos. El teorema de Frobenius (ver Varga, 22), nos asegura que existe una raíz positiva $1/(1+r)$ y dos vectores no negativos X^* y L^* , diferentes entre sí, que satisfacen ambas ecuaciones.

No podemos demostrar, en general, que dicha raíz sea menor que la unidad, luego podría resultar que la tasa de plusvalía fuera nula o aun negativa.

De otra parte, la segunda ecuación no se cumple para un L cualquiera, sino sólo para un L^* en particular, es decir, que entre las matrices que describen la tecnología y la de hábitos de consumo, debe cumplirse una relación exacta. Esto impediría aplicar la teoría del valor a un sistema real cualquiera.

El modelo con tasas de plusvalía diferentes entre sí, no presenta ninguno de estos inconvenientes y puede aplicarse a cualquier sistema económico real.

Con la unicidad de la tasa de crecimiento aparecen problemas semejantes. Sea b dicha tasa; la restricción R7 del modelo se convierte ahora en una ecuación:

$$(C + D)^t A = \frac{1}{1+b} A$$

En este caso, sabemos que $\|C + D\| < 1$, luego la raíz de Frobenius es positiva y menor que la unidad, lo cual permite que $b > 0$, en acuerdo con el supuesto de crecimiento.

El vector característico asociado, A^* , no tendrá elementos negativos, pero puede tenerlos nulos si $(C+D)$ es descomponible (como, en general, lo es). En tal caso, el bien con $a_1 = 0$ tendría que ser eliminado del sistema económico para poder aplicar la teoría del valor al resto. (Para asegurar que todos los elementos de A^* sean positivos, necesitamos que en el sistema sólo haya mercancías básicas, pues en tal caso $C+D$ es indescomponible), pero esto supone una pérdida de generalidad del modelo.

Además, el tipo de crecimiento que implica este supuesto, excluye el cambio tecnológico, el cual es precisamente el más importante elemento para una adecuada explicación de la dinámica de un sistema capitalista. En efecto, el crecimiento proporcional supone tecnología constante y atribuye todo aumento de producción a una ampliación del número de fábricas o empresas, siempre iguales a las ya existentes, aunque se trate de fracciones de empresa.

Este supuesto de rendimientos constantes a escala, ha sugerido una interpretación curiosa a la ecuación:

$$X = (I - C)^{-1} L = L + CL + C^2L + C^3L + \dots$$

El primer término es el trabajo vivo aplicado en el período que se está examinando. El segundo, CL , representaría el trabajo que fue necesario aplicar un período antes para producir los insumos C usados en el actual. El tercero $C.CL$, el trabajo dos períodos atrás, y así sucesivamente. Esta interpretación ha sido bautizada por Sraffa (20) como "reducción a trabajo fechado" y ha impulsado nuevamente el interés de la teoría austríaca del capital (Hicks, 8).

En el caso general, donde no necesariamente habrá rendimientos constantes a escala y todos los datos se refieren a lo ocurrido en un período particular, esta interpretación es falsa, aunque la ecuación siga siendo cierta. Simplemente, las identidades algebraicas, lo mismo que las operaciones aritméticas, no siempre tienen interpretación económica; es el resultado de la demostración el que debe ser siempre

interpretado, y no todos los pasos usados en su demostración (que bien pudo haberse obtenido con otros métodos matemáticos).

16. USO SIMULTANEO DE VARIAS TECNOLOGIAS

En el modelo planteado hasta ahora se ha supuesto que a cada proceso le corresponde un solo producto y viceversa, pero en la realidad lo normal es que cada producto sea o pueda ser obtenido mediante varios procesos diferentes.

Aunque estos procesos alternos difieran entre sí solamente en la cantidad de trabajo efectivamente necesario, esto es suficiente para que el producto del uno tenga un valor diferente del producto obtenido con el otro, aunque ambos productos sean físicamente indistinguibles.

Como la producción en el sistema tiene carácter de circuito cerrado, nos vemos ante una paradoja: una mercancía que tiene diferentes valores considerada como producto, pero a la cual sólo es posible asignarle un valor único cuando se la considera como bien intermedio (directo o indirecto) para los demás procesos de producción.

En efecto, si hubiera dos procesos que la produjeran con distinto valor y otros dos que la usaran como insumo, los valores producidos por estos últimos variarían según la proporción en que usaran el insumo de una u otra procedencia. Si esta proporción se fija arbitrariamente, entonces los valores resultantes serían solamente un conjunto de valores escogido arbitrariamente entre infinitos conjuntos posibles.

El inconveniente no radica en que el problema admita múltiples soluciones (después veremos que esto es necesario y conveniente), sino en que no exista ningún mecanismo objetivo ni ninguna razón teórica que justifique una asignación en lugar de otra ¹.

Los clásicos ya enfrentaron este problema al discutir la producción agrícola, y su teoría de las rentas proporciona una solución, aunque incompleta y referida a un caso específico. Marx estuvo muy cerca de encontrar la solución total (habría bastado que generalizara el mecanismo mediante el cual explicó la presencia de una renta absoluta de la tierra), pero desafortunadamente conservó ciertos aspectos de la

¹ Exactamente el mismo conflicto se presenta con modelos en términos de precios. La tradición marginalista no resuelve este problema, sino que lo evade suponiendo que entre todos los procesos se escogerá el "óptimo"; los demás procesos se suprimen del modelo. Desde luego, los criterios de óptimo y de supresión sólo tienen sentido suponiendo que existe un centro de decisión desde el cual se coordina todo el sistema, pero este pequeño detalle no se discute o se evade, a su vez, mediante hipótesis ad hoc (subastador de Walras u otra equivalente).

tradición clásica como son la definición de renta como “sobreganancia” y la identificación de una clase (terratenientes) con el origen de sus ingresos (rentas del suelo).

Aquí vamos a introducir un nuevo concepto de renta que no representa “sobreganancias”, sino transferencias de valor que pueden ser tanto a favor como en contra, y que no está asociado a un recurso natural, sino a un proceso de producción cualquiera.

Se trata de unas transferencias de valor *entre* procesos, que son necesarias para permitir el funcionamiento del sistema; es decir, constituyen un requerimiento impuesto por las condiciones técnicas de producción y totalmente independiente del sistema monetario. No deben confundirse con las transferencias de plusvalía entre capitalistas que dan lugar a la formación de los precios de producción y que están reguladas por el procedimiento de evaluar inversiones en términos de tasas de ganancia, típico del capitalismo.

El origen de las rentas y su magnitud, no tienen nada que ver con problemas de distribución, de circulación ni de transformación de valor a precio de producción. Surgen de un fenómeno perteneciente por entero a la esfera de la producción, así que su estudio puede hacerse sin trascender la teoría pura del valor.

Forzando un poco la terminología marxista, distinguiremos entre valor de producción y valor de cambio de la siguiente manera:

- a) Valor de producción: es el valor incorporado directa (trabajo) o indirectamente (medios de producción) al producto en un proceso; una misma mercancía puede tener varios valores de producción si se usan varios procesos diferentes para su producción;
- b) Valor de cambio: es el valor de la mercancía cuando se considera como insumo o como bien de consumo final; aunque diferentes unidades físicas de la mercancía tengan diferentes valores de producción, su valor de cambio es único.

Entonces, un proceso que dé lugar a un valor de producción superior al valor de cambio, estará “regalando” valor al resto del sistema y diremos que ese proceso tiene una renta negativa. Viceversa, si el valor de producción fuese inferior al valor de cambio, el proceso estaría recibiendo valor del resto del sistema y disfrutaría una renta positiva.

De consiguiente definiremos:

- r = renta por unidad de producto
= valor de cambio — valor de producción.

Seguiremos usando la letra X para designar el vector de valores de producción e introduciremos Y para los valores de cambio y R para las rentas. Según la definición anterior de rentas, tendremos $R = Y - X$, o bien $Y = X + R$.

Las ecuaciones de la teoría del valor se escribirán ahora:

$$(I) \quad X = L + C(X + R)$$

$$(II) \quad P = L - D(X + R)$$

Si los procesos i y j producen el mismo bien, deberemos tener $x_i + r_i = x_j + r_j = y_i = y_j$. De esta manera desaparece el conflicto de asignación en el lado derecho de (I) y seguimos obteniendo un precio de producción X igual que antes.

Sin embargo, el origen de estos R es mucho más claro si sustituimos $X + R$ por su equivalente Y , pues entonces las ecuaciones se simplifican y resulta evidente que R es una transferencia entre procesos:

$$(I) \quad Y - R = L + CY$$

$$(II) \quad P = L - DY$$

Si el concepto de valor de cambio resultó extraño, ahora es claro que no conlleva alteración alguna del significado de valor, puesto que se trata de un simple cambio de variable por razones de conveniencia algebraica y de claridad, pero no supone cambio de las ecuaciones mismas del modelo. En lo sucesivo emplearemos la variable Y mientras discutamos rentas.

A las ecuaciones del modelo debemos añadir una restricción nueva, que deriva de la definición misma de renta como transferencia de valor entre procesos. Durante una transferencia no se crea ni se destruye valor, así que la suma de todas las transferencias debe ser cero. Podríamos llamar a esta restricción "principio de conservación del valor", y su expresión es:

$$(R10) \quad A^*R = 0$$

El problema se ha complicado notablemente, porque ahora las matrices C y D son rectangulares (más procesos que mercancías); el vector R introduce tantas incógnitas nuevas como procesos haya y la restricción $R10$ permite eliminar una sola de ellas.

En cambio, el vector Y sigue teniendo tantos elementos diferentes entre sí como mercancías haya (puesto que a dos o más procesos que produzcan lo mismo, les corresponderá el mismo $y_i = y_j = \dots$), así que por este lado no ha aumentado el número de incógnitas aunque haya ahora más procesos. Podríamos aprovechar esto para reducir los siste-

mas de ecuaciones que describen la economía ¹, pero el análisis general de sus soluciones es algo complicado y requiere métodos similares a los que se necesitan para examinar el caso de producción conjunta (que comentaremos brevemente más adelante).

A continuación mostraremos, mediante ejemplos algo simplificados, cómo puede interpretarse la distinción entre renta absoluta y renta diferencial dentro del contexto de la teoría general de rentas aquí propuesta.

Examinaremos primero el caso más sencillo: supongamos que existe una sola mercancía, la *i*-ésima, que se produce con varios procesos distintos. Las demás tienen procesos únicos, a los cuales asignaremos rentas nulas.

Usaremos superíndices para distinguir los diferentes procesos que se están usando para producir la mercancía en cuestión.

Si a_i es la cantidad total, entonces $\lambda^q_i a_i$ representa la cantidad producida con el proceso *q*-ésimo y si hay en total *s* procesos, tendremos:

$$a_i = \sum_{q=1}^s \lambda^q_i a_i \quad \text{o bien:} \quad \sum_{q=1}^s \lambda^q_i = 1$$

Las ecuaciones I y II correspondientes serán:

$$(I) \quad \lambda^q_i a_i (y_i - r^q_i) = \lambda^q_i a_i l^q_i + \sum_{j=1}^n \lambda^q_i a_i c^q_{ij} y_j \quad (q=1, s)$$

$$(II) \quad \lambda^q_i a_i l^q_i = \lambda^q_i a_i p^q_i + \sum_{j=1}^n \lambda^q_i a_i d^q_{ij} y_j \quad (q=1, s)$$

Además, como hemos supuesto que todas las demás mercancías se producen en procesos de renta nula, la condición R10 se reduce a:

$$\sum_{q=1}^s \lambda^q_i a_i r^q_i = 0$$

Si sumamos todas las ecuaciones anteriores y definimos además:

$$l_i = \sum_{q=1}^s \lambda^q_i l^q_i \quad ; \quad c_{ij} = \sum_{q=1}^s \lambda^q_i c^q_{ij}$$

$$d_{ij} = \sum_{q=1}^s \lambda^q_i d^q_{ij} \quad ; \quad p_i = \sum_{q=1}^s \lambda^q_i p^q_i$$

¹ Conservando el planteamiento en términos de X, no tendríamos esta posibilidad y el análisis de las ecuaciones resultaría mucho más complejo.

obtendremos luego de simplificar a_i :

$$(\Sigma I) \quad y_i = l_i + \sum_{j=1}^n c_{ij} y_j$$

$$(\Sigma II) \quad l_i = p_i + \sum_{j=1}^n d_{ij} y_j$$

Es decir, ecuaciones completamente análogas a las del modelo sin rentas.

Si planteamos el modelo reducido que se obtiene al sustituir las ecuaciones de los procesos por las (ΣI) y (ΣII) que representan su agregación simple, entonces el vector Y es idéntico al X del modelo sin rentas y podemos encontrar y_i junto con todos los demás valores y_j .

Sustituyendo estos datos en (I) podemos encontrar los r^q_i y con (II) los p^q_i .

De y_i podemos decir que es positivo:

$$y_i > l_i$$

y, análogamente, $A^qP > 0$, pero con la posibilidad ya discutida de que haya algún $p_i < 0$, puesto que el modelo reducido es idéntico al modelo sin rentas.

De los r^q_i , puesto que su suma ponderada por los coeficientes $\lambda^q_i > 0$ es nula, podemos asegurar que unos son positivos y otros negativos (si todos fueran nulos, los s procesos serían idénticos entre sí, es decir, no habríamos podido diferenciarlos porque todos tendrían idénticos l^q_i , c^q_{ij} y d^q_{ij}).

Si sustituimos (II) en (I), obtenemos, además:

$$p^q_i + r^q_i = y_i - \sum_{j=1}^n (c^q_{ij} + d^q_{ij}) y_j = p_i$$

Esta ecuación nos da los siguientes casos:

- a) $p^q_i = p_i$: entonces $r^q_i = 0$ y el proceso q -ésimo es "neutro" por lo que a renta diferencial respecta.
- b) $p^q_i > p_i$: entonces $r^q_i < 0$ y el proceso q -ésimo está transfiriendo valor a los demás, pues tiene renta diferencial negativa.
- c) $p^q_i < p_i$: entonces $r^q_i > 0$ y el proceso q -ésimo está recibiendo valor de los demás como renta diferencial.

Obsérvese que $p_i < 0$ indica una transferencia de plusvalía de los capitalistas a los trabajadores, es decir, una "pérdida" de plusvalía para

la clase capitalista, mientras que los r_i^q representan transferencias de plusvalía entre los mismos capitalistas, con lo cual como clase no pierden nada.

Introduzcamos ahora las siguientes definiciones:

- a) **Industria:** conjunto de todos los procesos con un mismo producto común;
- b) **Renta diferencial:** las rentas atribuibles a transferencias al interior de una industria;
- c) **Modelo reducido:** el obtenido al sustituir las ecuaciones de los procesos de una industria por su suma [agregado definido por (ΣI) y (ΣII)]; llamaremos ecuaciones de industria a las obtenidas mediante este proceso de agregación.

Evidentemente, si una industria consta de un solo proceso, su renta diferencial es nula, pero no podemos afirmar en general que no transfiera o reciba valor respecto al resto del sistema económico, y lo mismo ocurriría con industrias que consten de varios procesos. Definiremos:

- d) **Renta absoluta:** las rentas atribuibles a transferencias entre industrias.

Obsérvese que la renta diferencial ${}^d r_i^q$ es un parámetro de cada proceso, mientras que la absoluta ${}^a r_i$ lo es de la industria. Escribiendo las ecuaciones (I) con esta notación, tenemos:

$$(I) \quad \lambda_i^q a_i (y_i - {}^d r_i^q - {}^a r_i) = \lambda_i^q a_i l_i^q + \sum_{j=1}^n c_{ij}^q \lambda_i^q a_i y_j$$

y la correspondiente ecuación de industria será ahora:

$$(\Sigma I) \quad y_i - {}^a r_i = l_i - \sum_{j=1}^n c_{ij} y_j$$

El caso especial que examinamos antes corresponde al supuesto ${}^a r_i = 0$ para todas las industrias. En general tendremos un modelo reducido de la forma:

$$(I) \quad Y - {}^a R = L + CY$$

$$(II) \quad L = P + DY$$

donde C y D son matrices cuadradas idénticas a las del modelo sin rentas. Sustituyendo (II) en (I) obtenemos:

$$P + {}^a R = [I - (C + D)] Y$$

con lo cual vemos que el vector $(P + {}^a R)$ tiene exactamente las mismas propiedades ya discutidas del vector P del modelo sin rentas.

Además tendremos: $A^t(P + {}^aR) = A^tP > 0$,

pues, por definición de rentas:

$$A^t({}^aR) = 0$$

Con las definiciones indicadas, no hemos reducido los grados de libertad del modelo de valor con rentas, pero sí hemos facilitado su análisis al descomponer su solución en dos pasos, uno con rentas absolutas en un modelo de industrias donde las matrices C y D son cuadradas, y el siguiente con rentas diferenciales que pueden estudiarse para cada industria por separado.

El número de grados de libertad sigue siendo mayor que cero, es decir, que la solución está determinada por la tecnología y los hábitos de consumo dentro de cada industria (rentas diferenciales), pero depende de otros factores en cuanto se refiere a transferencias entre industrias (rentas absolutas).

Que en general puedan existir muchas soluciones, no es un inconveniente, pues tan solo significa que la tecnología más los hábitos de consumo no son suficientes para determinar un sistema económico.

Lo que necesitamos es desarrollar una teoría general de las rentas y ésta nos permitirá ampliar la teoría del valor de manera que abarque los siguientes aspectos (entre otros):

- a) La economía de los recursos naturales (obsérvese que al definir rentas diferenciales negativas más una renta absoluta de "industria", podemos incluir la posibilidad de que subsistan unidades de producción tipo minifundio con rentas negativas que subsidien a las unidades tipo "empresarial", cosa imposible con la teoría clásica de la renta del suelo);
- b) La economía espacial (el modelo sin rentas supone un sistema económico puntual; al introducir las rentas podemos representar las ventajas atribuibles a ubicación y los efectos monopólicos sobre el área de influencia de cada centro industrial);
- c) La economía internacional (efectos de la "especialización", efectos de las barreras aduaneras, análisis de las multinacionales, teoría del imperialismo, etc.);
- d) Los fenómenos de la concentración (efectos de la distribución desigual del capital que impide homogeneidad de las técnicas de producción, barreras a la inversión nueva en industrias intensivas en capital, etc.); y otros muchos que hasta ahora ha sido imposible incorporar a las teorías generales del valor y aun de los precios.

Cualquiera de estos temas es lo bastante amplio como para justificar tratamiento aparte.

17. CONSECUENCIAS DE LA PRODUCCION CONJUNTA

Por producción conjunta se entiende el caso de un proceso que permite obtener simultáneamente varios productos diferentes entre sí, pero tecnológicamente inseparables. En general, las cantidades producidas de cada uno de ellos, guardan proporciones fijas entre sí (dentro de ciertos márgenes de tolerancia), por lo que pueden considerarse como un producto compuesto en cuanto a tecnología se refiere, pero hay que considerarlos por separado a la hora de asignarles valor (o precio).

La importancia y frecuencia de esta clase de procesos en la industria moderna, es muy superior a la atención que se les ha concedido en la teoría económica. Basta mencionar como ejemplos la industria del petróleo y sus derivados, la mayoría de las industrias químicas, parte de las manufacturas y casi todas las actividades agropecuarias.

De otra parte, para representar en el modelo de valor de un período todos los productos que al final del mismo están sin terminar, es necesario introducirlos como productos conjuntos (que serán reabsorbidos totalmente por la respectiva industria en el período siguiente).

El análisis del modelo con producción conjunta requiere métodos algebraicos un poco más complicados que los usados hasta aquí, pues en él aparecen matrices rectangulares. Sus propiedades pueden obtenerse fácilmente recurriendo a las teorías de conos convexos en espacios duales.

Aquí nos limitaremos a plantear las ecuaciones y resumir aquellos resultados que difieren de los obtenidos para el modelo simple.

Con el fin de representar simultáneamente el caso de tecnología múltiple y el de producción conjunta, usaremos un nuevo concepto, el de intensidad s_i del proceso i -ésimo, que sustituye aquí los a_i del modelo simple y los multiplicadores λ^0_i del modelo de rentas.

Se define un proceso con intensidad unitaria, como la combinación de trabajo l_i , materias primas y equivalentes de reposición de maquinaria c_{ij} , para obtener cantidades b_{ij} de ciertos productos conjuntos.

En el modelo de un período, las intensidades s_i tienen por objeto simplificar las ecuaciones y mostrar que los valores dependen de las proporciones en que entran los insumos en cada proceso, y no del volumen total producido, como ocurría con los a_i en el modelo simple.

Cuando el modelo se generaliza para el análisis dinámico de varios períodos, los s_i permiten representar la eliminación de procesos ($s_i = 0$) y la activación de otros (que antes tenían $s_i = 0$), con lo cual puede simularse tanto el cambio tecnológico, como el efecto de rendimientos a escala variables, así como la aparición de nuevos procesos o de nuevos productos y su desaparición posterior.

Los vectores S, L, R y P tendrán tantos elementos como procesos haya (n); los vectores X y Y tendrán tantos como productos conjuntos y no conjuntos (m).

Las matrices C, D y B tendrán n filas y m columnas.

Las restricciones de producción física con excedente serán:

$$C^t S \leq B^t S \quad \text{y} \quad (C + D)^t S \leq B^t S$$

Las ecuaciones de valor y plusvalía serán:

$$L + CY = -R + BY$$

$$L = P + DY$$

Para simplificar el análisis, se definen las matrices:

$$G = B - C$$

$$H = B - (C + D)$$

con lo cual las ecuaciones se escriben:

$$GY = L + R \quad \text{y su dual} \quad G^t S \geq 0$$

$$HY = P + R \quad \text{y su dual} \quad H^t S \geq 0$$

Basta demostrar que, por razones de compatibilidad física, los vectores columna de las matrices G y H definen conos con vértice, y que la intersección de dichos vectores columna de ambas matrices con el ortante positivo es nula. El resto deriva de la dualidad entre intersección y suma de conos convexos poliedros.

En este caso, ningún valor de cambio y_j puede ser negativo. A todo producto simple, le corresponde un valor de cambio estrictamente positivo, lo mismo que al producto conjunto de cada proceso tomado globalmente. En cambio, la distribución del valor global entre los diferentes productos conjuntos está indeterminada, por lo cual cabría asignar valor nulo a alguno de ellos, cargando más valor a otro. Esta situación es semejante a la ya comentada al hablar de rentas absolutas y diferenciales.

En cuanto a P y R, sus propiedades son iguales a las deducidas de los modelos anteriores (con una salvedad: la indeterminación de

valor en productos conjuntos y en rentas, puede reducirse si varios procesos comparten algunos o todos los productos conjuntos y simples).

18. RECAPITULACION

En las páginas anteriores hemos mostrado que es posible asignar valores a los productos de un sistema económico si se dispone de datos estadísticos en unidades físicas; que dichos valores nunca serán negativos; que si un producto se obtiene con dos o más tecnologías distintas, es posible aun aplicar la teoría del valor introduciendo transferencias entre procesos, a las cuales llamamos rentas generalizadas, y que es también posible extender el modelo de valor al caso de producción conjunta.

Mostramos también que la existencia de excedentes físicos de productos, conlleva la existencia de una plusvalía total positiva, aunque en algunos casos (probablemente en el sector de servicios) puedan presentarse plusvalías negativas para algún proceso aislado.

Vimos la necesidad de teorías de la demanda (no marginalistas) y de las rentas generalizadas, así como de supuestos realistas de distribución del valor entre productos conjuntos. Estas teorías y supuestos constituyen campos abiertos a la investigación en teoría del valor (al igual que en las de precios de producción), pues su falta no indica que el modelo de valor no pueda incorporarlas, sino sólo que es urgente desarrollarlas.

El modelo se ha planteado bajo supuestos muy generales: unos hábitos de consumo y una tecnología en uso. Esto permite aplicarlo al estudio de economías industriales bajo diferentes tipos de organización social, y no únicamente al capitalismo (lo que no sería posible con modelos más específicos de un modo de producción, como ocurriría al nivel de precios).

Seguramente ha llamado la atención que durante el desarrollo del modelo, no se ha procurado demostrar en ningún momento que admite una solución única, ni alguna privilegiada en uno u otro sentido, sino, por el contrario, se ha insistido siempre en que admite múltiples soluciones.

Para la tradición neoclásica, lo económico es un sistema autónomo que opera en un marco social inmutable, por lo cual tiene sentido averiguar si existe alguna forma de estabilidad ("equilibrio general"), o si se alcanzará algún tipo de óptimo ("bienestar paretiano", crecimiento máximo, etc.).

El enfoque empleado aquí es radicalmente distinto. Se supone que lo económico es solo un aspecto de lo social, a modo de subsistema que en algunos casos impone restricciones al cambio social y en otros casos lo impulsa, pero que nunca lo determina totalmente ni es independiente de él. El modelo que pretenda representar tal subsistema, debe quedar abierto en el sentido de ofrecer múltiples alternativas, para permitir que sean otras variables de tipo extraeconómico (desarrollo científico y cultural, organización social, etc.), las que determinen cuáles de esas alternativas se realizarán en la práctica.

Aparte de estas razones de concepción general del problema económico, existe otra de tipo lógico. Un sistema teórico que admita solución única, está cerrado en el sentido de no poder asimilar nuevos desarrollos teóricos que lo adapten al análisis de problemas nuevos.

Una teoría general que especifique una solución única, suele ser una generalización simplista de la explicación de algún caso concreto muy particular.

Es importante no confundir indeterminación con múltiples soluciones. Aunque al especializar una teoría a un caso concreto quedaran abiertas varias alternativas, esto no debería interpretarse nunca diciendo que la teoría es errónea, sino como indicio de que está incompleta, de que aún hay procesos sin explicar. Este es el camino del desarrollo científico: perfeccionar la teoría para adaptarla a la realidad.

Lo contrario, plantear teorías que nos den la seguridad ficticia de una solución única y bien determinada, conduce tarde o temprano a tratar de acomodar la realidad a dicha teoría.

BIBLIOGRAFIA

- 1 BAUMOL, William; Paul SAMUELSON, and Michio MORISHIMA. On Marx, the Transformation Problem and Opacity. *Journal of Economic Literature*, Vol. XII, No. 1, march 1974, pp. 51-77.
- 2 BOSE, Arun. *Marxian and Post-Marxian Political Economy: an introduction*. Penguin Books, 1975 (hay traducción de Ed. Siglo XXI).
- 3 DUESENBERY, James. *Renta, Ahorro y Teoría del Comportamiento del Consumidor*. Alianza Editorial, Madrid, 1967.
- 4 FORRESTER, Jay. *Dinámica Industrial*. Ed. El Ateneo, Buenos Aires, 1972.

- 5 GAREGNANI, Piero. Heterogeneous Capital; the production function and the theory of distribution. *Review of Economic Studies*, Vol. 37, 1970, pp. 407-36 (reproducido en 10).
- 6 GODELIER, Maurice. Racionalidad e Irracionalidad en Economía. Siglo XXI Editores, México, 1967.
- 7 HEGEL, G. W. F. Lecciones de Filosofía de la Historia. Ediciones Zeus, Barcelona, 1970.
- 8 HICKS, John. Capital y Tiempo. Fondo de Cultura Económica, México, 1973.
- 9 HOWARD, M. C. and J. E. KING. The Economics of Marx; selected readings of exposition and criticism. Penguin Books, 1976.
- 10 HUNT, E. K. and J. G. SCHWARTZ. A Critique of Economic Theory; selected readings. Penguin Books, 1972.
- 11 MARX, Karl. Contribución a la Crítica de la Economía Política (1859). Ediciones La Chispa, Bogotá, 1975.
- 12 MARX, Karl. El Capital. Editorial Cartago, Buenos Aires, 1973.
- 13 MARX, Karl. El Capital (Capítulo inédito, Libro I, Cap. VI). Ediciones Combate, Bogotá, sin fecha.
- 14 MARX, Karl. Manuscritos de 1844. Ediciones Arca de Noé, sin fecha, Bogotá.
- 15 MARX, Karl. Trabajo Asalariado y Capital. Ediciones en Lenguas Extranjeras, Moscú (texto de 1891).
- 16 MARX, Karl y F. ENGELS. Obras escogidas, 3 tomos. Ed. Progreso, Moscú, 1973.
- 17 MORISHIMA, Michio. La Teoría Económica de Marx; una teoría dual del valor y el crecimiento. Editorial Tecnos, Madrid, 1977.
- 18 SAMUELSON, Paul. Understanding the Marxian Notion of Exploitation; A summary of the so-called transformation problem between marxian values and competitive prices. *Journal of Economic Literature*, Vol. IX, No. 2, June 1971, pp. 399-431.
- 19 SRAFFA, Piero. Las Leyes de los Rendimientos en Régimen de Competencia. *The Economic Journal*, Vol. XXXVI, 1926, pp. 535-50. Reproducido en: Stigler, G. J. y K. E. Boulding. Ensayos sobre la teoría de los precios. Aguilar, 1968.
- 20 SRAFFA, Piero. Producción de Mercancías por medio de Mercancías. Oikos-Tau, Barcelona, 1965.
- 21 STEEDMAN, Ian. Marx after Sraffa. NLB, London, 1977.
- 22 VARGA, R. Matrix Iterative Analysis. Prentice-Hall, New Jersey, 1962 (capítulos 1 y 2).
- 23 VEBLEN, Thorstein. The Theory of the Leisure Class. Viking Press, New York, 1953.
- 24 VEBLEN, Thorstein. The Socialist Economics of Karl Marx and his Followers. *Quarterly Journal of Economics*, Primera Parte, Vol. 20, Aug. 1906, pp. 575-595; Segunda Parte, Vol. 21, febr. 1907, pp. 299-322.
- 25 VON NEUMANN, John and Oscar MORGENSTERN. Theory of Games and Economic Behavior. J. Wiley, N. Y., 1964.
- 26 WOLFSTETTER, E. Surplus Labour, Synchronised Labour Costs and Marx's Labour Theory of Value. *The Economic Journal*, Vol. 83, No. 331, sept. 1973, pp. 787-809.